



## 基于分层控制策略的六轮滑移机器人横向稳定性控制

于力率 苏晓杰 孙少欣 焦春亭

### Lateral Stability Control of Six-wheeled Skid-steering Robot Based on Hierarchical Control Strategy

YU Li-Shuai, SU Xiao-Jie, SUN Shao-Xin, JIAO Chun-Ting

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16383/j.aas.c220326>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### 未建模动态对Buck变换器滑模控制系统的影响分析

Influence of Unmodeled Dynamics on Sliding Mode Controlled Buck Converter

自动化学报. 2020, 46(11): 2472–2478 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c180535>

### 基于NDOB的匹配/非匹配不确定性系统滑模控制

SMC for Systems With Matched and Mismatched Uncertainties and Disturbances Based on NDOB

自动化学报. 2017, 43(7): 1257–1264 <https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.e160014>

### 高速动车组强耦合模型的分布式滑模控制策略

Distributed Sliding Mode Control Strategy for High-speed EMU Strong Coupling Model

自动化学报. 2020, 46(3): 495–508 <https://doi.org/10.16383/j.aas.190216>

### 一种基于最优状态点的无人车路径跟踪横向控制方法

Path Tracking Lateral Control of Self-driving Vehicles Based on the Optimal State Point

自动化学报. 2019, 45(10): 1883–1892 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c170531>

### 基于非线性干扰观测器的飞机全电刹车系统滑模控制设计

Sliding Mode Control Design of Aircraft Electric Brake System Based on Nonlinear Disturbance Observer

自动化学报. 2021, 47(11): 2557–2569 <https://doi.org/10.16383/j.aas.c201041>

### 基于无模型自适应控制的无人驾驶汽车横向控制方法

Model-free Adaptive Control Based Lateral Control of Self-driving Car

自动化学报. 2017, 43(11): 1931–1940 <https://doi.org/10.16383/j.aas.2017.e160633>

# 基于分层控制策略的六轮滑移机器人横向稳定性控制

于力率<sup>1</sup> 苏晓杰<sup>1</sup> 孙少欣<sup>1</sup> 焦春亭<sup>1</sup>

**摘要** 六轮野外机器人通常体积庞大,难以建立其动力学模型.采用传统的速度控制方法很难保证机器人的横向稳定性.为解决这一问题,开展基于分层控制策略的六轮滑移机器人横向稳定性控制研究.首先分析整车受力情况,建立六轮滑移机器人的动力学模型.其次,设计基于分层控制策略的动力学控制器,其中上层为基于改进趋近律的滑模控制器,实现对期望横摆角速度的跟踪;下层为基于附着率最优的转矩分配控制器,该控制器可以保证机器人行驶的横向稳定性.最后,在不同工况下进行仿真实验,并搭建实验平台进行实物测试.结果表明设计的控制器可以有效提高机器人的横向稳定性.

**关键词** 分层控制策略, 横向稳定性, 滑移转向, 滑模控制, 转矩分配

**引用格式** 于力率, 苏晓杰, 孙少欣, 焦春亭. 基于分层控制策略的六轮滑移机器人横向稳定性控制. 自动化学报, 2023, 49(7): 1421-1432

**DOI** 10.16383/j.aas.c220326

## Lateral Stability Control of Six-wheeled Skid-steering Robot Based on Hierarchical Control Strategy

YU Li-Shuai<sup>1</sup> SU Xiao-Jie<sup>1</sup> SUN Shao-Xin<sup>1</sup> JIAO Chun-Ting<sup>1</sup>

**Abstract** The six-wheeled outdoor robots are usually bulky and their dynamic models are difficult to obtain. Therefore it is difficult to guarantee the lateral stability of the robots by using traditional speed control methods. To solve this problem, this paper investigates the lateral stability control of a class of six-wheeled skid-steering robots based on a hierarchical control strategy. Firstly the dynamic model of the robots is established through thorough force analysis. Then a hierarchical control strategy is proposed in which a sliding mode controller based on the improved reaching law is designed for the upper layer to make the yaw speed track the desired rate. The torque distributor is designed for the second layer based on the optimal adhesion ratio to ensure the lateral stability of the robots. Finally, simulations are carried out under different conditions, and a test platform is built for experimental test. The results show that the hierarchical control strategy can effectively improve the lateral stability of the robots.

**Key words** Hierarchical control strategy, lateral stability, skid-steering, sliding mode control, torque distribution

**Citation** Yu Li-Shuai, Su Xiao-Jie, Sun Shao-Xin, Jiao Chun-Ting. Lateral stability control of six-wheeled skid-steering robot based on hierarchical control strategy. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(7): 1421-1432

运动控制是移动机器人研究领域中的核心问题之一,机器人运动的横向稳定性是指机器人抵抗横向侧滑和侧倾的能力.在转弯时,若机器人超过横

向稳定范围,就会发生侧滑或侧倾等事故.影响机器人横向稳定性的因素一般包括机器人运行速度、路面附着条件、底盘受力和底盘的结构等.

轮式底盘是机器人底盘的一个重要分支,在各类轮式机器人模型中,轮式滑移转向机器人没有单独的转向机构,通过左右两侧车轮差速转动完成转向.这类机器人具有结构简单、转向灵活的特点,广泛应用于野外任务中<sup>[4]</sup>.轮式滑移转向机器人一般分为两轮、四轮、六轮等类型.其中六轮滑移机器人作为一种典型的欠驱动系统,本身控制难度高,车轮相对地面存在的滑动摩擦力比两轮、四轮更大,也更难以观测.在野外作业时,机器人常常面临频繁且未知的外部干扰,这进一步增加了机器人横向控制难度.对于较为平坦的理想路面环境,基于运动学模型设计的运动控制器可以满足机器人的控制

收稿日期 2022-04-24 录用日期 2022-09-26

Manuscript received April 24, 2022; accepted September 26, 2022

广东省重点研发计划(2020B0909020001),国家自然科学基金(62173051, 62103066, 62003061),中国博士后科学基金(2021TQ0392, 2021M700592),重庆市技术创新与应用发展专项重点项目(cstc2021jscx-gksbX0030)资助

Supported by Key Research and Development Program of Guangdong (2020B0909020001), National Natural Science Foundation of China (62173051, 62103066, 62003061), Postdoctoral Science Foundation of China (2021TQ0392, 2021M700592), and Special Key Projects of Technological Innovation and Application Development of Chongqing (cstc2021jscx-gksbX0030)

本文责任编辑 李鸿一

Recommended by Associate Editor LI Hong-Yi

1. 重庆大学自动化学院 重庆 400044

1. School of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044

性能要求<sup>[2]</sup>. 但对于在野外行驶的六轮滑移机器人, 则需要基于机器人动力学模型, 设计动力学控制器, 以保障其在野外运行时的横向稳定性. 动力学控制器的控制输出一般为车轮电机的力或者转矩, 通过转矩可对机器人进行动力学层面的控制, 从而提高控制性能. 要想得到更好的动力学控制效果, 首先需要为机器人建立精确的动力学模型.

轮式滑移转向机器人不同于传统的 Ackermann 转向机器人有转向机构, 而是依靠机器人左右两侧车轮的速度不同实现转向, 因此可以实现原地转向. 滑移机器人优秀的转向特性让其动力学建模成为了研究热点. Maclaurin 等<sup>[3]</sup> 将滑移转向与 Ackermann 转向模型进行了详尽的对比研究, 分析了现代滑移转向车辆的基本性能, 显示滑移转向车辆通常转向过度, 而 Ackermann 转向车辆转向不足. Yu 等<sup>[4]</sup> 考虑车胎受力、胎面与地面间的滚动摩擦系数、剪切形变等因素, 建立了滑移转向模型的一般平面运动和线性空间运动的动力学模型, 并进行了实验验证. Liao 等<sup>[5]</sup> 将底盘运动学、底盘动力学和车轮动力学集成在整车的动力学模型中, 设计虚拟摩擦驱动力, 模拟了车轮-地面相互作用, 使模型更加准确. Tang 等<sup>[6]</sup> 通过估计低压充气车轮与松软地面之间的相对运动, 计算施加在轮胎上的力和扭矩, 进而建立轮式底盘的动力学模型, 该方法优化了求解过程、提高了计算效率, 可以准确模拟这类车轮在松软地面上的运动性能.

在动力学模型基础上设计的动力学控制器通常将用户的操作指令经过硬件或软件转换成机器人的期望输入, 对其进行跟踪. Du 等<sup>[7]</sup> 采用自适应速度跟踪控制器, 主动适应车轮旋转阻力, 通过自动调整扭矩指令, 可以有效避免在低摩擦条件下产生过多的滑移, 但对于在野外路面行驶的滑移转向机器人来说, 摩擦力特别是车轮滑动摩擦力通常难以避免. 熊璐等<sup>[8]</sup> 在反馈控制的基础上增加了前馈控制, 使整车质心侧偏角变化率保持稳定, 但是质心侧偏角的观测十分复杂, 很难得到准确的观测值. 王昕煜等<sup>[9]</sup> 利用多传感器融合的方法, 通过单目相机、轮式里程计及惯性测量单元 (Inertial measurement unit, IMU) 对机器人速度进行观测, 并且用增量式比例-积分-微分 (Proportion-integration-differentiation, PID) 控制器得到机器人的速度控制系统, 然而该方法更适合室内机器人. 因为对于野外差速滑移机器人来说, 里程计误差更大, IMU 波动也更大, 单目相机面对的光线更为复杂. 贾松敏等<sup>[10]</sup> 针对未知轮子打滑干扰问题为全向移动机器人设计自抗扰反步控制器, 从纵向控制、横向控制及姿态

控制上对打滑干扰实时估计与补偿. 机器人等自主无人系统通常由感知识别、决策规划和控制执行三大模块构成, 控制执行模块一般需跟踪决策规划模块下发的整车直驶速度与横摆角速度指令. 王玉琼等<sup>[11]</sup> 针对高速无人驾驶车辆运动控制过程提出了综合前馈-反馈以及自抗扰控制 (Active disturbance rejection control, ADRC) 补偿相结合的横向控制算法, 该算法提高了无人驾驶车辆高速运动时的横向稳定性及轨迹跟踪性能, 但是不适用于滑移转向方式的机器人底盘. Ni 等<sup>[12]</sup> 考虑操纵和驾驶极限状态下的干扰, 设计基于鲁棒  $H_\infty$  输出反馈方法的横向控制器, 保证了自动驾驶车辆的横纵稳定性, 但是该研究的控制器是针对行驶在平坦路面的自动驾驶赛车设计的, 对于野外颠簸路面适应性不足.

在多轮驱动的底盘动力学控制中, 需要将控制器输出的总力或总转矩以合适的方式分配到每个车轮电机上. Shino 等<sup>[13]</sup> 提出了基于驱/制动力分配的直接横摆转矩控制, 提高了整车的操控性和稳定性, 但直接分配的转矩分配控制器对于野外颠簸路面适用性较差. 续丹等<sup>[14]</sup> 基于系统能效最优的思想得到转矩优化函数, 提高了整车经济效益并且有效节省能量, 但是在车轮左右受力不均的情况下, 整车能效最优可能会导致整车转向不足. 李庆望等<sup>[15]</sup> 考虑车辆出现单轮失效情况时的稳定性, 将电机失效程度纳入约束条件中对各轮力矩进行分配, 保证车辆在车轮失效时不出现打滑或侧倾等事故. 闫永宝等<sup>[16]</sup> 以车辆附着裕度最高为优化目标, 实现六轮电机驱动力分配, 降低了车辆侧倾的风险.

综上所述, 针对目前研究存在的问题, 本文研究六轮独立驱动滑移机器人的横向稳定性控制. 其主要贡献如下.

1) 引入了六轮独立驱动滑移机器人的轮胎受力模型, 在轮胎受力模型的基础上建立了机器人整体的动力学模型. 与传统运动学模型相比, 本文动力学模型引入了轮胎力, 对轮胎力的分析可以让机器人的整体动力学模型更准确, 有利于控制的稳定性. 同时考虑到传统 Ackermann 底盘中, 方向盘转角与前轮转角有一定的映射关系, 故本文为差速滑移机器人建立驱动映射模型, 建立方向盘角度与机器人运行状态的映射关系, 更贴近控制者实际操作习惯.

2) 针对机器人控制系统设计了分层策略, 上层基于改进趋近律设计滑模控制器, 可以在快速稳定的同时有效降低机器人在起伏路面运行时的滑模抖振; 下层提出基于整车附着利用率最优的转矩分配控制器, 显著提高机器人运动时的横向稳定性, 并

且可以防止出现侧倾、侧滑等事故. 本文所设计的控制器与传统控制器相比, 采用分层控制结构, 可以直接生成六个车轮的电机驱动转矩指令, 进行动力学控制.

3) 为保证所设计的控制器能稳定有效运用在实际系统中, 本文搭建了真实实验机器人. 该实验机器人比一般机器人更大型、重量也更重. 在几种机器人野外行驶的常见工况下完成仿真验证后, 在机器人实物上进行了算法测试, 结果证实了算法有效性.

## 1 机器人动力学模型

### 1.1 问题描述

本文所研究的六轮独立驱动滑移转向机器人为无人控制算法测试机器人, 其系统框架如图 1 所示, 分为感知识别、决策规划与控制执行三大板块. 本文主要在控制执行层设计动力学控制算法. 考虑到安全性与测试时的便利性, 需要在机器人系统的控制执行层添加面向决策规划层和用户层的统一接口. 自主驱动时, 机器人底盘将上层规划算法给出的直驶速度与横摆角速度指令当作参考输入; 需要紧急接管或者进行测试时转为用户驱动, 通过驱动映射模型建立控制站操作与机器人横摆角速度和直驶速度的映射关系, 提供类似轿车驾驶的操纵感. 在本文中, 控制执行层的输出为六个车轮电机的驱动转矩.

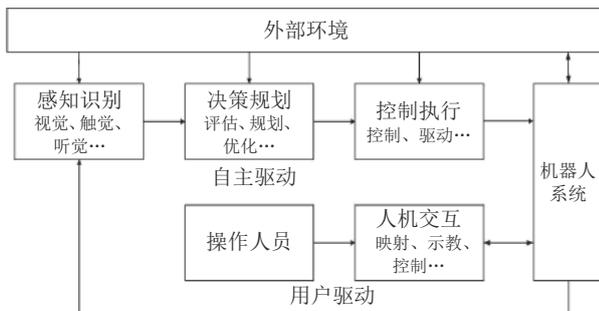


图 1 机器人系统框架

Fig.1 Robot system framework

在野外行驶时, 机器人所受到的外部的力一般包括空气阻力、车轮与地面间的摩擦力、驱动力和制动力. 在真实机器人底盘中, 各个机械结构之间存在力学上的强联系, 故而受力十分复杂. 根据实际机器人机械结构与客观运动过程, 作出如下合理假设.

1) 悬架阻尼参数对车体模态频率影响较小<sup>[17]</sup>, 且各类常见弹簧悬架, 如钢板弹簧、螺旋弹簧等均作用在竖直方向, 控制时常常与横纵控制解耦, 所

以本文忽略悬架作用.

2) 当机器人运行在野外时, 路面附着系数较大, 轮胎侧偏特性的线性区域范围也相应变大, 在非极限状态行驶时, 机器人大多处于线性状态, 故本文假设轮胎处于线性区域.

3) 考虑到计算复杂度, 并且在低速运行时车辆面临的空气阻力小, 故本文忽略空气阻力.

4) 本文在设计时将重心尽量固定在底盘中心轴, 故本文假设可以忽略底盘左右载荷的变化.

### 1.2 轮胎力模型

由于轮胎是机器人在行驶时唯一直接与路面接触的部件, 所以轮胎力是影响机器人滑移转向性能的重要因素, 首先应该建立轮胎力模型<sup>[18]</sup>.

本文研究的滑移转向机器人由六个轮毂电机独立驱动, 简化后的平面动力学模型如图 2 所示, 其中, 模型参数如表 1 所示.

本文假设重心在底盘靠后, 位于中轴与后轴之间. 在本文的表述中, 下标中的  $i = l, r$  分别代表左

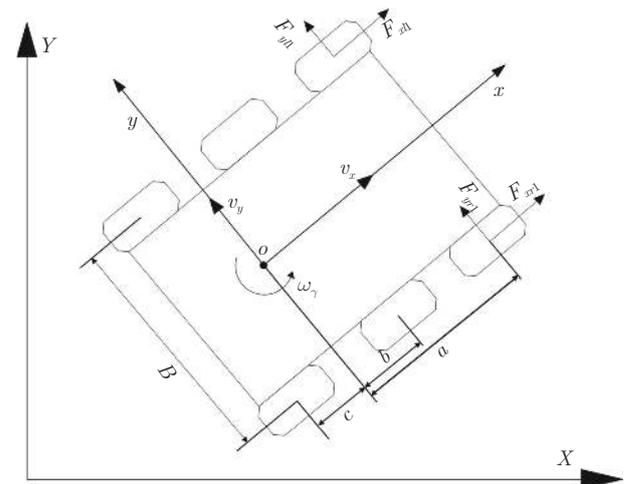


图 2 滑移底盘动力学模型

Fig.2 Dynamic model of skid-steering chassis

表 1 模型参数

Table 1 Model parameters

参数名称	参数含义
$O$	机器人重心
$B$	机器人轮距
$a, b, c$	前中后三轴距重心轴距离
$v_x$	重心的纵向速度
$v_y$	重心的横向速度
$\omega_\gamma$	横摆角速度
$F_{xij}$	轮胎所受纵向力
$F_{yij}$	轮胎所受横向力

右两侧,  $j = 1, 2, 3$  分别代表前、中、后三轴, 下标中的  $x, y$  分别表示纵向和横向两个方向.

每个车轮的纵向滑移速度的一般表达式为

$$v_{sxj} = V_x - \omega R_e \quad (1)$$

其中,  $V_x$  是车轮中心的纵向速度,  $\omega$  是纵向行驶时轮胎平均旋转速度,  $R_e$  是轮胎的滚动半径.

机器人两侧的中心速度可以由式 (2) 表示, 即

$$\begin{cases} V_{xl} = \omega R_e - \frac{B}{2}\omega_\gamma \\ V_{xr} = \omega R_e + \frac{B}{2}\omega_\gamma \end{cases} \quad (2)$$

将左右侧车轮旋转速度的差定义为  $\Delta\omega$ , 由此可以得到左右车轮的旋转速度

$$\begin{cases} \omega_l = \omega - \frac{1}{2}\Delta\omega \\ \omega_r = \omega + \frac{1}{2}\Delta\omega \end{cases} \quad (3)$$

根据式 (1) ~ (3), 可以得到左右车轮前中后三轴的纵向滑移速度

$$\begin{aligned} v_{sxl1} &= v_{sxl2} = v_{sxl3} = \\ &V_{xl} - \omega_l R_e = \\ &\omega R_e - \frac{B}{2}\omega_\gamma - \left(\omega - \frac{1}{2}\Delta\omega\right) R_e = \\ &\frac{1}{2}\Delta\omega R_e - \frac{B}{2}\omega_\gamma \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v_{sxr1} &= v_{sxr2} = v_{sxr3} = \\ &V_{xr} - \omega_r R_e = \\ &\omega R_e + \frac{B}{2}\omega_\gamma - \left(\omega + \frac{1}{2}\Delta\omega\right) R_e = \\ &-\left(\frac{1}{2}\Delta\omega R_e - \frac{B}{2}\omega_\gamma\right) \end{aligned} \quad (5)$$

左右车轮前中后三轴的横向滑移速度可以由式 (6) 表示, 即

$$\begin{cases} v_{syl1} = v_{syr1} = v_y + a\omega_\gamma \\ v_{syl2} = v_{syr2} = v_y + b\omega_\gamma \\ v_{syl3} = v_{syr3} = v_y - c\omega_\gamma \end{cases} \quad (6)$$

由于轮胎着地点的线速度和车速是数值相等的, 所以可以令  $v_x = \omega R_e$ . 类似地, 也令左右速度差  $\Delta v_x = \Delta\omega R_e$ . 于是式 (4) 和式 (5) 可以改写为

$$\begin{cases} v_{sxl1} = v_{sxl2} = v_{sxl3} = \frac{1}{2}\Delta v_x - \frac{B}{2}\omega_\gamma \\ v_{sxr1} = v_{sxr2} = v_{sxr3} = -\left(\frac{1}{2}\Delta v_x - \frac{B}{2}\omega_\gamma\right) \end{cases} \quad (7)$$

根据式 (7), 可以得到纵向滑移率  $S_{ij}$  和横向滑

移角  $\alpha_{ij}$ , 即

$$\begin{cases} S_{xl1} = \frac{v_{sxl1}}{\omega_l R_e}, & S_{xr1} = \frac{v_{sxr1}}{\omega_r R_e} \\ S_{xl2} = \frac{v_{sxl2}}{\omega_l R_e}, & S_{xr2} = \frac{v_{sxr2}}{\omega_r R_e} \\ S_{xl3} = \frac{v_{sxl3}}{\omega_l R_e}, & S_{xr3} = \frac{v_{sxr3}}{\omega_r R_e} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \alpha_{l1} = \frac{v_{syl1}}{\omega_l R_e}, & \alpha_{r1} = \frac{v_{syr1}}{\omega_r R_e} \\ \alpha_{l2} = \frac{v_{syl2}}{\omega_l R_e}, & \alpha_{r2} = \frac{v_{syr2}}{\omega_r R_e} \\ \alpha_{l3} = \frac{v_{syl3}}{\omega_l R_e}, & \alpha_{r3} = \frac{v_{syr3}}{\omega_r R_e} \end{cases} \quad (9)$$

假设轮胎侧偏特性处于线性区域, 则车轮受到的水平方向的力和竖直方向的力一般可以表示为

$$F_{xij} = -k_{xi} S_{xij}, \quad F_{yij} = -k_{yi} \alpha_{ij} \quad (10)$$

其中,  $k_{xi}$  是纵向滑移刚度,  $k_{yi}$  是横向侧偏刚度.

假设同一轴上的轮胎具有相同的纵向滑移刚度和横向侧偏刚度, 可以得到轮胎的纵向力和横向力, 即

$$\begin{cases} F_{xli} = -\frac{1}{v_x - \frac{1}{2}\Delta v_x} \left(\frac{1}{2}\Delta v_x - \frac{B}{2}\omega_\gamma\right) k_{xi} \\ F_{xri} = \frac{1}{v_x + \frac{1}{2}\Delta v_x} \left(\frac{1}{2}\Delta v_x - \frac{B}{2}\omega_\gamma\right) k_{xi} \\ F_{yli} = -\frac{1}{v_x - \frac{1}{2}\Delta v_x} (v_y + \rho\omega_\gamma) k_{yi} \\ F_{yri} = -\frac{1}{v_x + \frac{1}{2}\Delta v_x} (v_y + \rho\omega_\gamma) k_{yi} \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\rho$  为机器人重心到三轴的距离  $a, b, c$ .

**注 1.** 轮胎是机器人在行驶时唯一直接与路面接触的部件, 在运行时存在着相对地面的滑动. 轮胎所受的摩擦力可以通过轮胎的滑移率以及滑移角估计出来. 一般来说, 轮胎滑动时产生的摩擦力是一个常数, 并且可以将其分解为横向和纵向两个分量. 本文中轮胎力的两个分量可以视为近似独立的部分, 由式 (10) 求出, 其中,  $k$  为轮胎纵向滑移刚度和横向侧偏刚度, 一般在车轮出厂时测得.

### 1.3 整车动力学

通过与四轮滑移转向底盘的动力学模型<sup>[19]</sup> 进行类比, 图 1 所示的六轮滑移转向底盘的动力学方程可以由式 (12) 表示. 其中,  $m$  为机器人总质量,  $I$  为机器人绕  $z$  轴的转动惯量.

$$\begin{cases} m\dot{v}_x = \sum_{i=1}^3 (F_{xli} + F_{xri}) + m\omega_\gamma v_y \\ m\dot{v}_y = \sum_{i=1}^3 (F_{yli} + F_{yri}) - m\omega_\gamma v_x \\ I_z \dot{\omega}_\gamma = \frac{B}{2} \left( \sum_{i=1}^3 F_{xri} - \sum_{i=1}^3 F_{xli} \right) + a(F_{yri1} + F_{yli1}) + \\ b(F_{yri2} + F_{yli2}) - c(F_{yri3} + F_{yli3}) \end{cases} \quad (12)$$

在第 1.2 节假设的基础上, 将轮胎的纵向力和横向力代入, 同时注意到当  $v_x$  趋于不变时,  $\Delta v_x/v_x$  很小, 且高阶无穷小可以被忽略<sup>[8]</sup>. 所以横向动力学微分方程可以化简为

$$\begin{cases} m(\dot{v}_y + \omega_\gamma v_x) = -\frac{2}{v_x} (N\omega_\gamma + m_y v_y) \\ I_z \dot{\omega}_\gamma = -\frac{1}{v_x} \left( \frac{B^2}{2} m_x + 2P \right) \omega_\gamma - \\ 2N \frac{v_y}{v_x} + \frac{B}{2} m_x \frac{\Delta v_x}{v_x} \end{cases} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} m_y = k_{y1} + k_{y2} + k_{y3} \\ m_x = k_{x1} + k_{x2} + k_{x3} \\ N = ak_{y1} + bk_{y2} - ck_{y3} \\ P = a^2 k_{x1} + b^2 k_{x2} + c^2 k_{x3} \end{cases} \quad (14)$$

与基于 Ackermann 转向的传统转向原理类似, 在不考虑打滑的情况下, 可以认为方向盘角度在稳态下满足如下增益<sup>[20]</sup>:

$$k_s \delta = \frac{\Delta v_x}{v_x} \quad (15)$$

其中,  $\delta$  为方向盘转动角度, 向左为负, 向右为正.

令  $\beta = v_y/v_x$ , 整理后可以得到二自由度动力学方程

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -\frac{2m_y}{mv_x} \beta - \left( 1 + \frac{2N}{mv_x^2} \right) \omega_\gamma \\ \dot{\omega}_\gamma = -\frac{2N}{I_z} \beta - \frac{\frac{1}{2}B^2 m_x + 2P}{I_z v_x} \omega_\gamma + \frac{Bm_x k_s}{2I_z} \delta \end{cases} \quad (16)$$

#### 1.4 驱动映射模型

对于机器人自主控制系统, 在实现无人自主任务时, 机器人运动控制器往往接收来自上层感知识别、决策规划模块传达下来的速度、角速度指令, 然后转化为两侧车轮转矩来进行控制. 但是本文的研究对象为野外行驶的真实机器人, 考虑行驶安全性,

将用户纳入控制回路以保证安全, 故需要建立用户驱动与自主驱动之间的映射模型. 如图 3 所示, 对于近程控制, 采取手柄驱动机器人运行; 对于远程控制, 采取地面站模拟驾驶, 从而驱动机器人运行. 传统 Ackermann 转向模型中, 方向盘的转角与车轮的转角呈一定的线性关系, 而差速滑移转向模型没有转向轮, 所以本文为操作人员设计了针对方向盘的驱动映射模型, 将机器人的转向映射到操作员方向盘的角度, 让机器人的驱动更贴近操作逻辑.



图 3 两种用户驱动工具

Fig.3 Two operation modes for the drivers

本文将用户期望需求指令分为 3 类: 前向直驶、直驶同时转向和原地转向. 首先分析直驶转向时的期望横摆角速度. 对于转向时的横摆角速度, 为了更贴合驾驶车辆时的操作逻辑, 建立操作台方向盘转角与期望横摆角速度之间的关系.

由式 (16) 可以得到机器人稳定状态 ( $\dot{v}_y = 0, \dot{\omega}_\gamma = 0$ ) 下的期望横摆角速度

$$\omega_{\gamma c} = \frac{B \times m_x \times m_y \Delta v_x}{B^2 m_x m_y + 4PM_y - 4N^2 - 2Nm v_x^2} \quad (17)$$

Ackermann 转向二自由度模型下车辆稳定运动时的横摆角速度增益公式如式 (18) 所示<sup>[21]</sup>. 考虑到操作人员的习惯, 在差速转向的机器人中模拟出驾驶 Ackermann 转向车辆的感觉, 以横摆角速度来模拟方向盘转角, 类比 Ackermann 转向二自由度模型的横摆角速度增益公式, 并将式 (17) 代入, 可以得到滑移转向模式下二自由度稳态横摆角速度增益为

$$\frac{\omega_{\gamma c}}{\delta} = \frac{v_x}{(1 + K v_x^2)L} \quad (18)$$

式中,

$$\begin{cases} L = \frac{k_s \times Bm_x m_y}{B^2 m_x m_y + 4PM_y - 4N^2} \\ K = -\frac{2N \times m}{B^2 m_x m_y + 4PM_y - 4N^2} \end{cases} \quad (19)$$

由此, 可以建立操作台方向盘转角和期望横摆角速度之间的关系.

机器人转向时, 由于地面附着极限的存在, 机

机器人的横摆角速度也需要有所限制, 在计算期望横摆角速度时应该考虑  $\omega_\gamma \leq \mu g/v_x$ , 其中  $\mu$  为路面附着系数. 在实际运行时, 一般不允许车辆横向加速度超过  $0.8\mu g$ <sup>[22]</sup>. 所以, 考虑到机器人的横向稳定性, 需要将横向加速度限制在  $0.8\mu g$  以下. 综上, 最终的期望横摆角速度应该由转向类型、方向盘转角以及最大横向加速度决定. 直驶转向情况下期望横摆角速度为

$$\omega_{n\gamma d} = \min\left(\omega_{\gamma c}, \frac{0.8\mu g}{v_x}\right) \quad (20)$$

考虑到本文机器人采用差速转向底盘, 具备原地转向的性能, 也即原地转向时, 机器人的直驶速度为 0. 因此可以得到

$$\omega_{\gamma d} = \begin{cases} \omega_{n\gamma d}, & v_{xd} \neq 0 \\ \omega_{o\gamma d}, & v_{xd} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $\omega_{n\gamma d}$  为机器人直驶转向时的期望横摆角速度,  $\omega_{o\gamma d}$  是用户期望原地转向时采集到的原地转向速度,  $v_{xd}$  是采集到的用户期望直驶速度.

## 2 分层控制策略

设计机器人运动控制的整体控制策略如图 4 所示.

本文整体控制策略分为两大模块, 其中上层包括直驶转矩控制器和横摆转矩控制器两个控制器, 通过驱动映射模型为机器人自主无人驱动与有人驱动提供统一接口, 保证机器人跟踪上期望运动速度; 下层为转矩分配控制器, 是将上层得到的直驶转矩和横摆转矩以附着利用率最优的分配方式分配到六个车轮上, 保证机器人横向稳定性, 避免出现侧倾、侧滑等现象.

在直驶转矩控制器中用 PID 算法保证直驶速度快速跟踪. 对于机器人自主系统来说, 直接接收决策规划层下发的速度指令; 对于用户驱动来说,

采集用户在控制机器人操纵时的踏板或者手柄的模拟量, 通过驱动映射模型转换为机器人给定的直驶速度  $v_{xd}$ . 根据机器人传感器反馈的数据解算出机器人实际直驶速度  $v_x$ . 根据机器人期望与实际直驶速度的差, PID 控制器输出机器人的直驶转矩  $T$ .

在期望横摆转矩控制器中采用了滑模控制算法. 对于机器人自主系统来说, 直接接收决策规划层下发的角速度指令; 对于用户驱动来说, 采集用户在控制机器人操纵时的方向盘或者手柄的模拟量, 并依据驱动映射模型判断为直驶模式、直驶转向模式还是原地转向, 再转化为期望横摆角速度. 安装在机器人底盘的 IMU 可以获取机器人的横摆角速度, 将机器人期望与实际横摆角速度作为输入进入期望横摆转矩控制器, 求得横摆控制转矩  $M_z$ .

在汽车设计中, 附着利用率是一项重要设计指标. 在同一路面上行驶时, 轮胎附着利用率越小, 胎面将有更多的附着力余量分配给横向力来提升机器人横向稳定性, 从而保证机器人不发生侧滑与侧倾. 在转矩分配控制器中, 本文以轮胎附着利用率最低为优化目标, 将上层得到的控制转矩经过优化分配作用到六个车轮上.

## 3 横向稳定性控制

### 3.1 运动控制上层控制器

在式 (16) 中加入控制量横摆转矩  $M_z$ , 得到

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -\frac{2m_y}{mv_x}\beta - \left(1 + \frac{2N}{mv_x^2}\right)\omega_\gamma \\ \dot{\omega}_\gamma = -\frac{2N}{I_z}\beta - \frac{\frac{1}{2}B^2m_x + 2P}{I_zv_x}\omega_\gamma + \frac{B \times m_x \times k_s}{2I_z}\delta + \frac{M_z}{I_z} \end{cases} \quad (22)$$

现在定义滑模面为  $s = ce + \dot{e}$ , 其中,  $e = \omega_\gamma - \omega_{\gamma d}$ ,  $c > 0$ , 则

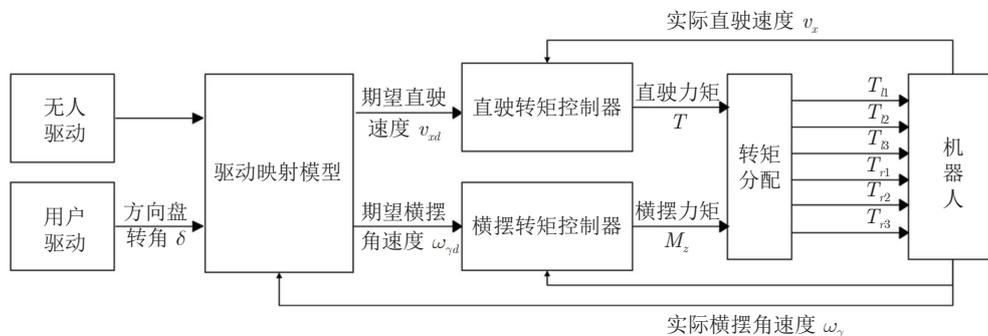


图 4 机器人分层控制策略

Fig.4 Hierarchical control strategy

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c\dot{e} + \ddot{e} = \\ & c(\dot{\omega}_\gamma - \dot{\omega}_{\gamma d}) + \ddot{\omega}_\gamma - \ddot{\omega}_{\gamma d} \end{aligned} \quad (23)$$

采取文献 [22] 的思路, 设计指数趋近律

$$\dot{s} = -eq(\omega_\gamma, s)\text{sgn}(s) - ks \quad (24)$$

其中,

$$\begin{aligned} eq(\omega_\gamma, s) &= \frac{\sigma}{\varepsilon + \left(1 + \frac{1}{|\omega_\gamma|} - \varepsilon\right) e^{-\delta|s|}}, \\ \sigma &> 0, k > 0, \delta > 0, 0 < \varepsilon < 1 \end{aligned} \quad (25)$$

联立式 (22) ~ (24), 有

$$\begin{aligned} u(t) = M_z = \int \left\{ \frac{1}{\hat{b}} \left[ -eq(\omega_\gamma, s) \times \text{sgn}(s) - ks - \right. \right. \\ \left. \left. c\dot{e} + \hat{D}\dot{\omega}_\gamma - \hat{E} + \right. \right. \\ \left. \left. \hat{C}(\hat{A}v_y + \hat{B}\omega_\gamma) + \ddot{\omega}_{\gamma d} \right] \right\} dt \end{aligned} \quad (26)$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{A} &= -\frac{2M_y}{mv_x}, \quad \hat{B} = -\left(\frac{2N}{mv_x} + v_x\right), \quad \hat{C} = \frac{2N}{I_z v_x} \\ \hat{D} &= \frac{\frac{1}{2}B^2 M_x + 2P}{I_z v_x}, \quad \hat{E} = \frac{BM_x k_s}{2I_z} \delta, \quad \hat{b} = \frac{1}{I_z} \end{aligned} \quad (27)$$

**定理 1.** 在控制律 (26) 的作用下, 系统 (22) 可以在有限时间到达并保持于滑模面  $s(t) = 0$  上.

**证明.** 定义 Lyapunov 函数如下:  $V = 1/2s^2$ , 对其求导可以计算出

$$\begin{aligned} \dot{V} = s\dot{s} &= s(-eq(x, s) \times \text{sgn}(s) - ks) = \\ & -eq(x, s)|s| - ks^2 \leq -2kV \end{aligned} \quad (28)$$

由文献 [21] 中的引理可得, 不等式方程  $\dot{V} \leq -kV$  的解为  $V(t) \leq e^{-k(t-t_0)}V(t_0)$ . 若  $k$  为正实数,  $V(t)$  指数收敛, 从而  $e(t)$  和  $\dot{e}(t)$  为指数收敛.  $\square$

**注 2.** 在  $eq(\omega_\gamma, s)$  中, 当  $|s|$  增加,  $eq(x, s)$  将趋近于  $\sigma/\varepsilon$ ; 当  $|s|$  减少,  $eq(\omega_\gamma, s)$  将收敛于  $(\sigma|\omega_\gamma|)/(|\omega_\gamma| + 1)$ . 因此, 当系统接近滑模面时, 抖振将更好地得到抑制, 同时到达时间也将减少.

### 3.2 转矩分配下层控制器

在车辆动力学中, 纵向力使车辆前进后退, 而横向力使车辆转弯. 附着利用率可以描述机器人对附着潜力的利用程度, 利用程度越高, 则可利用的附着潜力越低. 本文所涉及的机器人行驶路面通常为野外沙地、泥泞等变附着率路面, 常常出现打滑、颠簸、突发转向等情况, 容易失去稳定性, 导致侧倾、侧滑危险发生. 本文基于附着利用率最优, 设计转

矩分配控制器, 将上层滑模控制器规划出的总转矩分配到六个车轮上, 以保证附着利用率最低, 其中轮胎附着利用率为驱动轮瞬时附着力与该轮所能获得的最大路面附着力之比.

轮胎附着利用率的计算式为

$$\eta_p = \frac{F_{xp}^2 + F_{yp}^2}{\mu_p^2 F_{zp}^2} \quad (29)$$

其中,  $p = l_1, l_2, l_3, r_1, r_2, r_3$ ,  $F_{xp}$  代表第  $p$  个轮胎所受的  $x$  方向上的力,  $F_{yp}$  代表第  $p$  个轮胎所受的  $y$  方向上的力,  $F_{zp}$  则代表第  $p$  个轮胎的  $z$  方向上的垂直载荷;  $\mu_p$  为第  $p$  个车轮行驶时的路面附着系数,  $r$  为轮胎半径.

在车辆动力学中, 滑移角常用来表示车辆本体行进方向与车轮所指方向之间的夹角. 在本文所研究的滑移差速转向机器人中, 车轮的指向与机器人的前进方向几乎处在同一直线. 除此之外, 本文采用的轮胎为硬质轮胎, 变形较少, 更保证了侧偏角较小. 当侧偏角接近于 0 时, 侧偏力  $F_{yp}$  也接近于 0, 因此, 附着利用率可以简化为

$$\eta_p = \frac{F_{xp}^2}{\mu_p^2 F_{zp}^2} \quad (30)$$

考虑  $F = T/r$ , 选取优化目标函数为

$$\min J = \min \sum \frac{T_p^2}{(\mu_p F_{zp} r)^2} \quad (31)$$

通过电机最大输出转矩得到的约束条件为

$$\begin{cases} T = T_{l1} + T_{l2} + T_{l3} + T_{r1} + T_{r2} + T_{r3} \\ M_z = -\frac{B}{2r} [(T_{l1} - T_{r1}) + (T_{l2} - T_{r2}) + (T_{l3} - T_{r3})] \end{cases} \quad (32)$$

**定理 2.** 在最大输出转矩的约束下, 将上层控制器输出的横摆转矩和直驶转矩按式 (33) 分配到六个车轮上, 可使整车附着利用率最小.

$$\begin{cases} T_{l1} = C^- - \frac{C^- (W_{l3}\Sigma_{l2} - W_{l2}\Sigma_{l3})}{W_{l2}W_{l3} - \Sigma_{l2}\Sigma_{l3}} \\ T_{r1} = C^+ - \frac{C^+ (W_{r3}\Sigma_{r2} - W_{r2}\Sigma_{r3})}{W_{r2}W_{r3} - \Sigma_{r2}\Sigma_{r3}} \\ T_{l2} = \frac{C^- W_{l2} (W_{l3} - \Sigma_{l3})}{W_{l2}W_{l3} - \Sigma_{l2}\Sigma_{l3}} \\ T_{r2} = \frac{C^+ W_{r2} (W_{r3} - \Sigma_{r3})}{W_{r2}W_{r3} - \Sigma_{r2}\Sigma_{r3}} \\ T_{l3} = \frac{C^- W_{l3} (W_{l2} - \Sigma_{l2})}{W_{l2}W_{l3} - \Sigma_{l2}\Sigma_{l3}} \\ T_{r3} = \frac{C^+ W_{r3} (W_{r2} - \Sigma_{r2})}{W_{r2}W_{r3} - \Sigma_{r2}\Sigma_{r3}} \end{cases} \quad (33)$$

其中,

$$\begin{cases} C^- = \frac{T}{2} - \frac{M_z}{B}r, & C^+ = \frac{T}{2} + \frac{M_z}{B}r \\ W_{l2} = (\mu_{l2}F_{zl2}r)^2, & W_{l3} = (\mu_{l3}F_{zl3}r)^2 \\ W_{r2} = (\mu_{r2}F_{zr2}r)^2, & W_{r3} = (\mu_{r3}F_{zr3}r)^2 \\ \Sigma_{l2} = (\mu_{l1}F_{zl1}r)^2 + (\mu_{l2}F_{zl2}r)^2 \\ \Sigma_{l3} = (\mu_{l1}F_{zl1}r)^2 + (\mu_{l3}F_{zl3}r)^2 \\ \Sigma_{r2} = (\mu_{r1}F_{zr1}r)^2 + (\mu_{r2}F_{zr2}r)^2 \\ \Sigma_{r3} = (\mu_{r1}F_{zr1}r)^2 + (\mu_{r3}F_{zr3}r)^2 \end{cases} \quad (34)$$

证明. 联立约束条件可得

$$\begin{cases} T_{l1} = \frac{T}{2} - \frac{\Delta M}{B}r - T_{l2} - T_{l3} \\ T_{r1} = \frac{T}{2} + \frac{\Delta M}{B}r - T_{r2} - T_{r3} \end{cases} \quad (35)$$

不难发现,  $T_{l1}$ ,  $T_{r1}$  分别由  $T_{l2}$ ,  $T_{l3}$ ,  $T_{r2}$ ,  $T_{r3}$  四个轮子的转矩表示. 将  $T_{l1}$ ,  $T_{r1}$  代入目标函数  $J$ , 可将  $J$  中的  $T_{l1}$ ,  $T_{r1}$  约去, 只剩下  $T_{l2}$ ,  $T_{l3}$ ,  $T_{r2}$ ,  $T_{r3}$  四个变量. 化简后的目标函数  $J$  为

$$\begin{aligned} J = & \frac{\left(\frac{T}{2} - \frac{M_z}{B}r - T_{l2} - T_{l3}\right)^2}{(\mu_{l1}F_{zl1}r)^2} + \\ & \frac{\left(\frac{T}{2} + \frac{M_z}{B}r - T_{r2} - T_{r3}\right)^2}{(\mu_{r1}F_{zr1}r)^2} + \\ & \frac{T_{l2}^2}{(\mu_{l2}F_{zl2}r)^2} + \frac{T_{l3}^2}{(\mu_{l3}F_{zl3}r)^2} + \\ & \frac{T_{r2}^2}{(\mu_{r2}F_{zr2}r)^2} + \frac{T_{r3}^2}{(\mu_{r3}F_{zr3}r)^2} \end{aligned} \quad (36)$$

为了求得当  $J$  取最小值时各轮转矩, 对  $T_{l2}$ ,  $T_{l3}$ ,  $T_{r2}$ ,  $T_{r3}$  分别求二阶偏导数, 不难计算出所有二阶导数均大于 0. 可以知道目标函数  $J$  为一凹函数, 极小值点在一阶偏导数为 0 时求得. 因此令各一阶偏导数为 0, 可求得分配后的六轮转矩如式 (33) 所示.  $\square$

**注 3.** 由于本文只考虑优化纵向力分配来提高机器人的稳定性, 可能降低机器人的行驶性能. 但是考虑到滑移转向底盘转向虽然灵活, 却也十分容易侧倾, 特别是在高速行驶中突然转向, 故对于滑移转向机器人, 横向稳定性始终是优先考虑的因素.

## 4 实验验证

本文的控制对象为一运行在野外的重型运输车, 为了验证算法实用性, 按照 10 : 1 的比例搭建了如图 5 所示的实验样机. 实验样机整体采用金属

外壳构建外框架, 碳素材料构建内框架, IMU 传感器位于机器人几何中心, 工控机位于机器人前侧, 电源位于机器人后侧, 调整配重保证机器人重心. 为尽量贴近仿真数据, 采用弹簧、轴承等组成机器人底盘悬架. 本文在仿真软件方面设计了基于 TruckSim/Simulink 平台的车辆动力学模型, 并在仿真中进行算法验证; 在实际机器人搭建时采取基于机器人控制系统 (Robot operating system, ROS) 框架实物验证算法.

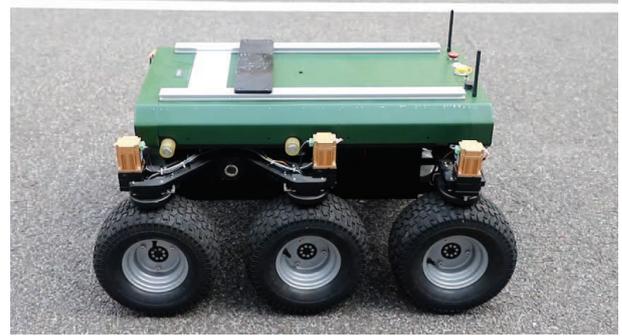


图 5 实验样机

Fig. 5 Experimental prototype

本文首先在 Simulink 与 TruckSim 联合仿真中验证了真实参数下算法的性能, 仿真主要分为 3 个模块: 期望车速生成模块、机器人模型模块、分层控制模块. 仿真参数如表 2 所示.

表 2 机器人参数  
Table 2 Robot parameters

参数名称	参数值	单位
整车质量 $m$	2 655	kg
绕 $z$ 轴转动惯量 $I_z$	5 813.86	kg · m <sup>2</sup>
质心到前轴距离 $a$	2	m
质心到中轴距离 $b$	0	m
质心到后轴距离 $c$	2	m
轮距 $B$	2.03	m
车轮有效半径 $r$	0.425	m

期望车速生成是根据驱动映射模型, 输入方向盘转角与油门开度, 输出期望的横摆角速度以及直驶速度. 当采用自动驾驶方案时, 则直接输入期望的横摆角速度以及直驶速度.

本文在 3 种野外工况下测试了机器人 3 种功能, 分别是转向速度跟踪、障碍物躲避以及横向冲击应对. 仿真中所选择的野外路面最高地面高度为 0.5 m, 最低地面高度为 -0.1 m.

仿真中算法验证通过后, 将机器人系统部署在实验样机上. 整个机器人系统由运动控制子系统、规划子系统、感知子系统 3 个计算系统构成, 如图 6 所示, 每个分系统由 1 台或多台工控机子系统构成, 工控机之间通过局域网进行连接, 以实现数据交换.

运动控制子系统负责接收规划节点设定的目标速度及遥控器指令, 采集行进电机和传感器的数据, 根据反馈信息计算每一个电机的控制值, 最终由工控机通过准接口下发到底层执行器中.

针对远程遥控模块设置了两条单独的链路分别传输视频数据和控制数据, 以保证系统远程控制的可靠性、实时性. 本文测试在遥控端进行.

#### 4.1 仿真实验

转向速度跟踪仿真结果如图 7 所示, 对于直驶速度控制, 期望直驶转矩控制器采用比例积分控制, 输入期望 15 km/h 的直驶速度, 机器人在 2 s 内达到期望的直驶速度, 并保持稳定.

由图 7(a) 所示, 横摆角速度跟踪控制器仿真结果表明, 采用本文设计的上层滑模控制器进行横摆角速度跟踪时, 跟踪性能优于普通指数趋近律控制, 并且没有明显抖振. 图 7(b) 显示了机器人的运动轨迹. 在图 7(c) 中可以看出机器人本体的侧偏角变化率更为平稳, 这意味着机器人运行更为稳定, 底盘的波动较小. 图 7(d) 表明, 下层转矩分配优化器显著降低整车轮胎附着利用率, 在转向时更能保证横向稳定性.

单移线行驶工况仿真结果如图 8 所示. 在转向速度跟踪实验的基础上, 加入了对机器人单移线的测试. 如图 8(a) 所示, 本文所设计的控制器能够快速跟踪上实时变化的横摆角速度, 并更快地完成如图 8(b) 所示的单移线切换. 在图 8(c) 所示的质心

偏角的变化率中可以看出, 本文设计的优化分配算法能显著提升机器人稳定程度, 在突发转向时, 本算法质心偏角变化率更加平滑, 说明在需要局部避障或者紧急转弯时, 本算法横向稳定性更好. 如图 8(d) 显示, 机器人整体的附着利用率能快速下降到接近于 0, 因为机器人在直线行驶时, 对横向的附着利用率较低.

为验证采用本文改进趋近律的滑模控制器抗扰动性能, 图 9 所示的仿真在 TruckSim 平台中搭建了模拟野外的场景. 该场景最高地面高度 0.5 m, 最低地面高度 -0.1 m, 并且加入了 3 000 N 的横向冲击.

由图 9(a) 和图 9(b) 可以看出, 本文所设计的滑模控制器相比于传统趋近律滑模控制算法具有更优越的控制性能与抗扰动能力. 由图 9(c) 可以看出, 在冲击来临时, 机器人质心侧偏角变化率瞬间变大, 又快速降低到更低位置. 由图 9(d) 可以看出, 本文所设计的算法具有更低的整车轮胎附着利用率, 能使整车分配更多的力用于保持横向稳定性, 更能适应于野外地形. 因此本文所设计的优化分配算法更有助于提高六轮综合利用率并保证机器人稳定性.

#### 4.2 实物测试

为了验证本文所设计的算法能否在本文所设计的控制系统中良好、稳定运行, 搭建实验样机在合适场地进行测试, 每次运行 5 min. 控制器共下发指令约 15 000 条, 回传数据约 60 000 条, 丢包率约 0.6%.

选择适当的  $k$ ,  $\varepsilon$ ,  $c$  等参数, 测试了实验样机转向性能, 测试结果如图 10 所示.

可以看出, 由于通信不稳定, 规划决策层得到的期望横摆角速度在下发到控制执行层时会出现一

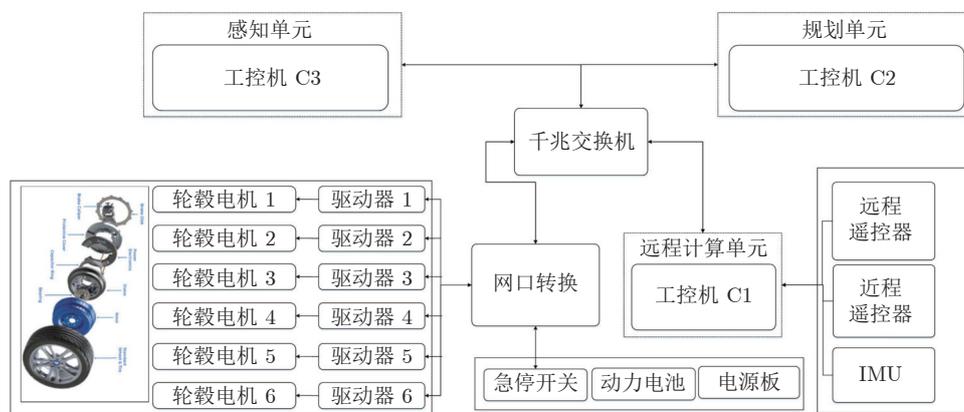


图 6 系统总体框图

Fig.6 System block diagram

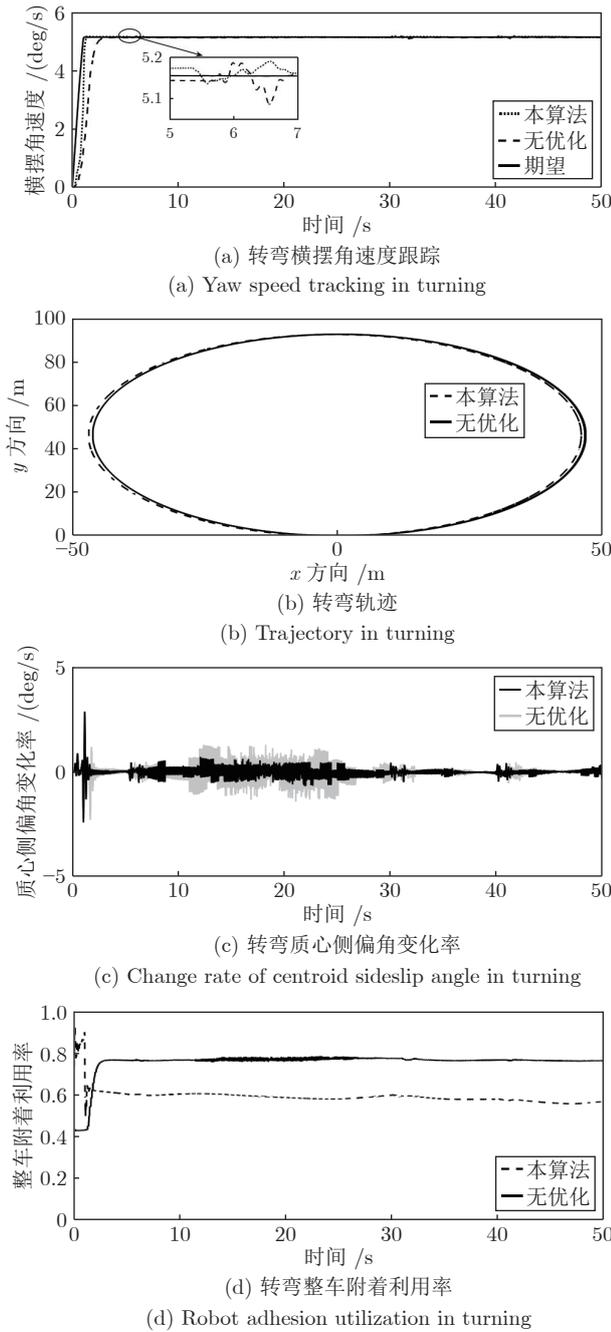


图7 转向速度跟踪仿真

Fig.7 Simulation of steering speed tracking

定程度上的丢包. 对丢包数据过滤后, 控制执行层能够跟踪上期望的横摆角速度. 野外颠簸将会引起速度抖动, 本文控制器也能快速修正机器人速度使之保持稳定.

### 5 结束语

本文首先在动力学模型的基础上设计驱动映射模型, 以统一有人/无人决策规划接口; 其次基于改

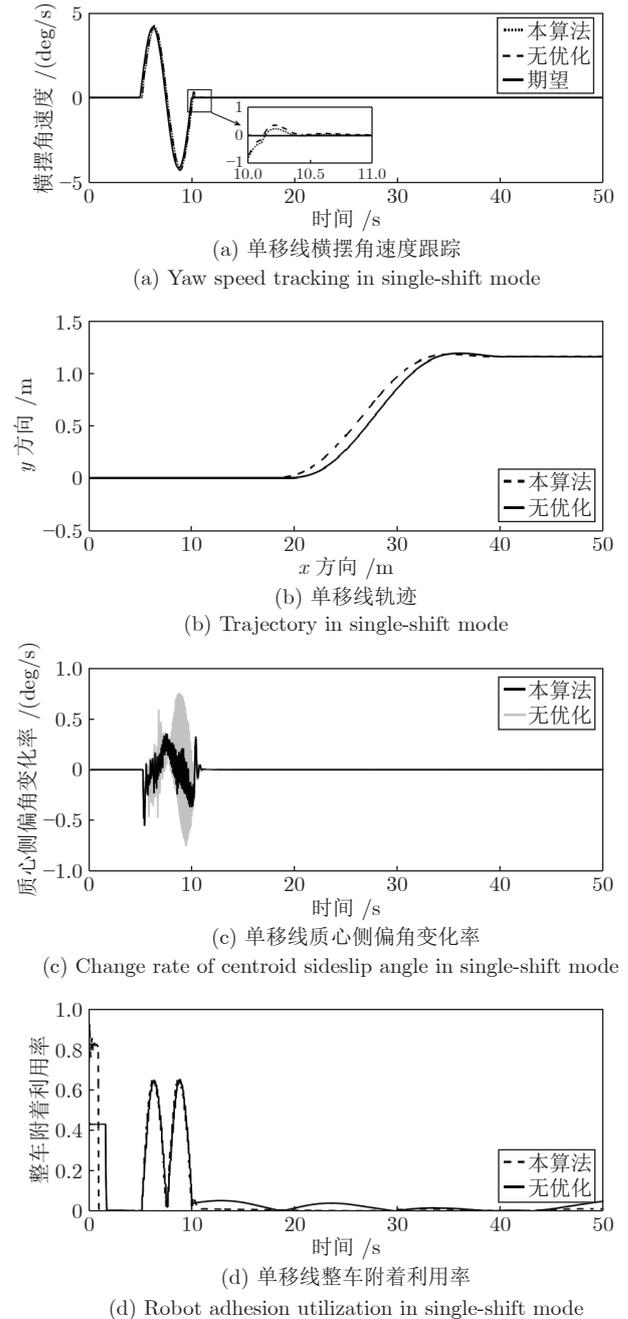


图8 单移线工况仿真

Fig.8 Simulation of single-shift mode

进指数趋近律设计了机器人的上层转矩控制器, 基于附着利用率最低的优化目标设计了转矩分配算法, 提高了整车运动速度跟踪性能、提升了横向稳定性; 最后通过将算法部署在基于 ROS 环境的实验样机的实验表明, 本文所设计的分层控制策略能够有效提高机器人的横向稳定性.

但是, 本文所设计的控制算法没有很好地与真实机器人悬架的参数解耦. 未来, 应进一步对系统的横向控制以及包含悬架的纵向控制进行深入研究.

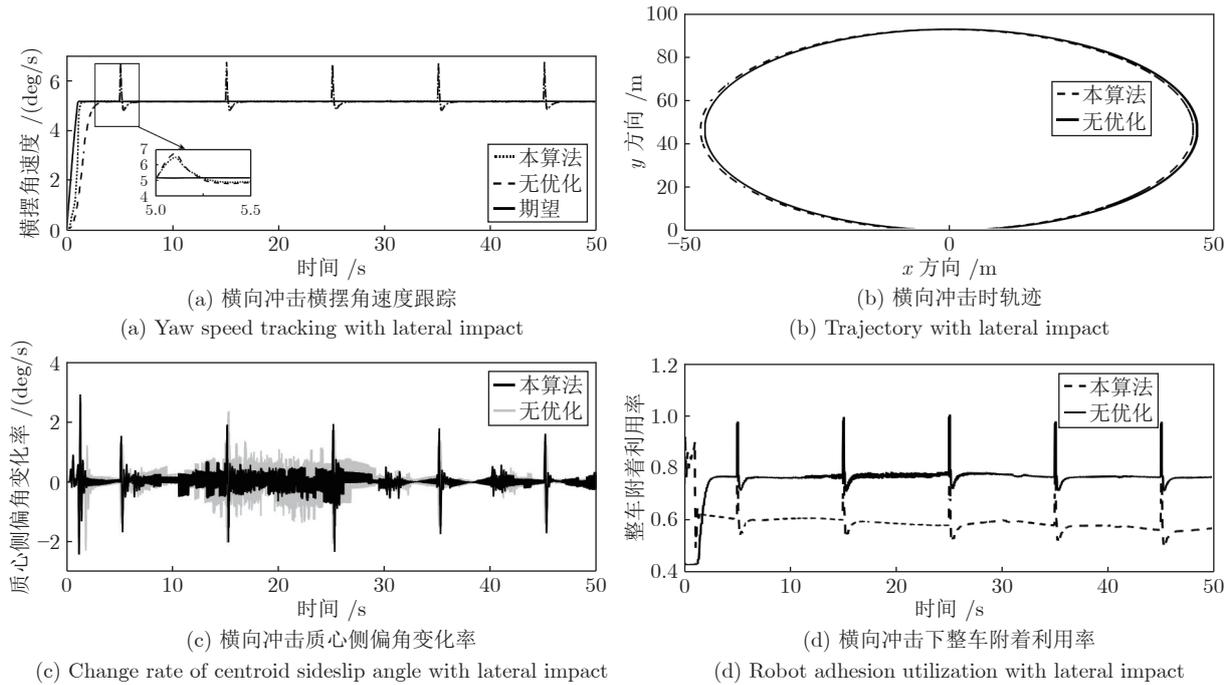


图 9 横向冲击工况仿真

Fig. 9 Simulation with lateral impact

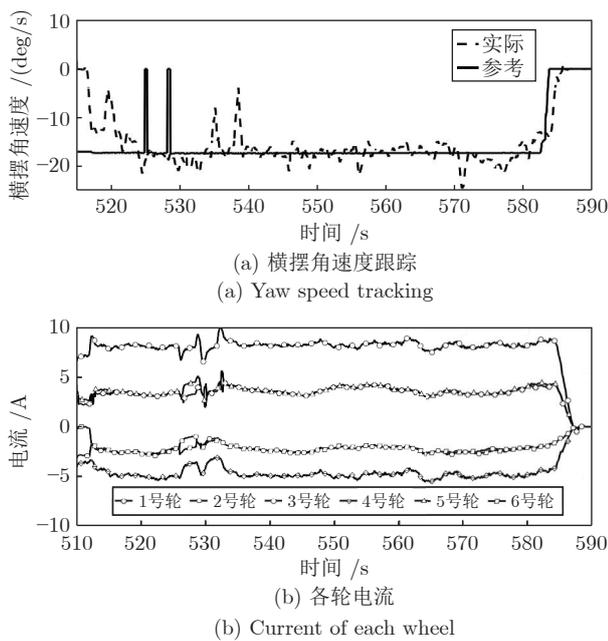


图 10 实物仿真

Fig. 10 Simulation of experimental prototype

## References

- 1 Zhao H, Luo C, Xu Y, Li J. Differential steering control for 6×6 wheel-drive mobile robot. In: Proceedings of the 26th International Conference on Automation and Computing. Portsmouth, UK: IEEE, 2021. 1–6
- 2 Sun Zhong-Ting, Bai Jian-Jun, Chen Bing-Xu, Chen Yun. Adaptive trajectory tracking control for wheeled mobile robots. *Control Engineering*, 2021, **28**(12): 2420–2425
- 3 Maclaurin B. Comparing the steering performances of skid- and Ackermann-steered vehicles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2008, **222**(5): 739–756
- 4 Yu W, Chuy O Y, Collins E G, Hollis P. Analysis and experimental verification for dynamic modeling of a skid-steered wheeled vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 2010, **26**(2): 340–353
- 5 Liao J F, Chen Z, Yao B. Model-based coordinated control of four-wheel independently driven skid steer mobile robot with wheel-ground interaction and wheel dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, **15**(3): 1742–1752
- 6 Tang S X, Yuan S H, Li X Y, Zhou J J. Dynamic modeling and experimental validation of skid-steered wheeled vehicles with low-pressure pneumatic tires on soft terrain. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2020, **234**(2–3): 840–856
- 7 Du P, Ma Z M, Chen H, Xu D, Wang Y, Jiang Y H, et al. Speed-adaptive motion control algorithm for differential steering vehicle. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2021, **235**(2–3): 672–685
- 8 Xiong Lu, Huang Shao-Shuai, Chen Yuan-Long, Yang Guang-Xing, Zhang Ren-Xie. Research on motion tracking control of wheeled differential steering unmanned vehicle. *Automotive Engineering*, 2015, **37**(10): 1109–1116  
(熊璐, 黄少帅, 陈远龙, 杨光兴, 章仁燮. 轮式差动转向无人车运动跟踪控制的研究. *汽车工程*, 2015, **37**(10): 1109–1116)
- 9 Wang Xin-Yu, Ping Xue-Liang. Speed control method of mobile robot based on multi-sensor fusion information. *Journal of Engineering Design*, 2021, **28**(1): 63–71  
(王昕煜, 平雪良. 基于多传感器融合信息的移动机器人速度控制方法. *工程设计学报*, 2021, **28**(1): 63–71)
- 10 Jia Song-Min, Lu Xing-Yang, Zhang Xiang-Yin, Zhang Guo-Liang. Trajectory tracking control of omnidirectional mobile robot under wheel slip. *Control and Decision Making*, 2020, **35**(4): 833–842

(孙忠廷, 柏建军, 陈炳旭, 陈云. 轮式移动机器人自适应轨迹跟踪控制. *控制工程*, 2021, **28**(12): 2420–2425)

- (贾松敏, 卢兴阳, 张祥银, 张国梁. 轮子打滑状态下全向移动机器人轨迹跟踪控制. *控制与决策*, 2020, **35**(4): 833–842)
- 11 Wang Yu-Qiong, Gao Song, Wang Yu-Hai, Xu Yi, Guo Dong, Zhou Ying-Chao. Trajectory tracking and stability control of high speed unmanned vehicle. *Journal of Zhejiang University (Engineering Edition)*, 2021, **55**(10): 1922–1929  
(王玉琼, 高松, 王玉海, 徐艺, 郭栋, 周英超. 高速无人驾驶车辆轨迹跟踪和稳定性控制. *浙江大学学报 (工学版)*, 2021, **55**(10): 1922–1929)
  - 12 Ni J, Hu J B, Xiang C L. Robust path following control at driving handling limits of an autonomous electric racecar. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, **68**(6): 5518–5526
  - 13 Shino M, Nagai M. Independent wheel torque control of small-scale electric vehicle for handling and stability improvement. *JSAE Review*, 2003, **24**(4): 449–456
  - 14 Xu Dan, Wang Guo-Dong, Cao Bing-Gang. Research on torque optimal allocation strategy of independent drive electric vehicle. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2012, **46**(3): 42–46  
(续丹, 王国栋, 曹秉刚. 独立驱动电动汽车的转矩优化分配策略研究. *西安交通大学学报*, 2012, **46**(3): 42–46)
  - 15 Li Qing-Wang, Zhang Huan-Huan, Yan Shuai, Gao Chao. Single wheel failure stability control for four-wheel independent drive electric vehicles. *Control Engineering*, 2021, **28**(1): 155–163  
(李庆望, 张缓缓, 严帅, 高超. 四轮独立驱动电动汽车单轮失效稳定性控制. *控制工程*, 2021, **28**(1): 155–163)
  - 16 Yan Yong-Bao, Zhang Yu-Nan, Yan Nan-Ming, Han Bao-Liang. Simulation research on motion control algorithm of six wheel independent drive sliding steering vehicle. *Journal of Ordnance Industry*, 2013, **34**(11): 1461–1468  
(闫永宝, 张豫南, 颜南明, 韩宝亮. 六轮独立驱动滑动转向车辆运动控制算法仿真研究. *兵工学报*, 2013, **34**(11): 1461–1468)
  - 17 Yan Yong, Zeng Jing, Xu Kun, Zhao Fei-Yan. Relationship between suspension damping and vehicle hunting stability. *Journal of System Simulation*, 2021, **33**(8): 1784–1790  
(晏永, 曾京, 徐坤, 赵飞燕. 悬挂阻尼与车辆蛇行运动稳定性关系. *系统仿真学报*, 2021, **33**(8): 1784–1790)
  - 18 Belrzaeg M, Ahmed A A, Almabrouk A Q, Khaleel M M, Ahmed A A, Almhukhtar M. Vehicle dynamics and tire models: An overview. *World Journal of Advanced Research and Reviews*, 2021, **12**(1): 331–348
  - 19 Kozowski K, Pazderski D. Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2004, **14**(4): 477–496
  - 20 Yu Zhuo-Ping, Gao Le-Tian, Zhang Ren-Xie, Xiong Lu. Dynamic control of differential steering vehicle driven by wheel motor. *Journal of Tongji University: Natural Science Edition*, 2018, **46**(5): 631–638  
(余卓平, 高乐天, 章仁燮, 熊璐. 轮边电机驱动差动转向车辆动力学控制. *同济大学学报: 自然科学版*, 2018, **46**(5): 631–638)
  - 21 Macadam C C. Understanding and modeling the human driver. *Vehicle System Dynamics*, 2003, **40**(1–3): 101–134
  - 22 Zhang X G, Sun L Z, Zhao K, Sun L. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, **28**(3): 1358–1365



**于力率** 重庆大学自动化学院控制科学与工程博士研究生。2021 年获得重庆大学控制工程硕士学位。主要研究方向为多机器人系统, 机器人规划与控制, 人工智能算法及其应用。  
E-mail: yulishuai@cqu.edu.cn  
(**YU Li-Shuai** Ph.D. candidate in

control science and engineering at the School of Automation, Chongqing University. He received his master degree in control engineering from Chongqing University in 2021. His research interest covers multi-robot systems, robot planning and control, and artificial intelligence algorithms and their applications.)

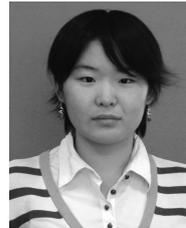


**苏晓杰** 重庆大学自动化学院教授。2013 年获哈尔滨工业大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为智能控制系统及其在无人系统中的应用。本文通信作者。

E-mail: suxiaojie@cqu.edu.cn

(**SU Xiao-Jie** Professor at the

School of Automation, Chongqing University. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Harbin Institute of Technology in 2013. His research interest covers intelligent control systems and its application in unmanned systems. Corresponding author of this paper.)



**孙少欣** 重庆大学自动化学院助理研究员。2021 年获得东北大学控制理论与控制工程博士学位。主要研究方向为模糊系统, 时滞系统, 故障估计, 容错控制和随机系统。

E-mail: sxx5fd@cqu.edu.cn

(**SUN Shao-Xin** Assistant research

fellow of the School of Automation, Chongqing University. She received her Ph.D. degree in control theory and control engineering from Northeastern University in 2021. Her research interest covers fuzzy systems, time-delay systems, fault estimation, fault tolerant control, and stochastic/random systems.)



**焦春亭** 重庆大学自动化学院助理研究员。2020 年获得清华大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为智能控制系统, 机器人控制和运动规划。  
E-mail: jiaochunting@cqu.edu.cn

(**JIAO Chun-Ting** Assistant research

fellow of the School of Automation, Chongqing University. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Tsinghua University in 2020. His research interest covers intelligent control systems, robot manipulation, and motion planning.)