

一元及多元信号分解发展历程与展望

陈启明^{1,2} 文青松³ 郎恂⁴ 谢磊¹ 苏宏业¹

摘要 现实世界中, 所获得的信号大部分都是非平稳和非线性的, 将此类复杂信号分解为多个简单的子信号是重要的信号处理方法. 1998 年, 提出希尔伯特-黄变换 (Hilbert-Huang transform, HHT) 以来, 历经 20 余年的发展, 信号分解已经成为信号处理领域相对独立又具有创新性的重要内容. 特别是近 10 年, 多元/多变量/多通道信号分解理论方法方兴未艾, 在诸多领域得到了成功应用, 但目前尚未见到相关综述报道. 为填补这个空缺, 从单变量和多变量两个方面系统综述了国内/外学者对主要信号分解方法的研究现状, 对这些方法的时频表达性能进行分析和比较, 指出这些分解方法的优势和存在的问题. 最后, 对信号分解研究进行总结和展望.

关键词 信号分解, 时频分析, 希尔伯特-黄变换, 多元信号分解

引用格式 陈启明, 文青松, 郎恂, 谢磊, 苏宏业. 一元及多元信号分解发展历程与展望. 自动化学报, 2024, 50(1): 1-20

DOI 10.16383/j.aas.c220632

Univariate and Multivariate Signal Decomposition: Review and Future Directions

CHEN Qi-Ming^{1,2} WEN Qing-Song³ LANG Xun⁴ XIE Lei¹ SU Hong-Ye¹

Abstract Most signals obtained in the real world are non-stationary and nonlinear, decomposing such complex signals into several simple sub-signals is an important signal processing method. Since the Hilbert-Huang transform (HHT) was proposed in 1998, after more than 20 years of development, signal decomposition has become a relatively independent and innovative important content in the field of signal processing. Especially in the past decade, multivariate signal decomposition methods and theoretical research are in the ascendant, which have been successfully applied in many fields. However, there is no relevant overview report at present. Therefore, this paper systematically summarizes the development of signal decomposition theory and methods from both univariate and multivariate aspects. This work analyzes and compares the time-frequency expression performance of these methods, and points out the advantages and issues. Finally, the future research of signal decomposition is prospected and summarized.

Key words Signal decomposition, time-frequency analysis, Hilbert-Huang transform (HHT), multivariate signal decomposition

Citation Chen Qi-Ming, Wen Qing-Song, Lang Xun, Xie Lei, Su Hong-Ye. Univariate and multivariate signal decomposition: Review and future directions. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(1): 1-20

在一个飞速发展的信息社会中, 信号是无处不在的, 例如人们随时可以听到的语音信号、随时可以看到的视频信号、伴随生命始终存在的生理信号、新冠肺炎感染患者的数量、工业生产中的控制监测

信号、黑洞碰撞的引力波信号等^[1]. 这些信号是变化的, 变化的信号构成了五彩斑斓的世界, 如何描述这些变化的信号以及揭示这些信号中潜在的信息, 是信号处理研究的重要任务^[1]. 一般而言, 在传统的信号处理中, 人们会从时域或频域两个角度去描述信号. 但单纯从时域或频域角度出发描述信号较为片面, 无法刻画非平稳和非线性信号的重要性质. 在现实世界中, 所获得的信号大部分都是非平稳和非线性的, 为了满足现实信号处理需求, 时频联合分析方法相关研究应运而生^[2].

1998 年, Huang 等^[3] 提出一种自适应的非平稳非线性信号分解方法, 成为信号处理发展的一个重要里程碑, 随后很快发展为“后小波”时代时频分析领域的研究热点^[4]. 信号分解假设复杂的非平稳非线性信号由多个简单的子信号组成, 通过分析这些

收稿日期 2022-08-09 录用日期 2022-12-19

Manuscript received August 9, 2022; accepted December 19, 2022

国家自然科学基金 (62003298, 62073286), 云南省基础研究计划 (202201AT070577) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62003298, 62073286) and Yunnan Fundamental Research Program (202201AT070577)

本文责任编辑 黄华

Recommended by Associate Editor HUANG Hua

1. 浙江大学工业控制技术国家重点实验室 杭州 311100 中国 2. 阿里巴巴达摩院 杭州 310027 中国 3. 阿里巴巴达摩院 西雅图 98060 美国 4. 云南大学信息学院 昆明 650091 中国

1. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 311100, China 2. Damo Academy, Alibaba Group, Hangzhou 310027, China 3. Damo Academy, Alibaba Group, Seattle 98060, USA 4. School of Information, Yunnan University, Kunming 650091, China

子信号的特征,可以间接或直接揭示原始复杂信号的时频信息,进而为各个领域的信号处理任务提供有力工具.近年来,多元/多变量/多通道信号分解理论方兴未艾,在诸多领域得到了成功应用,但目前尚未见到相关综述报道.为了填补这个空缺,本文从单变量和多变量两个方面对主流信号分解方法及其主要改进进行综述,分析比较这些方法的原理和优缺点,并在最后进行了研究展望.

1 传统信号分解与时频表示

信号处理的一个重要任务就是分析信号中的频谱成分,同时还希望知道不同频率成分所出现的时间.传统的信号处理方法主要集中于信号变换,例如通过傅里叶变换 (Fourier transform, FT) 及其反变换,人们构建起了信号时域与频域之间转换的桥梁.以傅里叶变换为基础的分析方法已经统治了线性时不变与平稳信号处理领域近 200 年,尤其是 Cooley 等^[5]利用傅里叶算子的周期性和对称性,提出了快速傅里叶变换算法,将 N 点傅里叶变换的乘法计算量从 N^2 次降为 $(N/2 \times \log_2 N)$ 次,这成为数字信号处理发展史上的转折点和里程碑.以此为契机,伴随着超大规模集成电路和计算机领域的迅猛发展,傅里叶变换不但已成为一个重要的数学分支,而且也成为信号分析和处理的重要工具,并在众多领域得到了广泛应用.但是,在科学研究与工程应用中,研究人员发现,傅里叶变换具有较多不足,主要体现在三个方面^[1]: 1) 傅里叶变换缺乏时间和频率的定位功能.傅里叶变换得到的结果是信号在整个积分区间的时间范围内所具有的频率特征的平均表示,无法通过傅里叶变换知道在某一个特定时刻或较短时间范围内的信号频率信息. 2) 傅里叶变换对于非平稳信号的局限性.只有时不变的信号才能够展开为无穷多个复正弦函数的和,而且这无穷多个复正弦信号的幅度、频率和相位都不随时间变化,即取某一特定常数.因此,傅里叶变换只适合于处理平稳的时不变信号,但从实际过程中采集到的数据往往具有时变特性^[1],属于非平稳信号^[5-6]. 3) 傅里叶变换在分辨率上的局限性.傅里叶变换受到不定原理的制约^[1],无法根据信号的特点来自适应调整时域分辨率和频域分辨率.但是,正是傅里叶变换的这些不足成为了几十年来推动人们寻找新的信号分析与处理方法的动力.

Gabor^[7]提出短时傅里叶变换 (Short-time Fourier transform, STFT) 进行时域和频域的联合分析.这种方法简单易懂,但是不能自动调节时域窗口和频域窗口. Cohen^[8]给出了各种时频分布的统

一表示形式,称为 Cohen 类时频分布,其中最核心的就是 Wigner-Ville 分布 (Wigner-Ville distribution, WVD). Wigner 分布是由 Wigner^[9]在 1932 年提出的概念,但直到 1948 年, Ville 才将其应用于信号分析,因此命名为 Wigner-Ville 分布.实际上, WVD 可理解为在一个特定区间上的傅里叶变换,因此它仍然受到不定原理的制约. WVD 的时频分析性能也易受交叉项的影响.此外, WVD 的瞬时频率是时间的单值函数,在处理多分量信号时,只能给出多个频率在一个时间点上的均值,这样就无法刻画多分量信号的频率分布.小波变换 (Wavelet transform, WT) 是过去 20 多年信号处理领域最重要的进展之一^[5],它最大的特点是在基本小波中引入了尺度因子,使得小波具有自动调节时域和频域分辨率的能力.然而,在对信号进行小波变换前如何选择小波基函数,仍是一个未解决的现实问题,一般需要使用者不断试用各类小波.

2 一元信号分解

上述传统信号处理方法都是基于基函数展开的思路,具有简单、唯一和对称等优点^[10],但它们的基函数都是预先定义好且固定不变的,缺乏灵活性,而且受到不定原理的制约,其时频分析结果也比较模糊^[11].在许多涉及非平稳信号的实际应用中,这些缺陷都是亟待解决的.因为基于数据驱动的信号分解与时频分析方法对输入数据很少有或几乎没有先验假设,所以人们对这些方法产生了极大的兴趣.

这一趋势始于 90 年代末,当时 Huang 等^[3]提出一种递归算法,称为经验模态分解 (Empirical mode decomposition, EMD). EMD 通过利用信号极值的递归筛选过程,将输入信号分解为固有的振荡模式,称为本征模态函数 (Intrinsic mode function, IMF). 一个振荡信号能够被称为 IMF 需满足两个条件: 1) 在其时间区间内,模态的极值点数目和过零点的数目应当相等或最多相差一个; 2) 在其时间区间内,分别由信号的局部极大值和极小值确定的上包络和下包络的均值为零.其中,第 1 个条件保证了 IMF 是一个窄带信号;第 2 个条件则从信号局部特征的角度考虑,避免了由于信号波形不对称而引起的瞬时频率波动.图 1 是一个典型的 IMF 波形示意图,其极值点数目和过零点数目相同,且上包络和下包络的均值为零^[1, 5].

由上述讨论和图 1 可以看出, IMF 类似于傅里叶变换得到的一个具有固定幅度和固定频率的分量,但是 IMF 包含了幅度调制和频率调制的特性,因此更具一般性.

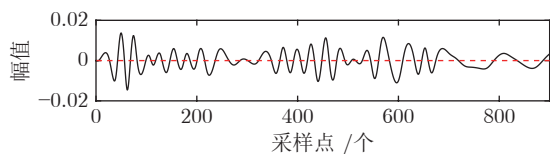


图 1 一个 IMF 的波形示意图

Fig.1 Waveform diagram of an IMF

EMD 的筛分过程如图 2 所示^[1]. 首先, 对信号极值进行插值, 并对上包络和下包络进行平均, 从而获得信号的局部均值, 这些局部均值可视为信号中的低频成分估计; 然后, 将低频成分从输入信号中迭代分离出来, 得到高频 (快速振荡) 成分. 这样就完成了一次筛分^[12]. 重复筛分过程, 直到输入信号中的所有主要振荡模态都被提取出来. 由于 EMD 完全是由数据驱动的, 避免了线性时频变换方法的很多局限性, 如受 Heisenberg 不定原理限制而导致的有限时频分辨率和由使用固定基函数而获得的无意义的模态等. 因此, EMD 自 1998 年问世, 便在科学界产生了重大影响, 揭开了后小波时代时频分析领域的新篇章, 并被应用到了众多工程领域, 如语音增强^[13]、图像处理^[14]、设备诊断学^[15]、生物医学^[16]、气候学^[17]、地球物理学^[18]等.

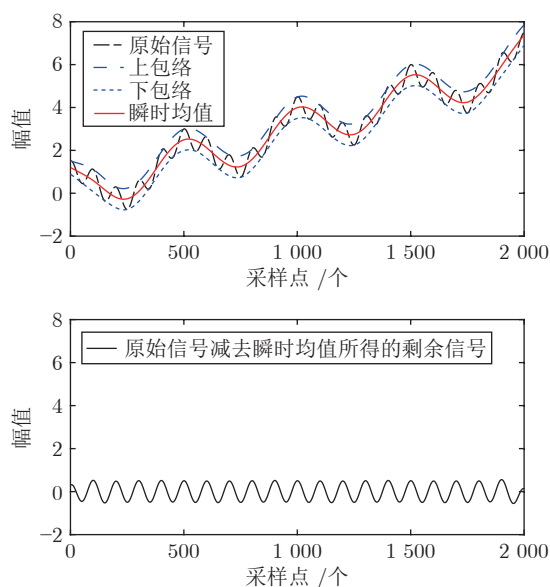


图 2 EMD 的筛分过程示意图

Fig.2 Schematic diagram of sifting process of EMD

虽然 EMD 在处理非线性非平稳信号方面具有较多优点, 但是仍然有一些待解决的问题^[18-20], 主要包括迭代停止准则与样条函数的选择问题、端点效应与模态混叠问题、Hilbert 变换与分量正交性问题等. EMD 的一些改进版本, 例如集成 EMD (En-

semble empirical mode decomposition, EEMD)^[21]、互补 EMD (Complementary ensemble empirical mode decomposition, MCEEMD)^[22]、中值 EEMD (Median ensemble empirical mode decomposition, MEEMD)^[23] 和中值互补 EEMD^[24] 等, 在一定程度上修复了这些问题, 但 EMD (包括分解算法、IMF 的定义以及上述的 EMD 算法) 的各种改进版本都是建立在经验基础之上的, 目前仍然缺乏坚实的数学理论分析做支撑. 对此, Huang 等^[18, 20] 指出, 目前 EMD 的理论水平犹如小波变换在 20 世纪 80 年代初的水平, 他特别期望能有如 Daubechies I. 那样, 为小波变换奠定坚实理论基础的学者出现, 能将基于 EMD 的时频分析方法置于坚实的数学理论之上^[5]. 为了克服 EMD 理论分析上的困难, 部分学者尝试用基于鲁棒约束优化的方法取代 EMD 中包络和局部均值估计^[25-26], 从理论上保证了算法能收敛到全局最优, 但这些方法会遇到没有可行解的问题^[27]. Lin 等^[28] 提出迭代滤波分解 (Iterative filtering decomposition, IFD), 试图弥补 EMD 数学理论上的不足. IFD 使用特定的移动均值替代 EMD 筛分过程中的包络均值, 实现了自适应滤波, 提升了分解稳定性, 并严格证明了在一定条件下的算法收敛性^[29]. Cicone 等^[30] 进一步为 IFD 设计了滤波器长度自适应更新策略, 使得滤波器满足迭代滤波收敛的充分条件, 为非线性和非平稳信号处理提供了一个完整的局部分析工具箱.

还有一些其他相关方法, 例如匹配追踪^[31] 这种经典的原子分解算法. 与常见的正交基函数相比, 原子字典具有过完备性, 因此可以更加灵活地表征复杂信号. 匹配追踪算法将原子库中与当前信号最相关的原子作为当前最优原子, 经过多次迭代, 可将信号表示成多个最优原子的线性叠加模型. 匹配追踪算法的时频分析效果与原子字典复杂程度密切相关, 当分析复杂信号时, 往往需要复杂原子模型, 使得分解结果不稀疏, 降低了算法的效率, 也会导致时频特征间断问题^[32]. 文献^[33-36] 受 EMD 和压缩感知理论的启发, 在本征模态函数组成的字典中, 寻找多尺度数据的稀疏表示, 将信号分解问题转化为非线性 L_1 优化问题, 并提出一种迭代算法递归求解该非线性稀疏优化问题, 实现了稀疏时频分析. 这些稀疏时频分析方法的分解结果与 EMD 较类似, 但其性能不受 EMD 中停止准则的影响, 抗噪声和抑制端点效应的能力也优于 EMD. 此外, Peng 等^[37] 和 Guo 等^[38] 提出基于算子的信号分解方法, 该方法采用零空间追踪的方式, 自适应估计算子和参数, 将信号中的成分分离. 这些方法的性能取决于

所构造的算子, 常见的算子有奇异局部线性算子^[37]和复数微分算子^[38]等。

除了 EMD 的改进版本以外, 学术界还提出一些类似于 EMD 迭代筛分过程的新分解算法, 来尝试解决这些问题. 例如 Smith^[39]通过分离调频和调幅成分, 提出局部均值分解 (Local mean decomposition, LMD) 算法. Frei 等^[40]通过分段计算旋转分量在每一个局部时间区间上的瞬时频率和瞬时幅值, 提出计算复杂度较低的本征时间尺度分解 (Intrinsic time-scale decomposition, ITD) 算法, 可以实现数据的在线分解与实时处理. ITD 的分解过程^[1]如图 3 所示, 其中 X_k 表示输入信号 $x(t)$ 的极值点; 虚线 $L(t)$ 和虚线 $H(t)$ 分别表示基线和旋转分量. 需要指出的是, 上述分解算法仍然都是基于经验的分解算法, 分解结果也会受到端点效应和模态混叠的影响. 另外, 这些方法都需要准确估计信号的局部极值或均值, 但实际数据往往会被噪声干扰, 不易准确估计这些极值或均值, 这使得这些方法的抗噪声能力较差。

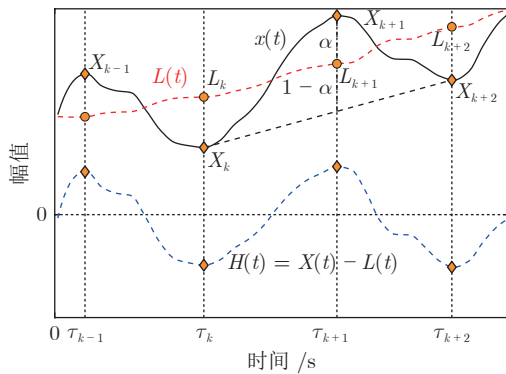


图 3 ITD 分解过程示意图

Fig. 3 Schematic diagram of ITD decomposition process

另一类类似于 EMD 的数据驱动信号处理方法包括同步压缩变换 (Synchro squeezed transform, SST)^[41]和经验小波变换 (Empirical wavelet transform, EWT)^[12]. 与 EMD 不同, SST 是通过一套合理且方便的数学框架, 来提取信号中的模态, 它既可以在 STFT 域, 也可以在小波域中工作^[42]. SST 首先通过频率重整算子^[43]锐化信号的 STFT 谱图或小波谱图; 然后, 在模态总数已知条件下, 采用脊线提取技术, 来估计瞬时频率; 最后, 通过在相应的脊线附近对重整 STFT 或重整小波变换积分, 实现模态重构. 需要注意的是, SST 要求模态在时频面上各自独立, 无法处理时频信息交叉的情况。

EWT 是加州大学洛杉矶分校的 Gilles^[12]提出的, 这种方法融合了经验模态分解和小波变换的优

点, 通过峰值检测机制对频谱进行分割, 并在每个分割区间构建小波滤波器, 实现将一个复杂信号分解为一系列具有紧支撑频谱的调频调幅信号. 图 4 是 EWT 的模态频谱分割示意图^[32], 其中竖虚线表示检测到的模态边界频率. EWT 的效果与基于频谱分割所构造自适应的小波滤波器是否精确有很大关系, 但对实际信号进行准确的频谱分割是一项颇有挑战性的任务^[44].

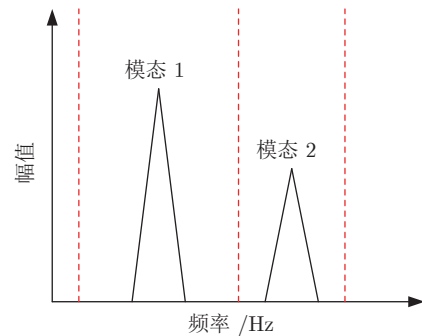


图 4 EWT 的模态频谱分割示意图

Fig. 4 Schematic diagram of modal spectrum division of EWT

同样来自加州大学洛杉矶分校的 Dragomiretskiy 等^[45]在 2013 年提出变分模态分解算法 (Variational mode decomposition, VMD). VMD 的目标是将输入信号分解为一系列具有稀疏特性的模态, 这里的稀疏特性指的是所有模态都是集中在各自中心频率附近的窄带信号. 为了实现这个目标, VMD 构建了一个带约束的变分优化问题, 其中目标函数是最小化所有模态的带宽, 约束条件是分解得到的模态能够完全重构输入信号. VMD 目标函数的构造分为 3 个步骤: 1) 对每个模态进行 Hilbert 变换, 得到其解析信号; 2) 将解析信号的频谱平移到零中频, 得到基带信号; 3) 利用 H^1 高斯平滑度, 估算每个模态的基带信号带宽, 并将这些带宽的和最小化作为目标函数. VMD 所建立的优化问题可以通过交替方向乘子法在频域求解, 最终得到输入信号中包含的模态和对应的中心频率。

与之前基于经验的信号分解方法不同, VMD 的目标函数具有较完备的数学理论基础, 它的求解公式表明, VMD 在本质上是一个自适应最优 Wiener 滤波器组, 其中心频率如图 5 中竖虚线所示^[32]. 由于其优良的特性, VMD 一经提出, 就受到了极大的关注, 目前已成功在机械故障诊断^[46]、风速预测^[47]、疾病诊断^[48]、金融数据分析^[49]、新型冠状病毒肺炎预测^[50]等领域得到应用。

VMD 的出现是信号分解领域研究的一个分水

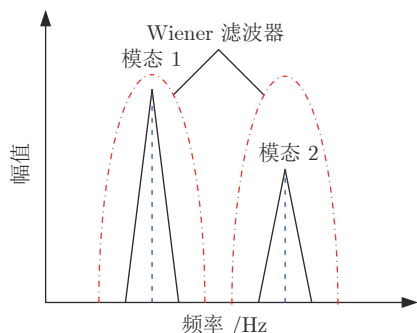


图 5 VMD 原理示意图

Fig. 5 Schematic diagram of VMD principle

岭. 在此之前, 以 EMD 为代表的基于经验的分解方法虽然得到了广泛的关注与应用, 但在数学基础理论方面的进展艰难而缓慢, 以至于 EMD 最开始被提出的时候颇有争议, 甚至受到了质疑^[51]. VMD 的出现改变了信号分解方法研究全凭经验的现状, 提供了具有坚实数学优化理论的研究视角. 但是 VMD 也有一些不足, 例如 VMD 的分解性能与模态数量 K 和惩罚系数 α 这两个参数密切相关, 并且这两个参数无法自适应获得, 需要用户事先指定.

目前, 对于 VMD 的主要改进工作也集中在如何确定这两个参数的问题上. 这些改进 VMD 参数依赖性的方法可分为两类: 1) 固定惩罚系数 α , 通过穷举法迭代优化模态数量 K . 例如 Li 等^[52] 使用近似完全重构的判据, 来确定合适的模态数量; Lian 等^[53] 通过判断提取出来的模态特性, 来选取合适的模态数量; Cai 等^[54] 利用傅里叶变换得到的频谱, 作为判断模态数量是否合适的标准. 上述这类改进方法虽然简单, 但由于 VMD 的性能受到模态数量 K 和惩罚系数 α 的共同调节^[55], 只考虑模态数量的作用存在一定的风险. 2) 同时对模态数量 K 和惩罚系数 α 进行优化. 这类方法的思路是, 首先, 针对特定的应用场景, 构造适应度函数; 然后, 使用一些启发式智能算法, 对参数进行寻优. 如人工鱼群算法^[56] 和蝗虫算法^[57] 等. 尽管这类基于智能寻优的改进方法考虑了模态数量 K 和惩罚系数 α 这两个参数, 但这些改进方法没有触及 VMD 的本质, 且有效性受限于特定场景下的适应度函数和优化算法, 难以推广到其他场景. 为了解决 VMD 的参数选取问题, Chen 等^[58] 提出一种自整定变分模态分解算法 (Self-tuning variational mode decomposition, SVMD). SVMD 将 VMD 的目标函数由同时提取 K 个模态改进为每次只提取一个模态, 且在提取模态的过程中, 惩罚系数 α 不再采用固定值, 而是会根据信号特点自适应地对 α 进行更新.

VMD 实际上只是对窄带信号的分解效果较好, 这意味着基于 VMD 的方法处理带宽较大时变信号的能力非常有限. 为了解决这个问题, 2017 年, Chen 等^[59] 提出非线性调频模态分解算法 (Nonlinear chirp mode decomposition, NCMD). NCMD 通过解调技术^[60], 将带宽较宽的时变信号进行频率解调, 可以使之转换为窄带信号. NCMD 频率解调过程如图 6 所示^[59], 图中曲线、上方横线和下方横线分别表示原信号、解调信号和基带信号的时频曲线, BW 和 BW_{\min} 分别表示原始信号和解调信号的带宽. 利用这一特性, NCMD 将信号分解问题转化为解调问题, 并建立了带约束的非线性调频模态变分优化模型.

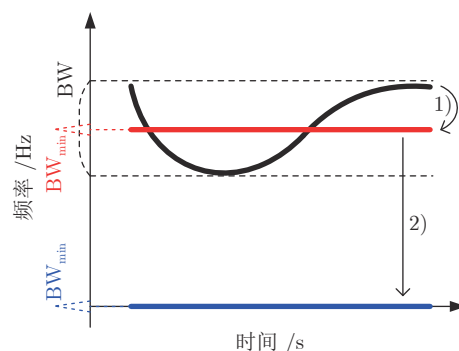


图 6 NCMD 频率解调过程示意图

Fig. 6 Schematic diagram of NCMD frequency demodulation process

与 VMD 类似, NCMD 亦采用了交替方向乘法求解所提出的变分优化模型. 求解所得更新公式表明, NCMD 可以被视为一个时频滤波器组, 该滤波器组的中心频率就是估计得到的瞬时频率. NCMD 的计算过程可以概括为: 首先, 用当前估计得到的瞬时频率对解调的正交信号进行迭代更新; 然后, 通过反正切解调技术^[61], 利用正交信号的相位信息进一步更新瞬时频率; 重复上述两个步骤, 直到解调后的信号具有最窄的频带. 与 VMD 相比, NCMD 的最大优势在于能够处理非平稳信号, 并提供准确的时频信息. 虽然 NCMD 提出的时间很短, 但是由于其在非平稳信号时频分析上的出色性能, 目前已被应用于碰撞摩擦故障检测^[62]、生理信号监测^[63]、高速铁路故障诊断^[64] 等领域. 值得指出的是, 虽然 NCMD 相比于 VMD 有较大优势, 但 NCMD 也具有和 VMD 类似的不足, 即分解性能依赖先验知识, 要求使用者预先指定分解模态数量和惩罚系数.

为了解决这个问题, Chen 等^[65] 提出 NCMD 的改进版本, 称为自适应调频模态分解算法 (Adaptive chirp mode decomposition, ACMD), 并将其成功应用到旋转机械的碰撞摩擦故障检测中^[62]. ACMD

采用一种类似于匹配追踪^[31, 34]的贪婪算法,对信号模态逐一进行递归估计,直到提取出信号中的所有模态.虽然 ACMD 在自适应时频分析上显示出重大优势,但 Chen 等^[66-68]发现,ACMD 算法的停止条件对旋转机械故障信号比较有效,但在分解工业过程振荡信号时,频繁出现难以收敛导致过分解问题,因此改进了 ACMD 算法的收敛判据,提出快速自适应调频模态分解算法^[67],缓解了 ACMD 过分解问题,并减少了分解用时.

与 NCMD 同年,Chen 等^[69-70]提出本征调频模态分解算法 (Intrinsic chirp mode decomposition, ICMD).考虑到很多应用场景采集的信号模态的瞬时频率和瞬时幅值具有连续光滑的特性,ICMD 采用傅里叶级数或多项式函数逼近模态的瞬时频率和瞬时幅值,从而构造了一种通用的非线性调频模态参数化模型,能够有效刻画不同调制程度的信号分量.在此模型基础上,ICMD 利用广义参数化时频变换方法^[71]估计模态的瞬时频率,进而通过正则化最小二乘法估计模态的瞬时幅值,最终实现信号模态的重构.ICMD 在非平稳信号的分解效果上,与 NCMD 难分伯仲,但由于 ICMD 并未采用 NCMD 所使用的交替方向乘子法这种迭代式的优化方法,而是采用简单的最小二乘法,即可得到结果,因此在算法复杂度上,ICMD 具有显著优势.目前,ICMD 已被成功应用于信号消噪^[72]、雷达信号处理^[73]、机械故障诊断^[74]等领域.

本节对众多单变量信号分解方法进行了介绍和分析,选择 EMD、VMD 和 NCMD 作为代表方法进行案例验证,其中 EMD 是最经典的信号分解方法,已得到广泛关注和应用,因此选之作为经验性信号分解方法的代表;VMD 是信号分解研究由经验性转向数学优化建模的标志性方法,因此选之作为基于优化的信号分解方法的代表;NCMD 是最近提出的能处理时变信号的分解方法,推动了基于优化的信号分解方法向纵深发展,因此选之作为近年提出的有较大影响力的信号分解方法的代表.本文以单变量信号 (1) 为例,它包含 3 个模态,其中 2 个模态是固定频率的正弦函数,频率分别是 10 Hz 和 30 Hz,最后一个模态具有时变瞬时频率 $(50 + 20t)$ Hz,信号中加入了一定程度的噪声:

$$x = \frac{4}{\pi}(\sin(2\pi \times 10t) + \frac{1}{3} \sin(2\pi \times 30t) + \frac{1}{2} \sin(2\pi(50t + 20t^2))) \quad (1)$$

EMD、VMD 和 NCMD 的分解结果如图 7、图 8 和图 9 所示,图中 x 为原始信号,IMF 为分解所得

模态.可以看出,EMD 的第 1 个模态提取得较好,但第 2 个模态和第 3 个模态之间出现了明显的模态混叠效应,这是 EMD 的典型问题;VMD 由于其原理所限,难以处理带宽较大的时变信号,因此其分解结果受时变模态的影响,出现了很大误差;而 NCMD 由于其算法中采用了解调算子处理时变瞬时频率,能够做到不受时变瞬时频率的影响,正确提取出了 3 个模态.这些实验结果与本文中对各个方法的分析是一致的.

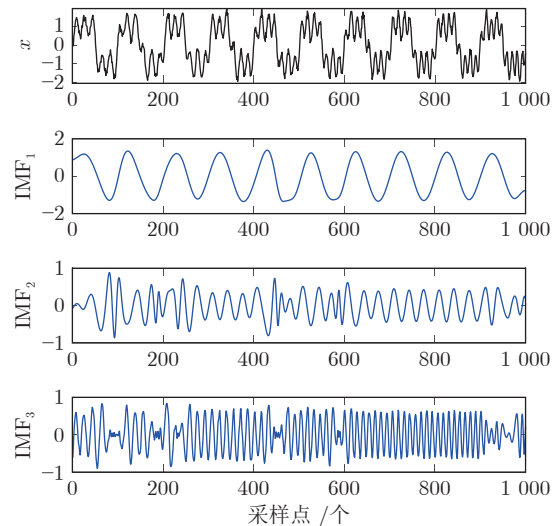


图 7 EMD 分解结果

Fig. 7 The decomposition results of EMD

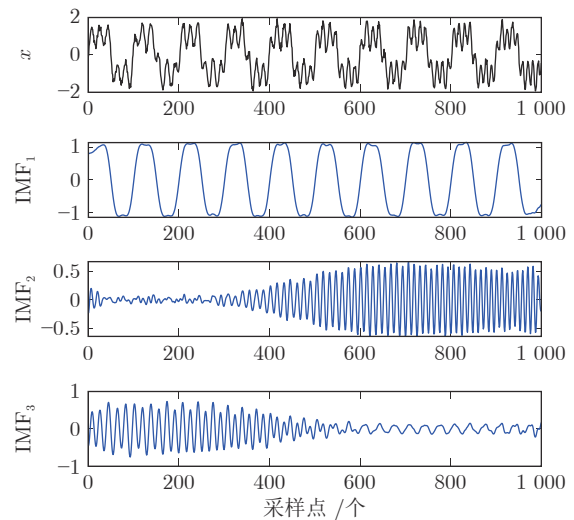


图 8 VMD 分解结果

Fig. 8 The decomposition results of VMD

综上所述,历经 20 余年的发展,单变量信号分解研究取得了丰硕成果,已成为现代信号处理领域的研究热点.本文将常见方法根据其作用域分为时域、频域和时频域等多个类别,并在表 1 总结了它

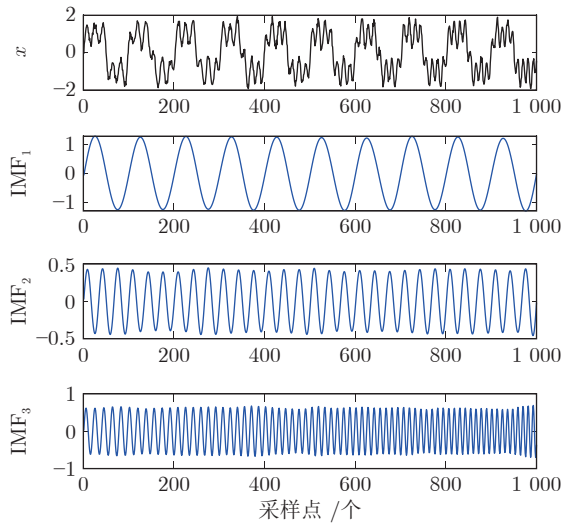


图9 NCMD 分解结果

Fig.9 The decomposition results of NCMD

们的优点和局限性。

3 多元信号分解

3.1 多元信号分解方法

虽然基于数据驱动的非平稳信号分解和时频分析工作在蓬勃发展,但拓展现有的数据驱动方法来处理非平稳多变量/多通道/多元信号,也引起了学术界和工程界的极大兴趣^[75-76]。由于传感器和计算机技术的进步,在现代科学和工程应用中,广泛存

在对多变量/多通道/多元类型的信号处理的需求^[77],例如基于多通道脑电^[78]或心电信号^[79]的分类、多变量信号消噪^[80-81]、图像融合^[14]等。针对非平稳数据的多变量信号分解与时频分析技术的主要挑战有以下两点: 1) 具有模态齐整特性,即不同通道中具有相同或相似的频率的模态出现在同一尺度^[82]。2) 提取出多通道之间的相关信息^[83]。在信号分解领域的研究中,多元、多通道和多变量表示相同的意思。图 10 给出了多元/多通道/多变量信号分解领域的一些术语解释,以便理解本文后续内容。

最直接的多变量信号处理方法是使用单变量的方法,逐一、单独分析多变量信号的每一个通道。但文献^[75, 83-84]指出,对于多变量信号,如果采用单变量信号分解技术逐一处理每个变量,会导致信息泄露和变量之间相关信息缺失等问题,且不满足模态齐整^[75]的要求。因此,需要为单变量信号分解方法应用至多变量情形开发特定的拓展方法,以便直接在多变量信号所在的多维空间里处理多变量信号。这也是研究者们开展多元信号分解研究的目的。参照文献^[85]的案例,本文以单变量 ICMD 和多变量 ICMD 处理多变量信号(2)为例:

$$\begin{cases} x_1(t) = \cos\left(2\pi \times 5t + \frac{\pi}{3}\right) + 2.5 \cos\left(2\pi \times 36t + \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2(t) = 3 \cos(2\pi \times 24t) + 2 \cos(2\pi \times 36t) \end{cases} \quad (2)$$

单变量和多变量信号分解方法处理多变量信

表 1 常见单变量信号分解方法归类总结

Table 1 Classification and summary of common univariate signal decomposition methods

方法名称	作用域	优点	局限性
FT	频域	经典方法,理论完备,简单高效	仅适用于线性平稳信号
STFT	时频域	经典方法,简单高效	窗函数选取问题,分辨率固定
WVD	时频域	经典方法,理论完备	不能处理交叉频率和分量情况
WT	时频域	经典方法,理论完备	母小波和尺度需人为指定
EMD	时域	自适应性强,适用于非线性和非平稳信号,应用场景广泛	噪声敏感,模态混叠和端点效应问题严重,缺乏理论基础
EEMD	时域	自适应性强,对信号间歇性鲁棒	计算效率低,重构误差大,受辅助噪声参数影响大
CEEMD	时域	对信号间歇性鲁棒,计算效率和重构误差优于 EEMD	辅助噪声的参数会影响分解结果
MEEMD	时域	对信号间歇性鲁棒,噪声鲁棒性好,模态分裂概率低	计算效率低于 EEMD
MCEEMD	时域	噪声鲁棒性和分解完备性好,模态分裂概率低	计算效率低于 CEEMD
LMD	时域	能处理非平稳信号	噪声敏感、参数影响大
ITD	时域	计算效率优于 EMD,易于实施在线计算	噪声敏感,模态提取能力劣于 EMD
SST	时频域	能有效表征非平稳信号的时变调频特征	在处理强、变信号时,会产生较大误差且无法处理时频面交叉和重叠信号
EWT	频域	数据驱动自适应划分频段	噪声鲁棒性弱,分辨率有限
VMD	频域	噪声鲁棒性和采样频率鲁棒性好,数学理论完善	局限于处理窄带信号,参数影响大
NCMD	时频域	数学理论完善,宽带信号处理能力强	需要提前指定参数
ICMD	时频域	宽带信号处理能力强,计算效率高,能处理交叉瞬时频率	需要提前指定参数

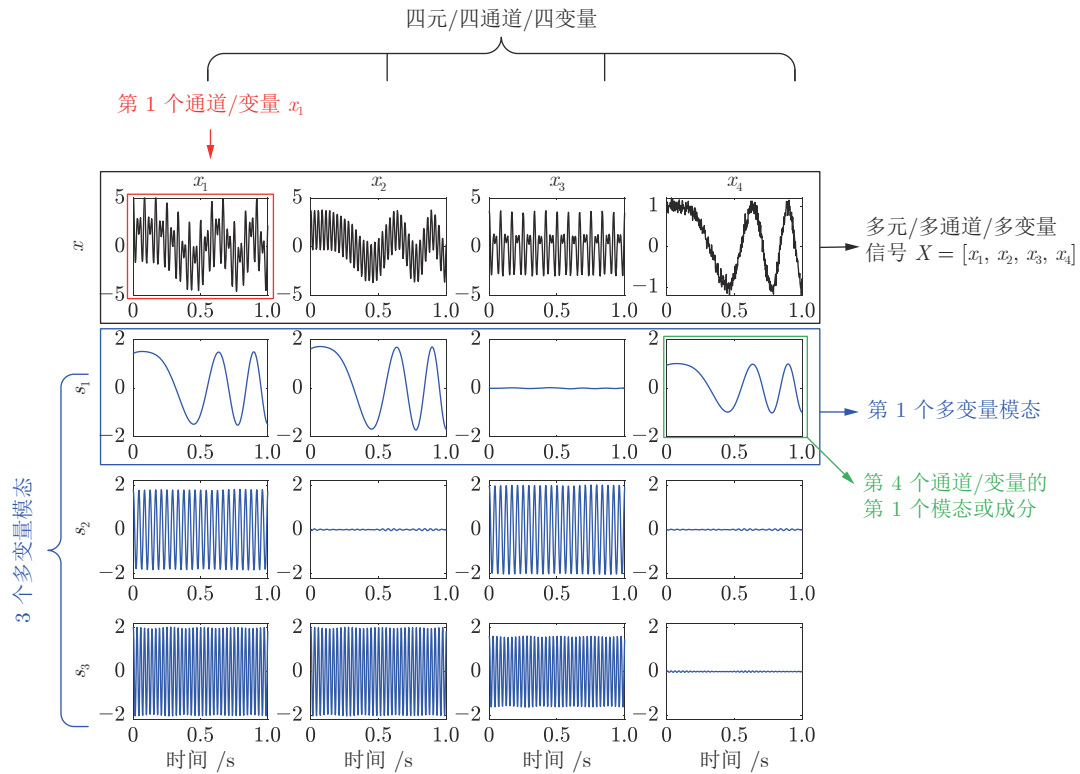


图 10 多元/多通道/多变量信号分解领域术语的图形化解释

Fig. 10 Graphical interpretation of terms in multivariate signal decomposition

号 (2) 结果见图 11 和图 12. 可以看出, 用单变量方法分解多变量信号时, 不仅无法满足模态齐整要求, 而且分解误差也较大; 反之, 多变量信号分解方法的性能令人满意, 分解所得模态的误差较小, 不同通道中具有相似频率的成分也位于同一个尺度, 满足模态齐整性质要求. 因此, 研究多变量信号分解方法处理多变量信号是十分必要和有意义的.

多变量信号分解工作是从 EMD 应用于复数信号处理开始的. 2007 年, Tanaka 等^[86] 基于复数域的性质, 巧妙地利用了原始的 EMD, 来分解二元时间序列, 并把这种方法命名为 CEMD (Complex empirical mode decomposition), 揭开了数据驱动信号分解与时频分析方法向多变量拓展的序幕. 但 Tanaka 等^[86] 的 CEMD 仅局限于处理复数信号, 不适用于三变量以上情况. 此外, CEMD 无法保证复数信号的实部和虚部分解所得的 IMF 数量一致, 因此这种思路的适用性非常有限. 随后, Altaf 等^[87] 将 EMD 中的单变量的“振荡”与双变量的“旋转”概念相对应, 认为双变量信号是快速旋转和慢速旋转的叠加, 并给出了复数空间中极值的定义, 在此基础上, 提出旋转复数 EMD (Rotation complex empirical mode decomposition, RCEMD).

遗憾的是, Altaf 等^[87] 的工作只将这个思路应用

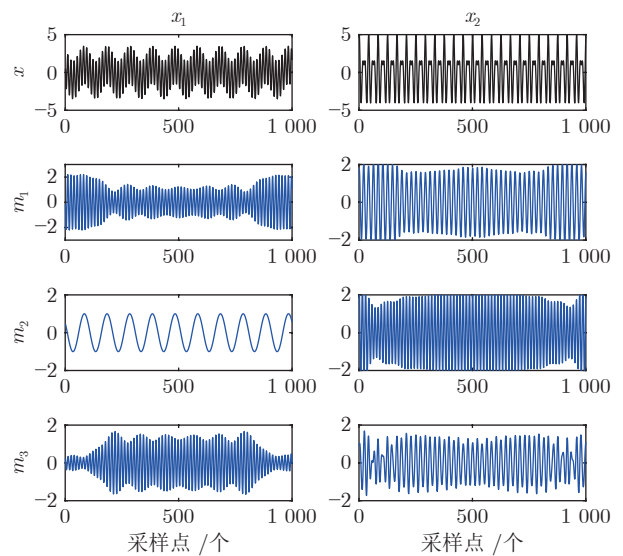


图 11 单变量 ICMD 分解多变量信号的结果

Fig. 11 The decomposition results of multivariate signals by the univariate ICMD

到了复数信号上, 并未充分挖掘其潜能. 很快, Rilling 等^[84] 受 RCEMD 的启发, 将双变量输入信号通过投影映射到单位圆上, 并在此基础上, 清晰明确地给出了在双变量空间中信号极值、均值和包络的定义,

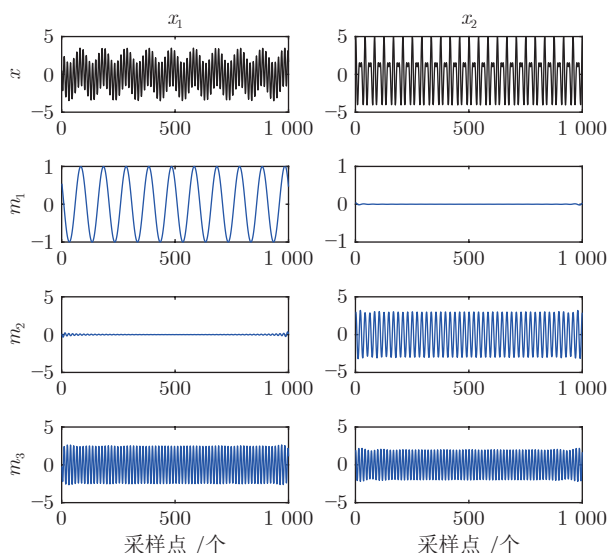


图 12 多变量 ICMD 分解多变量信号的结果

Fig. 12 The decomposition results of multivariate signals by the multivariate ICMD

正式提出了双变量 EMD (Bivariate empirical mode decomposition, BEMD). BEMD 的分解原理见图 13, 两种二维包络的均值计算示意图见图 14^[84], 图中曲线上蓝点表示极值点, 中心红点表示均值点. 图 15 进一步对二维局部极值点进行了说明, 根据微积分中局部极值点的相关定义, 当选择 Y 轴方向为投影方向时, A 点将被视为局部极大值点; 同样, B 点可视为相应的局部极小值点. 因此, 以投影方向为基准, 可将多变量数据的极值点与投影方向的极值点一一对应, 构成了后来基于高维空间投影的多变量信号分解技术的基础.

Ur Rehman 等^[88] 意识到 Rilling 等^[84] 的双变量拓展思路可以被推广到更多变量的情形. Ur Rehman 等^[88] 通过在高维空间中, 建立均匀分布的投影向量集, 分别计算输入信号在各个方向上的投影包络线, 然后通过计算包络线的均值, 定义多变量信号的局部均值函数, 并在此基础上, 提出三变量 EMD (Trivariate empirical mode decomposition, TEMD)^[88]、四变量 EMD (Quadrivariate empirical mode decomposition, QEMD)^[89] 和多变量 EMD (Multivariate empirical mode decomposition, MEMD) 算法^[75]. Ur Rehman 等^[75] 提出的 MEMD 算法正式开启了多变量信号分解与时频分析的新时代, 迅速受到了来自各个领域研究人员的关注. 目前, 已被应用于脑机接口^[90]、设备诊断^[91]、因果分析^[92]、地球物理^[93]、生物医学^[78] 等诸多领域. 然而, MEMD 也继承了原始 EMD 的所有局限性, 例如对采样频率敏感、噪声鲁棒性差以及 EMD 算法的经验性. 此外, MEMD

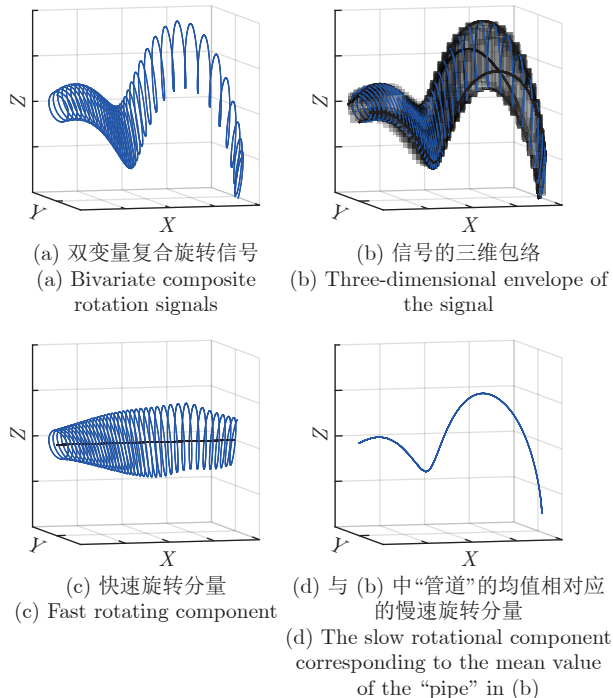


图 13 BEMD 的分解原理示意图

Fig. 13 Principle of the decomposition of BEMD

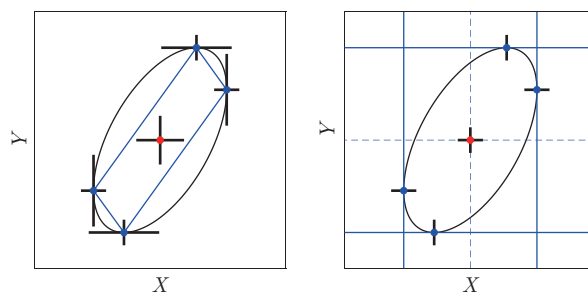


图 14 BEMD 的两种二维包络的均值计算示意图

Fig. 14 Schematic diagram of the calculation of the mean value of two envelopes of two-dimensional signal for BEMD

随着输入信号数目的增加, 计算量会出现指数型增长. 为了提高 MEMD 的计算效率, Lang 等^[94] 提出快速 MEMD 算法 (Fast multivariate empirical mode decomposition, FMEMD), 重新定义了多变量 IMF 的基本概念, 并在此基础上, 架构了 FMEMD 与 EMD 方法之间的映射关系, 使得 FMEMD 计算量与输入信号的数量无关. FMEMD 中一个双变量信号及其投影信号、局部均值和多变量 IMF 的示意图见图 16、图 17、图 18 和图 19.

Lang 等^[95-96] 创造性地提出了两种多变量形式的 ITD 算法, 分别称为间接多变量 ITD (Indirect multivariate intrinsic time-scale decomposition,

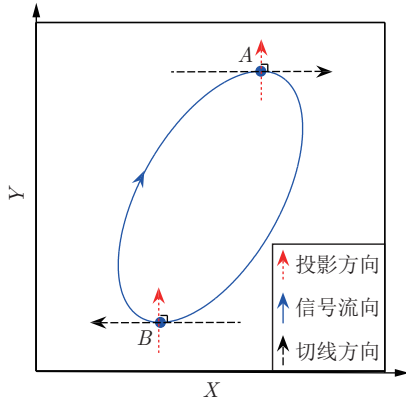


图 15 二维局部极值点示例

Fig.15 Example of two-dimensional local extreme points

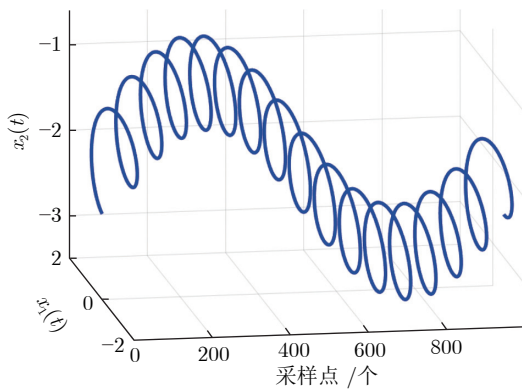


图 16 双变量信号

Fig.16 Bivariate signal

IMITD) 和直接多变量 ITD (Direct multi-variate intrinsic time-scale decomposition, DMITD). IMITD 与 FMEMD 的思路相似, 即通过定义多变量与单变量运算空间映射关系, 架构超定线性方程组, 以求解多变量分解结果. 需要指出的是, IMITD 使用 Halton-Hammersley 采样技术获得高维空间的采样点. 与使用等角度采样技术获得的采样点相比, Halton-Hammersley 采样可以使得采样点对高维空间的覆盖更加均匀.

等角度采样和 Halton-Hammersley 序列采样在三维球体上的采样点见图 20 和图 21. 可以看出, 等角度采样结果在球体两极更为集中, 不利于后续的均匀投影操作. IMITD 在局部特征处理上, 比 MEMD 的效果要好, 计算效率也较低, 但如果投影方向选择不恰当, 会导致 IMITD 不能正确提取出期望的基线, 从而引起 IMITD 分解产物没有物理意义.

DMITD 是通过恰当定义多变量极值点、多变量基线节点和多变量基线算子等概念, 直接拓展

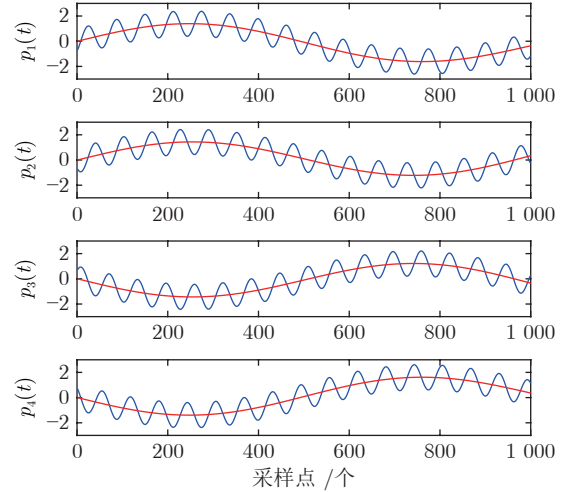


图 17 双变量信号的投影信号

Fig.17 Projection signal of bivariate signal

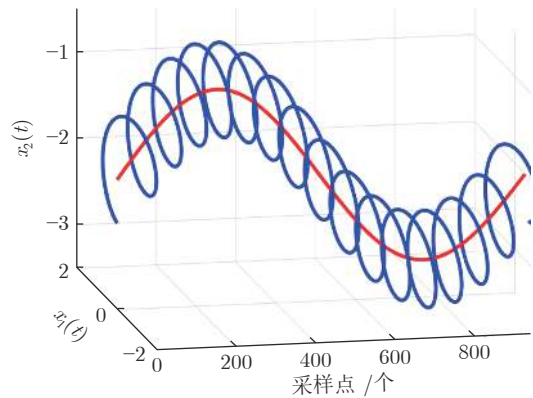


图 18 双变量信号的局部均值

Fig.18 Local mean of bivariate signal

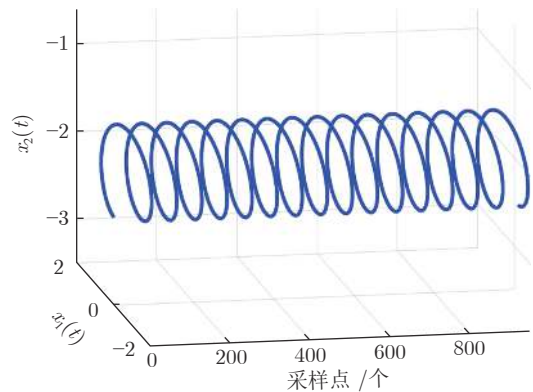


图 19 多变量 IMF

Fig.19 Multivariate IMF

ITD 算法至多变量情形, 实现 ITD 算法在多变量空间的运算操作. 与 IMITD 相比, DMITD 对投影方向的鲁棒性要好一些, 但运算效率低. 上述多变

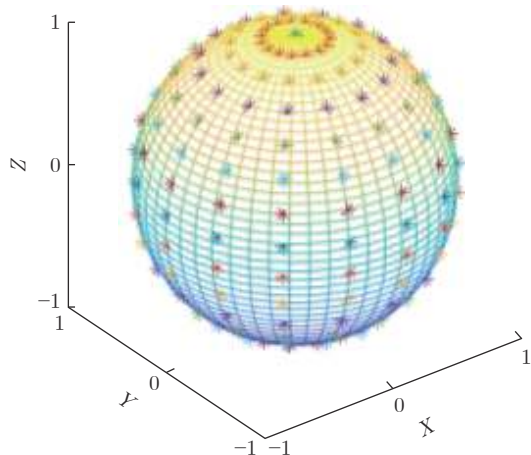


图 20 等角度采样

Fig. 20 Uniform angle sampling

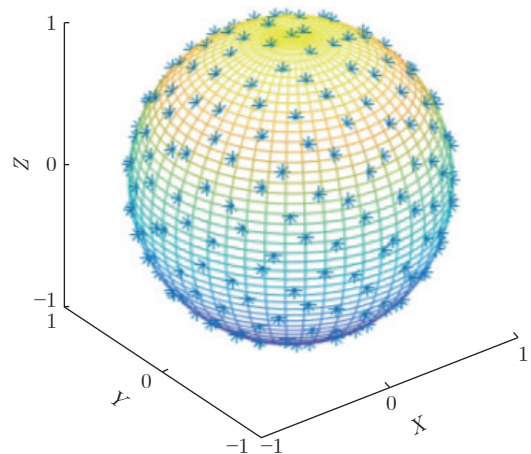


图 21 Halton-Hammersley 序列采样

Fig. 21 Halton-Hammersley sequences based sampling

量信号分解方法都继承了与之相对应的单变量信号分解的缺陷, 例如模态混叠与端点效应. 此外, 由于这些方法的思路是通过将多变量输入信号投影映射到高维的空间中再分解, 因此效果均与投影向量的数目和方向有关. 目前还没有明确的依据来确定投影方案, 相关研究尚待完善.

多变量 SST (Multivariate synchrosqueezed transform, MSST)^[97] 和多变量 EWT (Multivariate empirical wavelet transform, MEWT)^[98] 放弃了将输入多变量信号投影映射到高维空间的做法, 开辟了基于小波变换的多变量信号处理新思路. 具体地, MSST 首先对每个信号通道分别应用标准 SST 算法; 然后, 对时频域进行自适应划分, 以分离输入数据中的单模态多变量振荡; 最后, 估计出多变量瞬时频率和幅值, 并在此基础上, 计算出一个多变量同步压缩变换算子. MSST 可以得到多变量信号清

晰的时频谱, 对于探索性的数据分析非常有用. 但 MSST 只给出了时频谱表达, 不能重构模态, 因此 MSST 的应用范围是有限的^[97]. MEWT 首先采用模态估计过程来获取多变量数据中的最优信号; 然后, 对其相应的频谱进行分割, 以恢复出所有输入信号通道中的所有模态. 这种方法存在 EWT 固有的缺陷, 即需要基于有效的频谱分割来显式构造自适应小波滤波器组^[98], 这个缺陷对实际物理系统中的信号, 难以做到频谱的有效分割.

2019 年, 受单变量调制振荡信号推广至多变量形式的启发^[99-100], Ur Rehman 等^[83] 提出多变量 VMD 算法 (Multivariate variational mode decomposition, MVMD). 虽然 2017 年 Wang 等^[101] 就提出了复数 VMD (Complex variational mode decomposition, CVMD), 但 CVMD 遭遇了与 CEMD 一样的问题, 即仅局限于处理复数信号, 不适用于三变量以上的情况, 且无法保证复数信号的实部和虚部分解所得的 IMF 数量一致, 因此这种思路的适用性非常有限. MVMD 从输入多变量信号中, 寻找一组共同的多变量调制振荡, 这些振荡在完全重构输入数据所有通道的同时, 具有最小的带宽和. MVMD 是极具潜力的多变量信号分解方法, 这种拓展形式不仅继承了标准 VMD 的许多理想性质, 还展现出优良的模态齐整特性. MVMD 现已在风机故障诊断^[102]、脑电信号检测^[103]、基因工程^[104] 和信号消噪^[105] 等领域得到成功应用. 但 MVMD 直接将模态频谱的重心的估计作为中心频率, 因此不适宜处理带宽较大的时变信号. 此外, MVMD 也不能直观地提供时频信息.

目前, 大多数多变量信号处理方法局限于处理窄带信号, 对时变信号的分解能力有限, 因此 Chen 等^[77] 受 MVMD 的启发, 提出多变量非线性调频模态分解算法 (Multivariate nonlinear chirp mode decomposition, MNCMD), 解决了连续时变条件下多变量信号分解与时频分析问题. MNCMD 现已被成功应用于过程控制系统中的复杂多重厂级振荡根因分析^[106-107]. MNCMD 虽然在时变多元信号分解与时频表示任务上性能突出, 但是它的计算复杂度较高, 达到 $O(N^3)$. 随后, Chen 等^[85, 108] 进一步结合傅里叶级数建模, 提出多变量本征调频模态分解算法 (Multivariate intrinsic chirp mode decomposition, MICMD), 能够以 $O(N)$ 复杂度达到与 MNCMD 相似的时变多元信号分解和时频分析效果.

本节选用 MEMD、MVMD 和 MNCMD 作为代表性方法, 进行案例验证实验. 其中, MEMD 使用了高维空间投影的方式进行多变量拓展, 也是第

1 个多变量信号分解方法, 因此选之作为以高维空间投影进行多变量拓展的代表方法; MVMD 使用了多元调制振荡的方式进行多变量拓展, 因此选之作为这种多变量拓展方式的代表; MNCMD 是最近提出的能处理时变多元信号的分解方法, 因此选之以展示对时变多元信号的处理能力.

本文以多变量信号 (3) 为例, 该信号由四个通道组成: x_1 通道包含一个时变模态和两个时不变模态, x_2 通道只包含一个时变模态, x_3 通道包含两个时不变模态, x_4 通道包含一个时变模态和一个时不变模态. 信号中加入了噪声:

$$\begin{cases} x_1(t) = 2 \cos(2\pi \times 3t^2) + 1.7 \cos(2\pi \times 20t) + \\ \quad \cos(2\pi \times 40t) \\ x_2(t) = 1.5 \cos(2\pi \times 3t^2) \\ x_3(t) = 2 \cos\left(2\pi \times 20t + \frac{\pi}{3}\right) + 1.8 \cos(2\pi \times 40t) \\ x_4(t) = 1.8 \cos(2\pi \times 3t^2) + 2 \cos(2\pi \times 40t) \end{cases} \quad (3)$$

MEMD、MVMD 和 MNCMD 的分解结果见图 22、图 23 和图 24, 图中第 1 行为原始信号, $IMF_1 \sim IMF_5$ 为分解所得模态. 可以看出, 在 MEMD

的分解结果中, 产生了很多冗余模态, 虽然在该结果中, 时不变模态提取的效果不错, 但时变模态出现了严重的分裂现象; MVMD 虽然避免了 MEMD 产生冗余模态过多问题, 但由于其原理所限, 分解结果中的时变模态误差很大, 尤其是在时变模态的高频部分, 有一部分直接泄露到了第 2 个模态中; 而 MNCMD 能够很好地提取出这些时变和时不变模态, 并且表现出模态齐整性. 这些实验结果与本文中对各方法优缺点的分析是一致的.

综上所述, 多元信号分解历经 10 余年的发展, 涌现了诸多多元信号分解拓展方式, 例如高维空间投影和多元调制振荡等, 提出了很多各具特点的多元信号分解方法. 随着多元信号分解研究的兴起与蓬勃发展, 研究者们在过程中发现了新的问题, 给出了新的定义, 发展了新的概念, 揭示了新的性质, 极大丰富了信号分解的研究和应用范围. 表 2 总结了主要多元信号分解方法的优点和局限性.

3.2 多元信号分解应用

多元信号分解方法已经在很多领域得到了广泛应用. 本文以生物医学工程、工业控制系统、机械

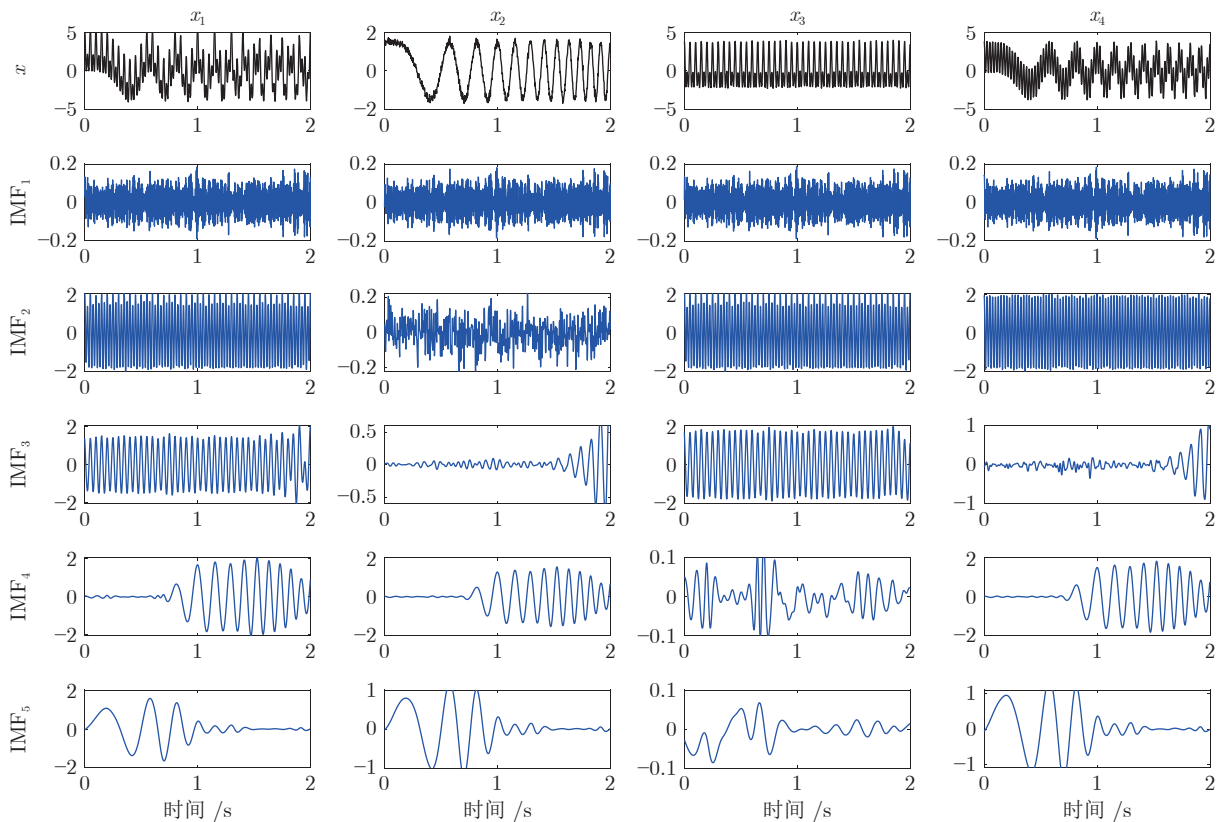


图 22 MEMD 的分解结果

Fig.22 The decomposition results of MEMD

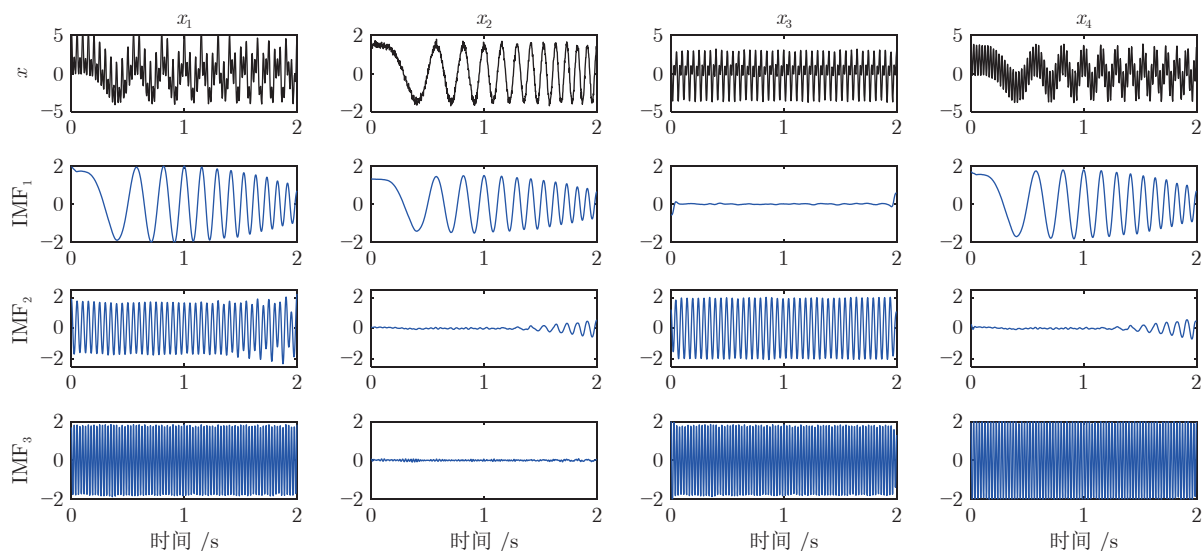


图 23 MVMD 的分解结果

Fig.23 The decomposition results of MVMD

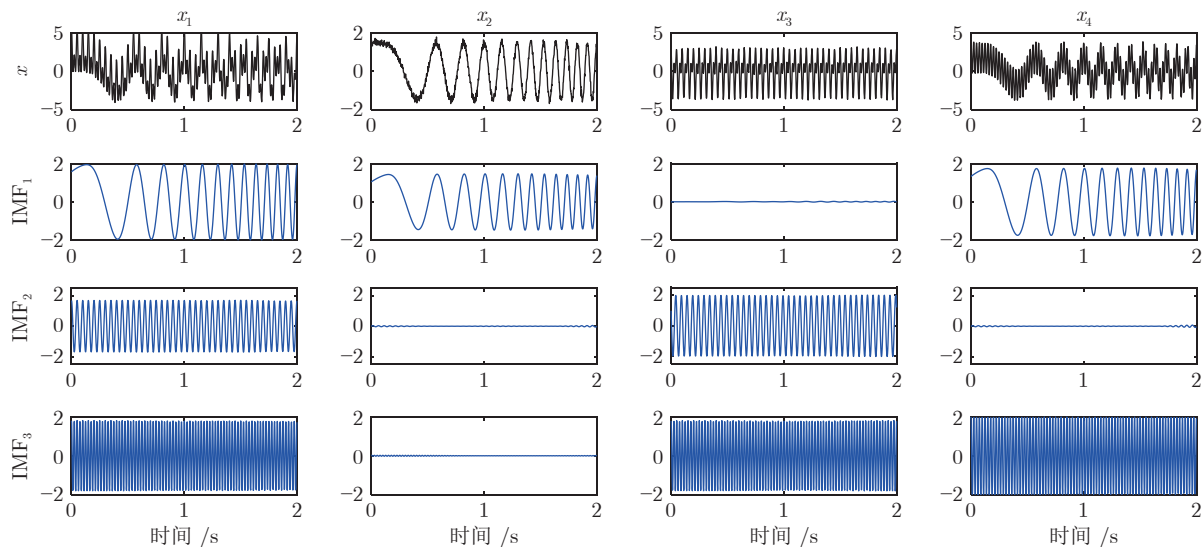


图 24 MNCMD 的分解结果

Fig.24 The decomposition results of MNCMD

故障监测、时间序列预测等领域的研究为例, 进行说明。

1) 在生物医学工程领域, 多元信号分解方法的典型应用是心电信号 ECG (Electroencephalogram) 和脑电信号 EEG 的处理。ECG 信号是反映心脏基本功能和病理信息的重要参考值。ECG 信号的采集需要在胸部的右上、左上、左下和右下侧连接多个导联, 以观察心电图的变化, 这就构成了多个信号通道, 形成了多变量信号。例如文献 [109-110] 使用 MEMD 处理 ECG 信号, 移除了基线漂移的影响, 提高了心血管疾病诊断的准确性。在进行脑

电数据采集时, 通常会根据需要选取不同数量的导联或电极点, 在不同的脑区采集 EEG 信号, 这就形成了多变量 EEG 信号。在脑机接口研究中, 各种复杂脑电信号的非稳定性和多通道性一直阻碍着常规基于基函数信号处理方法的应用及多通道同步分析。文献 [78, 111] 利用 MEMD 提取多通道脑电信号中的特征, 提升了癫痫疾病诊断效果。文献 [112] 利用 MVMD 分析多通道脑电信号的时频特征, 并在人类情感识别任务中取得了优异的性能。

2) 在工业控制系统中, 多变量信号分解方法在性能评估上也得到了广泛应用。由于控制系统的大

表 2 多元信号分解方法归类总结
Table 2 Classification and summary of multivariate signal decomposition methods

方法名称	拓展方式	优点	局限性
CEMD	复数性质	可处理复数信号	实部虚部模态数量可能不一致
RCEMD	复数空间 旋转概念	复数空间中极值定义明确, 实部虚部模态一致	局限于处理复数信号
BEMD	单位圆投影向量	可分解双变量信号	局限于处理双变量信号
TEMD	球面投影	可分解三变量信号	局限于处理三变量信号
QEMD	超球面投影	可分解四变量信号	局限于处理四变量信号
MEMD	高维空间投影	适用于双变量及多变量信号分解	投影向量的数量和方向敏感, 抗噪声能力差, 计算效率低
FMEMD	高维空间投影	大幅提高了 MEMD 的计算效率	投影向量的数量和方向敏感, 噪声鲁棒性略低于 MEMD
IMITD	高维空间投影	局部特征处理效果好, 计算效率高于 MEMD	投影向量的数量和方向会影响到基线提取
DMITD	高维空间投影	投影向量鲁棒性优于 IMITD	运算效率低于 IMITD
MSST	多变量振荡	时频谱清晰, 适用于探索性数据分析	不能直接重构模态
MEWT	多变量振荡	可以重构模态	需要有效的频谱分割, 来显示构造自适应小波滤波器组
CVMD	复数性质	噪声和采样频率鲁棒性好	局限于处理复数窄带信号, 参数影响大
MVMD	多变量调制振荡	噪声和采样频率鲁棒性好, 模态之间信息泄露少, 自适应多变量最优维纳滤波器	局限于处理窄带多变量信号, 参数影响大
MNCMD	多变量调制振荡	可对时变多元信号进行分解	复杂度高, 需要预估信号中的噪声水平和调整参数
MICMD	多变量调制振荡	适用于宽带多元信号分解与时频分析, 计算复杂度低, 参数鲁棒性好, 模态正交性强, 信息泄露少	在强噪声条件下, 分解性能下降, 零频分量波动较明显

规模、高集成、强耦合的特点^[113-114], 不同设备或单元之间会相互影响, 极易在系统的多个部位表现出相似的故障特征. 典型的例子是过程控制系统中的厂级振荡. 控制系统规模庞大、机理复杂, 使得厂级振荡表现出非线性、非平稳、多模态、强噪声等特征, 这影响了厂级振荡的检测和诊断效果, 严重时甚至威胁整个系统的稳定性和安全性^[115]. 文献 [95, 116-117] 分别使用了 MEMD、MITD 和 MNCMD, 对不同的工业控制系统厂级振荡数据进行分析, 一致认为, 多元信号分解方法是目前厂级振荡检测最主流和最有效的手段之一, 有利于提升控制系统性能水平.

3) 近年来, 多变量信号分解方法在机械故障监测领域得到了较多关注. 例如文献 [118] 将 MEMD 与 Teager 能量谱结合, 获取信号的故障特征信息, 实现微小故障特征的提取, 并在核主泵轴承外圈早期故障检测实际任务中的表现优于基于 EMD 的方法. 文献 [119] 在改进 MVMD 自适应性的基础上, 实现了一种具有突出优势的轴承故障诊断方法. 文献 [120] 利用 MNCMD 能处理时变多元信号的特点, 实现了对转子轴承系统在非平稳过程 (如启动和关闭) 中, 瞬时振动状态的实时分析与监测.

4) 多变量信号分解可以用于提升多变量时间序列预测性能. 因为现实时间序列数据往往具有高度非线性和非平稳特征, 多变量信号分解方法不仅能有效处理非线性和非平稳因素, 还能充分保留变

量之间的相关信息, 以提升多变量时间序列预测性能. 文献 [121] 提出一种基于 MEMD 和支持向量回归的混合预测模型, 它的新颖之处主要在于 MEMD 的应用, 使得多元数据分解能够有效提取不同相关变量之间的固有信息. 在多个数据集上的实验结果表明, 基于 MEMD 的混合模型是一种很有前景的电力峰值负荷预测方法. 除了电力负荷预测之外, 多元信号分解还广泛应用于各种行业的时间序列预测, 例如经济领域的股价指数预测^[122] 和原油价格预测^[123]、物理学中的太阳辐射预测^[124-125]、生态环境中的空气质量预测^[126] 等.

综上所述, 多元信号分解方法并不局限应用于某一类场景, 可以与多个学科交叉, 为各行各业赋能, 从而产生研究价值和应用价值. 目前, 多元信号分解方法的应用仍然在蓬勃发展中, 表 3 归纳总结了几种常见多元信号分解方法的适用场景.

4 总结与展望

非线性和非平稳是现实信号的普遍规律, 时频联合分析技术正是应现实科学研究和工程应用需求而产生和发展的. 瞬时频率是研究非平稳和非线性信号最有力的工具^[127], 但对于实际的非线性和非平稳信号, 由于 Bedrosian 定理^[128] 的限制, 难以直接求解瞬时频率^[129]. 一个自然的做法是将所研究的信号分解为一个一个单分量的信号, 每个单分量信号只包含一种振荡模态, 这就是基于信号分解的时频分

表 3 常见多元信号分解方法的适用场景
Table 3 Applicable scenarios of common multivariate signal decomposition methods

方法	适用场景
CEMD	只适用于复数信号
BEMD	只适用于双变量信号
MEMD	适合分析信噪比高, 实时性要求低, 采样频率足够高, 模态频率间隔两倍以上多元信号, 可以作为有效的探索性分析方法
FMEMD	适合分析信噪比高, 实时性要求高, 采样频率足够高, 模态频率间隔两倍以上信号; 数据量大时, 建议采用 FMEMD, 不采用 MEMD
IMITD	适合分析局部特征明显, 实时性要求高, 采样频率足够高的多元信号
DMITD	适合分析通道间差异大, 实时性要求低, 采样频率足够高的多元信号
CVMD	只适用于具有窄带性质的复数信号
MVMD	适用于分量频率范围不重叠的窄带多元信号, 处理宽带信号效果非常有限
MNCMD	适用于宽带多元信号, 但计算复杂度较高
MICMD	适用于宽带多元信号和时频曲线有交叉的多元信号, 计算复杂度较低

析研究最初的想法. 本文从单变量和多变量两个方面, 梳理了信号分解领域的发展历程与研究现状, 比较分析了主流信号分解方法的优缺点, 在此基础上, 本文认为未来可以从以下五个方向进一步探索:

1) 间歇信号分解理论与技术. 虽然 Xie 等^[130]结合 K 均值聚类方法, 提升了 ITD 处理间歇信号的能力, 但对于大多数方法, 特别是 VMD、NCMD、ICMD 等基于优化建模的信号分解方法, 均要求瞬时频率和瞬时幅值都是连续光滑函数, 这意味着间歇信号并不满足这些信号分解方法的假设条件, 因此现有的信号分解方法处理间歇信号的能力极为有限. 进一步地, 目前多变量间歇信号分解理论与技术是一个开放性问题. 对于 MEMD、MITD、MVMD、MNCMD 和 MICMD 等多元信号分解方法中出现的模态齐整特性, 在多变量间歇信号中该如何定义和体现, 仍然是一个尚未讨论的问题. 因此, 研究复杂间歇信号分解理论和开发复杂间歇信号时频分析技术, 对丰富信号分解与时频分析领域研究具有重要意义, 也将极大拓展信号分解理论方法应用范围^[131].

2) 自适应或无参化信号分解理论与技术. 虽然 SVM 等方法在一定程度上为特定的信号分解技术提供了参数整定或自适应更新方案, 但是这些方案依然会有一些超参数或阈值需要提前指定. 需要注意的是, 很多改进方案 (如 EEMD、CEEMD (Complementary ensemble empirical mode decomposition) 等), 虽然提升了 EMD 抗模态混叠和抗端点效应的能力, 但也引入了新的超参数; 另外, 还有一些多变量拓展方式也引入了超参数, 例如基于高维空间投影思路的多元信号分解方法就会引入投影向量方向和数量这两个超参数. 这些超参数会影响到信号分解方法在处理实际信号时的实用性和便捷性. 本文认为至少可以从以下两个角度来缓解这个问题: a) 将已有分解方法与参数寻优技术结合, 为

特定场景下的应用需求提供定制化的参数整定方案^[53, 132-134]; b) 研究新的参数自适应调整的或无参化的信号分解方法, 这具有相当的挑战性.

3) 新型多变量拓展技术. 多变量/多元/多通道信号分解与时频分析研究方兴未艾. 对于现有的多变量信号分解与时频分析技术, 目前主要是基于高维空间投影^[75, 94-95]和多变量调制振荡^[97, 100]两种多元拓展思路. 基于高维空间投影方法会带来投影向量方向和投影向量数目敏感性的问题, 基于多变量调制振荡方法则有时会出现零频分量波动的问题. 如何解决现有多变量拓展技术的不足和开发新的多变量拓展方案, 是一件富有挑战而又令人期待的任务.

4) 信号分解方法的理论完备性. 对于经典的基于经验性的 EMD、LMD、ITD 等方法, 虽然应用领域广泛、使用效果较好, 但是其缺乏严格的数学理论支持, 亟待能有如 Daubechies I. 那样能为小波变换奠定坚实理论基础的学者出现, 能将基于 EMD 的时频分析方法置于坚实的数学理论之上^[1]. 对于新兴的基于优化的 VMD、NCMD 等方法, 虽然具备优化模型的理论支持, 但其算法收敛性和结果唯一性的证明仍然是一个悬而未决的问题, 这使得在使用这类方法时仍然把握不足. 因此, 进一步完备信号分解理论基础, 明确算法收敛条件, 对该领域的长期化与实用化发展具有重大意义.

5) 新领域和交叉领域的探索融合. 信号分解属于基础的信号处理技术, 是工程学科的基础学科, 是一门“使能”学科, 它既可以探索新领域, 发现新需求, 又可以与传统学科领域结合起来, 为其他学科的传统需求赋能. 例如引力波的时频分析研究^[135], 机械、工业控制等领域的故障检测与诊断研究^[136-137]; 复杂系统因果分析研究^[106, 117]、脑机接口与生理疾病特征识别^[110]、新型冠状病毒肺炎相关问题分析与预测^[50, 138]、云计算集群中的复杂时序信号周期检测与

分解应用^[139-141]. 信号分解与 Transformer^[142] 结合提出的新型神经网络, 使单变量时序预测和多变量时序预测误差分别降低了 14.8% 和 22.6%^[143-144]. 诸如此类的旧问题与新需求广泛存在, 蓬勃发展的信号分解理论方法为这些问题和需求的解决提供了有效的新途径, 这些新领域和交叉领域的发展, 也启发着信号分解技术新的突破方向.

References

- Hu Guang-Shu. *Modern Signal Processing Tutorial*. Beijing: Tsinghua University Press, 2015.
(胡广书. 现代信号处理教程. 北京: 清华大学出版社, 2015.)
- Lang Xun. Research on Industrial Control Process Oscillation Detection and Diagnosis Based on Time-frequency Analysis [Ph.D. dissertation], Zhejiang University, China, 2019.
(郎恂. 基于时频分析的工业控制过程振荡检测及诊断研究 [博士学位论文], 浙江大学, 中国, 2019.)
- Huang N E, Shen Z, Long S R, Wu M C, Shih H H, Zheng Q, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences*, 1998, **454**(1971): 903-995
- Zou Hong-Xing, Zhou Xiao-Bo, Li Yan-Da. Time-frequency analysis: Backward and forward. *Acta Electronica Sinica*, 2000, **28**(9): 78-84
(邹红星, 周小波, 李衍达. 时频分析: 回溯与前瞻. 电子学报, 2000, **28**(9): 78-84)
- Cooley J W, Tukey J W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, 1965, **19**(90): 297-301
- Qian S, Chen D. *Joint Time-frequency Analysis: Methods and Applications*. New York: Prentice-Hall, 1996.
- Gabor D. Theory of communication. Part I: The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering*, 1946, **93**(26): 429-441
- Cohen L. Generalized phase-space distribution functions. *Journal of Mathematical Physics*, 1966, **7**(5): 781-786
- Wigner E P. *On the Quantum Correction for Thermodynamic Equilibrium*. Berlin: Springer, 1997. 110-120
- Qian T, Zhang L M, Li Z X. Algorithm of adaptive Fourier decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(12): 5899-5906
- Coifman R R, Steinerberger S, Wu H. Carrier frequencies, holomorphy, and unwinding. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 2017, **49**(6): 4838-4864
- Gilles J. Empirical wavelet transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(16): 3999-4010
- Khalidi K, Turki-Hadj A M, Boudraa A O. Voiced speech enhancement based on adaptive filtering of selected intrinsic mode functions. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, **2**(1): 65-80
- Looney D, Mandic D P. Multiscale image fusion using complex extensions of EMD. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(4): 1626-1630
- Lei Y, Lin J, He Z, Zuo M J. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, **35**(1-2): 108-126
- Zhang J Y, Xu X Z, Chen Q M, Xie L, Su H Y. Extracting fetal heart rate from abdominal ECGs based on fast multivariate empirical mode decomposition. In: Proceedings of the 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. New York, USA: IEEE, 2020. 648-653
- Basha G, Ouada T B M J, Marpu P R. Long-term projections of temperature, precipitation and soil moisture using non-stationary oscillation processes over the UAE region. *International Journal of Climatology*, 2015, **35**(15): 4606-4618
- Huang N E, Wu Z. A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies. *Reviews of Geophysics*, 2008, **46**(2): Article No. 007RG000228
- Huang N E, Attoh-Okine N O. *The Hilbert-Huang Transform in Engineering*. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- Huang N E. *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*. Singapore: World Scientific, 2014.
- Wu Z, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, **1**(1): 1-41
- Yeh J R, Shieh J S, Huang N E. Complementary ensemble empirical mode decomposition: A novel noise enhanced data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, **2**(2): 135-156
- Lang X, Ur Rehman N, Zhang Y F, Xie L, Su H Y. Median ensemble empirical mode decomposition. *Signal Processing*, 2020, **176**: Article No. 107686
- Liu Song-Hua, He Bing-Bing, Lang Xun, Chen Qi-Ming, Zhang Yu-Feng, Su Hong-Ye. Median complementary ensemble empirical mode decomposition. *Acta Automatica Sinica*, 2023, **49**(12): 2544-2557
(刘崧华, 何冰冰, 郎恂, 陈启明, 张榆锋, 苏宏业. 中值互补集合经验模态分解. 自动化学报, 2023, **49**(12): 2544-2557)
- Meignen S, Perrier V. A new formulation for empirical mode decomposition based on constrained optimization. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, **14**(12): 932-935
- Pustelnik N, Borgnat P, Flandrin P. Empirical mode decomposition revisited by multicomponent nonsmooth convex optimization. *Signal Processing*, 2014, **102**: 313-331
- Colominas M A, Schlotthauer G, Torres M E. An unconstrained optimization approach to empirical mode decomposition. *Digital Signal Processing*, 2015, **40**: 164-175
- Lin L, Wang Y, Zhou H. Iterative filtering as an alternative algorithm for empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, **1**(4): 543-560
- Wang Y, Wei G W, Yang S Y. Iterative filtering decomposition based on local spectral evolution kernel. *Journal of Scientific Computing*, 2012, **50**(3): 629-664
- Cicone A, Liu J F, Zhou H M. Adaptive local iterative filtering for signal decomposition and instantaneous frequency analysis. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2016, **41**(2): 384-411
- Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, **41**(12): 3397-3415
- Chen Shi-Qian, Peng Zhi-Ke, Zhou Peng. A review of research on signal decomposition and its application in mechanical fault diagnosis. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, **56**(17): 91-107
(陈是迁, 彭志科, 周鹏. 信号分解及其在机械故障诊断中的应用研究综述. 机械工程学报, 2020, **56**(17): 91-107)
- Hou T Y, Shi Z. Adaptive data analysis via sparse time-frequency representation. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2011, **3**(1-2): 1-28
- Hou T Y, Shi Z. Data-driven time-frequency analysis. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, **35**(2): 284-308
- Hou T Y, Shi Z Q. Sparse time-frequency representation of nonlinear and nonstationary data. *Science China Mathematics*,

- 2013, **56**(12): 2489–2506
- 36 Hou T Y, Shi Z. Sparse time-frequency decomposition based on dictionary adaptation. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2016, **374**(2065): 1–16
- 37 Peng S, Hwang W L. Adaptive signal decomposition based on local narrow band signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(7): 2669–2676
- 38 Guo B K, Peng S L, Hu X Y, Xu P C. Complex-valued differential operator-based method for multi-component signal separation. *Signal Processing*, 2017, **132**: 66–76
- 39 Smith J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data. *Journal of the Royal Society Interface*, 2005, **2**(5): 443–454
- 40 Frei M G, Osorio I. Intrinsic time-scale decomposition: Time-frequency-energy analysis and real-time filtering of nonstationary signals. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, **463**(2078): 321–342
- 41 Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, **30**(2): 243–261
- 42 Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1988, **41**(7): 909–996
- 43 Auger F, Flandrin P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, **43**(5): 1068–1089
- 44 Zheng J D, Pan H Y, Yang S B, Cheng J S. Adaptive parameterless empirical wavelet transform based time-frequency analysis method and its application to rotor rubbing fault diagnosis. *Signal Processing*, 2017, **130**: 305–314
- 45 Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **62**(3): 531–544
- 46 Chen S Q, Yang Y, Dong X J, Xing G P. Warped variational mode decomposition with application to vibration signals of varying-speed rotating machineries. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2018, **68**(8): 2755–2767
- 47 Zhang Y G, Pan G F, Chen B, Han J Y, Zhao Y, Zhang C H. Short-term wind speed prediction model based on GA-ANN improved by VMD. *Renewable Energy*, 2020, **156**: 1373–1388
- 48 Zhang T, Chen W Z, Li M Y. AR based quadratic feature extraction in the VMD domain for the automated seizure detection of EEG using random forest classifier. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2017, **31**: 550–559
- 49 Huang Y S, Gao Y L, Gan Y, Ye M. A new financial data forecasting model using genetic algorithm and long short term memory network. *Neurocomputing*, 2021, **425**: 207–218
- 50 Rabbouch H, Saadaoui H, Saadaoui F. VMD-based multiscaled LSTM-ARIMA to forecast post-COVID-19 us air traffic. In: *Proceedings of the International Conference on Decision Aid Sciences and Applications*. New York, USA: IEEE, 2022. 1678–1683
- 51 Huang N E, Wu Z, Long S R, Arnold K C, Chen X Y, Blank K. On instantaneous frequency. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, **1**(2): 177–229
- 52 Li Z P, Chen J L, Zi Y Y, Pan J. Independent-enceoriented VMD to identify fault feature for wheel set bearing fault diagnosis of high speed locomotive. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, **85**: 512–529
- 53 Lian J J, Liu Z, Wang H J, Dong X F. Adaptive variational mode decomposition method for signal processing based on mode characteristic. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **107**: 53–77
- 54 Cai G W, Wang L X, Yang D Y, Sun Z L, Wang B. Harmonic detection for power grids using adaptive variational mode decomposition. *Energies*, 2019, **12**(2): 1–16
- 55 Chen Q M, Lang X, Xie L, Su H Y. Detecting non-linear oscillations in process control loop based on an improved VMD. *IEEE Access*, 2019, **7**: 91446–91462
- 56 Zhu J, Wang C, Hu Z Y, Kong F R, Liu X C. Adaptive variational mode decomposition based on artificial fish swarm algorithm for fault diagnosis of rolling bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2017, **231**(4): 635–654
- 57 Zhang X, Miao Q, Zhang H, Wang L. A parameter-adaptive VMD method based on grasshopper optimization algorithm to analyze vibration signals from rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **108**: 58–72
- 58 Chen Q M, Chen J H, Lang X, Xie L, Ur Rehman N, Su H Y. Self-tuning variational mode decomposition. *Journal of the Franklin Institute*, 2021, **358**(15): 7825–7862
- 59 Chen S Q, Dong X J, Peng Z K, Zhang W M, Meng G. Nonlinear chirp mode decomposition: A variational method. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, **65**(22): 6024–6037
- 60 Meignen S, Pham D H, McLaughlin S. On demodulation, ridge detection, and synchrosqueezing for multicomponent signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, **65**(8): 2093–2103
- 61 Park B K, Boric-Lubecke O, Lubecke V M. Arctangent demodulation with DC offset compensation in quadrature Doppler radar receiver systems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2007, **55**(5): 1073–1079
- 62 Chen S Q, Yang Y, Peng Z K, Wang S B, Zhang W M, Chen X F. Detection of rub-impact fault for rotor-stator systems: A novel method based on adaptive chirp mode decomposition. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, **440**: 83–99
- 63 Yin W F, Yang X Z, Li L, Zhang L, Kitsuwat N, Oki E. Hear: Approach for heartbeat monitoring with body movement compensation by IR-UWB radar. *Sensors*, 2018, **18**(9): Article No. 3077
- 64 Chen S Q, Wang K Y, Chang C, Xie B, Zhai W M. A two-level adaptive chirp mode decomposition method for the railway wheel flat detection under variable-speed conditions. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, **498**: Article No. 115963
- 65 Chen S Q, Yang Y, Peng Z K, Dong X J, Zhang W M, Meng G. Adaptive chirp mode pursuit: Algorithm and applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, **116**: 566–584
- 66 Chen Q M, Chen J H, Lang X, Xie L, Jiang C L, Su H Y. Diagnosis of nonlinearity-induced oscillations in process control loops based on adaptive chirp mode decomposition. In: *Proceedings of the American Control Conference*. New York, USA: IEEE, 2020. 2772–2777
- 67 Chen Q M, Chen J H, Lang X, Xie L, Lu S, Su H Y. Detection and diagnosis of oscillations in process control by fast adaptive chirp mode decomposition. *Control Engineering Practice*, 2020, **97**: Article No. 104307
- 68 Chen Q M, Lang X, Xie L, Su H Y. Detecting oscillations via adaptive chirp mode decomposition. In: *Proceedings of the CAA Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes*. New York, USA: IEEE, 2019. 298–303
- 69 Chen S Q, Peng Z K, Yang Y, Dong X J, Zhang W M. Intrinsic chirp component decomposition by using Fourier series representation. *Signal Processing*, 2017, **137**: 319–327
- 70 Chen S Q, Dong X J, Xing G P, Peng Z K, Zhang W M, Meng G. Separation of overlapped non-stationary signals by ridge path regrouping and intrinsic chirp component decomposition. *IEEE Sensors Journal*, 2017, **17**(18): 5994–6005

- 71 Yang Y, Peng Z K, Dong X J, Zhang W M, Meng G. General parameterized time-frequency transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(11): 2751–2764
- 72 Chen S Q, Dong X J, Xiong Y Y, Peng Z K, Zhang W M. Non-stationary signal denoising using an envelope-tracking filter. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, **23**(4): 2004–2015
- 73 Dong X J, Chen S Q, Xing G P, Peng Z K, Zhang W M, Meng G. Doppler frequency estimation by parameterized time-frequency transform and phase compensation technique. *IEEE Sensors Journal*, 2018, **18**(9): 3734–3744
- 74 Tu X T, Bao W J, Hu Y, Abbas S, Li F C. Parameterized synchrosqueezing transform with application to machine fault diagnosis. *IEEE Sensors Journal*, 2019, **19**(18): 8107–8115
- 75 Ur Rehman N, Mandic D P. Multivariate empirical mode decomposition. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, **466**(2117): 1291–1302
- 76 Wang Z, Wong C M, Rosa A, Qian T, Wan F. Adaptive Fourier decomposition for multi-channel signal analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, **70**: 903–918
- 77 Chen Q M, Xie L, Su H Y. Multivariate nonlinear chirp mode decomposition. *Signal Processing*, 2020, **176**: Article No. 107667
- 78 Zahra A, Kanwal N, Ur Rehman N, Ehsan S, McDonald-Maier K D. Seizure detection from EEG signals using multivariate empirical mode decomposition. *Computers in Biology and Medicine*, 2017, **88**: 132–141
- 79 Han G, Lin B, Xu Z. Electrocardiogram signal denoising based on empirical mode decomposition technique: An overview. *Journal of Instrumentation*, 2017, **12**(3): Article No. P03010
- 80 Hao H, Wang H L, Ur Rehman N. A joint framework for multivariate signal denoising using multivariate empirical mode decomposition. *Signal Processing*, 2017, **135**: 263–273
- 81 Ur Rehman N, Abbas S Z, Asif A, Javed A, Naveed K, Manilo D. Translation invariant multi-scale signal denoising based on goodness-of-fit tests. *Signal Processing*, 2017, **131**: 220–234
- 82 Mandic D P, Ur Rehman N, Wu Z H, Huang N E. Empirical mode decomposition-based time-frequency analysis of multivariate signals: The power of adaptive data analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, **30**(6): 74–86
- 83 Ur Rehman N, Aftab H. Multivariate variational mode decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(23): 6039–6052
- 84 Rilling G, Flandrin P, Gonçalves P, Lilly J M. Bivariate empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, **14**(12): 936–939
- 85 Chen Q M, Lang X, Xie L, Su H Y. Multivariate intrinsic chirp mode decomposition. *Signal Processing*, 2021, **183**: Article No. 108009
- 86 Tanaka T, Mandic D P. Complex empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, **14**(2): 101–104
- 87 Altaf M U B, Gautama T, Tanaka T, Mandic D P. Rotation invariant complex empirical mode decomposition. In: Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. New York, USA: IEEE, 2007. 1009–1012
- 88 Ur Rehman N, Mandic D P. Empirical mode decomposition for trivariate signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **58**(3): 1059–1068
- 89 Ur Rehman N, Mandic D P. Quadrivariate empirical mode decomposition. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks. New York, USA: IEEE, 2010. 1–7
- 90 Park C, Looney D, Ur Rehman N, Ahrabian A, Mandic D P. Classification of motor imagery BCI using multivariate empirical mode decomposition. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2012, **21**(1): 10–22
- 91 Zhao X M, Patel T H, Zuo M J. Multivariate EMD and full spectrum based condition monitoring for rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, **27**: 712–728
- 92 Yu L A, Li J J, Tang L, Wang S. Linear and nonlinear granger causality investigation between carbon market and crude oil market: A multi-scale approach. *Energy Economics*, 2015, **51**: 300–311
- 93 Quqa S, Landi L, Diotallevi P P. Seismic structural health monitoring using the modal assurance distribution. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2021, **50**(9): 2379–2397
- 94 Lang X, Zheng Q M, Zhang Z M, Lu S, Xie L, Horch A, et al. Fast multivariate empirical mode decomposition. *IEEE Access*, 2018, **6**: 65521–65538
- 95 Lang X, Zhang Z M, Xie L, Horch A, Su H Y. Time-frequency analysis of plant-wide oscillations using multivariate intrinsic time-scale decomposition. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2018, **57**(3): 954–966
- 96 Lang X, Zheng Q, Xie L, Horch A, Su H Y. Direct multivariate intrinsic time-scale decomposition for oscillation monitoring. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, **28**(6): 2608–2615
- 97 Ahrabian A, Looney D, Stanković L, Mandic D P. Synchrosqueezing-based time-frequency analysis of multivariate data. *Signal Processing*, 2015, **106**: 331–341
- 98 Yadav U, Abbas S N, Hatzinakos D. Evaluation of PPG biometrics for authentication in different states. In: Proceedings of the International Conference on Biometrics. New York, USA: IEEE, 2018. 277–282
- 99 Lilly J M. Modulated oscillations in three dimensions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(12): 5930–5943
- 100 Lilly J M, Olhede S C. Analysis of modulated multivariate oscillations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **60**(2): 600–612
- 101 Wang Y X, Liu F Y, Jiang Z S, He S L, Mo Q Y. Complex variational mode decomposition for signal processing applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, **86**: 75–85
- 102 Yan X A, Liu Y, Xu Y D, Jia M P. Multichannel fault diagnosis of wind turbine driving system using multivariate singular spectrum decomposition and improved Kolmogorov complexity. *Renewable Energy*, 2021, **170**: 724–748
- 103 Das K, Pachori R B. Schizophrenia detection technique using multivariate iterative filtering and multichannel EEG signals. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, **67**: Article No. 102525
- 104 Zheng Q, Chen T, Zhou W X, Xie L, Su H Y. Gene prediction by the noise-assisted MEMD and wavelet transform for identifying the protein coding regions. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 2021, **41**(1): 196–210
- 105 Cao P P, Wang H L, Zhou K J. Multichannel signal denoising using multivariate variational mode decomposition with subspace projection. *IEEE Access*, 2020, **8**: 74039–74047
- 106 Chen Q M, Xu X Z, Shi Y, Xie L, Su H Y. MNCMD-based causality analysis of plant-wide oscillations for industrial process control system. In: Proceedings of the Chinese Automation Congress. New York, USA: IEEE, 2020. 5617–5622
- 107 Chen Q M, Fei X, Xie L, Wang Q B. Causality analysis in process control based on denoising and periodicity-removing CCM. *Journal of Intelligent Manufacturing and Special Equipment*, 2020, **1**(1): 25–41
- 108 Chen Q M, Lang X, Pan Y, Shi Y, Xie L, Su H Y. Detecting multiple plant-wide oscillations in process control systems based on multivariate intrinsic chirp component decomposition.

- In: Proceedings of the CAA Symposium on Fault Detection, Supervision, and Safety for Technical Processes. New York, USA: IEEE, 2021. 1–6
- 109 Gupta P, Sharma K K, Joshi S D. Baseline wander removal of electrocardiogram signals using multivariate empirical mode decomposition. *Healthcare Technology Letters*, 2015, **2**(6): 164–166
- 110 Lang X, He B B, Zhang Y, Chen Q M, Xie L. Adaptive clutter filtering for ultrafast Doppler imaging of blood flow using fast multivariate empirical mode decomposition. In: Proceedings of the International Ultrasonics Symposium. New York, USA: IEEE, 2021. 1–4
- 111 Liu Yuan. BCI Signal Processing Based on Multivariate EMD [Master thesis], Yanshan University, China, 2013.
(刘源. 基于多元 EMD 的 BCI 信号处理研究 [硕士学位论文], 燕山大学, 中国, 2013.)
- 112 Padhmashree V, Bhattacharyya A. Human emotion recognition based on time-frequency analysis of multivariate EEG signal. *Knowledge-Based Systems*, 2022, **238**: Article No. 107867
- 113 Shi Y, Zhang Z M, Sun P, Xie L, Chen Q M, Su H Y, et al. Two-layer structure strategy for large-scale systems integrating online adaptive constraints adjustment method and cooperative distributed DMC algorithm. *Control Engineering Practice*, 2021, **116**: Article No. 104932
- 114 Shi Y, Zhang Z M, Hu X R, Sun P, Xie L, Chen Q M, et al. SVD-based robust distributed MPC for tracking systems coupled in dynamics with global constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022: 1–12
- 115 Zhang Q, Lu S, Xie L, Chen Q M, Su H Y. Quality-relevant process monitoring with concurrent locality-preserving dynamic latent variable method. *ACS Omega*, 2022, **7**(31): 27249–27262
- 116 Aftab M F, Hovd M, Sivalingam S. Plant-wide oscillation detection using multivariate empirical mode decomposition. *Computers & Chemical Engineering*, 2018, **117**: 320–330
- 117 Chen Q M, Lang X, Lu S, Ur Rehman N, Xie L, Su H Y. Detection and root cause analysis of multiple plant-wide oscillations using multivariate nonlinear chirp mode decomposition and multivariate granger causality. *Computers & Chemical Engineering*, 2021, **147**: Article No. 107231
- 118 Li S L, Ma J. Early fault feature extraction of nuclear main pump based on MEMD-1.5 dimensional Teager energy spectrum. In: Proceedings of the 9th Data Driven Control and Learning Systems Conference. New York, USA: IEEE, 2020. 111–116
- 119 Song Q Y, Jiang X X, Wang S, Guo J F, Huang W G, Zhu Z K. Self-adaptive multivariate variational mode decomposition and its application for bearing fault diagnosis. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, **71**: 1–13
- 120 Huang J, Cui X L, Li C S, Xiao Z H, Chen Q M. Multivariate time-varying complex signal processing framework and its application in rotating machinery rotor-bearing system. *Measurement Science and Technology*, 2022, **33**(12): Article No. 125114
- 121 Huang Y M, Hasan N, Deng C R, Bao Y K. Multivariate empirical mode decomposition based hybrid model for dayahead peak load forecasting. *Energy*, 2022, **239**: Article No. 122245
- 122 Huang Y M, Deng C R, Zhang X Y, Bao Y K. Forecasting of stock price index using support vector regression with multivariate empirical mode decomposition. *Journal of Systems and Information Technology*, 2022, **24**(2): 75–95
- 123 Tang L, Zhang C Y, Li L, Wang S Y. A multiscale method for forecasting oil price with multifactor search engine data. *Applied Energy*, 2020, **257**: Article No. 114033
- 124 Prasad R, Ali M, Xiang Y, Khan H. A double decomposition-based modelling approach to forecast weekly solar radiation. *Renewable Energy*, 2020, **152**: 9–22
- 125 Prasad R, Ali M, Kwan P, Khan H. Designing a multistage multivariate empirical mode decomposition coupled with ant colony optimization and random forest model to forecast monthly solar radiation. *Applied Energy*, 2019, **236**: 778–792
- 126 Yuan W Y, Wang K Q, Bo X, Tang L, Wu J J. A novel multifactor & multiscale method for PM2.5 concentration forecasting. *Environmental Pollution*, 2019, **255**: Article No. 113187
- 127 Boashash B, Reilly A P. *Algorithms for Time-frequency Signal Analysis*. London: Longman Cheshire, 1992.
- 128 Nuttall A H, Bedrosian E. On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals. *Proceedings of the IEEE*, 1966, **54**(10): 1458–1459
- 129 Boashash B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals. *Proceedings of the IEEE*, 1992, **80**(4): 520–538
- 130 Xie L, Lang X, Horch A, Yang Y X. Online oscillation detection in the presence of signal intermittency. *Control Engineering Practice*, 2016, **55**: 91–100
- 131 Zhong T, Qu J F, Fang X Y, Li H, Wang Z P. The intermittent fault diagnosis of analog circuits based on EEMD-DBN. *Neurocomputing*, 2021, **436**: 74–91
- 132 Nazari M, Sakhaei S M. Successive variational mode decomposition. *Signal Processing*, 2020, **174**: Article No. 107610
- 133 He X Z, Zhou X Q, Yu W N, Hou Y X, Mechefske C K. Adaptive variational mode decomposition and its application to multi-fault detection using mechanical vibration signals. *ISA Transactions*, 2021, **111**: 360–375
- 134 Liu Jian-Chang, Quan He, Yu Xia, He Kan, Li Zhen-Hua. Rolling bearing fault diagnosis based on parameter optimization VMD and sample entropy. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(3): 808–819
(刘建昌, 权贺, 于霞, 何侃, 李镇华. 基于参数优化 VMD 和样本熵的滚动轴承故障诊断. 自动化学报, 2022, **48**(3): 808–819)
- 135 Singh P, Singhal A, Joshi S D. Time-frequency analysis of gravitational waves. In: Proceedings of the International Conference on Signal Processing and Communications. New York, USA: IEEE, 2018. 197–201
- 136 Mao Wen-Tao, Tian Si-Yu, Dou Zhi, Zhang Di, Ding Ling. A new deep transfer learning-based online detection method of rolling bearing early fault. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(1): 302–314
(毛文涛, 田思雨, 窦智, 张迪, 丁玲. 一种基于深度迁移学习的滚动轴承早期故障在线检测方法. 自动化学报, 2022, **48**(1): 302–314)
- 137 Liu S H, He B B, Chen Q M, Lang X, Zhang Y F. Median complementary ensemble empirical mode decomposition and its application to time-frequency analysis of industrial oscillations. In: Proceedings of the Chinese Control Conference. New York, USA: IEEE, 2021. 2999–3004
- 138 Hasan N. A methodological approach for predicting COVID-19 epidemic using EEMD-ANN hybrid model. *Internet of Things*, 2020, **11**: Article No. 100228
- 139 Wen Q S, Gao J K, Song X M, Sun L, Xu H, Zhu S H. RobustSTL: A robust seasonal-trend decomposition algorithm for long time series. In: Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. Palo Alto, USA: AAAI, 2019. 5409–5416
- 140 Wen Q S, He K, Sun L, Zhang Y Y, Ke M, Xu H. RobustPeriod: Robust time-frequency mining for multiple periodicity detection. In: Proceedings of the International Conference on Management of Data. New York, USA: ACM, 2021. 2328–2337
- 141 Wen Q S, Yang L, Zhou T, Sun L. Robust time series analysis and applications: An industrial perspective. In: Proceedings of the 28th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery

and Data Mining. New York, USA: ACM, 2022. 4836–4837

- 142 Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, Uszkoreit J, Jones L, Gomez A, et al. Attention is all you need. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2017, **30**: 312–320
- 143 Zhou T, Ma Z Q, Wen Q S, Wang X, Sun L, Jin R. FED-former: Frequency enhanced decomposed transformer for long-term series forecasting. In: *Proceedings of the 39th International Conference on Machine Learning*. New York, USA: PMLR, 2022. 27268–27286
- 144 Wen Q S, Zhou T, Zhang C L, Chen W Q, Ma Z Q, Yan J C, et al. Transformers in time series: A survey. *arXiv preprint arXiv: 2202.07125*, 2022.



陈启明 浙江大学工业控制技术国家重点实验室博士研究生、阿里巴巴达摩院高级算法工程师。主要研究方向为信号分解与时频分析, 控制系统性能评估。

E-mail: chenqiming@zju.edu.cn

(**CHEN Qi-Ming** Ph.D. candidate

at the State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, and senior algorithm engineer at the Damo Academy, Alibaba Group. His research interest covers signal decomposition & time-frequency analysis and control system performance evaluation.)



文青松 阿里巴巴达摩院高级算法专家。主要研究方向为时间序列异常检测与预测。 E-mail: qingsong.wen@alibaba-inc.com

(**WEN Qing-Song** Staff algorithm engineer at the Damo Academy, Alibaba Group. His research interest

covers time series anomaly detection and forecasting.)



郎 恂 云南大学信息学院副教授。分别于 2014 年和 2019 年获得浙江大学学士和博士学位。主要研究方向为信号处理, 控制系统性能评估。本文通信作者。

E-mail: langxun@ynu.edu.cn

(**LANG Xun** Associate professor at

the School of Information, Yunnan University. He received his bachelor and Ph.D. degrees from Zhejiang University in 2014 and 2019, respectively. His research interest covers signal processing and control system performance evaluation. Corresponding author of this paper.)



谢 磊 浙江大学教授。分别于 2000 年和 2005 年获得浙江大学学士和博士学位。主要研究方向为信号处理, 控制系统性能评估。

E-mail: leix@iipc.zju.edu.cn

(**XIE Lei** Professor at Zhejiang

University. He received his bachelor and Ph.D. degrees from Zhejiang University in 2000 and 2005, respectively. His research interest covers signal processing and control system performance evaluation.)



苏宏业 浙江大学教授。主要研究方向为控制理论与控制工程。

E-mail: hysu69@zju.edu.cn

(**SU Hong-Ye** Professor at Zhejiang University. His research interest covers control theory and control engineering.)