

绳长时变情况下轮胎式集装箱起重机非线性防摆控制算法

曹海昕¹ 郝运嵩¹ 林静正¹ 卢彪¹ 方勇纯¹

摘要 四绳轮胎式集装箱起重机由于自身的动力学特性较为复杂,目前仍缺乏稳定高效的控制手段.为解决港口起重机作业过程中台车定位精度低、负载易受干扰摆幅大的问题,文章设计了一种面向工业场景的非线性反馈控制器.首先在未进行近似处理的前提下对起重机吊具摆动情况进行了建模分析.在此基础上,通过在控制器中引入摆幅反馈信息,实现了绳长时变情况下台车的精确定位与负载摆幅的有效抑制,为集装箱的运送路径增加了更多选择.随后基于 Lyapunov 方法对控制器进行了稳定性分析.所设计的控制方案在港口实际设备上进行了验证,在定位精度与消摆性能上相较于人工操作取得了很大提升.

关键词 欠驱动系统, 集装箱门式起重机, 摆动抑制, 非线性控制

引用格式 曹海昕, 郝运嵩, 林静正, 卢彪, 方勇纯. 绳长时变情况下轮胎式集装箱起重机非线性防摆控制算法. 自动化学报, 2021, 47(8): 1876–1884

DOI 10.16383/j.aas.c200859

Nonlinear Anti-swing Control for Rubber Tyre Container Gantry Crane With Rope Length Variation

CAO Hai-Xin¹ HAO Yun-Song¹ LIN Jing-Zheng¹ LU Biao¹ FANG Yong-Chun¹

Abstract Due to the complex dynamic characteristics, the four-rope rubber tyre container gantry crane still lacks efficient control strategies. To deal with the problems of poor positioning accuracy and large swing amplitude during the operation, a nonlinear feedback controller for industrial scene is designed in this paper. Specifically, precise modeling of the spreader swing dynamic is first carried out, and then the swing amplitude information is taken into consideration of the controller construction. Based on that, precise positioning and effective swing suppression of the container are accomplished under the circumstances of rope length variation, which provides more selections for container transportation routes. The stability of the desired equilibria is proved with Lyapunov-based analysis, and extensive experiments are carried out on the practical container crane, which obtains much superior control performance than manual operation.

Key words Underactuated systems, container gantry crane, swing suppression, nonlinear control

Citation Cao Hai-Xin, Hao Yun-Song, Lin Jing-Zheng, Lu Biao, Fang Yong-Chun. Nonlinear anti-swing control for rubber tyre container gantry crane with rope length variation. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(8): 1876–1884

集装箱起重机是一种常见的工业设备,在世界各港口的生产运输中发挥着重要作用.长期以来,集装箱起重机主要由驾驶员凭借操作经验进行控制,作业过程中负载往往存在着较大幅度的摆动,

不仅影响生产效率,还存在一定的安全隐患.对于港口常见的四绳轮胎式集装箱起重机(以下简称为四绳起重机)而言,造成负载摆动的主要因素如下:首先起重机自身的欠驱动特性导致对于负载摆动缺乏直接的控制手段,特殊的四绳吊具结构也使负载摆动情况更加复杂;其次,在运送数十吨的集装箱时,轮胎式集装箱起重机的胎压会出现较大变化,导致桥架的倾斜晃动与负载的摆动;除此之外,港口恶劣的大风天气也会干扰负载的平稳运送.近年来,建设智能化、无人化码头已成为业界的发展趋势,但是作为港口自动化改造的重点之一,四绳起重机由于前文中提到的各种问题,在工业应用中尚缺乏高效的控制策略,对其进行定位与防摆算法的研究具有很强的实际意义.

对于门式起重机控制方案的研究,国内外学者

收稿日期 2020-10-14 录用日期 2020-12-28

Manuscript received October 14, 2020; accepted December 28, 2020

国家重点研发计划(2018YFB1309000),国家自然科学基金面上项目(61873132),广东省机器人与智能系统重点实验室开放基金资助

Supported by National Key R&D Program of China (2018YFB1309000), National Nature Science Foundation of China (61873132), the Opening Project of Guangdong Provincial Key Lab of Robotics and Intelligent System

本文责任编辑 魏庆来

Recommended by Associate Editor WEI Qing-Lai

1. 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所 天津 300350

1. Institute of Robotics and Automatic Information Systems, College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350

已经基于最优控制^[1-4]、滑模控制^[5-6]、鲁棒控制^[7-8]、模糊控制^[9]、预测控制^[10-11]等理论提出了多种控制方法^[12-14]。具体来说,文献[8]通过引入基于台车定位误差的滑模面,设计了一种有限时间跟踪的鲁棒控制器,降低了对参数变化的敏感性,在负载质量不确定的情况下实现了台车的准确定位与负载摆幅的有效抑制,但该文尚未考虑到绳长变化带来的影响;Smoczek等^[11]提出了一种基于多变量模型预测控制和粒子群优化算法的新型优化算法,可以较好地消除负载的瞬时摆动与残余摆动,并在实验室环境下验证了其可行性,但是模型部分较为复杂,部分参数需要在线估计,实时性与稳定性可能难以满足工业场景的要求;文献[15]基于起重机动态特性与输入整形技术设计的控制方法在吊绳长度变化较大的情况下实现了对负载摆动的有效抑制,但应对外界强干扰的能力不强,更适合于室内等相对稳定的作业环境。

以上算法大都是针对传统单绳起重机进行控制,对于集装箱起重机而言,由于负载体积较大,常常需要四组以上的吊绳来确保吊运过程中的稳定与安全。此时负载已不再适合用质点来进行描述,摆动特性也变得更加复杂,对其进行分析与控制的难度大大增加。很长一段时间内,研究人员都是通过线性化或近似处理的方式来对其进行分析。文献[3]提出一种基于控制向量参数化方法的时间最优控制问题快速求解算法,采用光滑化代价函数路径约束处理方法降低了起重机模型求解难度,并进行了仿真测试;文献[16-18]中通过将负载近似处理为质点的方式,将集装箱起重机简化为单绳起重机,在此基础上再通过自适应控制、滑模控制等方法来进行控制器的设计。这样做虽然简化了后续分析,但在实际情况下,一旦简化的假设条件不再成立,控制系统的表现将会受到极大影响。为了提高模型精度,达到更好的控制效果,Lu等^[19]提出了一种基于拉格朗日方程的建模方法,在未做简化处理的情况下为四绳起重机建立了精确模型。在此基础上,Lu等将更多的负载摆动信息引入非线性控制器的设计,在模拟的集装箱起重机平台上完成了实验验证并取得了良好的控制效果^[20]。但是在实际作业中,常常是台车位置与吊绳长度同时变化,文献[19-20]在建模分析中将绳长考虑为定值,系统只存在两个自由度(台车位置与负载摆角),不能完整反映出实际系统各状态间的耦合关系,同时文献[20]所进行的各项实验都是在吊绳长度不变的前提下进行,这样限制了负载的吊运路径,不利于作业效率的提高。

为了解决上述问题,本文在文献[19-20]的研

究基础上,对四绳吊具摆动情况进行拓展分析,将绳长作为变量引入系统的动力学模型中,设计了一种非线性反馈控制器,该控制器具有如下优点:首先,控制器的结构相对简单,对反馈信息与计算资源的要求不高,这样保证了控制系统的实时性;其次,控制器中引入绳长变量使得负载可以在水平与竖直两个维度上同时运动,相较于传统的“门型”运动方式(只能在一个维度动作),不但运送路径可选择性更多,效率也将得到极大提升;另外,不同于大多数在实验室或仿真环境下运行的算法,本文的控制方案最终在港口的实际起重机平台上进行了验证,运送效率相比于熟练工人的操作有了较大幅度的提升,为理论与实践的结合提供了有力支撑。

本文的其他部分组织如下:第1节对绳长变化情况下四绳起重机吊具的摆动情况进行了建模分析并对其控制问题进行了描述;第2节基于改造后的系统能量函数设计了一种非线性反馈控制器;第3节通过Lyapunov方法对控制器进行了稳定性分析;第4节展示了控制方案在港口实际设备上与熟练工人操作的对比结果;第5节则对所做工作进行了总结与展望。

1 系统模型

在模型分析之前,为了简化表述定义如下缩写:

$$s_i = \sin \theta_i, c_i = \cos \theta_i, s_{i \pm j} = \sin(\theta_i \pm \theta_j)$$

$$c_{i \pm j} = \cos(\theta_i \pm \theta_j), i, j = 1, 2, 3 (i \neq j)$$

四绳起重机吊具摆动模型如图1所示,其中,2*d*与2*a*分别表示台车与吊具上两吊绳连接点间的距离,*b*表示集装箱重心*P*与吊具上吊绳连接点所成直线的距离,*l*代表绳长,*F_x*与*F_l*分别为台车与吊绳的驱动力,*M*和*m*分别代表台车与负载的质量, θ_1 和 θ_2 分别代表两侧吊绳与竖直方向的夹角, θ_3 表示集装箱的摆动角度。考虑到负载摆动的实际情况,做出如下假设:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta_1, \theta_2, \theta_3, (\theta_1 + \theta_3), (\theta_2 + \theta_3) < \frac{\pi}{2}$$

根据图1中吊绳与摆角的几何关系,可以得到如下约束:

$$ls_1 + 2ac_3 - ls_2 - 2d = 0 \quad (1)$$

$$lc_1 + 2as_3 - lc_2 = 0 \quad (2)$$

基于文献[20]中的分析基础,从式(1)与(2)的约束关系中可以得到 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 和*l*四个变量中只有两个独立,假设 θ_1 与*l*为独立变量,则 θ_2 和 θ_3 可表示为与独立变量相关的函数:

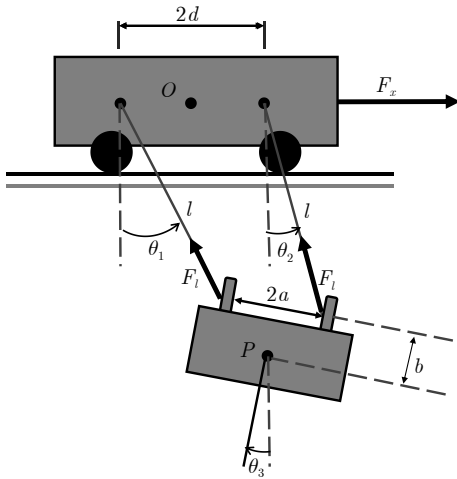


图 1 四绳起重机吊具摆动模型

Fig. 1 Swing model of four-rope crane spreader

$$\begin{aligned} \theta_2 = h(\theta_1, l) &\Rightarrow \dot{\theta}_2 = h_\theta \dot{\theta}_1 + h_l \dot{l} \\ \theta_3 = g(\theta_1, l) &\Rightarrow \dot{\theta}_3 = g_\theta \dot{\theta}_1 + g_l \dot{l} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $h(\theta_1, l)$ 与 $g(\theta_1, l)$ 为未知函数, $g_\theta, g_l, h_\theta, h_l$ 为相应的偏导数, 可以计算如下:

$$\begin{aligned} g_\theta &= \frac{ls_{1-2}}{2ac_{2+3}}, \quad g_l = \frac{1-c_{1-2}}{2ac_{2+3}} \\ h_\theta &= \frac{c_{1+3}}{c_{2+3}}, \quad h_l = \frac{s_{1+3}-s_{2+3}}{lc_{2+3}} \end{aligned} \quad (4)$$

由于四绳吊具结构的对称性, 负载稳定时最终会停留在台车正下方, 左右两侧吊绳与竖直方向夹角大小相等, 方向相反, 负载处于水平状态, 偏转角为零. 因此, 系统状态的期望平衡点可以表示如下:

$$[x \ l \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [x_d \ l_d \ \theta_{1d} \ \theta_{2d} \ \theta_{3d}]^T \quad (5)$$

其中 x_d 和 l_d 分别代表台车与绳长的期望位置, $\theta_{1d}, \theta_{2d}, \theta_{3d}$ 分别代表平衡状态下 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的期望值, 且有如下关系成立:

$$\theta_{1d} = \arcsin\left(\frac{d-a}{l_d}\right) = -\theta_{2d}, \quad \theta_{3d} = 0$$

基于上述四绳吊具结构的分析, 结合 Lagrange 方程, 可以得到如下的系统动力学模型:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) = \mathbf{u} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{q}(t) = [x(t) \ l(t) \ \theta_1(t)]^T \in \mathbf{R}^3$ 用于描述广义坐标, $M(\mathbf{q}), C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, $G(\mathbf{q}), \mathbf{u} \in \mathbf{R}^3$ 分别代表了惯量矩阵、向心—柯氏力矩阵、重力向量及控制向量. 为了便于表述, $M(\mathbf{q}), C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), G(\mathbf{q}), \mathbf{u}$ 可以进一步表示如下:

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q}) &= N^T M_1 N, \quad G(\mathbf{q}) = N^T G_1, \quad \mathbf{u} = N^T \mathbf{u}_1 \\ C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= N^T M_1 \dot{N} + N^T C_1 N \end{aligned} \quad (7)$$

其中各矩阵表示如下:

$$M_1 = \begin{bmatrix} M+m & \frac{1}{2}m(s_1+s_2) & \frac{1}{2}mlc_1 & \frac{1}{2}mlc_2 & -mbc_3 \\ \frac{1}{2}m(s_1+s_2) & \frac{1}{2}m(1+c_{1-2}) & -\frac{1}{4}mls_{1-2} & \frac{1}{4}mls_{1-2} & -\frac{1}{2}mb(s_{1+3}+s_{2+3}) \\ \frac{1}{2}mlc_1 & -\frac{1}{4}mls_{1-2} & \frac{1}{4}ml^2 & \frac{1}{4}ml^2c_{1-2} & -\frac{1}{2}mblc_{1+3} \\ \frac{1}{2}mlc_2 & \frac{1}{4}mls_{1-2} & \frac{1}{4}ml^2c_{1-2} & \frac{1}{4}ml^2 & -\frac{1}{2}mblc_{2+3} \\ -mbc_3 & -\frac{1}{2}mb(s_{1+3}+s_{2+3}) & -\frac{1}{2}mblc_{1+3} & -\frac{1}{2}mblc_{2+3} & mb^2 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}m(c_1\dot{\theta}_1+c_2\dot{\theta}_2) & \frac{1}{2}mc_1\dot{l}-\frac{1}{2}mls_1\dot{\theta}_1 & \frac{1}{2}mc_2\dot{l}-\frac{1}{2}mls_2\dot{\theta}_2 & mbs_3\dot{\theta}_3 \\ 0 & \frac{1}{4}ms_{1-2}(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_1) & -\frac{1}{4}ms_{1-2}\dot{l}-\frac{1}{4}ml(1+c_{1-2})\dot{\theta}_1 & \frac{1}{4}ms_{1-2}\dot{l}-\frac{1}{4}ml(1+c_{1-2})\dot{\theta}_2 & -\frac{1}{2}mb(c_{1+3}+c_{2+3})\dot{\theta}_3 \\ 0 & \frac{1}{4}ml\dot{\theta}_1+\frac{1}{4}mlc_{1-2}\dot{\theta}_2 & \frac{1}{4}mll & \frac{1}{4}mlc_{1-2}\dot{l}+\frac{1}{4}ml^2s_{1-2}\dot{\theta}_2 & \frac{1}{2}mbls_{1+3}\dot{\theta}_3 \\ 0 & \frac{1}{4}ml\dot{\theta}_2+\frac{1}{4}mlc_{1-2}\dot{\theta}_1 & \frac{1}{4}mlc_{1-2}\dot{l}-\frac{1}{4}ml^2s_{1-2}\dot{\theta}_1 & \frac{1}{4}mll & \frac{1}{2}mbls_{2+3}\dot{\theta}_3 \\ 0 & -\frac{1}{2}mb(c_{1+3}\dot{\theta}_1+c_{2+3}\dot{\theta}_2) & \frac{1}{2}mbls_{1+3}\dot{\theta}_1-\frac{1}{2}mbc_{1+3}\dot{l} & \frac{1}{2}mbls_{2+3}\dot{\theta}_2-\frac{1}{2}mbc_{2+3}\dot{l} & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & h_l & h_\theta \\ 0 & g_l & g_\theta \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}mg(c_1 + c_2) \\ \frac{1}{2}mgl s_1 \\ \frac{1}{2}mgl s_2 \\ mgb s_3 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} F_x \\ F_l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2 控制器设计

考虑到实际应用场景中各种不确定性干扰的影响, 必须采用反馈控制来确保系统的稳定性与鲁棒性. 反馈项的设计应兼顾台车定位与负载消摆性能, 基于文献 [20] 中反馈项的设计思路, 除台车位置 x 外, 引入负载摆幅信息来增强台车位置与负载摆幅间的耦合关系, 得到的综合反馈项具有如下形式:

$$\chi_p = x + \lambda_1 l s_1 + \lambda_2 l s_2 + \lambda_3 s_3 \quad (8)$$

其中

$$\lambda_1 = \lambda_2 = k \frac{-m}{2(M+m)}, \lambda_3 = k \frac{mb}{M+m} \quad (9)$$

其中 k 为正控制增益. 结合式 (5) 与式 (9), 当系统达到期望平衡点处, 有如下结论成立:

$$\chi_p = x_d, \quad l = l_d \quad (10)$$

进一步可以定义误差信号如下:

$$\begin{aligned} \varepsilon_p &= \chi_p - x_d \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p = \dot{\chi}_p \\ \varepsilon_l &= l - l_d \Rightarrow \dot{\varepsilon}_l = \dot{l} \end{aligned} \quad (11)$$

接下来将对四绳起重机系统的能量函数进行分析并重新构造, 引入负载摆动的能量信息, 以便于李雅普诺夫候选函数的选取与控制器的设计. 系统的能量可以表示如下:

$$E = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + mg \left[\frac{l}{2} \left(\frac{1}{c_{1d}} - c_1 \right) + \frac{l}{2} \left(\frac{1}{c_{2d}} - c_2 \right) + b(1 - c_3) \right] \geq 0 \quad (12)$$

基于系统的无源性, 对式 (12) 求导可以得到:

$$\dot{E} = F_x \dot{x} + \left(F_l + \frac{mg}{2c_{1d}} + \frac{mg}{2c_{2d}} \right) \dot{l} \quad (13)$$

为了引入负载摆动信息, 采用式 (8) 中构造的

综合反馈项 χ_p 代替式 (13) 中的位置反馈项 x , 得到如下结果:

$$\begin{aligned} \dot{E}_n &= F_x \dot{\chi}_p + (1+k) \left(F_l + \frac{mg}{2c_{1d}} + \frac{mg}{2c_{2d}} \right) \dot{l} = \\ &\quad \dot{E} + \dot{E}_a \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{E}_a &= F_x \left[\lambda_1 (\dot{l} s_1 + l c_1 \dot{\theta}_1) + \lambda_2 (\dot{l} s_2 + l c_2 \dot{\theta}_2) + \lambda_3 c_3 \dot{\theta}_3 \right] + \\ &\quad k \left(F_l + \frac{mg}{2c_{1d}} + \frac{mg}{2c_{2d}} \right) \dot{l} \end{aligned} \quad (15)$$

结合式 (13) 可以得到:

$$E_n = E + E_a \quad (16)$$

E_a 反映了通过综合反馈项 χ_p 引入的负载摆动能量信息, 其与系统原有能量 E 组合在一起构成了广义能量函数 E_n , 附录 A 中证明了 E_n 为一非负函数, 因此可以构造李雅普诺夫候选函数如下:

$$V = E_n + \frac{1}{2} k_\alpha \varepsilon_p^2 + \frac{1+k}{2} k_p \varepsilon_l^2 \quad (17)$$

对式 (17) 求导, 结合式 (11) 与式 (14) 中的结论得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (F_x + k_\alpha \varepsilon_p) \dot{\varepsilon}_p + \\ &\quad (1+k) \left(F_l + \frac{mg}{2c_{1d}} + \frac{mg}{2c_{2d}} + k_p \varepsilon_l \right) \dot{\varepsilon}_l \end{aligned} \quad (18)$$

根据式 (18) 的结构, 控制器可以设计为如下形式:

$$\begin{aligned} F_x &= -k_\alpha \varepsilon_p - k_\beta \dot{\varepsilon}_p \\ F_l &= -k_p \varepsilon_l - k_d \dot{\varepsilon}_l - \frac{mg}{2c_{1d}} - \frac{mg}{2c_{2d}} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $k_\alpha, k_\beta, k_p, k_d$ 均为正控制增益.

3 稳定性分析

定理 1. 对于文中提出的四绳轮胎式起重机模型, 式 (19) 中提出的非线性控制器能够保证系统状态渐近收敛于期望平衡点, 也即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[x \ l \ \theta_1 \ \dot{x} \ \dot{l} \ \dot{\theta}_1 \right]^T = \left[x_d \ l_d \ \arcsin \left(\frac{d-a}{l_d} \right) \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T \quad (20)$$

证明. 将所设计的控制输入 (19) 代入式 (18) 中, 可以得到:

$$\dot{V} = -k_\beta \dot{\varepsilon}_p^2 - (1+k) k_d \dot{\varepsilon}_l^2 \leq 0 \quad (21)$$

进一步得到:

$$V \in L_\infty \Rightarrow \dot{x}, \dot{l}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, x, l, \varepsilon_p, \varepsilon_l \in L_\infty \quad (22)$$

为了完成证明, 定义如下集合:

$$\Omega = \left\{ (x, l, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{x}, \dot{l}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3) | \dot{V}(t) = 0 \right\} \quad (23)$$

定义 Φ 为 Ω 中的最大不变集, 则基于最大不变集特性可以得到 $\dot{V}(t) = 0$ 时在集合 Φ 中有如下结论成立:

$$\dot{V} = -k_\beta \dot{\varepsilon}_p^2 - (1+k)k_d \dot{\varepsilon}_l^2 = 0 \quad (24)$$

考虑到 k, k_β, k_d 均为正控制增益, 可以得到:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_p = \dot{x} + \lambda_1(\dot{l}s_1 + lc_1\dot{\theta}_1) + \lambda_2(\dot{l}s_2 + lc_2\dot{\theta}_2) + \lambda_3c_3\dot{\theta}_3 = 0 \\ \dot{\varepsilon}_l = \dot{l} = 0 \end{cases} \quad (25)$$

从而可以得到:

$$\varepsilon_p = \chi_p - x_d = \gamma_1, \quad \ddot{\varepsilon}_p = 0 \quad (26)$$

$$\varepsilon_l = l - l_d = \Lambda_1, \quad \ddot{\varepsilon}_l = \ddot{l} = 0 \quad (27)$$

其中 γ_1 和 Λ_1 均为待确定的常数, 结合式 (19) 与式 (25) ~ (27), 可以进一步得到:

$$\begin{cases} F_x = -k_\alpha \gamma_1 \\ F_l = -k_p \Lambda_1 - \frac{mg}{2c_{1d}} - \frac{mg}{2c_{2d}} \end{cases} \quad (28)$$

根据式 (11) 中的定义与式 (26) 中的结论, $\ddot{\varepsilon}_p$ 可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \ddot{\varepsilon}_p = & \ddot{x} + \lambda_1(s_1\ddot{l} + lc_1\ddot{\theta}_1 + 2c_1\dot{\theta}_1\dot{l} - ls_1\dot{\theta}_1^2) + \\ & \lambda_2(s_2\ddot{l} + lc_2\ddot{\theta}_2 + 2c_2\dot{\theta}_2\dot{l} - ls_2\dot{\theta}_2^2) + \\ & \lambda_3(c_3\ddot{\theta}_3 - ls_3\dot{\theta}_3^2) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (9) 代入式 (29), 可以进一步得到:

$$\begin{aligned} \frac{M+m}{k}\ddot{x} = & \frac{1}{2}m(s_1+s_2)\ddot{l} + \frac{1}{2}mlc_1\ddot{\theta}_1 + \frac{1}{2}mlc_2\ddot{\theta}_2 - \\ & mbc_3\ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2}mls_1\dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2}mls_2\dot{\theta}_2^2 + \\ & mbs_3\dot{\theta}_3^2 + mc_1\dot{\theta}_1\dot{l} + mc_2\dot{\theta}_2\dot{l} \end{aligned} \quad (30)$$

同时将矩阵形式的式 (6) 展开, 可以得到如下结论:

$$\begin{aligned} F_x = & (M+m)\ddot{x} + \frac{1}{2}m(s_1+s_2)\ddot{l} + \frac{1}{2}mlc_1\ddot{\theta}_1 + \\ & \frac{1}{2}mlc_2\ddot{\theta}_2 - mbc_3\ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2}mls_1\dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2}mls_2\dot{\theta}_2^2 + \\ & mbs_3\dot{\theta}_3^2 + mc_1\dot{\theta}_1\dot{l} + mc_2\dot{\theta}_2\dot{l} \end{aligned} \quad (31)$$

结合式 (30) 与式 (31), 再将式 (28) 的结论代入, 得到:

$$\ddot{x} = -\frac{k}{(k+1)(M+m)}k_\alpha\gamma_1 \quad (32)$$

将式 (32) 两边对时间积分, 有如下结论:

$$\dot{x} = -\frac{k}{(k+1)(M+m)}k_\alpha\gamma_1 t + \gamma_2 \quad (33)$$

γ_2 同样为待定常数. 如果 $\gamma_1 \neq 0$, 那么 $t \rightarrow \infty$ 时 $\dot{x}(t) \rightarrow \infty$, 这与式 (22) 中 $\dot{x}(t) \in L_\infty$ 相矛盾, 因此可以得到 $\gamma_1 = 0$, 从而有如下结论成立:

$$\ddot{x}, \varepsilon_p, F_x = 0, \dot{x} = \gamma_2 \Rightarrow x = \gamma_2 t + \gamma_3 \quad (34)$$

γ_3 同样为待定常数, 与证明 $\gamma_1 = 0$ 的过程类似, 同理可以得到:

$$\dot{x} = \gamma_2 = 0, \quad x = \gamma_3 \quad (35)$$

基于式 (21) ~ (35) 的分析, 可以得到的结论为:

$$\dot{x}, \ddot{x}, \dot{l}, \ddot{l}, F_x = 0 \quad (36)$$

接下来证明在最大不变集 Φ 中有如下结论:

$$x(t) = x_d, \quad l(t) = l_d, \quad \dot{\theta}_1(t) = \dot{\theta}_2(t) = \dot{\theta}_3(t) = 0$$

$$\theta_1(t) = \arcsin\left(\frac{d-a}{l_d}\right) = -\theta_2(t), \quad \theta_3(t) = 0$$

结合式 (25) 与式 (36) 可以得到:

$$\lambda_1lc_1\dot{\theta}_1 + \lambda_2lc_2\dot{\theta}_2 + \lambda_3c_3\dot{\theta}_3 = 0 \quad (37)$$

再代入式 (9) 得到:

$$lc_1\dot{\theta}_1 + lc_2\dot{\theta}_2 - 2bc_3\dot{\theta}_3 = 0 \quad (38)$$

将式 (6) 两端同乘 \mathbf{q}^T 并展开, 再将式 (36) 中的结论代入得到:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8}ml^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) + \frac{1}{2}mb^2\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{4}ml^2c_{1-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - \right. \\ \left. \frac{1}{2}mblc_{1+3}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 - \frac{1}{2}mblc_{2+3}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \right] + \\ mg \left(\frac{l}{2}s_1\dot{\theta}_1 + \frac{l}{2}s_2\dot{\theta}_2 + bs_3\dot{\theta}_3 \right) = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

经过简化, 根据式 (38) 的结论, 式 (39) 可以进一步整理为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [(ls_1\dot{\theta}_1 + ls_2\dot{\theta}_2 + 2bs_3\dot{\theta}_3)^2] + \\ 4g(ls_1\dot{\theta}_1 + ls_2\dot{\theta}_2 + 2bs_3\dot{\theta}_3) = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

为了便于后续的表述, 定义中间变量 $H = ls_1\dot{\theta}_1 + ls_2\dot{\theta}_2 + 2bs_3\dot{\theta}_3 \in L_\infty$, 则式 (40) 可以写为如下形式:

$$2H\dot{H} + 4gH = 0 \quad (41)$$

如果 $H(t) \neq 0$, 则可以得到:

$$\dot{H} = -2g \Rightarrow H = -2gt + \gamma_4 \quad (42)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时 $H(t) \rightarrow \infty$, 与前述 $H \in L_\infty$ 的结果相矛盾, 因此可以得到:

$$H = ls_1\dot{\theta}_1 + ls_2\dot{\theta}_2 + 2bs_3\dot{\theta}_3 = 0 \quad (43)$$

结合式 (3) 与式 (36), 式 (43) 可以表示为:

$$H = (ls_1 + ls_2h_\theta + 2bs_3g\theta)\dot{\theta}_1 = 0 \quad (44)$$

此时可以得到 $ls_1 + ls_2h_\theta + 2bs_3g\theta = 0$ 或 $\dot{\theta}_1 = 0$, 首先假设 $\dot{\theta}_1 = 0$, 则根据式 (3) 与式 (36) 中 $\dot{i} = 0$ 的结论, 得到:

$$\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3 = 0 \Rightarrow \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3 = 0 \quad (45)$$

将式 (45) 中的结论代入式 (6), 再结合 $\ddot{x}, \ddot{l} = 0$, 得到:

$$ls_1 + ls_2h_\theta + 2bs_3g\theta = 0 \quad (46)$$

因此, 无论 $\dot{\theta}_1$ 是否为 0, 式 (46) 中的结论恒成立, 再将式 (4) 代入式 (46), 得到:

$$\frac{ac_{2+3}s_1 + ac_{1+3}s_2 + bs_{1-2}s_3}{ac_{2+3}} = 0 \quad (47)$$

根据之前提出的假设 $-\frac{\pi}{2} < (\theta_2 + \theta_3) < \frac{\pi}{2}$, 得到 $ac_{2+3} > 0$, 再基于式 (1) ~ (2) 的约束关系, 得到如下方程组:

$$\begin{cases} ls_1 + 2ac_3 - ls_2 - 2d = 0 \\ lc_1 + 2as_3 - lc_2 = 0 \\ a(c_{2+3}s_1 + c_{1+3}s_2) + bs_{1-2}s_3 = 0 \end{cases} \quad (48)$$

根据文献 [20] 中的分析, 可以确定上述方程组仅在 $\theta_3 = 0$ 时有解, 解为如下形式:

$$\theta_3 = 0, \theta_1 = \arcsin\left(\frac{d-a}{l_d}\right) = -\theta_2 \quad (49)$$

由此可以得到 $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3 = 0$, 同时, 将上述结果代入式 (6) 的系统动力学方程, 得到:

$$F_l = -\frac{mg}{2c_{1d}} - \frac{mg}{2c_{2d}} \quad (50)$$

结合式 (28) 中的分析, 得到:

$$\Lambda_1 = 0 \Rightarrow \varepsilon_l = 0 \Rightarrow l = l_d \quad (51)$$

再由式 (34) 与式 (49) 中的结论得到:

$$\varepsilon_p = 0 \Rightarrow x = x_d \quad (52)$$

基于式 (36) 以及式 (49) ~ (52) 的分析, 证明系统平衡点是渐近稳定的。

4 实验结果

在经过理论分析与实验室先期测试后, 本文选取港口的 40.5 t 四绳轮胎式集装箱起重机作为实验平台, 通过长距离、短距离、空载及带箱等多种作业模式对控制算法进行测试, 并采集熟练司机作业时的各项数据作为对比。

在港口实际作业流程中, 集装箱会在集卡车道与堆场内的六个箱位间移动, 因此长距离运送选取集卡车道到六号箱位作为台车运动路径, 短距离运

送则选取集卡车道到三号箱位为台车运动路径, 同时台车运动过程中绳长也在不断变化, 最大程度地贴合现场作业情况, 实验平台如图 2 所示。

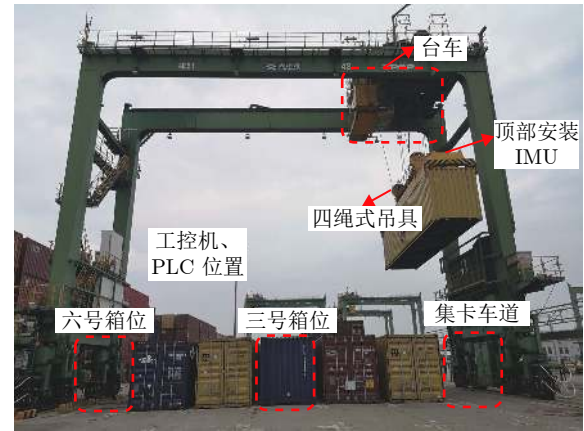


图 2 四绳轮胎式集装箱起重机

Fig. 2 Four-rope rubber-tyre container crane

四绳轮胎式集装箱起重机原有的人工作业架构通过可编程逻辑控制器 (Programmable logic controller, PLC) 完成控制, 编码器将台车和吊具的速度及位置等各项信息传回 PLC, 同时 PLC 接收驾驶员的指令控制电机。算法控制则是在原有架构上增加惯性测量单元 (Inertial measurement unit, IMU) 与工控机等设备, IMU 安装在吊具上方, 测量负载摆动角度 θ_3 , 再由式 (1) 与式 (2) 中的约束关系计算得到 θ_1 与 θ_2 , 工控机负责收集反馈信息并向 PLC 下发控制指令, 控制结构如图 3 所示。整个控制算法基于 Windows 10 系统下的 Visual Studio 2015 平台开发, 通过 C 语言实现。为了便于现场的调试工作, 控制算法暂时运行在工控机上, 通过 Modbus 通讯协议与 PLC 进行数据交互, 效果稳定后会算法直接集成到 PLC 当中, 简化控制架构, 提高通信稳定性。

需要说明的是, 由于实际起重机设备采用速度控制的方式来驱动电机, 算法在应用中做出了部分调整: 首先将控制器计算出的驱动力转换为加速度, 再通过积分处理为速度指令下发, 控制器的各项参数如下:

$$k_\alpha = 200, k_\beta = 320, k_p = 100, k_d = 140, k = 10$$

实验平台各项参数如下:

$$M = 45 \text{ t}, m = 21 \text{ t} (\text{无箱状态下为 } 13.5 \text{ t}), 2a = 1 \text{ m}, 2d = 3 \text{ m}, b = 1.4 \text{ m}$$

首先是长距离无箱运送时算法与人工控制的效果对比, 选取集卡车道到六号箱位作为台车运动路径 (从距离起始点 0.5 m 处运动至 17.5 m 处), 同

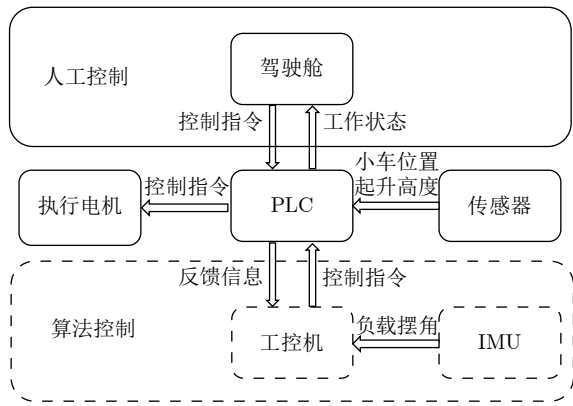


图 3 控制架构

Fig.3 Control architecture

时吊具从距地面 15 m 处下降 8 m, 模拟实际作业中空吊具移动到目标箱位上方准备抓箱的任务.

从图 4 中可以看到, 人工作业时台车和吊绳都难以精准到达指定位置. 负载摆角也没有得到很好的抑制, 表 1 列出了相关数据对比, 人工控制时台车与起升位置误差均达到了 20 cm 以上, 而在下一步的对箱操作 (吊具与集装箱进行锁孔对接) 中, 台车最大容许误差为 5 cm, 此时则需要对台车位置进行微小调整, 这将对后续操作的效率造成很大影响, 而算法控制时台车位置误差为 4 cm, 最大摆角为 1.1 度, 不仅在定位精度上有极大提高, 作业用时也缩短了 7 秒左右.

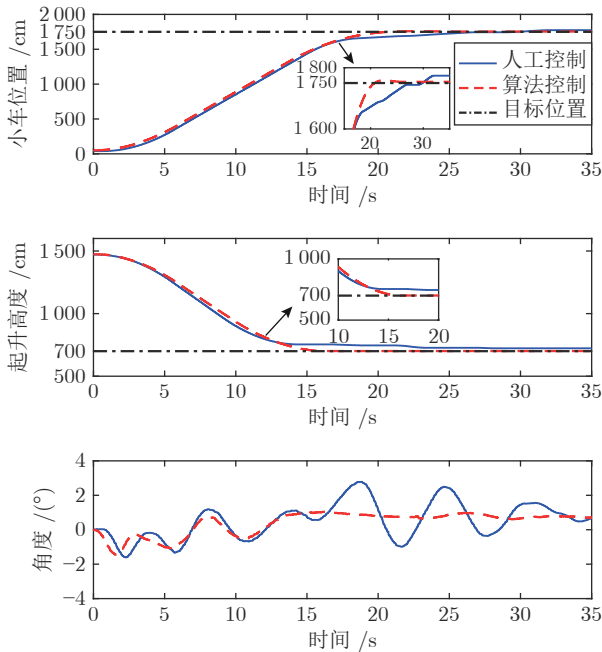


图 4 长距离无箱运送实验结果

Fig.4 Results of long-distance transportation without container

表 1 不同作业模式下数据对比

Table 1 Data comparison of different operation modes

作业模式		台车位置 误差 (cm)	起升高度 误差 (cm)	最大摆 角 (°)	作业用 时 (s)
长距离无箱运送	人工控制	24	23	2.6	31.8
	算法控制	4	1	1.1	23.9
长距离带箱运送	人工控制	43	73	3.1	32.7
	算法控制	4	0	1.4	24.6
短距离带箱运送	人工控制	15	67	2.5	23.8
	算法控制	2	2	1.2	17.3

长距离带箱运送的实验结果如图 5 所示, 台车和吊具的运动路径与无箱运送时相同, 吊具下方载有 7.5 t 的集装箱, 模拟实际作业中抓取集装箱后移动到目标位置准备放箱的任务. 从表 1 中可以得到, 带箱运送时人工作业的定位精度更低, 台车误差达到了 40 cm 以上, 负载最大摆动也超过 3 度. 相比之下, 算法控制则在带箱与无箱状态下都具有良好的效果, 负载质量的变化对定位精度及负载摆幅影响不大, 证明算法具有较强的鲁棒性与稳定性, 适合工业场景下的应用.

短距离运送选取集卡车道到三号箱位为台车运动路径 (距离起始点 0.5 m 处运动至 9.5 m 处), 同时吊具从 14.7 m 处下降 6 m.

实验结果如图 6 所示, 可以看到, 人工操作时台车位置会有 15 cm 左右的超调, 这意味着在目标箱位上方来回移动台车, 将会造成时间的浪费与吊具的摆动, 而算法控制在短距离运送时仍然具有良好的效果, 负载最大摆角不超过 1.2 度, 可以在集装箱稳定的前提下保证台车与吊具的精准到位.

综合以上分析, 算法控制在无箱与带箱运送时都能够保证台车的精准到位及绳长变化情况下负载摆幅的有效抑制, 说明控制算法在集装箱质量发生变化时具有良好的消摆能力. 在作业时长方面, 短距离运送下算法控制作业时间相较于人工缩短 6 秒, 长距离运送时间则缩短 8 秒左右, 效率提升约 25%, 具有良好的实际应用前景.

5 结论

为了解决四绳起重机运送过程中摆幅较大的问题, 提高港口装卸集装箱的作业效率, 文章在多绳起重机模型分析的基础上, 将绳长作为变量引入到控制算法的设计当中, 根据起重机动力学特性设计了一种非线性控制器, 可以在确保台车、吊绳精准到位的情况下大幅抑制集装箱的摆动, 并基于 Lyapunov 方法证明了其在期望平衡点处的渐近稳定性. 最终, 在港口的实际起重机设备上进行了实验验证, 在精准性、安全性、作业效率等方面相较人工

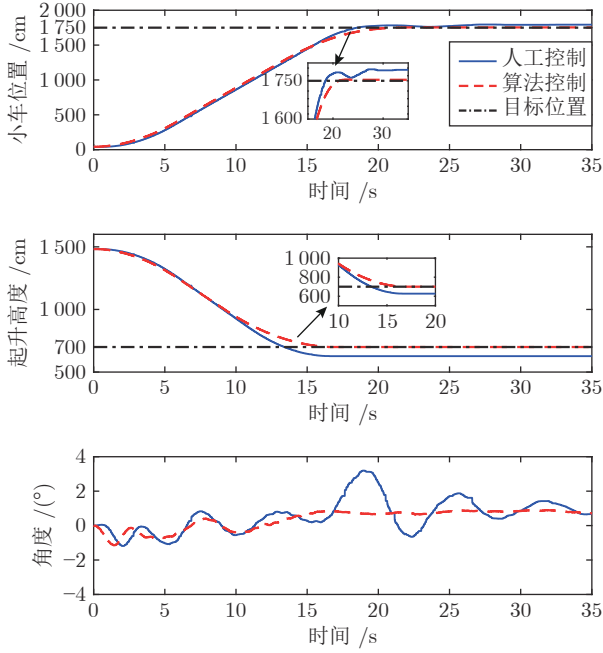


图 5 长距离带箱运送实验结果

Fig.5 Results of long-distance transportation with container

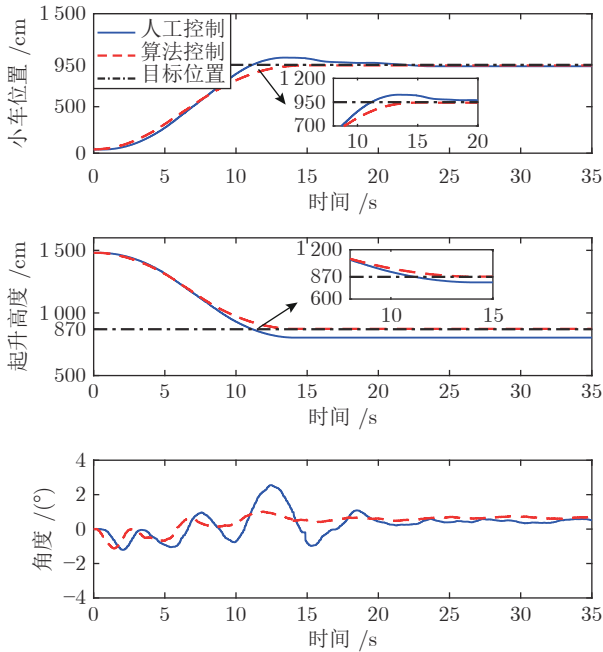


图 6 短距离带箱运送实验结果

Fig.6 Results of short-distance transportation with container

操作都有了很大程度的提升。未来会增加视觉检测、轨迹规划等功能来完善控制算法, 实现集装箱从检测到移动的完整作业流程, 为建设自动化港口提供一些新的方案。

致谢

感谢广东省机器人与智能系统重点实验室, 中国科学院深圳先进技术研究院对本工作的支持!

附录 A

对于式 (15) 中的 \dot{E}_a , 可以将其分为如下两个部分:

$$\dot{E}_a = \dot{D}_1 + \dot{D}_2 \quad (\text{A1})$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{D}_1 &= [F_x - (M+m)\ddot{x}][\lambda_1(\dot{s}_1 + lc_1\dot{\theta}_1) + \\ &\quad \lambda_2(\dot{s}_2 + lc_2\dot{\theta}_2) + \lambda_3c_3\dot{\theta}_3] \\ \dot{D}_2 &= (M+m)\ddot{x}[\lambda_1(\dot{s}_1 + lc_1\dot{\theta}_1) + \\ &\quad \lambda_2(\dot{s}_2 + lc_2\dot{\theta}_2) + \lambda_3c_3\dot{\theta}_3] + k \left(F_l + \frac{mg}{c_{1d}} \right) \dot{l} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

经过积分、移项等处理, 最终得到:

$$\begin{aligned} D_1 &= -\frac{km}{2(M+m)} \left[\frac{1}{4}m(s_1 + s_2)^2\dot{l}^2 + \frac{1}{4}ml^2c_1^2\dot{\theta}_1^2 + \right. \\ &\quad \frac{1}{4}ml^2c_2^2\dot{\theta}_2^2 + mb^2c_3^2\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}ml(s_1 + s_2)c_1\dot{\theta}_1\dot{l} + \\ &\quad \frac{1}{2}ml(s_1 + s_2)c_2\dot{\theta}_2\dot{l} - mb(s_1 + s_2)c_3\dot{\theta}_3\dot{l} + \\ &\quad \left. \frac{1}{2}ml^2c_1c_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - mbkc_1c_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 - mbkc_2c_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \right] \\ D_2 &= \frac{k}{2} \left[\frac{1}{4}ml^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{4}ml^2\dot{\theta}_2^2 + mb^2\dot{\theta}_3^2 + \right. \\ &\quad \frac{1}{2}m(1 + c_{1-2})\dot{l}^2 - \frac{1}{2}mls_{1-2}c_2\dot{\theta}_1\dot{l} + \\ &\quad \frac{1}{2}mls_{1-2}\dot{\theta}_2\dot{l} - mb(s_{1+3} + s_{2+3})\dot{\theta}_3\dot{l} + \\ &\quad \left. \frac{1}{2}ml^2c_{1-2}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - mbkc_{1+3}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 - mbkc_{2+3}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \right] \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

考虑到 $0 < \frac{m}{M+m} < 1$ 以及 $k > 0$, 可以得到:

$$\begin{aligned} D_1 + D_2 &\geq \frac{km}{2} \left(\frac{l}{2}s_1\dot{\theta}_1 + \frac{l}{2}s_2\dot{\theta}_2 + bs_3\dot{\theta}_3 \right)^2 + \\ &\quad kmg \left[\frac{l}{2} \left(\frac{1}{c_{1d}} - c_1 \right) + \frac{l}{2} \left(\frac{1}{c_{2d}} - c_2 \right) + \right. \\ &\quad \left. b(1 - c_3) \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

结合式 (A1), 式 (A4) 可以得到:

$$E_a \geq 0 \Rightarrow E_n = E + E_a \geq 0 \quad (\text{A5})$$

References

- 1 Wang D, He H, Liu D. Intelligent optimal control with critic learning for a nonlinear overhead crane system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 14(07): 2932-2940
- 2 Tho H D, Kaneshige A, Terashima K. Minimum-time S-curve commands for vibration-free transportation of an overhead crane with actuator limits. *Control Engineering Practice*, 2020, 98: 1-12
- 3 Liu Ping, Li Guo-Dong, Yang Jin-Feng, Liu Xing-Gao. Fast optimal control numerical approach for the swing control of con-

- tainer load. *Control Theory & Applications*, 2019, **36**(08): 1275–1282
(刘平, 李国栋, 杨金凤, 刘兴高. 集装箱装卸摆动最优控制快速数值求解算法. *控制理论与应用*, 2019, **36**(08): 1275–1282)
- 4 Wu Y M, Sun N, Chen H. Nonlinear time-optimal trajectory planning for varying-rope-length overhead cranes. *Assembly Automation*, 2018, **33**(05): 587–594
 - 5 Zhang M H, Ma X, Song R, Rong X W, Tian G H, Tian X C, Li Y B. Adaptive proportional-derivative sliding mode control law with improved transient performance for underactuated overhead crane systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2018, **5**(03): 683–690
 - 6 Wang Y S, Xu W M. Synchronous control of double-container overhead crane based on PI terminal sliding mode. *International Core Journal of Engineering*, 2020, **6**(05): 133–143
 - 7 He Bo, Fang Yong-Chun, Lu Biao. Robust Control for an Overhead Crane With Input Delay. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1065–1073
(何博, 方勇纯, 卢彪. 针对输入时滞的桥式起重机鲁棒控制. *自动化学报*, 2019, **45**(6): 1065–1073)
 - 8 Chwa D. Sliding-mode-control-based robust finite-time anti-sway tracking control of 3-D overhead cranes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(08): 6775–6784
 - 9 Zhao Y, Gao H. Fuzzy-model-based control of an overhead crane with input delay and actuator saturation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, **20**(01): 181–186
 - 10 Chen H, Fang Y C, Sun N. A swing constraint guaranteed MPC algorithm for underactuated overhead cranes. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, **21**(05): 2543–2555
 - 11 Szyptko J, Smoczek J. Particle swarm optimization-based multivariable generalized predictive control for an overhead crane. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 2017, **22**(01): 258–268
 - 12 Wu X, He X. Nonlinear energy-based regulation control of three-dimensional overhead cranes. *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*, 2017, **14**(02): 1297–1308
 - 13 Hu Zhou, Wang Zhi-Sheng, Zhen Zi-Yang. Nonlinear information fusion control for underactuated cranes with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1522–1527
(胡洲, 王志胜, 甄子洋. 带输入饱和的欠驱动吊车非线性信息融合控制. *自动化学报*, 2014, **40**(7): 1522–1527)
 - 14 He Bo, Fang Yong-Chun, Liu Hai-Liang, Sun Ning. Precise positioning online trajectory planner design and application for overhead cranes. *Control Theory & Applications*, 2016, **33**(10): 1352–1358
(何博, 方勇纯, 刘海亮, 孙宁. 桥式起重机精准定位在线轨迹规划方法设计及应用. *控制理论与应用*, 2016, **33**(10): 1352–1358)
 - 15 Singhose W, Porter L, Kenison M, Kriikku E. Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes. *Control Engineering Practice*, 2000, **8**(10): 1159–1165
 - 16 Ngo Q H, Hong K S, Jung I H. Adaptive control of an axially moving system. *Journal of Mechanical ence and Technology*, 2009, **23**(11): 3071–3078
 - 17 Kim C S, Hong K S. Boundary control of container cranes from the perspective of controlling an axially moving string system. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2009, **7**(03): 437–445
 - 18 Chwa D, Park M S, Hong S K. Antisway tracking control of overhead cranes with system uncertainty and actuator nonlinearity using an adaptive fuzzy sliding-mode control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, **55**(11): 3972–3984
 - 19 Lu B, Fang Y C, Sun N. Modeling and verification for a four-rope crane. In: *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems*. Shenyang, China: IEEE, 2015. 2018–2023
 - 20 Lu B, Fang Y C, Sun N. Nonlinear control for underactuated multi-rope cranes: Modeling, theoretical design and hardware experiments. *Control Engineering Practice*, 2018, **76**: 123–132



曹海昕 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所硕士研究生。主要研究方向为欠驱动系统控制。

E-mail: c_haixin@mail.nankai.edu.cn

(**CAO Hai-Xin** Master student at the Institute of Robotics and Automatic Information Systems, College of Artificial Intelligence, Nankai University. His main research interest is control of underactuated systems.)



郝运嵩 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所硕士研究生。

主要研究方向为欠驱动系统的非线性控制。E-mail: haoynsk@hotmail.com

(**HAO Yun-Song** Master student at the Institute of Robotics and Automatic Information Systems, College of Artificial Intelligence, Nankai University. His main research interest is nonlinear control of underactuated systems.)



林静正 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所博士研究生。主要研究方向为欠驱动系统控制。

E-mail: ljz970129@mail.nankai.edu.cn

(**LIN Jing-Zheng** Ph. D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic Information Systems, College of Artificial Intelligence, Nankai University. His main research interest is nonlinear control of underactuated systems.)



卢彪 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所讲师。主要研究方向为欠驱动系统非线性控制。

E-mail: lubiao@mail.nankai.edu.cn

(**LU Biao** Lecturer at the Institute of Robotics and Automatic Information System, College of Artificial Intelligence, Nankai University. His main research interest is nonlinear control of underactuated systems.)



方勇纯 南开大学人工智能学院机器人与信息自动化研究所教授。主要研究方向为非线性控制, 机器人视觉伺服控制, 欠驱动系统控制和基于原子力显微镜的纳米系统。本文通信作者。

E-mail: fangyc@nankai.edu.cn

(**FANG Yong-Chun** Professor at the Institute of Robotics and Automatic Information Systems, College of Artificial Intelligence, Nankai University. His research interest covers nonlinear control, robot visual servoing control, control of underactuated systems and AFM-based nano-systems. Corresponding author of this paper.)