

基于干扰估计的非对称运动下飞机刹车系统模型预测控制

李繁飙^{1,2} 杨皓月¹ 王鸿鑫¹ 阳春华¹ 廖力清¹

摘要 针对飞机在非对称运动下的双侧机轮协调控制问题, 提出一种基于滑模干扰估计的模型预测控制方法. 首先, 通过对飞机制动过程横纵方向力矩机理分析并分别考虑左右机轮对刹车性能的影响, 建立全面刻画系统动态的地面滑跑动力学模型. 在此基础上, 设计滑模观测器对侧风干扰进行实时估计, 利用补偿机制实现对侧风扰动的有效抑制. 此外, 提出基于前轮荷载状态门限特征和结合系数阈值范围特征的分析方法, 解决切换跑道环境辨识问题. 设计非线性模型预测算法, 实现飞机纵向防滑刹车和横向跑道纠偏的协调控制. 最后, 在侧风干扰、跑道切换以及不对称着陆等情况下进行仿真实验, 验证了所提出的控制策略能够有效提升刹车系统的防滑效率及纠偏性能.

关键词 飞机防滑刹车及纠偏, 干扰观测器, 跑道辨识, 非线性模型预测控制

引用格式 李繁飙, 杨皓月, 王鸿鑫, 阳春华, 廖力清. 基于干扰估计的非对称运动下飞机刹车系统模型预测控制. 自动化学报, 2022, 48(7): 1690–1703

DOI 10.16383/j.aas.c210852

Model Predictive Control of Aircraft Braking System Under Asymmetric Motion Based on Disturbance Estimation

LI Fan-Biao^{1,2} YANG Hao-Yue¹ WANG Hong-Xin¹ YANG Chun-Hua¹ LIAO Li-Qing¹

Abstract In this paper, a model predictive control method based on sliding mode disturbance estimation is proposed to solve the problem of bilateral wheel coordinated control of aircraft in asymmetric motion. Firstly, by analyzing the mechanism of transverse and longitudinal torque in aircraft braking process and considering the influence of left and right wheel pairs on braking performance, a ground taxiing dynamic model is established which can comprehensively describe the system dynamics. Then, a sliding mode observer is designed to estimate the crosswind disturbance in real time, and the compensation mechanism is utilized to suppress the crosswind disturbance effectively. In addition, an analysis method based on the threshold characteristics of front wheel load state and the threshold range characteristics of adhesion coefficient is proposed to solve identification problem of switching runway environment. A nonlinear model prediction algorithm is designed to realize the coordinated control of aircraft longitudinal anti-skid braking and lateral runway deviation correction. Finally, simulation experiments are carried out under the conditions of crosswind disturbance, runway switching, and asymmetric landing. It is verified that the control strategy proposed in this paper can effectively improve the anti-skid efficiency and deviation correction performance of the braking system.

Key words Aircraft anti-skid braking and deviation, disturbance observer, runway identification, nonlinear model predictive control

Citation Li Fan-Biao, Yang Hao-Yue, Wang Hong-Xin, Yang Chun-Hua, Liao Li-Qing. Model predictive control of aircraft braking system under asymmetric motion based on disturbance estimation. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(7): 1690–1703

收稿日期 2021-09-07 录用日期 2022-02-10

Manuscript received September 7, 2021; accepted February 10, 2022

国家自然科学基金(61973319), 湖南省优秀青年基金(2019JJ30032), 111 计划(B17048), 鹏城实验室重点项目(PCL2021A09)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61973319), Excellent Youth Natural Science Foundation of Hunan Province (2019JJ30032), the 111 Project of China (B17048), and the Major Key Project of Peng Cheng Laboratory (PCL2021A09)

本文责任编辑 倪茂林

Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

1. 中南大学自动化学院 长沙 410083 2. 鹏城实验室 深圳 518000

1. School of Automation, Central South University, Changsha 410083 2. Peng Cheng Laboratory, Shenzhen 518000

机轮刹车系统是保证飞机刹车安全和地面滑跑性能的重要机载装置, 受到高速起降过程中的大动能、横纵力矩耦合严重、侧风干扰和复杂跑道环境等影响, 导致对飞机防滑刹车和纠偏控制设计非常困难. 另外, 作为滑跑阶段的“掌舵人”, 机轮刹车系统是关系到飞机核心安全性的 A 类装置, 即出现故障会造成灾难性后果^[1]. 因此, 具有高度适应性和可靠性的刹车系统设计研究一直是国内外学者关注的重要课题, 如全电刹车系统^[2-4]、电静液刹车系统^[5-6]、智能刹车系统^[7-8]等.

机轮防滑与跑道纠偏控制分别是体现在刹车控制设计过程中横纵两方面的研究重点, 直接影响刹车距离和偏航距离两个重要性能指标. 例如, Jiao 等和 D'Avico 等分别在文献 [9] 和文献 [10] 中, 针对纵向力矩影响下的刹车控制, 分别考虑了纵向滑跑模型建模和防滑刹车控制问题, 但都忽略横向作用力的影响; Dai 等和 Chen 等分别在文献 [11] 和文献 [12] 中, 针对横向力矩影响下的纠偏控制, 分别考虑了差动纠偏和前轮转弯控制问题, 但都对纵向滑跑进行特殊化处理. 需要指出的是, 以上工作仅单独考虑了防滑刹车或纠偏的机理建模与分析, 忽略了机轮刹车过程中横纵力矩的耦合影响. 对此, 本文将深入剖析刹车过程中多方向力矩机理, 克服传统的单机轮模型仅刻画了系统纵向动态的弊端, 针对左右机轮分别独立建模, 深入分析非对称运动条件下对刹车效率的影响.

另一方面, 强侧风干扰可能造成机轮附着力不足, 导致侧滑甚至偏离跑道^[13]. 因此, 强侧风对飞机滑跑性能的影响不容忽视^[14], 目前针对该问题的研究仍然缺少较好的处理手段. 针对强侧风干扰下的非对称运动问题, 本文考虑利用滑模干扰观测器来对侧风力的影响进行有效估计, 并引入干扰补偿对侧风干扰进行有效的抑制. 此外, 飞机刹车过程中需要保持最大结合系数以达到较高的刹车效率, 因此必须对飞机跑道状态进行精准辨识. 当前飞机跑道辨识技术分为两种, 一种是高精度传感器对不同跑道情况进行最大结合系数测量识别^[15], 该方法准确率较高但相关传感器较为昂贵, 此外需要较多的实际数据模型经验, 难以保证对复杂跑道辨识的自适应性. 另一种是通过机体和机轮运动中状态变化数据来估算结合系数的大小^[16], 常用刹车过程中的打滑信息来估计轮胎与跑道之间结合性能的优良, 但对识别算法复杂性和计算效率依赖要求较高. 本文拟利用前轮荷载状态门限特征和结合系数阈值范围特征来解决跑道辨识问题.

对于机轮刹车控制系统, 刹车压力和前轮转角在起降过程中不同阶段有不同约束, 例如在高速滑跑阶段, 考虑到安全问题, 禁止前轮大转向和主轮差动刹车^[17]. 模型预测控制能够为处理具有输入和状态约束的系统提供一种强有力的解决方案, 目前被广泛应用于航空航天^[18-20]、智能制造^[21-23]、过程控制^[24-26] 等多个领域. 另外, 模型预测控制方法能在线求解开环优化问题, 并通过预测估计、滚动优化以及反馈矫正等环节对外部干扰和模型不确定性具有较好的适应性和鲁棒性. 因此, 本文拟通过设计非线性模型预测算法, 解决非对称运动下飞机纵向

防滑刹车和横向跑道纠偏的协调控制问题.

本文针对飞机在高速滑跑阶段的防滑刹车及纠偏控制问题, 在双机轮非对称运动下建立了飞机滑跑动力学模型. 兼顾考虑侧风干扰及跑道环境的影响, 通过引入滑模干扰观测器以及飞机跑道辨识技术进行干扰补偿和跑道辨识. 基于非线性模型预测控制对多状态约束下的飞机刹车系统进行实时控制, 以达到飞机平稳安全降落的目标. 本文主要贡献点包括:

1) 针对现有飞机防滑刹车模型忽略了横纵力矩耦合, 不能全面刻画系统纵向动态的问题, 本文剖析了滑跑系统动力学中左右机轮轮胎摩擦力、机体侧风力以及方向舵力矩之间的耦合机理, 在符合实际的基础上有效描述飞机滑跑阶段系统的横纵动态.

2) 针对飞机易受侧风干扰, 导致飞机滑跑偏航的问题, 设计一种基于有限时间稳定的滑模干扰观测器, 对侧风力干扰进行有效估计, 引入补偿机制实现对侧风扰动的有效抑制, 以保证纠偏控制性能.

3) 针对飞机不能及时辨别跑道切换, 从而导致防滑刹车效率低下的问题, 提出一种基于前轮荷载和结合系数设计门限和阈值范围分析方法, 在不同跑道切换情况下及时给控制器提供滑移率信息, 从而提升防滑刹车效率.

4) 结合干扰观测器和跑道辨识方法设计非线性模型预测控制器, 在保证飞机防滑刹车效率的同时, 兼顾完成滑跑纠偏及姿态矫正任务.

1 问题描述与动力学建模

为保证飞机着陆后滑跑过程中的高刹车效率和安全性, 首要目标是给出合理的刹车压力和方向舵信号, 对地面与轮胎间的最大结合力系数所对应的滑移率进行实时控制与优化, 并且在飞机受到侧风和跑道环境的干扰条件下, 实现防滑刹车和纠偏控制. 对此, 根据飞机滑跑阶段的实际过程与客观事实, 做出如下合理假设^[7, 11]:

1) 忽略飞机的起落架和轮胎在着陆滑跑中的垂直位移变化;

2) 忽略飞机着陆滑跑中的俯仰角和滚转角变化, 将其视为零处理;

3) 将侧风力视作作用在飞机重心上, 垂直于机体的作用力, 且为慢时变干扰.

注 1. 上述假设 1) 和假设 2) 所涉及的状态变量在飞机滑跑过程中变化缓慢, 且对飞机防滑刹车和纠偏控制影响较小, 故作忽略处理; 假设 3) 中侧风力可以进行横纵力的分解, 纵向分力可视为迎风阻力处理, 故只考虑为作用在重心的横向力.

首先,对飞机高速滑跑阶段进行精确的地面滑跑动力学建模.基于假设条件基础上,只考虑飞机纵向运动和横向运动,针对飞机在侧风干扰下左右机轮之间受力不均现象进行细致分析.如俯视图 1(a)和侧视图 1(b)所示,根据牛顿第二定律,得到飞机滑跑阶段的动力学方程如下:

$$\begin{cases} T_o - F_{x2} - F_{x1l} - F_{x1r} - F_D = m\dot{V}_x \\ mg - L - N_2 - N_{1l} - N_{1r} = m\dot{V}_z \\ F_\delta - F_{1l} - F_{1r} - F_2 + Z = m\dot{V}_y \end{cases} \quad (1)$$

其中, V_x 和 V_y 分别为飞机的纵向速度和横向速度; V_z 为飞机的俯仰速度; F_2 , F_{1l} , F_{1r} 分别表示前轮和左右机轮的侧向力, F_{x2} , F_{x1l} , F_{x1r} 分别为前轮和左右机轮与地面的结合力,具体可以表示为:

$$\begin{cases} F_{x2} = \mu_f N_2 \\ F_{x1l} = \mu_l N_{1l} \\ F_{x1r} = \mu_r N_{1r} \end{cases} \quad (2)$$

其中, μ_f 为前轮结合系数,由于前轮没有刹车装置介入制动,因此可以设定其为固定常数; μ_l 和 μ_r 分别为左右机轮与跑道的结合系数; N_2 , N_{1l} 和 N_{1r} 分别为地面对前轮和左右机轮的支持力.

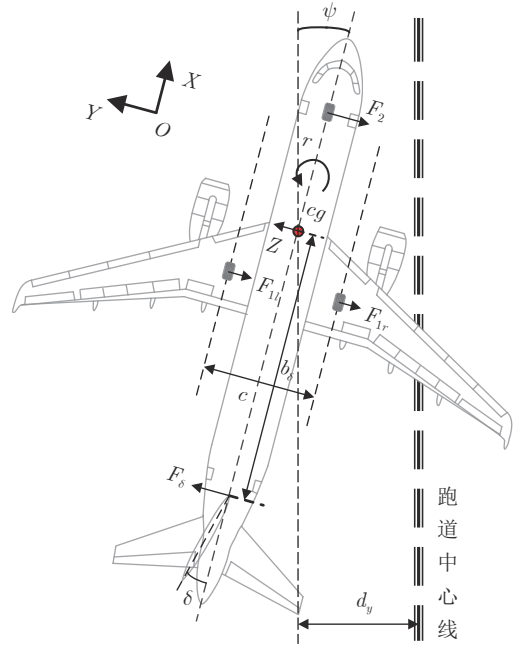
式 (1) 中, L 和 F_D 分别为空气升力和迎风阻力,两者与飞机当前的速度和环境系数有关. F_δ 为飞机尾部方向舵对飞机的作用力,可以简化为作用在飞机尾部上的横向力,该力与飞机尾舵转角 δ 、飞机当前速度以及环境系数有关.上述参数之间的关系可以用式 (3) 表示:

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2}\rho_L V_x^2 := \bar{\rho}_L V_x^2 \\ F_D = \frac{1}{2}\rho_D V_x^2 := \bar{\rho}_D V_x^2 \\ F_\delta = \frac{1}{2}\rho_\delta \delta V_x^2 := \bar{\rho}_\delta \delta V_x^2 \end{cases} \quad (3)$$

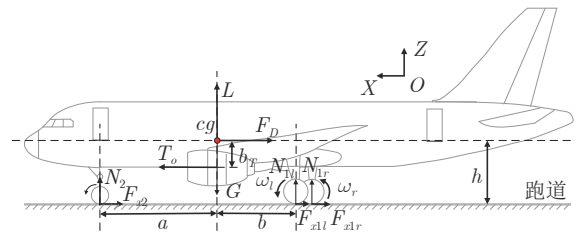
其次,由于滑跑阶段侧风和复杂跑道环境造成的偏航影响,需对飞机偏航力矩进行重点分析.考虑到飞机在高速滑跑阶段的俯仰角和滚转角变化较小,可以进行忽略,因此俯仰角速度和滚转角速度视为零.由图 1 分析,飞机的力矩平衡方程可以表示为:

$$\begin{cases} N_2 a - (N_{1l} + N_{1r})b - F_{x2}h - (F_{x1l} + F_{x1r})h + T_o b_T = 0 \\ (N_{1l} - N_{1r})\frac{c}{2} - (F_{1l} + F_{1r})h - F_2 h = 0 \\ F_\delta b_\delta - (F_{1l} + F_{1r})b + F_2 a + (F_{x1r} - F_{x1l})\frac{c}{2} = J\dot{r} \end{cases} \quad (4)$$

其中, r 为偏航角速度,图 1 及动力学方程 (1) ~ (4)



(a) 飞机滑跑俯视图
(a) Top view of aircraft during landing



(b) 飞机滑跑侧视图
(b) Side view of aircraft during landing

图 1 飞机高速滑跑阶段受力分析图

Fig.1 Force analysis diagram of aircraft during high speed landing

中其他参数及物理意义由表 1 给出.

由图 2 受力分析可知,飞机滑跑阶段受到侧向力影响,左右机轮的滚动方向与轮胎平面间形成偏角,即左右机轮侧偏角 β_{1l} 和 β_{1r} ,定义轮胎滚动方向位于轮胎平面右侧时侧偏角为正.当飞机左右机轮支持力不平衡时,侧向力与机轮侧偏角的耦合关系十分复杂,当侧偏角变化较小时,侧向力与侧偏角近似为线性关系.

由于飞机在高速滑跑阶段,前轮侧偏角度远大于前轮的侧偏角,侧向力的近似表达可由式 (5) 给出:

$$\begin{cases} F_2 = K_n \beta_2 \\ F_{1l} = K_m \beta_{1l} \\ F_{1r} = K_m \beta_{1r} \end{cases} \quad (5)$$

其中, K_n 和 K_m 分别定义为前轮和左右机轮当侧偏角为零时的侧偏刚度.在飞机滑跑过程中,由于

表 1 飞机刹车系统参数
Table 1 Aircraft braking system parameters

物理含义	符号
飞机质量 (kg)	m
重力加速度 (m/s^2)	g
前轮到飞机重心的投影距离 (m)	a
左右机轮到飞机重心的投影距离 (m)	b
飞机左右机轮之间投影距离 (m)	c
偏航力矩惯性积 ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	J
飞机高度 (m)	h
飞机重心	cg
偏航角 ($^\circ$)	ψ
飞机重力 (N)	G
侧风干扰力 (N)	Z
飞机剩余推力 (kg)	T_o
飞机偏航距离 (m)	d_y
飞机纵向阻力系数	ρ_D
飞机偏航系数	ρ_δ
飞机升力系数	ρ_L
发动机到飞机重心的距离 (m)	b_T
尾舵到飞机重心的投影距离 (m)	b_δ
左右机轮角速度 (rad/s)	ω_l, ω_r

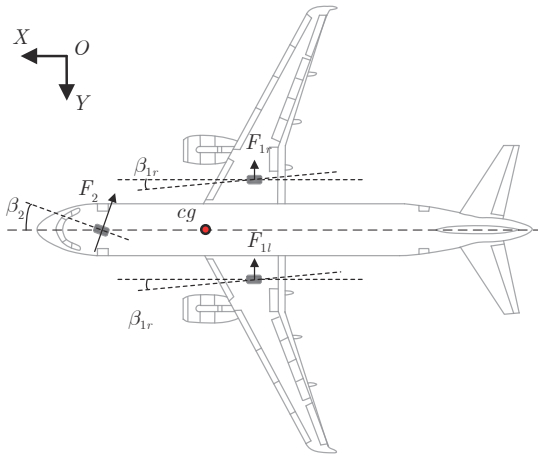


图 2 飞机滑跑轮胎侧偏角及受力分析图

Fig.2 Tire sideslip angle and stress analysis diagram during aircraft landing

前轮纠偏转向角度远大于因左右机轮支持力不平衡而导致的变化幅度, 因此假设其大小等同为前轮转向角 θ . 另外, 左右机轮侧偏角受到飞机的纵向速度、

横向速度以及偏航角速度的共同影响. 综上所述, 前侧偏角以及左右机轮侧偏角可由式 (6) 给出:

$$\begin{cases} \beta_{1l} = \arctan\left(\frac{V_y - rb}{V_x - \frac{rc}{2}}\right) \\ \beta_2 = -\theta \\ \beta_{1r} = \arctan\left(\frac{V_y - rb}{V_x + \frac{rc}{2}}\right) \end{cases} \quad (6)$$

由于飞机在滑跑过程中左右机轮只参与制动, 纠偏控制需要通过改变前轮转角完成. 与此同时, 受到左右机轮侧向力和侧偏角的耦合影响, 飞机因纠偏控制将导致左右机轮荷载变化, 这对飞机的防滑刹车效率的提升极为关键. 将动力方程 (1) 和力矩方程 (4) 联立, 可以得到 N_{1l} , N_{1r} 以及 N_2 的关系表达式, 如式 (7) 所示.

由式 (7) 可以看出, 当飞机不存在侧偏角时, 前轮和左右机轮的侧向刚度都为零, 左右机轮支持力相同, 飞机沿直线前进; 当存在侧偏角时, 即前轮和左右机轮的侧向刚度不为零, 左右机轮支持力产生偏差, 此时飞机会产生偏航力矩进而使得飞机航向发生变化, 因此需要及时调整左右机轮的刹车压力进行防滑刹车.

飞机防滑刹车是地面结合力矩及刹车力矩对机轮共同作用的结果, 机轮作为刹车系统的重要组成部分, 直接影响防滑刹车效率和纠偏性能. 本文中考虑飞机左右机轮的荷载非对称情况, 对飞机的左右机轮分别进行建模. 以左侧机轮为例, 其受力和动力公式分别如图 3 和式 (8) 所示:

$$\begin{cases} F_{x1l}r_w - P_l = J_R\dot{\omega}_l \\ F_{x1r}r_w - P_r = J_R\dot{\omega}_r \end{cases} \quad (8)$$

其中, r_w 为飞机机轮半径; P_l 和 P_r 分别为左右机轮刹车装置产生的刹车力矩; ω_l 和 ω_r 分别为左右机轮角速度; J_R 为机轮转动惯量.

此外, 跑道状态是影响飞机刹车系统的另一关键因素. 由于飞机着陆环境较为复杂, 且存在极限场景下多种跑道环境切换情况 (干、湿、积雪等), 本文将结合跑道切换情况下, 通过魔术公式对跑道环境进行分析和建模. 由于飞机滑跑阶段左右机轮受力情况不同, 因此对左右机轮分别建模, 其结合系数与滑移率的关系表达式如式 (9) 所示.

$$\begin{cases} N_{1l} = \frac{2h(F_2 + F_{1l} + F_{1r})(a + b + h(\mu_r - \mu_f)) + c((mg - L)(a - h\mu_f) + T_o b_T)}{c(2(a + b) + h(\mu_r + \mu_l - 2\mu_f))} \\ N_{1r} = \frac{-2h(F_2 + F_{1l} + F_{1r})(a + b + h(\mu_l - \mu_f)) + c((mg - L)(a - h\mu_f) + T_o b_T)}{c(2(a + b) + h(\mu_r + \mu_l - 2\mu_f))} \\ N_2 = \frac{-2h^2(F_2 + F_{1l} + F_{1r})(\mu_r - \mu_l) + c((mg - L)(h(\mu_l + \mu_r) + 2b) - 2T_o b_T)}{c(2(a + b) + h(\mu_r + \mu_l - 2\mu_f))} \end{cases} \quad (7)$$

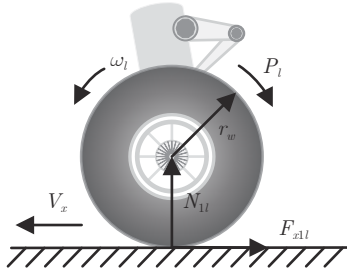


图 3 飞机滑跑中左机轮受力分析图

Fig.3 Force analysis diagram of left wheel during aircraft landing

$$\begin{cases} \mu_l = D \sin(C \arctan(B\sigma_l)) \\ \mu_r = D \sin(C \arctan(B\sigma_r)) \end{cases} \quad (9)$$

其中, B , C 和 D 为滑移率系数; σ_l 和 σ_r 分别为左右机轮的滑移率, 其大小与飞机速度和机轮速度的关系为:

$$\begin{cases} \sigma_l = \frac{V_x - \omega_l r_w}{V_x} \\ \sigma_r = \frac{V_x - \omega_r r_w}{V_x} \end{cases} \quad (10)$$

由式 (8) 和式 (10) 可知, 控制刹车压力的大小可以改变机轮的转速, 从而调节飞机的滑移率和结合系数, 以达到飞机防滑刹车控制的目的. 值得注意的是, 不同的跑道条件下飞机的滑移率和结合系数的变化关系是不同的. 表 2 给出了飞机在干、湿、积雪跑道条件下对应的最佳滑移率.

表 2 结合系数模型参数

Table 2 Parameters of adhesion coefficient model

跑道状态	D	C	B	S_p
干跑道	0.8	1.5344	14.0326	0.117
湿跑道	0.4	2.0192	8.2098	0.120
积雪跑道	0.2	2.0875	7.2017	0.130

表 2 中, S_p 代表不同跑道情况下的最大结合系数对应的最佳滑移率. 基于上述数据, 滑移率-结合系数变化曲线图如图 4 所示.

注 2. 利用魔术公式 (9), 图 4 给出了在三种不同跑道环境下滑移率和结合系数的对应关系, 随着滑移率的增大, 结合系数呈现出由小变大再变小的变化. 此外, 在经过曲线峰值后, 滑移率的继续增大会加深飞机的打滑程度, 严重时会导致机轮爆胎的现象. 因此, 为了进行更高效安全的防滑刹车, 需要控制滑移率保持在最大结合系数对应的最佳滑移率附近.

通过飞机的动力学建模分析, 可获得非线性防滑刹车系统方程 (11), 式中相关参数如前文所述.

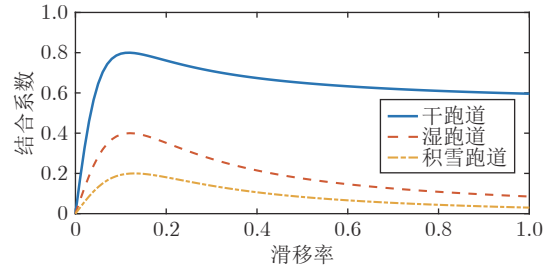


图 4 滑移率-结合系数变化曲线图

Fig.4 Variation curve of slip ratio and adhesion coefficient

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \frac{T_o - \mu_f N_2 - \mu_l N_{1l} - \mu_r N_{1r} - \bar{\rho} D V_x^2}{m} \\ \dot{d}_y = V_y \\ \dot{V}_y = \frac{\bar{\rho} \delta V_x^2 - K_m \beta_{1l} - K_m \beta_{1r} - K_n \theta + Z}{m} \\ \dot{\omega}_l = \frac{\mu_l N_{1l} r_w - P_l}{J_R} \\ \dot{\omega}_r = \frac{\mu_r N_{1r} r_w - P_r}{J_R} \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = \frac{2\bar{\rho} \delta V_x^2 b \delta - 2b(F_{1l} + F_{1r}) + 2K_n a \theta + (F_{x1r} - F_{x1l})c}{2J} \end{cases} \quad (11)$$

2 飞机刹车系统防滑刹车及纠偏控制设计

2.1 滑模干扰观测器设计

本文在飞机动力学模型建模中引入了横向侧风力影响, 为了便于非线性模型预测控制器设计, 可将侧风力视作干扰项进行干扰补偿.

对于飞机刹车系统 (11), 将带侧风力干扰项单独分析, 重写为式 (12):

$$\dot{V}_y = f + g u_\delta + d_z \quad (12)$$

其中, u_δ 为尾舵转角 δ , d_z 为侧风力干扰项, f 和 g 为非线性表达式:

$$\begin{cases} d_z = \frac{Z}{m} \\ g = \frac{\bar{\rho} \delta V_x^2}{m} \\ f = \frac{-K_m \beta_{1l} - K_m \beta_{1r} - K_n \beta_2}{m} \end{cases} \quad (13)$$

本文考虑一种基于改进滑模微分器的干扰观测器^[27], 其能有效克服高阶滑模微分器存在的输出抖

振、参数选取范围有限等缺点。

定理 1. 考虑防滑刹车系统 (11) 在侧风力干扰项 (12) 影响下, 当滑模干扰观测器满足式 (14) 时, 可以在有限时间内对侧风干扰进行有效估计。

$$\begin{cases} \dot{\hat{V}}_y = f + gu_\delta + v \\ v = -\lambda_0 \sqrt{|\hat{V}_y - V_y|} \operatorname{sgn}(\hat{V}_y - V_y) + \hat{d}_z \\ \dot{\hat{d}}_z = -\lambda_1 |\hat{d}_z - v|^{\frac{a}{b}} \operatorname{sgn}(\hat{d}_z - v) \end{cases} \quad (14)$$

其中, \hat{V}_y 为 V_y 的估计值; \hat{d}_z 为 d_z 的估计值; λ_0 和 λ_1 为微分器设计参数; v 是滑模干扰观测器的内部辅助变量; a, b 为正奇数, 且满足:

$$1 < \frac{a}{b} < 2 \quad (15)$$

证明. 定义估计误差 $e_0 = \hat{V}_y - V_y$, $e_1 = \hat{d}_z - d_z$, 可将式 (14) 转化为下式:

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = -\lambda_0 \sqrt{|e_0|} \operatorname{sgn} e_0 + e_1 \\ \dot{e}_1 = -\lambda_1 |e_1 - \dot{e}_0|^{\frac{a}{b}} \operatorname{sgn}(e_1 - \dot{e}_0) - \dot{d}_z \end{cases} \quad (16)$$

由文献 [28] 中引理 7, 选择 $|e_i| < s_i$, s_{Mi} 满足 $s_i < s'_i < s_{Mi}$, i 为 0 和 1, 可以获得:

$$\begin{aligned} |\dot{e}_0| &\leq \lambda_0 \sqrt{|e_0|} + |e_1| \leq \\ &\lambda_0 \sqrt{|e_0|} + s_{M1} \leq \\ &\lambda_0 \sqrt{s_{M0}} + s_{M1} \end{aligned} \quad (17)$$

对上式足够小的时间段 τ 内左右两边做积分, 有:

$$\begin{aligned} \int_{\tau} |\dot{e}_0| dt &\leq \int_{\tau} (\lambda_0 \sqrt{s_{M0}} + s_{M1}) dt \leq \\ &\int_{\tau} (\lambda_0 \sqrt{s_{M0}} + s_{M1}) dt \leq \\ &\tau \lambda_0 \sqrt{s_{M0}} + \tau s_{M1} := K_0 \end{aligned} \quad (18)$$

在足够小的时间段 τ 内 $|e_0| < s'_0$, 因此可证 $|e_1| < s'_1$. 由文献 [28] 中引理 9 可知系统 (16) 是有限时间稳定的。□

注 3. 针对误差系统式 (16), 若 $\dot{d}_z = 0$, 误差 e_1, e_2 可以渐近收敛到 0; 若 $\dot{d}_z \neq 0$, 误差 e_1, e_2 将会在有限时间内收敛至包含原点的临界区域内, 通过选取合适的参数 λ_0 和 λ_1 可使闭球半径足够小^[27]. 基于假设 3) 中侧风力为缓慢变化的干扰, 则 \dot{d}_z 可忽略不计, 误差 e_1, e_2 将会在有限时间内收敛至原点, 因此设计的干扰观测器可以有效地对侧风干扰进行估计。

注 4. 滑模干扰观测器的估计误差受参数 λ_0 和 λ_1 的影响, 选取合适参数, 可以在有限时间内对侧风干扰的精确估计, 进而在控制器中进行补偿, 达到干扰抑制的目的。

2.2 飞机滑跑跑道辨识技术

考虑设计一种基于跑道状态特征辨识技术, 为简化实际问题分析并不失一般性, 针对混合跑道的识别将只考虑表 2 中所提及的三种典型跑道环境类型. 为了避免典型跑道之间的重叠现象, 下面将跑道辨识分为两部分进行处理。

首先, 利用前轮荷载状态门限特征辨识飞机落地跑道。

由文献 [4] 可知, 飞机在三种典型跑道的最佳滑移率分别为 0.117 (干跑道)、0.120 (湿跑道) 以及 0.130 (积雪跑道), 可以发现在不同跑道条件下, 最佳滑移率相差较小, 为了提高辨别的准确性, 本文提出利用飞机的前轮支持力作为落地跑道状态判别的标准. 假设飞机落地瞬间左右机轮着陆的跑道环境相同, 即 $\mu = \mu_l = \mu_r$, 则由式 (7) 可知前轮支持力定义为:

$$N_2 = \frac{(mg - L)(h\mu + b) - T_o b_T}{(a + b) + h(\mu - \mu_f)} \quad (19)$$

不同跑道条件下的滑移率可以通过结合系数间接体现在飞机前轮支持力上. 通过代入飞机的参数, 可以获得不同跑道下的支持力特征值门限。

典型跑道条件下的支持力特征值门限如表 3 所示. 通过检测落地瞬间前轮支持力的变化范围即可辨别飞机落地瞬间的跑道环境。

表 3 典型跑道特征值门限

Table 3 Threshold of characteristic value of typical runway			
跑道状态	Sp	μ	N_2
干跑道	0.117	0.8	100000
湿跑道	0.120	0.4	70000
积雪跑道	0.130	0.2	30000

其次, 考虑利用结合系数阈值范围特征对跑道切换条件下进行有效辨识。

飞机刹车过程中对于跑道切换条件下的跑道状态辨识, 结合系数往往会因为跑道切换产生跳变或迁移现象. 如图 5 所示, 干跑道上飞机在最大结合系数附近进行防滑刹车, 在 t_0 时刻跑道切换为积雪跑道, 使飞机的结合系数有一个从 0.80 降至 0.19 的跳变过程. 这个跳变信号在不同跑道切换时的变化量是不同的, 因此可以提取其特征信号作为飞机跑道切换辨识的标准。

结合不同跑道环境下的结合系数公式, 可以获得三种典型跑道切换时的结合系数变化范围阈值, 如表 4 所示。

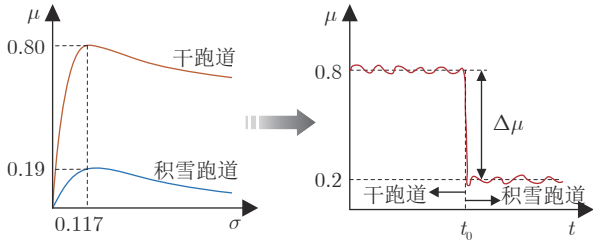


图 5 跑道切换时结合系数变化示意图

Fig.5 Schematic diagram of adhesion coefficient change during runway switching

表 4 典型跑道切换对应的结合系数变化量

Table 4 Variation of adhesion coefficient corresponding to typical runway switching

跑道状态	干跑道	湿跑道	积雪跑道
干跑道	—	[-0.39, -0.41]	[-0.61, -0.59]
湿跑道	[0.39, 0.41]	—	[-0.21, -0.19]
积雪跑道	[0.59, 0.61]	[0.19, 0.21]	—

若检测到跑道结合系数发生了跳变, 说明跑道环境发生了改变, 可以通过当前的结合系数和跳变后的结合系数差值获得结合系数的变化量 $\Delta\mu$, 并且与表 4 中相对应的变化量进行比较, 最终选择合适的切换跑道类型, 以完成跑道切换辨识.

2.3 非线性模型预测控制器设计

考虑基于非线性模型预测控制的防滑刹车及纠偏控制器设计方法. 首先, 将非线性防滑刹车控制系统 (11) 改写为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}_u \mathbf{u} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{x} = [V_x \ d_y \ V_y \ \omega_l \ \omega_r \ \psi \ r]^T$ 为状态变量, $\mathbf{u} = [P_l \ P_r \ \delta \ \theta]^T$ 为控制变量. 设定 $\mathbf{y} = [V_x \ d_y \ \psi]^T$ 为输出变量. $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 和 \mathbf{D}_u 定义为:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{T_o - \mu_f N_2 - \mu_l N_{1l} - \mu_r N_{1r} - \bar{\rho}_D V_x^2}{m} \\ V_y \\ \frac{-K_m \beta_{1l} - K_m \beta_{1r} + Z}{m} \\ \frac{\mu_l N_{1l} r_w}{J_R} \\ \frac{\mu_r N_{1r} r_w}{J_R} \\ r \\ \frac{(F_{x1r} - F_{x1l})c - 2(F_{1l} + F_{1r})b}{2J} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\bar{\rho}_\delta V_x^2}{m} & -\frac{K_n}{m} \\ -\frac{1}{J_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\bar{\rho}_\delta V_x^2 b_\delta}{J} & \frac{K_n a}{J} \end{bmatrix} \quad (21)$$

利用欧拉法将式 (20) 进行离散化处理, 设采样周期为 Δt , 可得离散系统状态空间表达式为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{D}_u \mathbf{u}(k))\Delta t + \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (22)$$

将上式改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = F_c^k(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{x}(k)$ 为 k 时刻的状态变量, $\mathbf{u}(k)$ 为当前时刻的控制输入, $F_c^k(\cdot)$ 表示当前时刻系统的向前预测函数, $\mathbf{x}(k+1)$ 为 $k+1$ 时刻的状态变量, \mathbf{H} 是输出矩阵, 其表达式为:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

在飞机高速滑跑过程中, 前轮转角不能大幅度进行转弯纠偏, 通过脚刹在 $(-5^\circ, 5^\circ)$ 之间进行前轮转弯. 此外, 飞机刹车力矩及飞机尾部方向舵转向也有一定的限制, 尾部方向舵转向在 $(-30^\circ, 30^\circ)$ 之间进行纠偏. 因此, 对飞机的状态变量和控制变量进行如下约束:

$$\mathbf{x}(k) \in X, \mathbf{u}(k) \in U$$

$$\begin{cases} X = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R} | X_{\min} \leq \mathbf{x} \leq X_{\max}\} \\ U = \{\mathbf{u} \in \mathbf{R} | U_{\min} \leq \mathbf{u} \leq U_{\max}\} \end{cases} \quad (25)$$

其中, X 为状态变量约束集合, X_{\min} 和 X_{\max} 分别为系统状态变量的上下限, U 为控制变量约束集合, U_{\min} 和 U_{\max} 分别为系统控制变量的上下限.

在飞机滑跑刹车过程中, 存在三个重要的约束条件: 1) 飞机要以最大结合系数进行刹车, 以达到

最短刹停的目的; 2) 要保证飞机的轨迹不偏离跑道, 以防止飞机冲出跑道; 3) 要求飞机姿态为跑道中心线方向, 以使飞机航向正确. 针对上述目标, 将优化目标函数设计为:

$$J_1 = \sum_{i=0}^{N_P-1} \|\mathbf{x}(k+i|k) - \mathbf{x}_r(k+i)\|_Q^2 \quad (26)$$

其中, Q 代表系统状态变量误差惩罚项权重矩阵, $\mathbf{x}(k+i|k)$ 是在第 k 秒下预测第 $k+i$ 秒的系统状态, $\mathbf{x}_r(k+i)$ 是 $k+i$ 秒的期望系统状态, N_P 为预测步长.

为保证飞机较为平稳地进行防滑刹车, 需要在优化目标函数中加入控制量增量惩罚项. 同时, 为避免刹车过度, 需要加入控制量惩罚项:

$$J_2 = \sum_{i=0}^{N_C-1} \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{P_1}^2 + \sum_{i=0}^{N_C-1} \|\mathbf{u}(k+i+1|k) - \mathbf{u}(k+i|k)\|_{P_2}^2 \quad (27)$$

其中, P_1 为控制量惩罚项权重矩阵, P_2 为控制量增量惩罚项权重矩阵, $\mathbf{u}(k+i|k)$ 为在第 k 秒下预测第 $k+i$ 秒的控制量, N_C 为控制步长.

此外, 需要对系统状态的终端性能进行约束, 其定义为:

$$V_F(\mathbf{x}(k+N_P|k)) = \|\mathbf{x}(k+N_P|k) - \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_F^2 \quad (28)$$

式 (28) 中, $\mathbf{x}(k+N_P|k)$ 为非线性模型预测的终端状态, $\mathbf{x}_r(k+N_P)$ 为终端期望值, 对飞机的终端期望值的约束为 $\mathbf{x}_r(k) \in X_F$, X_F 为终端约束集, 且 $X_F \subset X$. 设计 F 为满足下式的对称正定矩阵^[29]:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BK})^T \mathbf{F} (\mathbf{A} + \mathbf{BK}) - \mathbf{F} + \mathbf{Q} + \mathbf{K}^T (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2) \mathbf{K} \leq 0 \quad (29)$$

其中, \mathbf{K} 是使系统线性化后稳定的反馈增益矩阵, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为系统在平衡点 x_0 线性化处理后的矩阵:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \partial \mathbf{D}_u \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{x_0}, \quad \mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \partial \mathbf{D}_u \mathbf{u}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{x_0} \quad (30)$$

此外对于系统状态进行如下约束:

$$\begin{cases} \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r) \in U, \quad \forall \mathbf{x} \in X_F \\ F_c^k(\mathbf{x}, \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r)) \in X_F, \quad \forall \mathbf{x} \in X_F \end{cases} \quad (31)$$

综上所述, 目标函数设计为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(k)} J = & \sum_{i=0}^{N_P-1} \|\mathbf{x}(k+i|k) - \mathbf{x}_r(k+i)\|_Q^2 + \\ & \sum_{i=0}^{N_C-1} \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{P_1}^2 + \\ & \sum_{i=0}^{N_C-1} \|\mathbf{u}(k+i+1|k) - \mathbf{u}(k+i|k)\|_{P_2}^2 + \\ & \|\mathbf{x}(k+N_P|k) - \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_F^2 \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \mathbf{x} \in X \\ \mathbf{x}(k+1|k) = F_c^k(\mathbf{x}(k|k), \mathbf{u}(k|k)) \\ \delta_{\min} < \delta(k) < \delta_{\max} \\ 0 < P_l, P_l(k) < P_{\max} \\ \theta_{\min} < \theta < \theta_{\max} \\ F_c^k(\mathbf{x}, \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r)) \in X_F \end{cases} \quad (32) \end{aligned}$$

在此, 采用序列二次规划 (Sequential quadratic programming, SQP) 求解此最小值优化问题, 即可获得路径跟踪控制的输入变量序列:

$$\mathbf{u}^* = [\mathbf{u}(k|k) \quad \mathbf{u}(k+1|k) \quad \cdots \quad \mathbf{u}(k+N_C|k)]^T \quad (33)$$

其中, 首元素即为控制器在下一时刻输出的控制量:

$$\mathbf{u} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \mathbf{u}^* \quad (34)$$

设计非线性模型预测控制的算法如下.

算法 1. 飞机防滑刹车及纠偏模型预测控制算法

步骤 1. 设定预测步数、控制步数以及惩罚权重系数, 初始化 k 为零时刻, 求解优化目标函数 (32) 可以得到初始的输入变量序列 \mathbf{u}^* , 将首元素作用于控制系统 (20);

步骤 2. 在时刻 k ($k > 0$) 时, 利用模型 (23) 预测未来一段时间内系统状态的变化;

步骤 3. 根据时刻 k ($k > 0$) 的系统状态, 计算期望系统状态, 并代入优化目标函数;

步骤 4. 根据步骤 2 和步骤 3 求解优化目标函数 (32) 可以得到时刻 k 的输入变量序列 \mathbf{u}^* , 将首元素作用于控制系统 (20);

步骤 5. 判断是否达到系统停止条件 ($V_x \leq 20$ m/s), 如果是则跳转步骤 6, 否则返回步骤 2 开始新的控制周期;

步骤 6. 终止计算, 算法结束.

定理 2. 在满足式 (34) 的控制器输入下, 非线性动力学模型 (20) 可以实现对 \mathbf{x}_r 的跟踪. 如果算法中的优化问题在初始时刻存在可行解, 则可得闭环系统渐近稳定, 且系统状态最终可以收敛至 \mathbf{x}_r 在状态可行域上的集合 Θ 上.

$$\Theta = \left\{ \|\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_r(k)\|_Q^2 \leq \gamma \right\} \quad (35)$$

其中,

$$\begin{aligned} \gamma = & 2 \|\mathbf{u}'(k_0 + N_P | k_0 + 1)\|_{P_2}^2 \times \\ & \|\mathbf{u}'(k_0 + N_P - 1 | k_0 + 1)\|_{P_2}^2 + \\ & \|\mathbf{u}'(k_0 + N_P - 1 | k_0 + 1)\|_{P_2}^2 + \\ & \|\mathbf{A}\mathbf{x}_r(k_0 + N_P) - \mathbf{x}_r(k_0 + N_P + 1)\|_Q^2 + \\ & 2 \|\mathbf{A}\mathbf{x}_r(k_0 + N_P) - \mathbf{x}_r(k_0 + N_P + 1)\|_Q^2 \times \\ & \|(\mathbf{A}\mathbf{K}^{-1} + \mathbf{B})\mathbf{u}'(k_0 + N_P - 1 | k_0 + 1)\|_Q^2 \end{aligned}$$

证明. 假设优化问题 $J(\mathbf{x}(k_0), k_0)$ 在 k_0 时刻的最优解序列为 $\mathbf{U}_{k_0}^*$, 对应的最优状态序列为 $\mathbf{X}_{k_0}^*$, 则可以分别表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_{k_0}^* = [\mathbf{u}^*(k_0 | k_0) \quad \mathbf{u}^*(k_0 + 1 | k_0) \quad \cdots \\ \quad \mathbf{u}^*(k_0 + N_P - 1 | k_0)]^T \\ \mathbf{X}_{k_0}^* = [\mathbf{x}^*(k_0 | k_0) \quad \mathbf{x}^*(k_0 + 1 | k_0) \quad \cdots \\ \quad \mathbf{x}^*(k_0 + N_P - 1 | k_0)]^T \end{cases} \quad (36)$$

构造优化问题 $J(\mathbf{x}(k_0 + 1), k_0 + 1)$ 在 $k_0 + 1$ 时刻的备选最优解序列 \mathbf{U}'_{k_0+1} 记为:

$$\mathbf{U}'_{k_0+1} = [\mathbf{u}'(k_0 + 1 | k_0 + 1) \quad \mathbf{u}'(k_0 + 2 | k_0 + 1) \quad \cdots \\ \quad \mathbf{u}'(k_0 + N_P | k_0 + 1)]^T \quad (37)$$

将 \mathbf{U}'_{k_0+1} 和 $\mathbf{U}_{k_0}^*$ 对比, 最优解序列各项可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{u}'(k_0 + j + 1 | k_0 + 1) = \mathbf{u}^*(k_0 + j + 1 | k_0), \\ \quad \forall j = 0, 1, \dots, N_P - 2 \\ \mathbf{u}'(k_0 + N_P | k_0 + 1) = \mathbf{K}(\mathbf{x}^*(k_0 + N_P | k_0) \\ \quad - \mathbf{x}_r(k_0 + N_P)) \end{cases} \quad (38)$$

备选最优解的变化量在 $k_0 + 1$ 时刻表示为:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}'(k_0 + j + 1 | k_0 + 1) = & \mathbf{u}'(k_0 + j + 1 | k_0 + 1) - \\ & \mathbf{u}'(k_0 + j | k_0 + 1), \forall j = 1, 2, \dots, N_P - 1 \end{aligned} \quad (39)$$

记系统状态序列为 \mathbf{X}'_{k_0+1} , 在 $k_0 + 1$ 时刻表示为:

$$\mathbf{X}'_{k_0+1} = [\mathbf{x}'(k_0 + 1 | k_0 + 1) \quad \mathbf{x}'(k_0 + 2 | k_0 + 1) \quad \cdots \\ \quad \mathbf{x}'(k_0 + N_P + 1 | k_0 + 1)]^T \quad (40)$$

针对 $\forall j = 0, 1, \dots, N_P - 1$ 可以推出:

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(k_0 + 1 | k_0 + 1) = \mathbf{x}^*(k_0 + 1 | k_0) \\ \mathbf{x}'(k_0 + 2 | k_0 + 1) = \mathbf{x}^*(k_0 + 2 | k_0) \\ \quad \vdots \\ \mathbf{x}'(k_0 + j + 1 | k_0 + 1) = \mathbf{x}^*(k_0 + j + 1 | k_0) \end{cases} \quad (41)$$

当 $j = N_P$ 时, 终端状态表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'(k_0 + N_P + 1 | k_0 + 1) = & F_c^k(\mathbf{x}^*(k_0 + j | k_0), \\ & \mathbf{K}(\mathbf{x}^*(k_0 + N_P | k_0) - \mathbf{x}_r(k_0 + N_P))) \end{aligned} \quad (42)$$

由于在 k_0 时刻, 优化问题存在最优解序列及相应的最优状态序列, 表明最后一个元素成立. 根据系统约束, 可以推出 $\mathbf{x}'(k_0 + N_P + 1 | k_0 + 1) \in X_F$, 说明在 $k_0 + 1$ 时刻, 优化问题存在可行解. 又因为在 $k = 0$ 时存在可行解, 因此在 $k > 0$ 的所有时刻, 优化问题都存在可行解.

根据上述分析, 现记 k 时刻的最优解序列所对应的最小性能指标函数为 J'_{vk} , 在本文中假设控制步长与预测步长大小一样, 则该最小性能指标函数可以表示为:

$$\begin{aligned} J'_{vk} = & \sum_{j=0}^{N_P-1} \left\{ \|\mathbf{x}^*(k+j | k) - \mathbf{x}_r(k+j)\|_Q^2 + \right. \\ & \|\mathbf{u}^*(k+j | k)\|_{P_1}^2 + \\ & \left. \|\Delta \mathbf{u}^*(k+j | k)\|_{P_2}^2 \right\} + \|\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \\ & \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_F^2 \end{aligned} \quad (43)$$

记 $k+1$ 时刻的最小性能指标函数为 $J'_{v(k+1)}$, 可以表示为:

$$\begin{aligned} J'_{v(k+1)} = & \sum_{j=0}^{N_P-2} \left\{ \|\mathbf{x}'(k+j+1 | k+1) - \right. \\ & \mathbf{x}_r(k+j+1)\|_Q^2 + \\ & \|\mathbf{u}'(k+j+1 | k+1)\|_{P_1}^2 + \\ & \left. \|\Delta \mathbf{u}'(k+j+1 | k+1)\|_{P_2}^2 \right\} + \\ & \|\mathbf{u}'(k+N_P | k+1)\|_{P_1}^2 + \\ & \|\Delta \mathbf{u}'(k+N_P | k+1)\|_{P_2}^2 + \\ & \|\mathbf{x}'(k+N_P+1 | k) - \mathbf{x}_r(k+N_P+1)\|_F^2 + \\ & \|\mathbf{x}'(k+N_P | k+1) - \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_Q^2 \end{aligned} \quad (44)$$

根据最优解序列相关表达式可以推出:

$$\begin{aligned} J'_{v(k+1)} \leq & J'_{vk} + \gamma - \|\mathbf{x}^*(k | k) - \mathbf{x}_r(k)\|_Q^2 - \\ & \|\mathbf{u}^*(k | k)\|_{P_1}^2 - \\ & \|\Delta \mathbf{u}^*(k | k)\|_{P_2}^2 - \|\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \\ & \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_F^2 + \\ & \|\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \mathbf{x}_r(k+N_P)\|_Q^2 + \\ & \|\mathbf{K}(\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \mathbf{x}_r(k+N_P))\|_{P_1}^2 + \\ & \|\mathbf{K}(\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \mathbf{x}_r(k+N_P))\|_{P_2}^2 + \\ & \|(\mathbf{A} + \mathbf{BK})(\mathbf{x}^*(k+N_P | k) - \\ & \mathbf{x}_r(k+N_P))\|_F^2 \end{aligned} \quad (45)$$

由式 (29) 易知:

$$\begin{aligned}
J'_{v(k+1)} &\leq J'_{vk} + \gamma - \|\mathbf{x}^*(k|k) - \mathbf{x}_r(k)\|_Q^2 - \\
&\quad \|\mathbf{u}^*(k|k)\|_{P_1}^2 - \|\Delta \mathbf{u}^*(k|k)\|_{P_2}^2 \leq \\
&\quad J'_{vk} + \gamma - \|\mathbf{x}^*(k|k) - \mathbf{x}_r(k)\|_Q^2 \quad (46)
\end{aligned}$$

假设系统状态一直在收敛集合 Θ 外, 即 $J'_{v(k+1)} < J'_{vk}$ 成立, 表明 J'_v 为严格单调递减函数, 这与二次型性能指标存在最小值相矛盾, 故假设不成立. 因此系统状态在无外界扰动的情况下, 一定会在某时刻进入并一直处于收敛集合 Θ 内, 使得闭环系统稳定. \square

本文所提出的非对称运动下的双侧机轮协调控制架构如图 6 所示. 非对称运动下的双侧机轮飞机地面滑跑动力学模型有效描述了滑跑阶段系统的纵横运动状态; 利用横向速度和尾舵转角变量构建滑模干扰观测器, 对侧风干扰进行实时估计, 并通过调整微分器设计参数以实现侧风干扰的有效抑制; 通过跑道辨识方法实时获取最大结合系数, 并为非线性模型预测控制器提供最佳滑移率, 以提升飞机防滑刹车效率; 利用飞机运动状态信息、侧风扰动观测器以及最佳滑移率设计非线性模型预测控制器, 其优化函数同时兼顾了防滑、纠偏、控制输出以及终端性能, 在系统约束下通过 SQP 规划算法获取最优控制输出, 以实现飞机防滑刹车和纠偏的协调控制.

3 仿真实验

为了验证本文所提出建模方法的正确性和所提出控制策略的有效性, 下面将分别从干扰估计、跑道辨识、防滑刹车与纠偏几个方面设计仿真实验. 相关的飞机模型参数的设置来源于文献 [30], 符合实际工况要求. 设置飞机初始滑跑速度为 $V_x = 72 \text{ m/s}$, 仿真终止条件为 $V_x \leq 20 \text{ m/s}$.

仿真 1. 首先设计仿真实验对侧风干扰进行有效估计. 飞机的侧力计算公式为^[31]:

$$Z = \rho S_w C_Y V_{\text{wind}}^2 \quad (47)$$

其中, ρ 为空气密度, S_w 为机翼面积, C_Y 为侧力系数, V_{wind} 为侧风速度. 参考 MIL-F-8785C 军事规范中“1-余弦”侧风干扰模型^[32], 并假设侧风速度存在轻微起伏波动, 设计侧风速度满足如下条件:

$$V_{\text{wind}} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{V_m}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi t}{t_m}\right) \right), & 0 \leq t \leq t_m \\ V_m \left(1 + \frac{\sin(\pi(t - t_m))}{100} \right), & t > t_m \end{cases} \quad (48)$$

其中, V_m 是侧风幅度, t_m 是侧风时间点, t 是时间. 式 (47) 和式 (48) 中具体参数如表 5 所示.

图 7 给出了在上述侧风力扰动条件下进行干扰估计的实验结果. 如图所示, 设计的干扰观测器能够对侧风扰动进行实时准确估计, 并保证了侧风观测误差在合理范围内.

仿真 2. 考虑在 0 s ~ 3 s 湿跑道、3 s ~ 6 s 干跑道、6 s ~ 12 s 积雪跑道以及 12 s ~ 15 s 湿跑道情况下的跑道辨识仿真实验.

图 8 给出了跑道切换条件下跑道辨识的仿真结果. 如图所示, 由于飞机机轮触地时, 前轮荷载从零开始迅速增长, 会依次通过积雪跑道和湿跑道的门限值, 因此跑道辨识会出现由积雪跑道变为湿跑道的过程. 仿真结果表明, 在多个跑道切换的情况下, 本文提出的基于前轮荷载状态门限特征和结合系数阈值范围特征的分析方法能够迅速准确地对切换跑道进行辨识.

仿真 3. 考虑在 0 s ~ 5 s 干跑道和 5 s 后湿跑道条件下的防滑刹车与纠偏控制仿真实验.

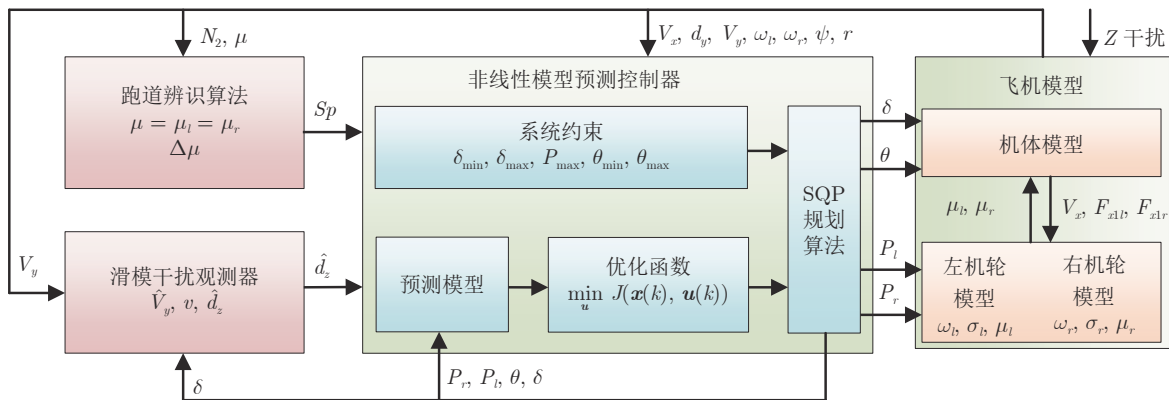


图 6 飞机防滑刹车及纠偏控制架构

Fig.6 Aircraft anti-skid braking and deviation correction control architecture

表 5 侧风干扰数据参数
Table 5 Crosswind disturbance data parameters

参数	值
侧风角度	90°
空气密度 ρ	1.225 kg/m ³
机翼面积 S_w	121.86 m ²
侧力系数 C_Y	0.94
侧风幅度 V_m	15 m/s
侧风时间 t_m	3 s

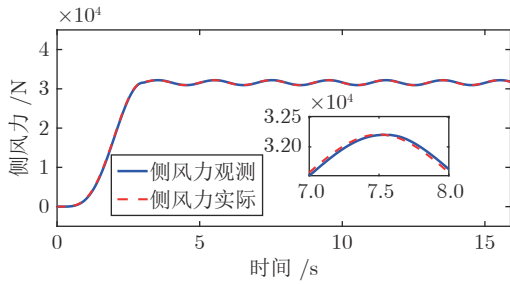


图 7 侧风干扰观测器仿真结果
Fig. 7 Simulation results of crosswind disturbance observer

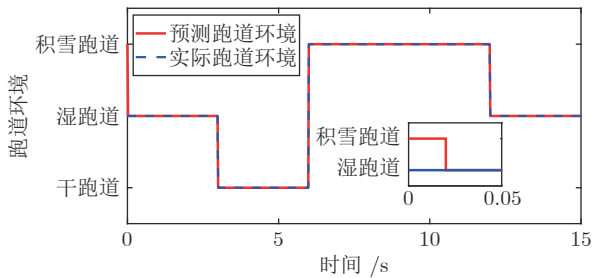
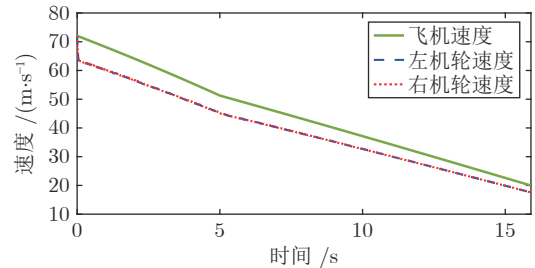


图 8 跑道辨识仿真结果
Fig. 8 Simulation results of runway identification

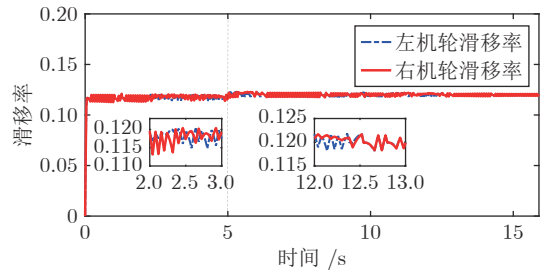
由仿真结果 (图 9) 所示, 飞机机轮速度在跑道切换时能够快速反应, 总体滑跑减速平缓且无较大波动. 图 9(b) 和图 9(c) 给出了飞机左右机轮滑移率及结合系数的变化情况, 整体波动幅度较小且在合理范围内. 图 9(d) 显示飞机在整个滑跑过程中都无偏航且滑跑姿态较好. 仿真主要性能指标如表 6 所示, 左右机轮结合系数效率相同可以达到 99.85%, 刹车距离为 699.20 m, 刹车时间为 15.90 s.

仿真 4. 考虑在仿真实验 1 中引入侧风干扰, 进行干、湿切换跑道情况下的防滑刹车与纠偏控制仿真实验, 设置初始偏航角 3°, 初始偏航距离 5 m.

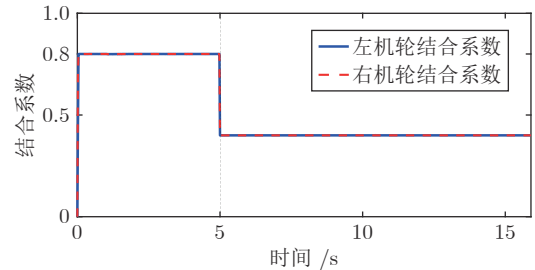
由仿真结果 (图 10) 所示, 由于飞机在刹车过程同时进行纠偏行为, 导致机轮速度会有较小的波动, 但是通过模型预测控制方法能够迅速反应进行



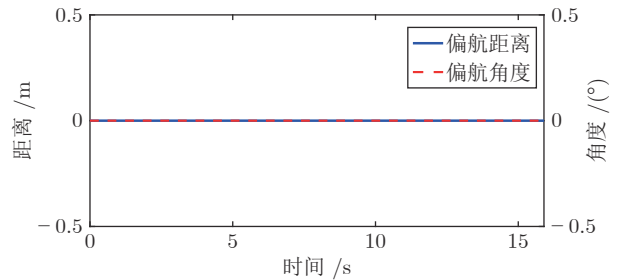
(a) 飞机速度和左右机轮速度
(a) Aircraft speed and left and right wheel speed



(b) 飞机左右机轮的滑移率
(b) Slip ratio of left and right wheels of aircraft



(c) 左右机轮结合系数
(c) Adhesion coefficient of left and right wheels



(d) 飞机偏航距离和偏航角度
(d) Aircraft yaw distance and yaw angle

图 9 无侧风、偏航状态下飞机防滑刹车及纠偏仿真结果
Fig. 9 Simulation results of aircraft anti-skid braking and deviation correction under no crosswind and yaw conditions

纠偏调整.

图 10(b) 和图 10(c) 分别给出飞机左右机轮的滑移率及结合系数的变化情况, 可以看出当飞机转变航向角时, 飞机的左右支持力出现了较大变化, 导致滑移率和结合系数有一个明显的波动, 但其波动均在合理范围内. 图 10(d) 给出了飞机偏航距离

表 6 飞机防滑刹车性能指标

Table 6 Performance index of aircraft anti-skid braking

性能指标	仿真 3	仿真 4
左机轮结合系数效率 (%)	99.85	99.81
右机轮结合系数效率 (%)	99.85	99.84
刹车距离 (m)	699.20	700.51
刹车时间 (s)	15.90	15.95
最终偏航距离 (m)	0	0.56
最终偏航角度 (°)	0	0

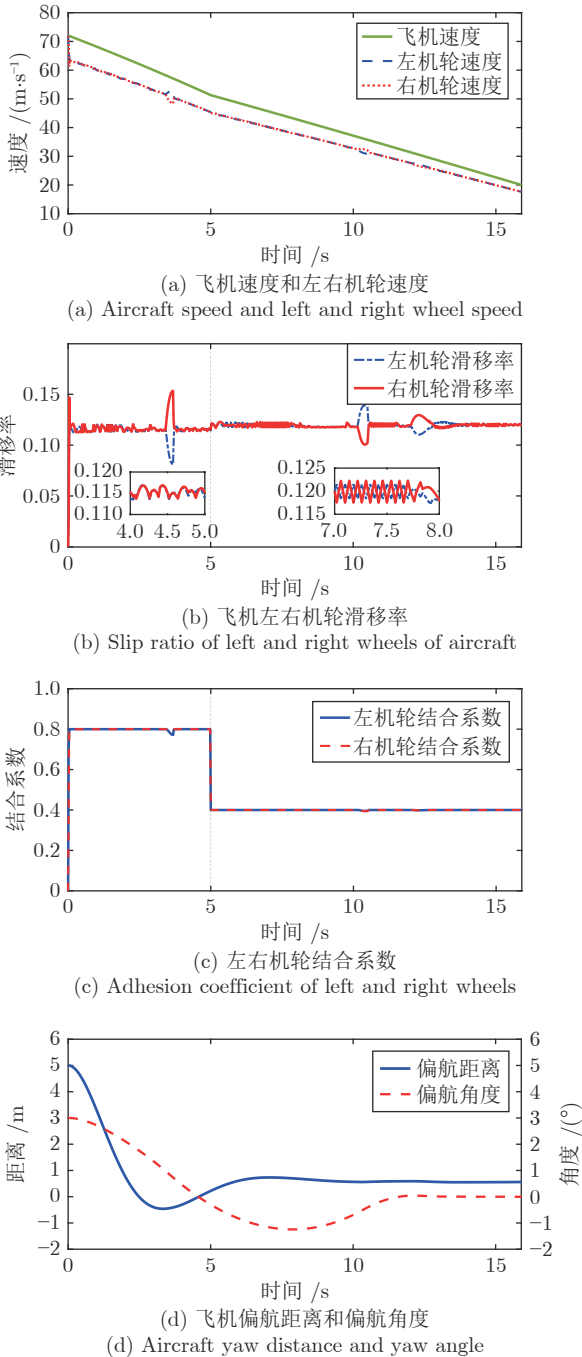


图 10 有侧风及偏航情况下飞机防滑刹车及纠偏仿真结果
 Fig.10 Simulation results of aircraft anti-skid braking and deviation correction under crosswind and yaw conditions

和偏航角度的仿真曲线,可以看出通过 5 s 调整,飞机的偏航距离和偏航角度平缓收敛,表明纠偏效果良好。

刹车过程中主要性能指标如表 6 所示,由于有侧风、纠偏等因素,左右机轮结合系数效率略有不同,分别达到 99.81% 以及 99.84%,刹车距离为 700.51 m,刹车时间为 15.95 s。

综上,本文在双侧机轮非对称运动下建立的飞机地面滑跑模型符合实际工况要求,所提出的基于干扰观测器和跑道辨识的非线性模型预测控制策略有较好的防滑刹车与纠偏效果。

4 结论

本文研究了飞机在刹车过程中的防滑刹车与纠偏协调控制问题.通过综合考虑飞机的刹车滑移率、纠偏距离以及偏航姿态等信息,并且将强侧风干扰引入到系统建模中,建立了双侧机轮非对称运动下的飞机地面滑跑动力学模型.在此基础上,设计了基于有限时间的滑模干扰观测器对飞机侧风干扰进行有效估计,并且设计了跑道辨识技术对复杂跑道切换进行精准识别.通过非线性模型预测控制方法,将飞机左右机轮滑移率、偏航距离以及偏航姿态作为优化目标,完成了防滑刹车及纠偏协调控制.通过数值模拟仿真,验证了本文提出的非对称运动下刹车系统模型的正确性和所设计的非线性模型预测控制方法的有效性。

References

- Gong Qi, Zhang Dong-Hui. Research on compliance application implementation of civil aircraft development process based on ARP 4754A. *Aeronautical Science & Technology*, 2021, **32**(11): 45-49
(宫葵, 张东辉. 基于 ARP 4754A 的民用飞机研制过程符合性应用实施研究. *航空科学技术*, 2021, **32**(11): 45-49)
- Shang Y X, Liu X C, Jiao Z X, Wu S. A novel integrated self-powered brake system for more electric aircraft. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, **31**(5): 976-989
- Mahvelatishamsabadi P, Emadi A. Electric propulsion system for exceptionally short takeoff and landing electric air vehicles. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2020, **6**(4): 1562-1576
- Li Fan-Biao, Huang Pei-Ming, Yang Chun-Hua, Liao Li-Qing, Gui Wei-Hua. Sliding mode control design of aircraft electric brake system based on nonlinear disturbance observer. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(11): 2557-2569
(李繁飙, 黄培铭, 阳春华, 廖力清, 桂卫华. 基于非线性干扰观测器的飞机全电刹车系统滑模控制设计. *自动化学报*, 2021, **47**(11): 2557-2569)
- Shang Y X, Li X B, Qian H, Wu S, Pan Q X, Huang L G, et al. A novel electro hydrostatic actuator system with energy recovery module for more electric aircraft. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, **67**(4): 2991-2999

- 6 Huang L G, Yu T, Jiao Z X, Li Y P. Active load-sensitive electro-hydrostatic actuator for more electric aircraft. *Applied Sciences-Basel*, 2020, **10**(19): Article No. 6918
- 7 Barelli L, Bidini G, Bonucci F. An anti-skid controller for aircraft applications based on computational intelligence. *International Journal of Automation and Control Engineering*, 2013, **2**(3): 101–112
- 8 Zhu Bin, Chen Qing-Wei. Trajectory tracking controller design of vertical or short take off and landing aircraft. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1166–1176
(朱斌, 陈庆伟. 垂直/短距起降飞机的轨迹跟踪控制器设计. 自动化学报, 2019, **45**(6): 1166–1176)
- 9 Jiao Z X, Liu X C, Li F Y, Shang Y X. Aircraft antiskid braking control method based on tire-runway friction model. *Journal of Aircraft*, 2017, **54**(1): 75–84
- 10 D'Avico L, Tanelli M, Savaresi S M. Tire-wear control in aircraft via active braking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2020, **29**(3): 984–995
- 11 Dai Y Q, Song J, Yu L Y, Lu Z H, Zheng S, Li F. The lateral control during aircraft-on-ground deceleration phases. *Aerospace Science and Technology*, 2019, **95**: Article No. 105482
- 12 Chen B H, Jiao Z X, Shuzhi S G. Aircraft-on-ground path following control by dynamical adaptive backstepping. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, **26**(3): 668–675
- 13 Bian Q, Nener B, Wang X. Control parameter tuning for aircraft crosswind landing via multi-solution particle swarm optimization. *Engineering Optimization*, 2018, **50**(11): 1914–1925
- 14 Xu B, Wang D W, Zhang Y M, Shi Z K. DOB-based neural control of flexible hypersonic flight vehicle considering wind effects. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(11): 8678–8685
- 15 Jiao Z X, Wang Z Z, Sun D, Liu X C, Shang Y X, Wu S. A novel aircraft anti-skid brake control method based on runway maximum friction tracking algorithm. *Aerospace Science and Technology*, 2021, **110**: Article No. 106482
- 16 Jiao Z X, Sun D, Shang Y X, Liu X C, Wu S. A high efficiency aircraft anti-skid brake control with runway identification. *Aerospace Science and Technology*, 2019, **91**: 82–95
- 17 Romulus L, Mihai L. Automatic control of aircraft in lateral-directional plane during landing. *Asian Journal of Control*, 2016, **18**(2): 433–446
- 18 Greer W B, Sultan C. Shrinking horizon model predictive control method for helicopter-ship touchdown. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2020, **43**(5): 884–900
- 19 Emami S A, Rezaeizadeh A. Adaptive model predictive control-based attitude and trajectory tracking of a VTOL aircraft. *IET Control Theory and Applications*, 2018, **12**(15): 2031–2042
- 20 Greer W B, Sultan C. Infinite horizon model predictive control tracking application to helicopters. *Aerospace Science and Technology*, 2020, **98**: Article No. 105675
- 21 Jin Hong-Zhang, Wang Fan, Ma Ling, Gao Yan-Nan. Design a two-step master-slave control law for zero-speed fin stabilizers. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(6): 1059–1064
(金鸿章, 王帆, 马玲, 高妍南. 零航速减摇鳍两步主从控制律设计. 自动化学报, 2012, **38**(6): 1059–1064)
- 22 Li H P, Xie P, Yan W S. Receding horizon formation tracking control of constrained underactuated autonomous underwater vehicles. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(6): 5004–5013
- 23 Yang H L, Deng F, He Y, Jiao D M, Han Z L. Robust nonlinear model predictive control for reference tracking of dynamic positioning ships based on nonlinear disturbance observer. *Ocean Engineering*, 2020, **215**: Article No. 107885
- 24 Fu Ya-Ting, Yuan Jun-Rong, Li Zhong-Qi, Yang Hui. Optimization of heavy haul train operation process based on coupler constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(12): 2355–2365
(付雅婷, 原俊荣, 李中奇, 杨辉. 基于钩缓约束的重载列车驾驶过程优化. 自动化学报, 2019, **45**(12): 2355–2365)
- 25 Ji J, Khajepour A, Melek W W, Huang Y J. Path planning and tracking for vehicle collision avoidance based on model predictive control with multiconstraints. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, **66**(2): 952–964
- 26 Han Yue-Qi, Zhang Kai, Bin Yang, Qin Chuang, Xu Yun-Xiao, Li Xiao-Chuan, et al. Convex approximation based avoidance theory and path planning MPC for driver-less vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **46**(1): 153–167
(韩月起, 张凯, 宾洋, 徐云霄, 李小川, 等. 基于凸近似的避障原理及无人驾驶车辆路径规划模型预测算法. 自动化学报, 2020, **46**(1): 153–167)
- 27 Han Ji-Xia, Ma Fei-Yue, Dian Song-Yi, Luo Lian-Jie, Hu Yi. Terminal sliding mode control for uncertain systems based on nonlinear disturbance observer. *Electronic Optics & Control*, 2020, **27**(2): 29–34
(韩吉霞, 马飞越, 佃松宜, 罗连杰, 胡怡. 基于非线性干扰观测器不确定系统的终端滑模控制. 光电与控制, 2020, **27**(2): 29–34)
- 28 Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003, **76**(9–10): 924–941
- 29 Liu Xiao-Yu, Xun Jing, Gao Shi-Gen, Yin Jia-Teng. Robust self-triggered model predictive control for accurate stopping of high-speed trains. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(1): 171–181
(刘晓宇, 荀径, 高士根, 阴佳腾. 高速列车精确停车的鲁棒自触发预测控制. 自动化学报, 2022, **48**(1): 171–181)
- 30 Chen X, Dai Z, Lin H, Qiu Y N, Liang X G. Asymmetric barrier Lyapunov function-based wheel slip control for antilock braking system. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2015, **2015**: 1–10
- 31 Gao Ze-Jiong. *Aircraft Design Manual Volume 14 Takeoff and Landing System Design*. Beijing: Aviation Industry Press, 2002.
(高泽迎. 飞机设计手册第 14 册一起飞着陆系统设计. 北京: 航空工业出版社, 2002.)
- 32 Dogan A, Lewis T A, Blake W. Flight data analysis and simulation of wind effects during aerial refueling. *Journal of Aircraft*, 2008, **45**(6): 2036–2048



李繁飙 中南大学自动化学院教授。2015 年获得哈尔滨工业大学博士学位。主要研究方向为复杂工业过程智能控制与优化, 非连续控制理论及其在飞机起落架系统中的应用。本文通信作者。E-mail: fanbiaoli@csu.edu.cn
(LI Fan-Biao Professor at the School of Automation, Central South University. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2015. His research interest covers intelli-

gent control and optimization of complex industrial processes, discontinuous control theory and its application for aircraft landing gear systems. Corresponding author of this paper.)



杨皓月 中南大学自动化学院硕士研究生. 主要研究方向为飞机刹车系统建模与控制.

E-mail: haoyueyang@csu.edu.cn

(YANG Hao-Yue Master student at the School of Automation, Central South University. His main research interest is aircraft braking system modeling and control.)

research interest is aircraft braking system modeling and control.)



王鸿鑫 中南大学自动化学院博士研究生. 2015 年获得西北工业大学航空工程硕士学位. 主要研究方向为基于模型的系统工程和基于模型的设计在飞机研制领域的应用, 民用飞机数字孪生建模和机载系统集成仿真.

E-mail: wanghongxin@csu.edu.cn

(WANG Hong-Xin Ph.D. candidate at the School of Automation, Central South University. He received his master degree in Aeronautical Engineering from Northwestern Polytechnical University in 2015. His research interest covers model-based systems engineering (MBSE) and model-based design (MBD) interaction

for aircraft design, civil aircraft digital twin modeling, and aircraft airborne systems integration simulation.)



阳春华 中南大学自动化学院教授. 2002 年获得中南大学博士学位. 主要研究方向为复杂工业过程建模与优化, 故障诊断和智能系统.

E-mail: ychh@csu.edu.cn

(YANG Chun-Hua Professor at the School of Automation, Central South University. She received her Ph.D. degree from Central South University in 2002. Her research interest covers complex industrial process modeling and optimization, fault diagnosis, and intelligent system.)

She received her Ph.D. degree from Central South University in 2002. Her research interest covers complex industrial process modeling and optimization, fault diagnosis, and intelligent system.)



廖力清 中南大学自动化学院教授. 2010 年获得中南大学博士学位. 主要研究方向为电力电子与电力传动, 电力系统自动化和飞机起飞着陆系统智能控制. E-mail: zdh-dqkz@csu.edu.cn

(LIAO Li-Qing Professor at the School of Automation, Central South University. He received his Ph.D. degree from Central South University in 2010. His research interest covers power electronics and power transmission, power system automation, and intelligent control of aircraft take-off and landing system.)

He received his Ph.D. degree from Central South University in 2010. His research interest covers power electronics and power transmission, power system automation, and intelligent control of aircraft take-off and landing system.)