

基于线性变换的领导-跟随多智能体 系统动态反馈均方一致性控制

郑维¹ 张志明¹ 刘和鑫² 张明泉¹ 孙富春³

摘要 研究了基于半马尔科夫 (Markov) 跳变的领导-跟随多智能体系统 (Multi-agent system, MAS) 的均方一致性控制问题. 首先, 针对多智能体系统同时存在通信时滞和执行器故障的问题, 提出基于线性变换的动态反馈控制策略. 其次, 将实现领导-跟随多智能体系统的均方一致性问题转化为多智能体误差系统的稳定性控制问题. 再次, 设计动态反馈控制器, 利用李亚谱诺夫 (Lyapunov) 函数抑制系统的非线性特性, 解决由控制器未知增益矩阵产生的非线性问题. 使领导-跟随多智能体系统达到均方一致, 并给出系统的 H_∞ 性能指标分析系统的鲁棒性. 最后, 仿真结果表明基于线性变换设计的动态反馈控制策略具有良好的控制性能, 并且能够提高领导-跟随多智能体系统的动态特性.

关键词 半 Markov 跳变系统, 多智能体系统, 动态反馈, 线性变换, 一致性控制

引用格式 郑维, 张志明, 刘和鑫, 张明泉, 孙富春. 基于线性变换的领导-跟随多智能体系统动态反馈均方一致性控制. 自动化学报, 2022, 48(10): 2474-2485

DOI 10.16383/j.aas.c200850

Dynamic Feedback Mean Square Consensus Control Based on Linear Transformation for Leader-follower Multi-agent Systems

ZHENG Wei¹ ZHANG Zhi-Ming¹ LIU He-Xin² ZHANG Ming-Quan¹ SUN Fu-Chun³

Abstract This paper investigates the mean square consensus control for a class of multi-agent system (MAS) based on semi-Markov process. Firstly, a dynamic feedback control strategy based on the linear transformation is proposed to solve the problem of communication delay and actuator failure in the multi-agent system. Secondly, the mean square consensus control for the leader-follower multi-agent system is transformed into the stability control problem of the error system via the linear transformation. Thirdly, the dynamic feedback controller is designed to restrain the nonlinear characteristics of the multi-agent systems via Lyapunov functional, such that nonlinear problem caused by the unknown gain matrices is solved. Then, the dynamic feedback mean square consensus control of the leader-follower multi-agent system is achieved and the H_∞ performance index is proposed to analyze the robustness of the system. From the simulations, it can be seen that the dynamic feedback mean square consensus control based on linear transformation has better control performance, and the dynamic characteristics of the leader-follower multi-agent system is improved.

Key words Semi-Markov jump system, multi-agent system (MAS), dynamic feedback, linear transformation, consensus control

Citation Zheng Wei, Zhang Zhi-Ming, Liu He-Xin, Zhang Ming-Quan, Sun Fu-Chun. Dynamic feedback mean square consensus control based on linear transformation for leader-follower multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(10): 2474-2485

收稿日期 2020-10-14 录用日期 2021-02-09

Manuscript received October 14, 2020; accepted February 9, 2021

国家自然科学基金 (62203379), 河北省自然科学基金 (F2021203083, F2021203104), 河北省教育厅高等学校科技计划自然科学基金 (QN2021138) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (62203379), Natural Science Foundation of Hebei Province (F2021203083, F2021203104), and Natural Science Foundation for High Education College Science and Technology Plan of Hebei Province (QN2021138)

本文责任编辑 魏庆来

Recommended by Associate Editor WEI Qing-Lai

1. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004 2. 东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110819 3. 清华大学信息科学技术学院 北京

自然界里存在着许多生物聚集的现象, 比如候鸟迁徙、鱼群逆流、蚁群迁徙等. 通过对自然界各种群集现象的研究以及对现有的网络模型结构的理解, 学者们提出了多智能体系统 (Multi-agent system, MAS) 的概念^[1-4]. 多智能体系统中各智能体之间相互协同合作的基础就是一致性问题. 文献 [5]

100084

1. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004 2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819 3. School of Information Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084

给出了多智能体系统一致性问题的系统基础结构,同时对一致性问题提出了标准化的数学表达.多智能体系统领导跟随一致性问题作为一个重要的协同控制问题同样是学者们关注的热点.其领导者不受跟随者影响,且要求跟随者和领导者目标一致.

近年来,对于领导-跟随多智能体一致性控制的研究热度不断增长,并涌现出了大量的研究成果.文献[6]研究了在固定和变换拓扑下领导-跟随多智能体系统协同控制信息的一致性算法.文献[7]针对有向拓扑结构研究了时变的领导-跟随多智能体网络的一致性.在领导-跟随多智能体系统中如果减少自主体之间的通信次数,就可以减少网络中的节点之间数据的传递次数和频率,提高系统的收敛速度.文献[8]研究了具有交换拓扑和存在噪声的多自主体系统模型,提出了一种基于领导-跟随多智能体自身以及邻居状态的一致性采样控制协议.文献[9]基于M矩阵理论进行一致性收敛分析,讨论了采样数据框架下的一阶多智能体系统领导跟随一致性问题.文献[10]研究了一类二阶非线性多智能体系统的领导跟随一致性问题,利用相邻智能体之间的相对信息给出分布式自适应非线性控制率.事实上,领导-跟随多智能体系统常常受到外部因素的影响,例如:通信时滞和执行器故障,从而使一致性变得更具挑战性.

在许多物理系统中,如通讯及工业控制系统中,由于信息传输速度受限、传输通道拥堵等原因,时滞在网络化多智能体系统中总是不可避免的出现^[1].时滞的出现对整体系统的性能影响很大,例如:系统稳定性、收敛速度、收敛效果等.因此,研究存在时滞的多智能体系统一致性控制问题非常必要.文献[12-14]研究仅含有通信时滞的一致性.通信时滞主要指某个智能体与其邻居之间信息传递过程中产生的时间延迟;文献[15-16]研究仅带有输入时滞的系统一致性;文献[17]对带有输入时滞及通信时滞的系统进行一致性分析;文献[18-20]对含有常数通信时滞的二阶多智能体系统进行一致性分析,并求得达到一致性的充分条件.文献[21]使用脉冲控制方法研究了具有不确定和随机发生非线性的多智能体系统一致性;文献[22]研究了具有非线性输入项的非线性多智能体系统的领导-跟随一致性,且该分布式控制协议保证系统一致性;文献[23]研究具有时变输入时滞的线性多智能体系统分布式一致性;文献[24]研究具有时变通信时滞的非线性多智能体系统一致性;文献[25-26]基于模型简化法研究多常数时滞的多智能体系统一致性问题,将系统转化为不含时滞的系统.

在实际应用中,智能体自身的能量和通信信道

带宽都是有限的^[27-28].一般而言,控制任务中的测量、通信和控制协议的更新都是周期性执行的,即周期采样控制方法^[29-31].为了保证所有执行点的性能,采样时间常数通常取一个保守值,这通常会造通信资源和计算资源的浪费,进而造成信息拥堵,引起时滞.从理论研究角度看,时滞系统研究更关注非线性系统和状态时滞.但是,由于复杂控制系统中时滞具有不确定性,时变时滞更具有研究价值.此外,在实际系统中,外部扰动的存在,对实现系统一致性造成了极大的困难,因此考虑外界扰动更具有实际意义.如果所设计的控制器能够有效抑制扰动,那么系统达成一致性的同时就具有了强鲁棒性.与现有的研究结果相比,本文采用系统的 H_∞ 性能指标来分析系统的鲁棒性.另外,关于多智能体一致性控制问题的研究,现有研究多集中在固定拓扑或无向拓扑,这就对系统的通信能力提出了极高的要求^[32].文献[33-34]研究了具有利普希茨(Lipschitz)非线性动力学的多智能体系统的一致性控制问题.其中,文献[33]假设跟随者之间的拓扑不是强连接和固定的,进而解决智能体的共识跟踪问题.在文献[33]基础上,文献[34]基于采样数据信息对具有Lipschitz非线性动力学的多智能体系统进行一致性分析,同时采用输入延迟的方法,将得到的采样数据闭环系统重新规划为控制输入具有时变时滞的连续系统,进而实现多智能体一致性控制.

时滞现象广泛地存在各种实际系统中,如生物系统、神经网络系统、自动化系统、通信系统等.此外,控制系统在工作过程中时常发生故障,且不可避免,例如:执行器故障及控制输入传输故障^[15]等.在含有通信拓扑结构的多智能体系统中,由于信息传输速度受限、传输通道拥堵等原因,通信时滞在网络化多智能体系统中总是不可避免的出现.通信时滞主要指某个智能体与其邻居之间信息传递过程中产生的时间延迟,且通信时滞会影响多智能体系统的整体性能,例如:系统的稳定性和收敛速度等.因此,针对领导-跟随多智能体系统,基于系统的安全因素及更高的可靠性和鲁棒性的需求,设计一个有效的控制策略十分重要.

基于上述研究内容,在切换通信拓扑结构下,本文针对基于半马尔科夫(Markov)跳变的带有通讯时滞和执行器故障的领导-跟随多智能体系统,设计一种新的动态反馈控制策略.根据多智能体系统的均方一致性要求,对系统进行线性变换.同时设计(Lyapunov)函数,对符合Lipschitz条件的非线性项,利用Lyapunov函数抑制系统的非线性特性,通过求解相应的线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI),证明了多智能体误差系统稳

定性, 并导出了系统稳定的充分条件, 从而实现了领导-跟随多智能体系统的均方一致性控制. 设计动态反馈控制器, 对误差系统的系统矩阵进行线性化处理, 解决由控制器未知增益矩阵引起的非线性问题. 该设计方法能够使多智能体系统受到外部扰动时, 系统状态以相对较小的振荡快速趋于一致, 满足暂态响应性能指标. 将实现领导-跟随多智能体系统的均方一致性问题转化为多智能体误差系统的稳定性问题. 并利用线性矩阵不等式求解增益矩阵, 增强设计控制器的灵活性. 最后, 仿真结果表明基于线性变换设计的动态反馈控制器策略有良好的控制性能, 并且能够提高领导-跟随多智能体系统的动态特性.

1 问题描述

考虑由 1 个领导者和 N 个智能体个体组成的连续时间领导-跟随多智能体系统, 其中第 i 个跟随者的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_i(t-\tau) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_i^F(t) + \\ \quad \mathbf{B}_2\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_i(t) \\ \mathbf{z}_i(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega}_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

领导者的动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{A}_d\mathbf{x}_0(t-\tau) + \\ \quad \mathbf{B}_2\mathbf{f}(\mathbf{x}_0(t), t) + \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_0(t) \\ \mathbf{z}_0(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{G}\boldsymbol{\omega}_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 表示第 i 个智能体的状态向量; $\mathbf{x}_i(t-\tau) \in \mathbf{R}^n$ 表示第 i 个智能体具有延迟的状态向量且 $0 < \tau_m \leq \tau \leq \tau_M$, τ_m 表示 τ 的下界, τ_M 表示 τ 的上界; $\mathbf{z}_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个智能体的控制输出且 $i = 0, 1, \dots, N$. $\mathbf{u}_i^F(t) = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Gamma})\mathbf{u}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ 表示具有执行器故障的控制输入, 且 $i = 1, \dots, N$, $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\}$ 表示执行器故障参数矩阵, 其中, $0 \leq \tau_k \leq 1, k = 1, 2, \dots, n$.

矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 , \mathbf{C} , \mathbf{D} 和 \mathbf{G} 是具有合适维度的参数矩阵. $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t)$, $i = 0, 1, \dots, N$, 表示连续非线性函数, $\boldsymbol{\omega}_i(t)$ 表示系统外部扰动.

针对上述系统模型, 给定假设条件如下:

假设 1. 非线性项 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t)$ 满足 Lipschitz 条件, 即

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_i, t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_j, t)\| \leq \sigma_{ij} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|, \quad i, j \in \mathbf{N} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathbf{R}^n$, σ_{ij} 为非负常数.

假设 2. 外部扰动 $\boldsymbol{\omega}_i(t)$ 满足下列条件

$$\int_0^t \boldsymbol{\omega}_i^T(s) \boldsymbol{\omega}_i(s) dt \leq \kappa$$

其中, $\kappa \geq 0$ 表示非负标量.

假设 3. 每个可能存在的拓扑结构图 $\mathbf{G}(k)$, 其中 $k \in \mathbf{S}$, 都有一个以领导者为根节点的生成树.

假定拓扑结构之间的变换满足半 Markov 切换过程, 并将变换拓扑结构表示为如下形式

$$\mathbf{G}(r_t) \in \{\mathbf{G}(1), \mathbf{G}(2), \dots, \mathbf{G}(s)\}$$

其中, $\{r_t, t \geq 0\}$, $\mathbf{G}(r_t)$ 为半 Markov 过程.

针对本文描述的领导-跟随多智能体系统的动力学模型, 基于邻居者信息以及延迟信息, 设计如下控制律

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{K}(r_t) \left\{ \alpha \sum_{i \in N_i} a_{ij}(r_t) (\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)) + \right. \\ \alpha b_i(r_t) (\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}_i(t)) + \\ \beta \sum_{i \in N_i} a_{ij}(r_t) (\mathbf{x}_j(t-\tau) - \mathbf{x}_i(t-\tau)) + \\ \left. \beta b_i(r_t) (\mathbf{x}_0(t-\tau) - \mathbf{x}_i(t-\tau)) \right\} \quad (4)$$

式中, α 和 β 表示当前状态与延迟状态的耦合强度, $\tau \geq 0$ 表示通信时滞. $r_t = r(t)$ 表示系统切换信号, $a_{ij}(r_t)$ 表示系统切换函数, $\mathbf{K}(r_t)$ 表示控制器增益矩阵, 根据切换信号对控制增益矩阵进行设计.

2 均方一致性控制器设计

针对领导-跟随多智能体系统 (1) 和 (2), 定义系统误差变量为

$$\boldsymbol{\delta}_i(t) = \mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol{\delta}_i(t)$ 表示系统误差变量, $\mathbf{x}_0(t)$ 表示领导者状态变量, $\mathbf{x}_i(t)$ 表示第 i 个跟随者的状态变量.

对式 (5) 求导, 可得

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_0(t) - \dot{\mathbf{x}}_i(t) \quad (6)$$

其中, $\dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t)$ 表示误差变量导数.

将式 (1) 和式 (2) 代入式 (6) 中, 可得

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_0(t) - \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \\ \mathbf{A}(\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}_i(t)) + \\ \mathbf{A}_d(\mathbf{x}_0(t-\tau) - \mathbf{x}_i(t-\tau)) - \mathbf{B}_1\mathbf{u}_i^F(t) + \\ \mathbf{B}_2(\mathbf{f}(\mathbf{x}_0(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t)) + \\ \mathbf{D}(\boldsymbol{\omega}_0(t) - \boldsymbol{\omega}_i(t)) \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{u}_i^F(t) = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Gamma})\mathbf{u}_i(t)$$

为了简化式 (7), 引入中间变量 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_i(t), t)$ 和 $\bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t)$, 有

$$\begin{cases} \mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_i(t), t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) \\ \bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t) = \boldsymbol{\omega}_0(t) - \boldsymbol{\omega}_i(t) \end{cases} \quad (8)$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t) &= \mathbf{A}\boldsymbol{\delta}_i(t) + \mathbf{A}_d\boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) - \mathbf{B}_1\mathbf{u}_i^F(t) + \\ &\quad \mathbf{B}_2\mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_i(t), t) + \mathbf{D}\bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t) \end{aligned} \quad (9)$$

令

$$\mathbf{Z}_i(t) = \mathbf{z}_0(t) - \mathbf{z}_i(t)$$

则有

$$\mathbf{Z}_i(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{\delta}_i(t) + \mathbf{G}\bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t) \quad (10)$$

因此, 可得误差系统

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\delta}_i(t) + \mathbf{A}_d\boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) - \mathbf{B}_1\mathbf{u}_i^F(t) + \\ \quad \mathbf{B}_2\mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_i(t), t) + \mathbf{D}\bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t) \\ \mathbf{Z}_i(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{\delta}_i(t) + \mathbf{G}\bar{\boldsymbol{\omega}}_i(t) \end{cases} \quad (11)$$

通过上述变换, 将多智能体系统单个跟随者与领导者的一致性问题的稳定性问题转换为上述误差系统 (11) 的稳定性问题.

定义如下向量

$$\begin{cases} \boldsymbol{\delta}(t) = [\boldsymbol{\delta}_1(t) \quad \boldsymbol{\delta}_2(t) \quad \cdots \quad \boldsymbol{\delta}_N(t)]^T \\ \mathbf{u}^F(t) = [\mathbf{u}_1^F(t) \quad \mathbf{u}_2^F(t) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N^F(t)]^T \\ \mathbf{Z}(t) = [\mathbf{Z}_1(t) \quad \mathbf{Z}_2(t) \quad \cdots \quad \mathbf{Z}_N(t)]^T \\ \Upsilon(t) = [\varpi_1(t) \quad \varpi_2(t) \quad \cdots \quad \varpi_N(t)]^T \\ \mathbf{F}(\boldsymbol{\delta}(t), t) = [\mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_1(t), t) \quad \mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_2(t), t) \\ \quad \cdots \quad \mathbf{f}(\boldsymbol{\delta}_N(t), t)]^T \end{cases}$$

根据克罗内克 (Kronecker) 积, 可得

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\delta}}_i(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})\boldsymbol{\delta}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}_d)\boldsymbol{\delta}(t - \tau) + \\ \quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}_2)\mathbf{F}(\boldsymbol{\delta}(t), t) + \\ \quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\Upsilon(t) + \mathbf{N}_{r_t}\mathbf{u}^F(t) \\ \mathbf{Z}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C})\boldsymbol{\delta}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G})\Upsilon(t) \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{r_t} = [\alpha((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t})) \\ \quad \beta((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t}))] \\ \mathbf{u}^F(t) = [\boldsymbol{\delta}(t) \quad \boldsymbol{\delta}(t - \tau)]^T \end{cases} \quad (13)$$

注 1. 从式 (11) 可以看出, 通过上述变换, 根据 Kronecker 积的相关定义以及上述向量, 可将单个误差系统转化为误差系统的向量形式, 即将领导-跟随多智能体系统 (1) 和 (2) 的一致性问题的稳定性问题转化为误差系统 (12) 的稳定性问题.

将 $\boldsymbol{\delta}_i(t) = \mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}_i(t)$ 代入到系统输入表达式 (4) 中可得

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) &= \mathbf{K}(r_t) \left(\alpha \sum_{i \in N_i} \alpha_{ij}(r_t) (\boldsymbol{\delta}_i(t) - \boldsymbol{\delta}_j(t)) + \right. \\ &\quad \left. \alpha b_i(r_t) \boldsymbol{\delta}_i(t) + \beta \sum_{i \in N_i} \alpha_{ij}(r_t) (\boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) - \right. \\ &\quad \left. \boldsymbol{\delta}_j(t - \tau)) + \beta b_i(r_t) \boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

带有执行器故障的控制输入表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^F(t) &= (\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{u}_i(t) = \\ &(\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{K}(r_t) \left(\alpha \sum_{i \in N_i} \alpha_{ij}(r_t) \times \right. \\ &(\boldsymbol{\delta}_i(t) - \boldsymbol{\delta}_j(t)) + \\ &\left. \alpha b_i(r_t) \boldsymbol{\delta}_i(t) + \beta \sum_{i \in N_i} \alpha_{ij}(r_t) (\boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) - \right. \\ &\left. \boldsymbol{\delta}_j(t - \tau)) + \beta b_i(r_t) \boldsymbol{\delta}_i(t - \tau) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

因此, 根据多智能体系统拓扑结构图的拉普拉斯 (Laplacian) 矩阵, Kronecker 积的相关性质和式 (13), 可得

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{r_t} = [\alpha((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t})) \\ \quad \beta((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t}))] \\ \mathbf{u}^F(t) = [\boldsymbol{\delta}(t) \quad \boldsymbol{\delta}(t - \tau)]^T \end{cases}$$

那么, 误差系统 (12) 的最终形式为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\delta}}(t) = ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) + \alpha((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes \\ \quad ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t}))) \times \\ \quad \boldsymbol{\delta}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}_2)\mathbf{F}(\boldsymbol{\delta}(t), t) + \\ \quad ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}_d) + \beta((\mathbf{L}_{r_t} + \mathbf{B}_{r_t}) \otimes \\ \quad ((\mathbf{I} - \Gamma)\mathbf{B}_1\mathbf{K}_{r_t}))) \times \\ \quad \boldsymbol{\delta}(t - \tau) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\Upsilon(t) \\ \mathbf{Z}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C})\boldsymbol{\delta}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G})\Upsilon(t) \end{cases} \quad (16)$$

那么, 将领导-跟随多智能体系统的一致性问题的稳定性问题最终转换为误差系统 (16) 的稳定性问题. 在后续计算中, 将 r_t 简写为 r .

针对本文提出的问题, 给出定义 1 和引理 1 如下, 定义 1 和引理 1 将用于系统的稳定性分析.

定义 1^[35]. 对于具有外部扰动的控制系统, 且外部扰动为 $\boldsymbol{\omega}(t)$, 在零初始条件下, 若系统输出 $\mathbf{z}(t)$ 满足

化简为

$$\dot{V}(\delta(t), r, t) \leq \eta_1^T(t) \Psi_r \eta_1(t) \quad (26)$$

式中,

$$\Psi_r = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_r)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}_2) \\ * & -\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q} & 0 \\ * & * & -\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{11} = \sum_{l=1}^s \pi_{rl}(h) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l) + \\ 2(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q}) + \\ 2\alpha (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l) ((\mathbf{L}_r + \mathbf{H}_r) \otimes \\ ((\mathbf{I} - \Gamma) \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_r)) + \\ \sigma^2 (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{T}) \\ \varphi_{12} = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}_d) + \\ \beta (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l) ((\mathbf{L}_r + \mathbf{H}_r) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma) \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_r)) \end{array} \right.$$

根据引理 1 以及式 (17), 式 (26) 中的矩阵 $\Psi_r < 0$, 从而保证所选取 Lyapunov 函数的导函数为负定.

当 $\Upsilon(t) \neq 0$ 时, 对系统的 H_∞ 性能进行分析. 由式 (26) 和式 (16), 可得

$$\dot{V}(\delta(t), r, t) = \eta_1^T(t) \Psi_r \eta_1(t) + 2\delta^T(t) \times (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}) \Upsilon(t) \quad (27)$$

显然,

$$\dot{V}(\delta(t), r, t) + \mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Z}(t) - \gamma^2 \Upsilon^T(t) \Upsilon(t) \leq \eta_1^T(t) \psi_r \eta_1(t) + 2\delta^T(t) \times (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}_l)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}) \Upsilon(t) + \mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Z}(t) - \gamma^2 \Upsilon^T(t) \Upsilon(t) \quad (28)$$

定义向量 $\eta_2(t)$ 为

$$\eta_2(t) = [\delta(t) \quad \delta(t - \tau) \quad \mathbf{F}(\delta(t), t) \quad \Upsilon(t)]^T$$

将式 (16) 代入式 (28) 中, 根据引理 1, 可得

$$\dot{V}(\delta(t), r, t) + \mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Z}(t) - \gamma^2 \Upsilon^T(t) \Upsilon(t) \leq \eta_2^T(t) \Xi_r \eta_2(t) \quad (29)$$

因此, 由式 (16), 可得

$$\dot{V}(\delta(t), r, t) + \mathbf{Z}^T(t) \mathbf{Z}(t) - \gamma^2 \Upsilon^T(t) \Upsilon(t) < 0$$

由 Dynkins 公式可得

$$\mathbb{E}\{V(\delta(t), r, t)\} = \mathbb{E}\left\{\int_0^t \dot{V}(\delta(s), r, s) ds\right\} > 0 \quad (30)$$

因此,

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^t \mathbf{Z}^T(s) \mathbf{Z}(s) - \gamma^2 \Upsilon^T(s) \Upsilon(s) ds\right\} < \mathbb{E}\left\{\int_0^t \dot{V}(\delta(s), r, s) + \mathbf{Z}^T(s) \mathbf{Z}(s) - \gamma^2 \Upsilon^T(s) \Upsilon(s) ds\right\} \leq 0 \quad (31)$$

综上, 可得

$$\mathbb{E}\left\{\int_0^t \mathbf{Z}_i^T(s) \mathbf{Z}_i(s) ds\right\} < \gamma^2 \int_0^t \omega_i^T(s) \omega_i(s) ds \quad (32)$$

多智能体能够达到一致性, 满足 H_∞ 性能指标. \square

注 2. 由于控制器增益矩阵 \mathbf{K}_r 为未知矩阵, 因此, 定理 1 中的矩阵不等式为非线性的, 对 \mathbf{K}_r 的求解造成了困难. 本文给出使定理 1 成立的充分条件, 并且满足线性矩阵不等式的要求, 从而利用线性矩阵不等式工具箱解得控制器增益矩阵.

定理 2. 在假设 1 ~ 3 的条件下, 对于给定参数 $\tau > 0$, $\sigma \geq 0$ 和给定矩阵 Γ , 若存在矩阵 $\mathbf{X}_r > 0$, $\mathbf{Y}_r > 0$, $\mathbf{U}_r > 0$ 和 $\mathbf{W}_r > 0$, 使得

$$\Phi_r = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}_2 \\ * & -\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{U}_r & 0 \\ * & * & -\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D} \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D} & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}^T) & \chi_{16} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{I}_N \otimes \gamma^2 & \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G} & 0 \\ * & \mathbf{I}_N & 0 \\ * & * & \chi_{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (33)$$

式中, $r = 1, 2, \dots, s$.

$$\chi_{11} = \pi_{rr}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) + 2(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) + 2\alpha((\mathbf{L}_r + \mathbf{H}_r) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma) \mathbf{Y}_r)) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{U}_r) - \sigma^{-2}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{W}_r)$$

$$\chi_{12} = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}_d)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) + \beta((\mathbf{L}_r + \mathbf{H}_r) \otimes ((\mathbf{I} - \Gamma) \mathbf{Y}_r))$$

$$\chi_{16} = [\sqrt{\pi_{r1}}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) \quad \dots \quad \sqrt{\pi_{r,r-1}}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) \quad \sqrt{\pi_{r,r-1}}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r) \quad \dots \quad \sqrt{\pi_{rs}}(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_r)]$$

$$\chi_{66} = \text{diag}\{(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_1), \dots, (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_{r-1}), (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_{r+1}), \dots, (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{X}_s)\}$$

且

外部扰动为 $\omega_i(t) = i \times e^{-t}$, 其中, $i = 0, 1, 2, 3$.

假设该系统通信拓扑的切换过程满足半 Markov 过程, 且有 4 个不同的拓扑结构, 如图 1 所示, 给定系统转移概率矩阵的变化域如下所示:

$$\underline{\Pi} = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & -0.6 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 & -0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & -0.4 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Pi} = \begin{bmatrix} -1.2 & 0.4 & 0.6 & 0.2 \\ 0.4 & -1.8 & 0.6 & 0.8 \\ 0.7 & 0.5 & -1.6 & 0.4 \\ 0.6 & 0.7 & 0.5 & -1.8 \end{bmatrix}$$

系统的其他参数设定为 $\alpha = 3, \beta = 5, \tau = 0.4, \sigma = 0.1, \xi_1 = 0.4, \xi_2 = 0.6$, 利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱, 求解矩阵不等式 (33), 可得系统的 H_∞ 参数为 $\gamma = 0.76$, 控制器增益矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{K}_1 = [-0.2964 & 0.1512] \\ \mathbf{K}_2 = [-0.2985 & 0.1673] \\ \mathbf{K}_3 = [-0.3665 & 0.2027] \\ \mathbf{K}_4 = [-0.3859 & 0.1838] \end{cases}$$

给定系统的初始状态为

$$\mathbf{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_1(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_2(0) = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_3(0) = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

在控制器 (4) 的作用下, 得到系统的状态响应曲线如图 2 和图 3 所示, 令系统的误差为 $e(t) = \sum_{i=1}^3 \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i\|$, 且误差曲线如图 4 所示, 系统通信拓扑的半 Markov 切换信号如图 5 所示. 系统的状态响应图表明, 3 个跟随者智能体的状态响应曲线, 在切换信号的影响下, 能够逐渐向领导者智能体状态轨迹靠拢, 在 4 s 左右达到一致; 误差曲线图 4 表明, 对于领导-跟随多智能体系统 (1), 在本文设计

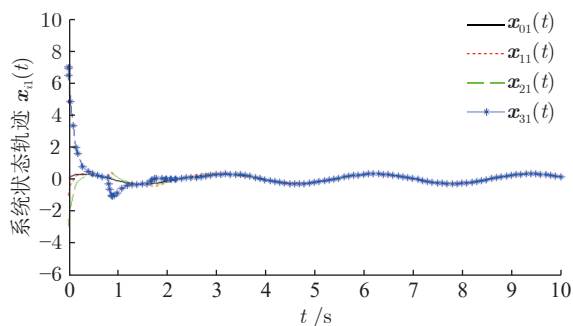


图 2 状态变量 $\mathbf{x}_{i1}(t)$ 响应曲线

Fig.2 The response of state variable $\mathbf{x}_{i1}(t)$

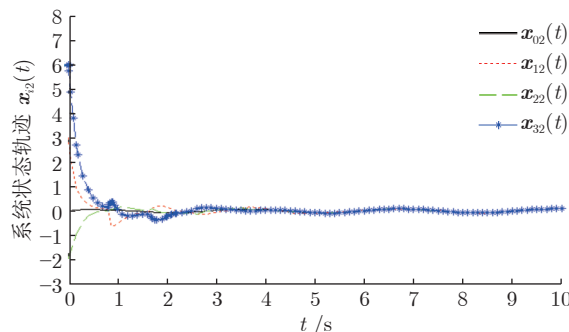


图 3 状态变量 $\mathbf{x}_{i2}(t)$ 响应曲线

Fig.3 The response of state variable $\mathbf{x}_{i2}(t)$

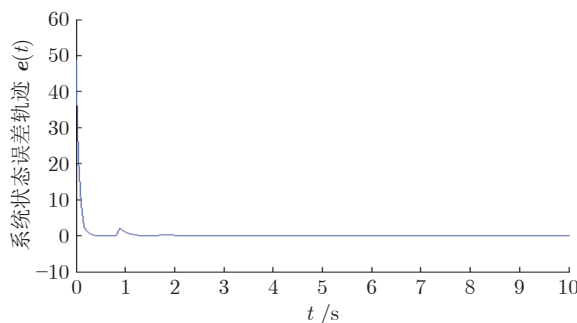


图 4 系统误差 $e(t)$ 响应曲线

Fig.4 The response of system error $e(t)$

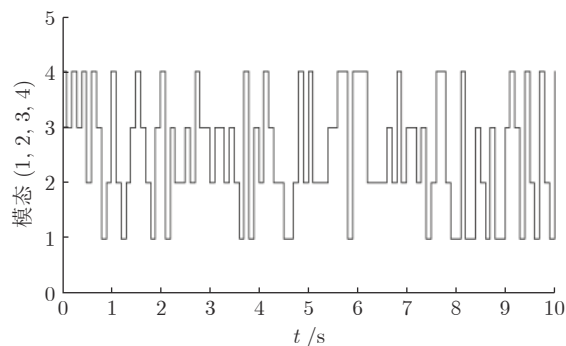


图 5 通信拓扑切换信号

Fig.5 The switching signal of communication topology

的一致性控制器的作用下, 能够实现一致性控制, 并具有较好的鲁棒性. 从仿真图 4 可以看出, 系统误差的过渡过程时间是 1.95 s. 从图 4 的过渡过程时间可以看出, 虽然误差响应曲线的纵轴数量级相对较大, 但是误差在 1.95 s 收敛到 0, 并保持稳定, 体现了系统误差的稳定性能.

例 2. 考虑由系统模型为 (2) 的 1 个领导者和系统模型为 (1) 的 5 个跟随者组成的领导-跟随多智能体系统, 该多智能体的通信拓扑结构如图 6 所

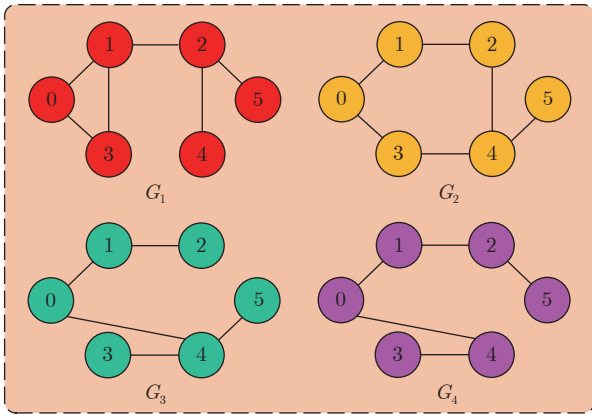


图 6 系统通信拓扑结构
Fig.6 The topological structure of system communication

示, 即 $\{G_1, G_2, G_3, G_4\}$, 其中, 智能体 0 表示领导者, 智能体 1, 2, 3, 4, 5 表示跟随者.

对于领导者和跟随者的系统参数矩阵给定如下:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}^T, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, G = 0.5 \end{cases}$$

系统状态向量为 $\mathbf{x}_{i1}(t), \mathbf{x}_{i2}(t), \mathbf{x}_{i3}(t), \mathbf{x}_{i4}(t), \mathbf{x}_{i5}(t)$, 执行器故障参数为 $\tau_1 = \tau_2 = 0.4$, 非线性项选取为 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i(t), t) = [3 \cos(2t) - \sin(\mathbf{x}_{i1}(t)) \sin(\mathbf{x}_{i2}(t))]^T$, 外部扰动为 $\boldsymbol{\omega}_i(t) = 2 \times i \times \mathbf{e}^{-t} + \sin(\mathbf{x}_{i1}(t) + \mathbf{x}_{i2}(t))$, 其中, $i = 0, 1, \dots, 5$.

假设该系统通信拓扑的切换过程满足半 Markov 过程, 且有 4 个不同的拓扑结构, 如图 6 所示, 给定系统转移概率矩阵的变化域如下所示:

$$\begin{aligned} \underline{\Pi} &= \begin{bmatrix} -0.4 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & -0.6 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 & -0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & -0.4 \end{bmatrix} \\ \bar{\Pi} &= \begin{bmatrix} -1.2 & 0.4 & 0.6 & 0.2 \\ 0.4 & -1.8 & 0.6 & 0.8 \\ 0.7 & 0.5 & -1.6 & 0.4 \\ 0.6 & 0.7 & 0.5 & -1.8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

系统的其他参数设定为 $\alpha = 3, \beta = 5, \tau = 0.8, \sigma = 0.1, \xi_1 = 0.4, \xi_2 = 0.6$, 利用 MATLAB 中的 LMIs 工具箱, 求解矩阵不等式 (33), 可得系统的 H_∞ 参数为 $\gamma = 0.6$, 控制器增益矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{K}_1 = [-0.2359 & -0.0687] \\ \mathbf{K}_2 = [-0.2371 & -0.0646] \\ \mathbf{K}_3 = [-0.3170 & -0.0268] \\ \mathbf{K}_4 = [-0.3387 & -0.0449] \end{cases}$$

给定系统的初始状态为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_1(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_2(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_3(0) = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_4(0) = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_5(0) = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix} \end{cases}$$

在控制器 (4) 的作用下, 得到系统的状态响应曲线如图 7 和图 8 所示, 令系统的误差为 $\mathbf{e}(t) = \sum_{i=1}^5 \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_i\|$, 且误差曲线如图 9 所示, 系统通信拓扑的半 Markov 切换信号如图 10 所示. 系统的状态响应图表明, 5 个跟随者智能体的状态轨迹, 在切换信号的影响下, 能够逐渐向领导者智能体状态轨迹靠拢, 在 4.5 s 左右达到一致; 误差曲线图 9 表明, 对于领导-跟随多智能体系统 (1), 在本文设计的一

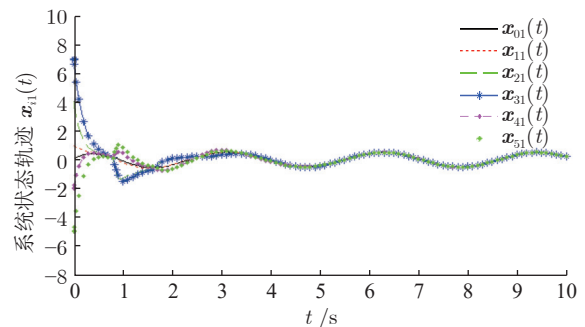


图 7 状态变量 $\mathbf{x}_{i1}(t)$ 响应曲线
Fig.7 The response of state variable $\mathbf{x}_{i1}(t)$

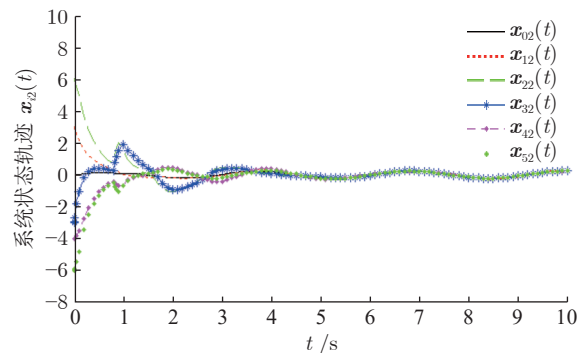


图 8 状态变量 $\mathbf{x}_{i2}(t)$ 响应曲线
Fig.8 The response of state variable $\mathbf{x}_{i2}(t)$

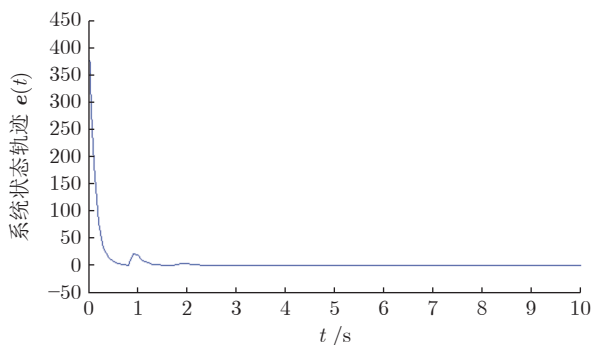
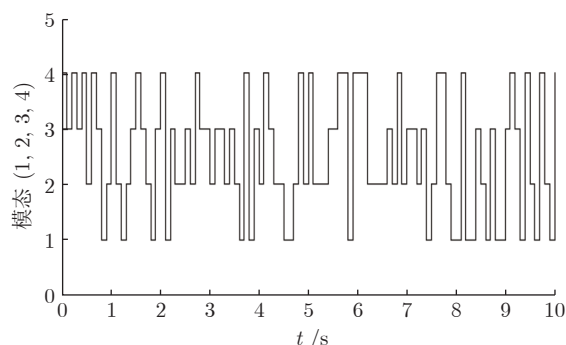
图9 系统误差 $e(t)$ 响应曲线Fig.9 The response of system error $e(t)$ 

图10 通信拓扑切换信号

Fig.10 The switching signal of communication topology

表1 τ_M 取不同值时 γ 对比结果Table 1 Comparison results of γ with different τ_M

方法	τ_M									
	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85
文献 [37]	0.5247	0.5470	0.5624	0.5885	0.6075	0.6276	0.6472	0.6603	0.6818	0.7022
定理 2	0.5050	0.5234	0.5475	0.5669	0.5849	0.6006	0.6254	0.6419	0.6657	0.6895

致性控制器的作用下,能够实现一致性控制,并具有较好的鲁棒性.另外,从图9中响应曲线较大的数量级和较大的收敛斜率可以看出,在动态反馈控制作用下,图9中响应曲线的峰值时间0.95 s,说明多智能体系统误差响应具有较快的收敛特性.

本文给定的 H_∞ 性能指标用于描述设计的控制器对多智能体外界扰动 $\omega(t)$ 的抑制效果,取值越小则抑制效果越明显.表1给出了采用方法[37]和本文提出方法 τ_M 取不同值时 γ 下界对比结果.从表1可以看出,采用定理2能够得到更小的 γ 下界.说明采用本文提出的控制策略提高了多智能体对外界扰动的抑制能力.

综合例1和例2,在均方一致性控制器(12)的作用下,随时间的增加,各个智能体与领导者的状态误差逐渐减小并趋于零.这表明采用本文提出的控制策略,该领导-跟随多智能体系统实现了领导-跟随一致性,协议有效性得到验证.

5 结束语

本文针对基于半 Markov 跳变的带有通讯时滞和执行器故障的领导-跟随多智能体系统,设计一种新的动态反馈控制策略.根据领导-跟随多智能体系统的均方一致性和无领导者多智能体系统的渐近一致性要求,对系统进行线性变换,将多智能体系统的一致性转化为误差系统的稳定性问题.设计 Lyapunov 函数,在一致性控制器的作用下,对于符合 Lipschitz 条件的非线性项,通过求解线

性矩阵不等式,实现误差系统稳定,并导出了误差系统 H_∞ 稳定的充分条件,从而保证了多智能体系统的一致性.最后,仿真结果表明基于线性变换设计的动态反馈控制器具有良好的控制性能,并且能够提高领导-跟随多智能体系统的动态特性.

无向拓扑结构显然是有向拓扑的一种特殊情况,即每个智能体均可以接收发送信息,这对智能体的传感器提出了很高要求,无形中增加了成本.相比于固定拓扑和无向拓扑图,有向拓扑图,突破了固定拓扑和无向拓扑的局限性,因此未来工作将在本文工作基础上研究有向切换拓扑条件下多智能体系统的 H_∞ 均方一致性控制问题,设计满足预定性能指标的分布式控制器.

References

- 1 Sun Xiao-Tong, Guo Ge, Zhang Peng-Fei. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under unmatched disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(6): 1368–1376 (孙小童, 郭戈, 张鹏飞. 非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪. *自动化学报*, 2021, **47**(6): 1368–1376)
- 2 Gao Zhen-Yu, Guo Ge. Fixed-time formation control of AUVs based on a disturbance observer. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1094–1102 (高振宇, 郭戈. 基于扰动观测器的AUVs固定时间编队控制. *自动化学报*, 2019, **45**(6): 1094–1102)
- 3 Chen Shi-Ming, Guan Jun-Jie, Gao Yan-Li, Pei Hui-Qin, Qiu Jun. Event-triggered fast consensus algorithm for multi-agent systems under jointly-connected topology. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(12): 2269–2277 (陈世明, 管俊杰, 高彦丽, 裴惠琴, 邱均. 组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体快速一致性算法. *自动化学报*, 2018, **44**(12): 2269–2277)
- 4 Liu Juan, Zhang Hao, Wang Zhu-Ping. Cooperative output regulation of heterogeneous multi-agent systems by self-triggered.

- Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(10): 1893–1902
(刘娟, 张皓, 王祝萍. 基于自触发的异构多智能体协同输出调节. 自动化学报, 2019, **45**(10): 1893–1902)
- 5 Liu Fan, Yang Hong-Yong, Yang Yi-Ze, Li Yu-Ling, Liu Yuan-Shan. Finite-time integral sliding-mode control for multi-agent systems with mismatched disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(4): 749–758
(刘凡, 杨洪勇, 杨怡泽, 李玉玲, 刘远山. 带有不匹配干扰的多智能体系统有限时间积分滑模控制. 自动化学报, 2019, **45**(4): 749–758)
 - 6 Xu Jun, Zhang Guo-Liang, Zeng Jing, Sun Qiao, Yang Fan. Robust guaranteed cost consensus for high-order discrete-time multi-agent systems with switching topologies and time delays. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(2): 360–373
(徐君, 张国良, 曾静, 孙巧, 羊帆. 具有时延和切换拓扑的高阶离散时间多智能体系统鲁棒保性能一致性. 自动化学报, 2019, **45**(2): 360–373)
 - 7 Chen J X, Li J M. Globally fuzzy leader-follower consensus of mixed-order nonlinear multi-agent systems with partially unknown direction control. *Information Sciences*, 2020, **523**: 184–196
 - 8 Li G P, Wang X Y, Li S H. Finite-time consensus algorithms of leader-follower higher-order multi-agent systems with uncertain nonlinearities. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, **357**(16): 11939–11952
 - 9 Yang N N, Li J M. New distributed adaptive protocols for uncertain nonlinear leader-follower multi-agent systems via a repetitive learning control approach. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, **356**: 6571–6590
 - 10 Zhang D, Xu Z H, Wang Q W, Zhao W B. Leader-follower H_∞ consensus of linear multi-agent systems with aperiodic sampling and switching connected topologies. *ISA Transactions*, 2017, **68**: 150–159
 - 11 Wang A J, Liao X F, Dong T. Fractional-order follower observer design for tracking consensus in second-order leader multi-agent systems: Periodic sampled-based event-triggered control. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, **355**: 4618–4628
 - 12 He W L, Xu C R, Han Q L, Qian F, Lang Z Q. Finite-time L_2 leader-follower consensus of networked Euler-Lagrange systems with external disturbances. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2018, **48**(11): 1920–1928
 - 13 Huang X, Dong J X. Reliable leader-to-follower formation control of multiagent systems under communication quantization and attacks. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2020, **50**(1): 89–99
 - 14 Wang S M, Huang J. Adaptive leader-following consensus for multiple Euler-Lagrange systems with an uncertain leader system. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, **30**(7): 2188–2196
 - 15 Wang X Y, Li S H, Yu X H, Yang J. Distributed active anti-disturbance consensus for leader-follower higher-order multi-agent systems with mismatched disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(11): 5795–5801
 - 16 Zhang D, Xu Z H, Srinivasan D, Yu L. Leader-follower consensus of multiagent systems with energy constraints: A Markovian system approach. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(7): 1727–1736
 - 17 Zuo Z Y, Han Q L, Ning B D, Ge X H, Zhang X M. An overview of recent advances in fixed-time cooperative control of multiagent systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, **14**(6): 2322–2334
 - 18 Ma H W, Wang Z, Wang D, Liu D R, Yan P F, Wei Q L. Neural-network-based distributed adaptive robust control for a class of nonlinear multiagent systems with time delays and external noises. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2016, **46**(6): 750–758
 - 19 Peng C, Zhang J, Han Q L. Consensus of multiagent systems with nonlinear dynamics using an integrated sampled-data-based event-triggered communication scheme. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2019, **49**(3): 589–599
 - 20 Liu H Y, Cheng L, Tan M, Hou Z G. Exponential finite-time consensus of fractional-order multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2020, **50**(4): 1549–1558
 - 21 Bu X H, Yu Q X, Hou Z S, Qian W. Model free adaptive iterative learning consensus tracking control for a class of nonlinear multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2019, **49**(4): 677–686
 - 22 Jia Q, Han Z Y, Tang W K S. Synchronization of multi-agent systems with time-varying control and delayed communications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2019, **66**(11): 4429–4438
 - 23 Chen Shi-Ming, Shao Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory and Applications*, 2019, **36**(10): 1606–1614
(陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. 控制理论与应用, 2019, **36**(10): 1606–1614)
 - 24 Ma Dan, Zhang Bao-Feng, Wang Lu-Yao. Controller and topology co-optimization for consensus of multi-agent systems. *Control Theory and Applications*, 2019, **36**(5): 720–727
(马丹, 张宝峰, 王璐瑶. 多智能体系统一致性问题的控制器与拓扑协同优化设计. 控制理论与应用, 2019, **36**(5): 720–727)
 - 25 Chen Shi-Ming, Wang Ming-Yu. Leader-follower consensus of hybrid multi-agent systems with disturbances. *Control Theory and Applications*, 2020, **37**(7): 1583–1588
(陈世明, 王明雨. 带扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性. 控制理论与应用, 2020, **37**(7): 1583–1588)
 - 26 Yan Shi, Wu Xiu-Zhen, Wang Shuai-Lei, Li Rui-Tao. Consensus of nonlinear multi-agent systems with directed switching topologies. *Astronautica Sinica*, 2020, **41**(S2): 171–180
(闫实, 吴修振, 王帅磊, 李瑞涛. 有向切换拓扑下非线性MAS的一致性控制. 航空学报, 2020, **41**(S2): 171–180)
 - 27 Chen Z, Pan Y J, Gu J. Adaptive robust control of bilateral teleoperation systems with unmeasurable environmental force and arbitrary time delays. *IET Control Theory and Applications*, 2014, **8**(15): 1456–1464
 - 28 Shen H H, Pan Y J. Improving tracking performance of nonlinear uncertain bilateral teleoperation systems with time-varying delays and disturbances. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, **25**(3): 1171–1181
 - 29 Ge X, Han Q L. Distributed formation control of networked multi-agent systems using a dynamic event-triggered communication mechanism. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(10): 8118–8127
 - 30 Yi X L, Liu K, Dimarogonas D V, Johansson K H. Dynamic event-triggered and self-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, **64**(8): 3300–3307
 - 31 Yi X L, Yang T, Wu J F, Johansson K H. Distributed event-triggered control for global consensus of multi-agent systems with input saturation. *Automatica*, 2019, **100**(6): 1–9
 - 32 Wang H, Wen G H, Yu W W, Yu X H. Designing event-triggered observers for distributed tracking consensus of higher-order multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, **52**(5): 3302–3313
 - 33 Wen G H, Duan Z S, Chen G R, Yu W W. Consensus tracking of multi-agent systems with Lipschitz-type node dynamics and switching topologies. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2014, **61**(2): 499–511
 - 34 Fu J J, Wen G H, Yu W W, Huang T W, Cao J D. Exponential consensus of multiagent systems with Lipschitz nonlinearities using sampled-data information. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2018, **65**(12): 4363–4375
 - 35 Hu Shou-Song. *Automatic Control Theory. 6th Edition*, Beijing:

Science Press, 2017.

(胡寿松. 自动控制原理. 第六版, 北京: 科学出版社, 2017.)

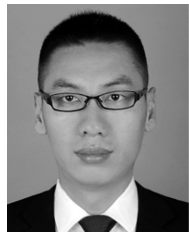
- 36 Zeng Cheng. Some matrix inequalities relating to Schur complement of matrices. *Electronics World*, 2014, **18**(6): 359–370 (曾诚. 关于矩阵Schur补的若干矩阵不等式. 电子世界, 2014, **18**(6): 359–370)
- 37 Zhou Shao-Lei, Zhao Xue-Yuan, Qi Ya-Hui, Wang Shuai-Lei. H_∞ consensus control of multi-agent systems with transient response under directed switching topology. *Acta Armamentarii*, 2019, **41**(2): 356–365 (周绍磊, 赵学远, 祁亚辉, 王帅磊. 有向切换拓扑条件下考虑暂态响应的多智能体 H_∞ 一致性控制. 兵工学报, 2019, **41**(2): 356–365)



郑维 燕山大学电气工程学院副教授. 主要研究方向为非线性系统控制, 多机器人协同控制, 多智能体编队.

E-mail: weizheng@ysu.edu.cn

(ZHENG Wei Associate professor at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. Her research interest covers nonlinear systems control, multi robot cooperative control, and multi-agent formation.)



张志明 燕山大学电气工程学院博士研究生. 主要研究方向为自适应学习系统, 非线性控制及优化. 本文通信作者.

E-mail: zhangzhiming0925@163.com

(ZHANG Zhi-Ming Ph.D. candidate at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers adaptive and learning systems, and nonlinear control and optimization. Corresponding author of this paper.)



刘和鑫 东北大学信息科学与工程学院硕士研究生. 主要研究方向为区间神经网络建模, 不确定系统鲁棒控制, 多机器人协同控制.

E-mail: 18842422709@163.com

(LIU He-Xin Master student at the School of Information Science and Engineering, Northeastern University. His research interest covers interval neural network modeling, robust control of uncertain systems, and multi robot cooperative control.)



张明泉 燕山大学电气工程学院硕士研究生. 主要研究方向为非线性控制和优化, 机器人深度学习控制和应用.

E-mail: xiaoxiongqivivian@126.com

(ZHANG Ming-Quan Master student at the School of Electrical Engineering, Yanshan University. His research interest covers nonlinear control and optimization, deep learning control, and application in robots.)



孙富春 清华大学信息科学技术学院教授. 主要研究方向为智能控制, 机器人与飞行器的导航与控制.

E-mail: fcsun@tsinghua.edu.cn

(SUN Fu-Chun Professor at the School of Information Science and Technology, Tsinghua University. His research interest covers intelligent control, and navigation and control of robot and aircraft.)