

基于信息几何的高超声速飞行器搜索方法

罗艺^{1,2} 谭贤四¹ 王红³ 曲智国¹

摘要 由于地面雷达受视距限制无法对高超声速飞行器进行连续观测, 针对高超声速飞行器飞出雷达视距盲区后难以搜索的问题, 提出了一种基于信息几何的雷达搜索方法. 本文利用非参数概率密度估计法对高超声速飞行器的出现位置的概率密度进行估计, 并将估计的位置概率密度作为雷达搜索的引导信息; 根据引导信息确定搜索区域, 以区域覆盖率最大化作为优化目标在搜索区域内进行波位编排; 基于信息几何理论, 将搜索策略建模为统计流形, 利用 KL (Kullback-Leibler) 散度来度量搜索策略与引导信息之间的差异, 通过最小化 KL 散度获得最优搜索策略. 通过仿真实验验证了本文所提方法的有效性和可行性, 并验证了相比其他搜索方法具有较明显的优势.

关键词 高超声速飞行器, 非参数概率密度估计, 波位编排, 信息几何, Kullback-Leibler 散度, 搜索策略

引用格式 罗艺, 谭贤四, 王红, 曲智国. 基于信息几何的高超声速飞行器搜索方法. 自动化学报, 2022, 48(6): 1520–1529

DOI 10.16383/j.aas.c200738



开放科学(资源服务)标识码(OSID):

Search Method for Hypersonic Vehicle Based on Information Geometry

LUO Yi^{1,2} TAN Xian-Si¹ WANG Hong³ QU Zhi-Guo¹

Abstract For the limitation of the line-of-sight, the ground radar cannot continuously observe the hypersonic vehicle. To solve the problem that the hypersonic vehicle is difficult to search after flying out of the blind zone of radar line-of-sight, a search method based on information geometry is proposed. In this paper, the probability density of the occurrence position of hypersonic vehicle is estimated based on the nonparametric probability density estimation method, and the estimated position probability density is used as the guidance information for radar search. According to the guidance information the search area is determined, and the beam position arrangement is carried out in the search area with the maximization of regional coverage as the optimization goal. Based on the theory of information geometry, the search strategy is modeled as a statistical manifold. The difference between the search strategy and the guidance information is measured by the Kullback-Leibler (KL) divergence. The optimal search strategy is solved by minimizing the KL divergence. The effectiveness and feasibility of the proposed method are verified by simulation experiments, and it is proved that it has obvious advantages over other search strategies.

Key words Hypersonic vehicle, nonparametric probability density estimation, beam position arrangement, information geometry, Kullback-Leibler (KL) divergence, search strategy

Citation Luo Yi, Tan Xian-Si, Wang Hong, Qu Zhi-Guo. Search method for hypersonic vehicle based on information geometry. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(6): 1520–1529

高超声速飞行器通常是指飞行速度大于 5 马赫 (Ma), 飞行高度在 20 ~ 100 km 的飞行器^[1-2]. 此类飞行器具有飞行速度快、机动性强、航程远、打击精度高高等特点, 能够突破传统导弹防御系统, 可实施远距离机动快速打击^[3-4]. 近年来, 世界各国都在发

展高超声速武器. 美国已多次进行高超声速武器的实验; 2018 年, 俄罗斯的“匕首”、“先锋”高超声速武器开始列装部队; 2019 年, 我国的高超声速武器——“东风-17”首次出现在阅兵式中. 由于高超声速飞行器运动轨迹复杂^[5]使得目前的反导拦截系统很难对这类武器实施有效防御. 高超声速飞行器不仅能够在水平方向上进行机动飞行, 在垂直方向上也可以进行机动飞行, 跳跃滑翔运动是高超声速飞行器的一种垂直机动方式. 由于高超声速飞行器跳跃滑翔运动在高度上不断变化, 地面相控阵雷达受视距遮挡影响而无法对此类目标进行连续观测. 针对这一问题, 本文提出一种基于信息几何的搜索方法, 使地面雷达在高超声速飞行器飞过盲区后能够及时、准确地再次发现目标.

收稿日期 2020-09-08 录用日期 2020-11-18

Manuscript received September 8, 2020; accepted November 18, 2020

国家自然科学基金 (61401504) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61401504)

本文责任编辑 徐德

Recommended by Associate Editor XU De

1. 空军预警学院三系 武汉 430019 2. 中国人民解放军 94326 部队 济南 250023 3. 中国人民解放军 93184 部队 北京 100028

1. No. 3 Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019 2. Unit 94326 of the PLA, Jinan 250023 3. Unit 93184 of the PLA, Beijing 100028

相控阵雷达具有波束捷变能力, 通过相应的波束控制策略可以提高对目标搜索的性能^[6]. 通常情况下, 相控阵雷达进行目标搜索会有一些的先验信息, 例如, 对目标运动的预测信息以及其他传感器的指示信息等. 在这些先验信息的引导下, 相控阵雷达的搜索范围可以限定在一个较小的区域内因而能够快速有效地捕获目标^[7]. 现有的大多数空中目标搜索研究都是针对常规目标的, 例如弹道导弹、飞机等^[8-9]. 由于高超声速飞行器运动特性不同于常规目标, 这些研究无法应用于高超声速飞行器的搜索. 另外, 高超声速飞行器飞行速度快, 当雷达在目标跟踪过程中出现失跟情况时, 反导拦截系统对此类目标的拦截准备时间会大大减少, 因此, 研究合理的搜索方法及时再次发现目标具有较强的现实意义.

引导信息通常是用来确定雷达的搜索区域. 如果搜索区域太大, 会把过多的雷达资源浪费在那些没有目标的区域, 导致无法及时发现目标; 如果搜索区域太小, 可能使目标无法被雷达波束覆盖, 导致搜索不到目标. 因此, 引导信息要保证在搜索区域能够覆盖目标活动空间的前提下, 尽量缩小搜索区域. 传统的搜索区域以 3σ 准则进行确定, 即搜索区域为引导信息误差的三倍^[10]. Haftbaradaran 等^[11] 将引导信息以区域内目标出现置信度的形式给出, 这种方法通过引导信息误差的概率密度计算. 以上方法都是假设引导信息误差的概率密度分布为高斯分布, 对于机动性较强的目标则无法满足这个假设条件.

对于给定的搜索区域要完成对其搜索, 需要对该区域内波束排列的方式与数目进行管理. 对波位编排的管理可影响搜索区域的覆盖率, 当波位覆盖紧凑时可以提高搜索区域的覆盖率, 但会浪费一定的资源; 当波位覆盖疏松时, 虽然降低了搜索区域的覆盖率, 但是资源能够得到有效的利用. 相控阵雷达的天线波束, 随着扫描角的增大会出现波束展宽效应, 为了消除波束展宽效应的影响, 引入阵面正弦空间坐标系. 周颖等^[12] 把边界问题转化为图论问题, 提出了边界约束波位编排算法. 为了适应搜索区域动态变化, Hou 等^[13] 提出了动态匹配波位编排方法. 这些波位编排研究只是针对常规目标, 不适用于高超声速飞行器.

在搜索空域进行波位编排的基础上, 使用相应的搜索策略就可以实现对目标的搜索. 搜索策略是指搜索计划, 雷达在搜索目标过程中, 搜索波位的顺序. 搜索顺序的不同对目标的捕获概率有很大的影响. 传统的搜索策略有随机搜索策略、平行搜索策略和螺旋搜索策略^[14], 这些搜索策略对目标没有

针对性, 对特殊目标无法得到最佳的搜索性能. 唐书娟等^[15] 提出基于信息增益的搜索方法, 该方法在搜索下一个波位前计算每个波位的信息增益, 根据计算的信息增益得到下一个搜索波位, 这种方法由于每次搜索前都要进行计算, 对高速目标的搜索有一定的局限性. 因此, 针对高超声速飞行器的搜索策略制定要基于这类目标的运动特性.

通过对高超声速飞行器运动轨迹的预测, 得到对此类目标搜索的引导信息. 由于高超声速飞行器机动性强, 轨迹预测误差不服从高斯分布, 使用参数估计的方法不能描述目标出现位置的概率密度分布, 因此, 采用蒙特卡罗方法进行多次预测获得采样点, 再通过非参数估计的方法^[16-17] 就能够得到目标搜索的引导信息. 波位编排有列状、交错和低损耗点三种编排样式可以选择. 这三种波位编排样式的重叠率和覆盖率各不相同, 在搜索过程中可以根据资源的使用情况合理选择. 当相控阵雷达资源充裕时, 可使用高覆盖率的波位编排样式, 确保搜索任务顺利完成; 当资源不足时, 则使用低重叠率的波位编排样式, 提高资源利用率. 进行波位编排是基于引导信息确定搜索区域, 搜索策略则是确定各个波位的搜索顺序. 在给定引导信息的条件下雷达进行目标搜索, 由于搜索策略基于引导信息, 那么搜索策略与引导信息之间必然存在一定的关系. 信息几何中的统计流形将概率密度函数的全体作为一个集合^[18-19], 由于引导信息是一个概率密度函数, 因此可以通过将搜索策略建模为统计流形, 求解统计流形中与引导信息最近的点即为最优搜索策略. 本文首先通过蒙特卡罗预测采样和非参数估计的方法生成引导信息; 之后根据引导信息确定搜索区域, 建立波位编排模型; 接着基于信息几何理论提出了最优搜索策略的求解方法; 然后通过实验验证了所提方法的可行性和有效性; 最后得出结论.

1 目标引导信息

由于高超声速飞行器进入地面雷达视距盲区, 其运动状态 (位置、速度、航向等) 无法准确地观测到, 但是通过进入盲区前的数据, 可以得到一定的统计规律. 为了能够再次发现目标, 需要将目标的预测信息, 作为雷达的引导信息.

对于目标的预测通常会带有一定的误差, 假设对目标在水平和俯仰上的预测为 $(\theta_{xp}, \theta_{yp})$, 目标的真实位置为 $(\theta_{x0}, \theta_{y0})$, 则

$$(\theta_{xp}, \theta_{yp}) = (\theta_{x0}, \theta_{y0}) + (\varepsilon_x, \varepsilon_y) \quad (1)$$

式中, $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 为预测误差.

目标引导信息通常是目标在某一位置的出现概率. 则目标在区域 Ω 中出现的概率可表示为

$$p((\theta_{x0}, \theta_{y0}) \in \Omega) = \iint_{(\theta_{xp} - \varepsilon_x, \theta_{yp} - \varepsilon_y) \in \Omega} f(\varepsilon_x, \varepsilon_y) d\varepsilon_x d\varepsilon_y \quad (2)$$

式中, $f(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 为预测误差的二维概率密度分布函数.

传统目标 (例如, 飞机或弹道导弹) 的误差概率密度函数通常假设为高斯分布. 高超声速飞行器由于其机动性较强, 其预测误差的概率密度分布较复杂, 常用的参数法无法对其概率密度进行估计, 因此在本文中采用非参数概率密度估计法. 非参数密度估计法对先验知识要求少, 应用场景广泛, 可以通过采样数据对任何分布的概率密度函数直接进行估计. 本文采用蒙特卡罗方法进行预测采样, 蒙特卡罗方法以大数法则和中心极限定理为数学基础, 能够保证得到高超声速飞行器预测分布为无偏估计值.

本文首先通过蒙特卡罗方法对高超声速飞行器出现的位置进行多次预测并获得采样数据. 然后通过基于直方图的估计方法对预测位置的概率密度进行拟合, 最后通过核函数对估计的概率密度进行平滑. 核函数有很多种, 可以根据需要进行选择, 本文采用较为常用的高斯核函数

$$K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad (3)$$

假设概率密度估计直方图的条目数量为 n , 每个条目的宽度为 b (预测区域内划分的每个小区域为一个条目, 这里指区域面积), I_i 为落在第 i 个直方图条目中采样点的个数, 则

$$\hat{p}((\theta_{xi}, \theta_{yi}) \in \Omega) = \frac{I_i}{nb} \quad (4)$$

通过与核函数卷积对式 (4) 进行平滑, 得到目标预测位置分布的概率密度

$$\hat{\xi}(\theta_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{nb\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2b}(\theta - \theta_i)^T(\theta - \theta_i)\right) \quad (5)$$

式中, $\theta_i = (\theta_{xi}, \theta_{yi})$.

2 搜索区域的波位编排

相控阵雷达通过波位编排覆盖目标可能出现的区域. 在给定引导信息条件下, 搜索区域已经确定, 波位编排并不能完全按照引导信息进行覆盖, 通常会有些区域覆盖不到或波位覆盖超出了搜索区域, 另外, 波位之间也会存在重叠或缝隙. 因此, 在不同

的应用场景下, 会使用不同的波位编排方式.

相控阵雷达常用的波位编排方式有列状、交错和低损耗点 3 种, 如图 1 所示. 这 3 种波位编排方式的重叠率和覆盖率各不相同. 其中, 列状编排的重叠率为 0, 覆盖率为 78.5%; 交错编排的重叠率为 0, 覆盖率为 90.7%; 低损耗点编排的重叠率约为 35.75%, 覆盖率为 100%. 在波位编排的时候, 如果覆盖率较低, 可能会导致搜索的波位上根本不存在目标; 但如果重叠率较高, 部分搜索区域会重复搜索, 造成资源浪费. 三种波位编排方式各有优缺点, 在使用中根据实际的需求进行选择.

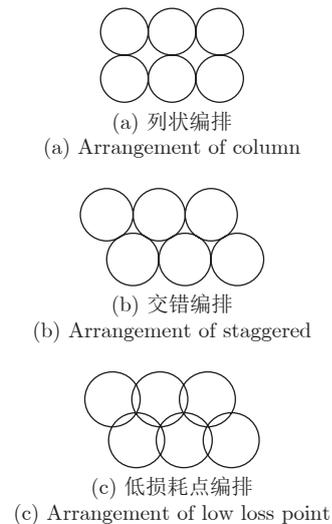


图 1 波位编排方式

Fig.1 Arrangement of wave position

假设波位编排中每个波位的模型可表示为

$$IB_k = \{(\theta_{xk}, \theta_{yk}), \Omega_k\}, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

其中, $(\theta_{xk}, \theta_{yk})$ 为第 k 个波位的中心位置, Ω_k 为波位的覆盖区域, N 为编排的总波位数. 搜索区域内波位编排可以用集合表示为

$$IB = \{IB_1, IB_2, \dots, IB_N\}$$

为了能够合理地利用资源, 通常要对波位编排进行优化. 由于搜索在引导区内, 扫描角较小, 波束展宽效应可忽略不计.

假设 S_0 为每个波位的覆盖面积, S_i 为每个波位覆盖搜索区域的面积, C_i 为每个波位没有覆盖到搜索区域的面积, S_Ω 为搜索区域的总面积. 波位编排的覆盖率可以表示为 $\sum_{i=1}^N S_i/S_\Omega$, 过覆盖率可以表示为 $\sum_{i=1}^N C_i/S_\Omega$. 波位编排的最优策略就是令覆盖率最大, 保证能够搜索到目标; 令过覆盖率最小, 实现资源的有效利用. 根据以上分析, 波位编排的最优化模型为

$$\begin{cases} \max \frac{\sum_{i=1}^N S_i}{S_\Omega} \\ \min \frac{\sum_{i=1}^N C_i}{S_\Omega} \end{cases}, \text{ s.t. } \int_{\Omega_k} f(\boldsymbol{\theta}_k) d\boldsymbol{\theta} > 0 \quad (6)$$

式中, 优化目标可以根据实际需要进行调整, 对于高超声速目标的搜索, 通常使用低损耗点编排方式并将覆盖率设置为 100%, 只需过覆盖率最小即可. 约束条件表示波位覆盖区域内目标出现的概率不为零, 当资源有限时可添加资源约束条件.

对于波位编排的求解可以使用遗传算法. 由波位编排方式可知, 在搜索区域内只要确定两个相邻波位的位置即可得到整个搜索区域的波位编排位置. 波位编排的输出结果为 $\mathbf{T}_{\text{opt}} = (\mathbf{x}_{\text{opt}}, \mathbf{y}_{\text{opt}})$, 其中, \mathbf{x}_{opt} 为所有波位中心点横坐标集合, \mathbf{y}_{opt} 为所有波位中心点纵坐标集合. 以搜索高超声速目标为例, 最优波位编排求解的具体步骤如下.

算法 1. OBPA (*Airspace*)

输入. 搜索空域 *Airspace*.

输出. 最优波位编排 $\mathbf{T}_{\text{opt}} = (\mathbf{x}_{\text{opt}}, \mathbf{y}_{\text{opt}})$.

步骤 1. 生成种群并进行编码.

1) $\mathbf{Pop} = \text{Generate}(\textit{Airspace})$

2) $\text{Encode}(\mathbf{Pop})$

步骤 2. 将优化目标函数设置为适应度函数

$\text{Fitness}(T)$

步骤 3. 计算种群的适应度.

for each T_i in \mathbf{Pop}

if $\text{Convergence}(\mathbf{Opt}, \text{Fitness}(T_i))$ //检查是否满足适应度收敛条件, 满足则算法结束, \mathbf{Opt} 为种群中的最优编排方法, 如果当前个体的适应度小于 \mathbf{Opt} , 则将当前个体赋值给 \mathbf{Opt}

return $\text{Decode}(\mathbf{Opt})$

end if

end for

步骤 4. 对种群进行选择、交叉和变异操作.

1) $\text{Selecte}(\mathbf{Pop})$ //对种群中 95% 的个体以精英选择法进行保留, 并随机产生 5% 的个体维持种群数量

2) $\text{Crossover}(\mathbf{Pop})$ //对种群中的个体以 50% ~ 100% 的随机概率, 使用单点交叉算子进行交叉操作

3) $\text{Mutated}(\mathbf{Pop})$ //对种群中的个体以 0.1% ~ 10% 的随机概率, 使用基本变异算子进行变异操作

4) $\text{Iteration}++$

步骤 5. 检查迭代次数是否满足条件, 满足则算法结束, 不满足则返回步骤 3.

if $\text{Iteration} \geq N$

return $\text{Decode}(\mathbf{Opt})$

end if

3 搜索策略

引导信息决定了搜索方法. 首先, 引导信息中的搜索范围决定波位的覆盖范围以及波位编排方式; 另外, 目标出现的概率密度分布则决定了波位搜索的顺序, 即搜索策略. 一般情况下, 搜索策略通常是按照目标出现概率大的波位进行搜索. 传统的搜索策略, 如平行搜索策略、螺旋搜索策略和随机搜索策略, 可以满足传统目标搜索的需求. 传统目标的预测过程中, 其误差通常假设为高斯分布或均匀分布, 由此得到的搜索引导信息较为简单, 主要包括预测位置和搜索范围. 因此, 对这类目标的搜索, 只需使用简单的几何搜索策略即可.

由于高超声速飞行器机动性能强, 对其预测的误差也会较大, 且不符合常见分布, 导致预测目标的位置会大范围散布, 目标的出现的概率密度分布也会较为复杂. 因此, 对于高超声速飞行器这类目标的搜索无法使用前面所提的简单的几何搜索策略. 由前面的分析可知, 引导信息中目标的误差概率密度分布较为复杂, 这也使得与之相匹配的搜索策略更加复杂.

假设当波位编排为 IB 时, 搜索策略可表示为 $ST = \{I_1, I_2, \dots, I_N\}$, I 表示搜索波位的序号. 对于波位编排 IB 可以有多种搜索策略, 每种搜索策略带来的搜索结果是不同的. 当一个搜索策略带来的结果优于其他搜索策略时, 该搜索策略则为所求的最优搜索策略 ST_o .

搜索策略 ST 和目标的概率密度 $f(\boldsymbol{\theta})$ 分布是密切相关的, 因此, 问题研究的关键是度量搜索策略 ST 和目标分布概率密度 $f(\boldsymbol{\theta})$ 的相似性, 即使搜索策略与目标分布概率密度相似性最大, 得到最优搜索策略 ST_o . 概率密度之间的相似性有很多计算方法, 将搜索策略以概率密度的方式表示出来, 则更容易判断搜索策略与目标分布概率密度的相似性. 在信息几何理论中, 概率密度函数全体被看成是统计流形, 通过研究统计流形的几何性质, 可以解决各种随机问题. 所有对目标的搜索策略 ST 可以组成一个统计流形 B , 该流形上与引导信息距离最近的一个点则为最优搜索策略 ST_o .

假设每个波位 IB_k 上都存在一个基函数

$$B_i(\boldsymbol{\theta}_i) = \frac{1}{N!} \times \frac{1}{S_i} \quad (7)$$

其中, $\int_{\Omega_i} \frac{1}{S_i} d\boldsymbol{\theta}_i = 1$, 该波位的搜索序号为 ω_i , 则根

据多项式拟合法, 搜索策略的概率密度形式可以表示为

$$B(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N \frac{N - \omega_i + 1}{N!} B_i(\boldsymbol{\theta}_i) \quad (8)$$

其中,

$$\int_{\Omega} \sum_{i=1}^N \frac{N - \omega_i + 1}{N!} B_i(\boldsymbol{\theta}_i) d\boldsymbol{\theta} = 1$$

经观察可知, 式 (8) 可以写成基函数与权重向量积的形式

$$B(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{V} \times B_i(\boldsymbol{\theta}_i) \quad (9)$$

式中, \times 为向量叉乘,

$$\mathbf{V} = \left(\frac{N - \omega_1 + 1}{N!}, \frac{N - \omega_2 + 1}{N!}, \dots, \frac{N - \omega_N + 1}{N!} \right) \quad (10)$$

式 (9) 可进一步改写为

$$B(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{V} \cdot C(\boldsymbol{\theta}_i) + L(\boldsymbol{\theta}) \quad (11)$$

式中, \cdot 为向量点乘.

$$\left\{ \begin{array}{l} C(\boldsymbol{\theta}) = \left(\begin{array}{l} B_1(\boldsymbol{\theta}) - \frac{B_N(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Omega} B_N(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta}} \int_{\Omega} B_1(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta}, \\ \vdots \\ B_{N-1}(\boldsymbol{\theta}) - \frac{B_N(\boldsymbol{\theta})}{\int_{\Omega} B_N(\boldsymbol{\theta}) dx} \int_{\Omega} B_{N-1}(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} \end{array} \right) \\ L(\boldsymbol{\theta}) = \frac{B_i(\boldsymbol{\theta}_i)}{\int_{\Omega} B_i(\boldsymbol{\theta}_i) d\boldsymbol{\theta}} \end{array} \right. \quad (12)$$

其中, $C(\boldsymbol{\theta})$ 为重组的基函数, \mathbf{V} 起到坐标系的作用.

定义 1. 令式 (13) 为搜索策略的统计流形, $\mathbf{V} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N-1})$ 为流形的坐标系.

$$B = \{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V}) | B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V}) = C(\boldsymbol{\theta}) \cdot \mathbf{V} + L(\boldsymbol{\theta})\} \quad (13)$$

在统计流形中, Fisher 矩阵能够用来定量描述两个概率密度分布之间的不同程度. 统计流形 B 的 Fisher 度量矩阵可以表示为

$$\mathbf{G} = \left(\begin{array}{ccc} \int \frac{c_1^2}{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})} d\boldsymbol{\theta} & \dots & \int \frac{c_1 c_{N-1}}{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})} d\boldsymbol{\theta} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int \frac{c_{N-1} c_1}{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})} d\boldsymbol{\theta} & \dots & \int \frac{c_{N-1}^2}{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})} d\boldsymbol{\theta} \end{array} \right) \quad (14)$$

在信息几何理论中有很多方式可以来度量统计

流形中两点间的距离, 例如, 测地线距离和 KL (Kullback-Leibler) 散度距离^[20-21]. 测地线距离为流形中两点距离最小的一条曲线, 是欧氏空间中直线在流形上的推广. KL 散度距离也可以用来度量流形中两点间的距离, 与测地线距离相比, 它的计算更为简单. 为了度量搜索策略与目标分布概率密度之间的相似性, 使用 KL 散度距离来计算统计流形 $B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})$ 上的点与目标分布概率密度 $f(\boldsymbol{\theta})$ 之间的距离. KL 散度距离可表示为

$$D_{KL} = \int_{\Omega} f(\boldsymbol{\theta}) \log \frac{f(\boldsymbol{\theta})}{B(\boldsymbol{\theta}; \mathbf{V})} d\boldsymbol{\theta} \quad (15)$$

KL 散度越小, 两个概率密度分布之间就越相似. 通过使 D_{KL} 最小, 求解出统计流形 B 上对应点的坐标 \mathbf{V} , 即可得到最优搜索策略 ST_0 .

在信息几何中, 流形通常是连续的, 本文中要求解的最优搜索策略 ST_0 是离散的序列. 对于离散序列的求解, 遗传算法是一个较好的选择, 另一方面在流形上使用梯度下降法会提高求解过程中的收敛速度, 因此本文采用一种改进的遗传算法, 算法中结合信息几何中的梯度下降算法对种群进行变异. 变异算子为

$$\mathbf{V}' = \mathbf{V} - \frac{\varepsilon^2}{2\lambda} \mathbf{G}^{-1} \nabla D_{KL} \quad (16)$$

式中, $\nabla D_{KL} = \left(\frac{\partial D_{KL}}{\partial \lambda_1}, \dots, \frac{\partial D_{KL}}{\partial \lambda_{N-1}} \right)^T$, \mathbf{V} 为搜索波位顺序的序列, $\frac{\varepsilon^2}{2\lambda}$ 为步长值, ε 为小于 1 的随机数, $\lambda = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\nabla D_{KL}^T \mathbf{G}^{-1} \nabla D_{KL}}$.

算法具体步骤如下.

算法 2. STRA (f^*)

输入. 搜索空域的目标概率密度分布 f^*

输出. 最优搜索顺序序列

$$\mathbf{V}_{opt} = (C_1, C_2, \dots, C_N)$$

步骤 1. 算法初始化

- 1) $\mathbf{Pop} = \text{Generate}()$ // 在空域中随机选取波位的位置作为种群的个体
- 2) $\text{Encode}(\mathbf{Pop})$ // 对种群中的每个个体进行编码, 搜索顺序序列作为染色体, 每个搜索序号为基因片段
- 3) $\text{Fitness}(\mathbf{V})$ // 设置适应度函数, 根据式 (15) 可知适应度函数为 KL 散度计算公式, $\sum_N f^*(i) \log \frac{f^*(i)}{f'(i)}$, 其中 f' 为搜索策略的概率密度形式, 可由式 (8) 计算得到

步骤 2. 计算种群适应度

- 1) for each \mathbf{V}_i in \mathbf{Pop}
 - if $\text{Convergence}(\mathbf{Opt}, \text{Fitness}(\mathbf{V}_i))$ // 检查是否满足适应度收敛条件, 满足则算法结束, \mathbf{Opt} 为

种群中的最优搜索序列, 如果当前个体的适应度小于 Opt , 则将当前个体赋值给 Opt

return Decode(Opt)

end if

end for

2) Iteration++

步骤 3. 计算种群的适应度

对种群进行变异操作

Mutated (Pop) //对种群中的个体以 80% ~ 100% 的随机概率进行变异操作, 采用梯度下降的方法对个体进行变异, 变异算子如式 (16) 所示.

步骤 4. 对种群进行变异操作

1) Selecte (Pop) //对种群中 95% 的个体以精英选择法进行保留, 并随机产生 5% 的个体维持种群数量

2) Crossover (Pop) //对种群中的个体以 5% ~ 10% 的随机概率, 使用两点交叉算子进行交叉操作

步骤 5. 检查迭代次数是否满足条件, 满足则算法结束, 不满足则返回步骤 2.

if Iteration \geq N

return Decode(Opt)

end if

4 仿真实验

在本节中, 通过仿真实验验证本文提出的搜索方法. 按照文献 [2] 中高超声速飞行器的各项参数, 生成高超声速飞行器的轨迹, 如图 2 所示.

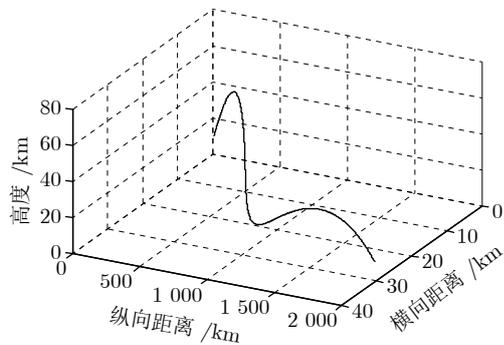


图 2 高超声速飞行器轨迹

Fig.2 Trajectory of hypersonic vehicle

设置仿真场景: 假设某型高超声速飞行器由火箭助推至 80 km 的高空后与火箭分离, 分离后再入大气层并进入地基雷达的视距盲区中, 其飞出盲区后的轨迹与雷达的部署位置如图 3 所示.

假设雷达的工作频段为 x 波段, 雷达架高 100 m, 具体参数如表 1 所示.

当高超声速飞行器在距雷达 837 km 时穿越地平面进入雷达视距范围, 根据文献 [22] 中的高超声

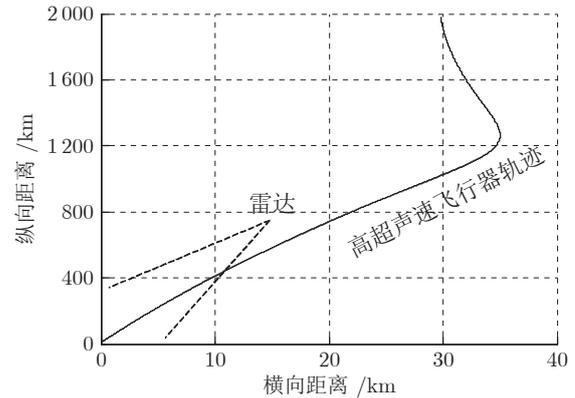


图 3 仿真场景示意图

Fig.3 Schematic diagram of simulation scene

表 1 雷达参数
Table 1 Radar parameters

参数	值
探测距离 (km)	2000
测角误差 ($^{\circ}$)	0.2
测距误差 (m)	100
方位角覆盖范围 ($^{\circ}$)	-75 ~ +75
俯仰角覆盖范围 ($^{\circ}$)	0 ~ 70
波束宽度 ($^{\circ}$)	1 \times 1
波束驻留时间 (ms)	100
检测概率	80%

速飞行器轨迹预测方法可以得到其穿越地平面时的引导信息如图 4 所示, 其概率密度估计中条目宽度的大小为 0.1 个波束宽度.

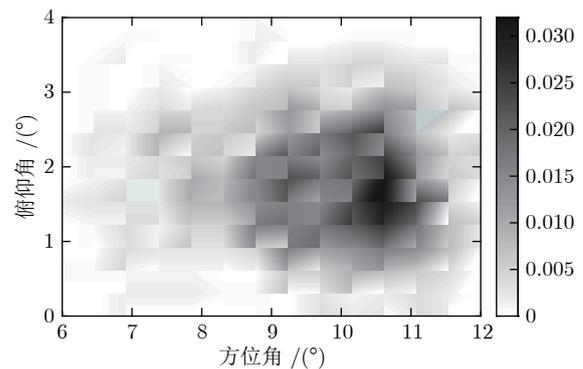


图 4 引导信息

Fig.4 Guide information

在高超声速飞行器飞入雷达盲区的这段时间, 采用本文所提方法, 求解最优搜索策略, 进行目标搜索仿真实验. 首先进行波位编排, 采用低损耗点波位编排方式对搜索区域进行覆盖, 然后在波位编排的基础上建立统计流形模型, 通过求解流形上与

引导信息之间 KL 散度距离最小的点, 得到搜索策略, KL 散度距离为 11.8, 最终搜索方法如图 5 所示. 使用该搜索方法进行目标搜索实验, 采用蒙特卡罗方法进行 100 次仿真, 可以得到该搜索方法的搜索性能为: 捕获概率达到 78%, 平均搜索 6.2 个波位能搜索到目标.

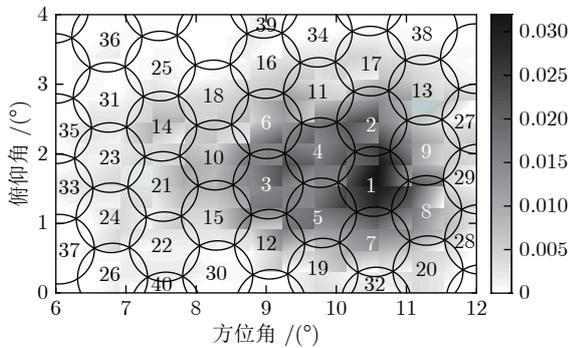


图 5 搜索方法结果

Fig. 5 Results of search method

为了进一步分析验证本文所提方法, 在前面所述仿真条件下进行如下实验.

1) 有效性验证实验

为了验证本文所提搜索方法的有效性, 进行仿真实验. 在进行引导信息概率密度估计时, 统计使用不同的条目宽度与 KL 散度之间的关系; 在波位编排优化过程中, 统计适应度与迭代次数之间的关系; 在求解搜索策略过程中, 统计 KL 散度距离与迭代次数之间的关系; 在目标搜索过程中, 统计不同 KL 散度距离的搜索方法与捕获概率之间的关系.

非参数概率密度估计中的条目宽度选取十分重要的, 由于搜索策略概率密度的条目宽度已确定为雷达波束宽度, 目标引导信息概率密度的条目宽度则以 1 个波束宽度为单位进行选取. 条目宽度与 KL 散度之间的关系如图 6 所示, 从图 6 中可以看出, 出现位置概率密度的条目宽度越大 KL 散度越大, 当条目宽度小于约 0.4 个波束宽度时, KL 散度趋于收敛. 但是, 条目宽度越小计算量也会增大, 因此条目宽度的选取也不宜过小. 为了计算方便, 引导信息概率密度的条目宽度取值为 0.1 个波束宽度.

在波位编排优化求解过程中, 适应度与迭代次数之间的关系如图 7 所示.

由图 7 可以看出, 迭代次数大约为 20 次时, 算法开始逐渐收敛, 最终求得最优解. 三种波位编排方式中, 低损耗点波位编排方式求解结果适应度最高, 列状波位编排方式适应度最低.

搜索策略计算过程中, 在不同波位编排方式下

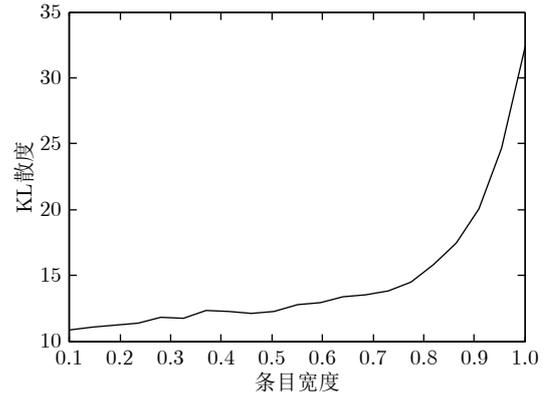


图 6 条目宽度与 KL 散度之间的关系

Fig. 6 Relationship between item width and KL divergence

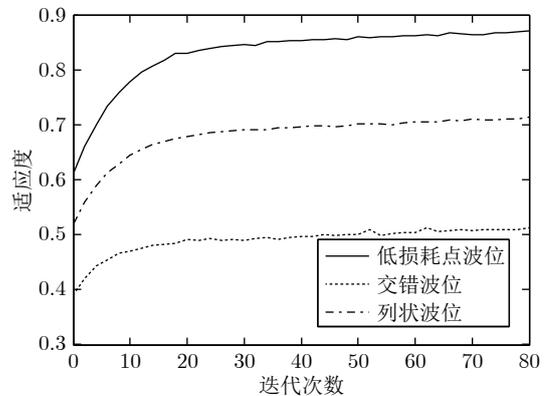


图 7 波位编排优化求解中适应度变化

Fig. 7 Change of fitness in the optimization of wave position arrangement

的 KL 散度距离的变化如图 8 所示. 由图 8 可以看出, 随着迭代次数的增加, KL 散度距离逐渐减小, 最终收敛, 可以求出 KL 散度距离的最小值. 在三种波位编排方式下, 低损耗点波位编排方式覆盖率最大, 求得的 KL 散度距离最小; 列状波位编排方式覆盖率最小, 求得的 KL 散度距离最大. 因此, KL 散度距离随着波位编排覆盖率的增大而减小, 采用低损耗点波位编排方式求解出的 KL 散度距离最小.

每一种搜索策略的 KL 散度距离是不同的, 通过捕获概率与 KL 散度距离之间的关系, 如图 9 所示, 分析各搜索策略的优劣.

由图 9 可以看出, 捕获概率随着 KL 散度距离的增加而降低, KL 散度距离达到最小时可以获得最优捕获概率; 在相同的 KL 散度距离下, 交错波位编排方式和列状波位编排方式的捕获概率小于低损耗点波位编排方式, 波位编排覆盖率高的搜索策略, 捕获概率则越高.

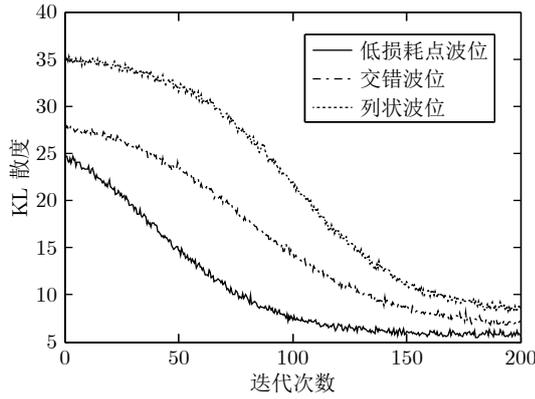


图 8 KL 散度距离变化

Fig.8 Change of KL divergence distance

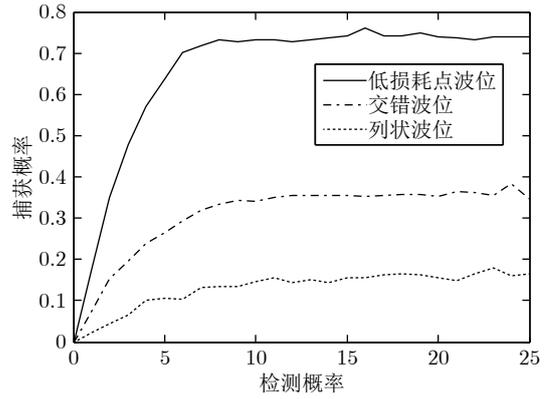


图 10 不同搜索波位下的捕获概率

Fig.10 Capture probability under different search wave positions

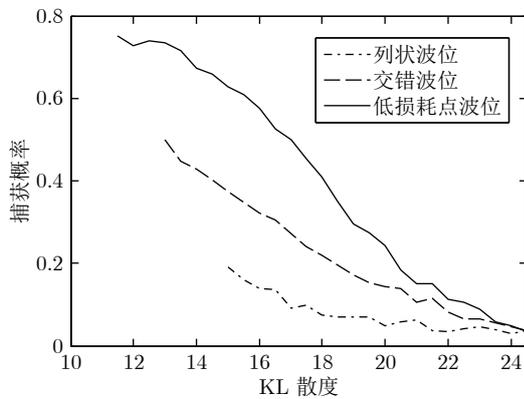


图 9 不同搜索方法下的捕获概率

Fig.9 Capture probability under different search methods

2) 性能分析实验

为了分析本文所提搜索方法的性能, 对求解得到的搜索方法进行目标搜索仿真实验. 统计在一定的搜索波位数量的条件下, 搜索方法能够达到的捕获概率; 以及雷达在一定的检测概率条件, 搜索方法能够达到的捕获概率.

每次以固定搜索波位个数进行搜索实验, 不同搜索波位个数下的捕获概率如图 10 所示. 由图 10 可以看出, 当搜索波位较少时, 捕获概率会随着搜索波位数量的增加而变大, 随着搜索波位的增加, 捕获概率会收敛到某一值范围不会有太大的变化. 另外, 交错波位编排方式和列状波位编排方式的捕获概率明显小于低损耗点波位编排方式. 由此可知, 搜索波位越多搜到目标的可能性就越大, 即捕获概率越大.

雷达中不同的参数设置对捕获概率也会有不同的影响, 由于雷达参数较多无法逐个进行仿真实验. 雷达中大多数参数的改变会使雷达检测概率发生变

化, 因此, 为了研究雷达参数对捕获概率的影响, 通过改变检测概率进行仿真实验. 设定仿真场景中的检测概率为不同值, 以同一种搜索方法分别进行搜索仿真, 得到捕获概率的变化曲线, 如图 11 所示.

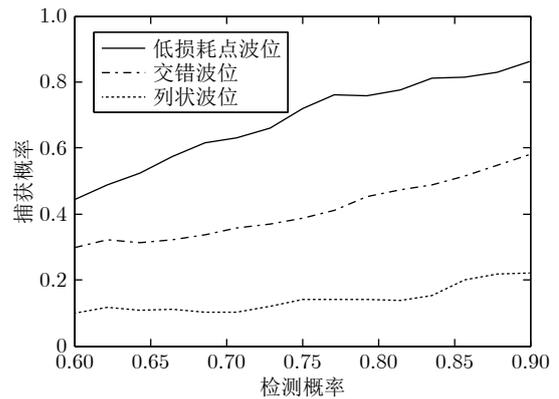


图 11 不同检测概率下的捕获概率

Fig.11 Capture probability under different detection probabilities

由图 11 可以看出, 雷达对高超声速飞行器的捕获概率会随着雷达的检测概率增加而变大. 在不同的波位编排方式下, 列状波位编排方式和交错波位编排方式的捕获概率小于低损耗点波位编排方式. 因此, 由仿真结果可以看出, 雷达检测概率的提高能够提高捕获概率, 但是, 如果搜索区域的波束覆盖率较低, 雷达检测概率的提高, 对捕获概率的改善并不是很大.

3) 对比实验

为验证本文所提方法与其他搜索方法相比具有更好的效果, 分别与基于信息论的搜索方法^[15]和传统的几何搜索方法^[14]进行比较. 基于信息论的搜索方法, 以信息熵最大为优化目标, 每搜索完一个波

位都要通过计算求得下一个要搜索的波位,其目标出现位置的概率密度分布通常假设为正态分布;传统的几何搜索方法有:平行搜索、随机搜索和螺旋搜索,其目标出现位置的概率密度分布通常假设为正态分布或均匀分布。

本实验中每种方法的引导信息包含的搜索区域是相同的,基于信息论的搜索方法假设目标出现的概率密度为高斯分布,传统的几何搜索方法假设目标出现的概率密度为均匀分布。波位编排分为优化和未优化的波位编排方法,都采用低损耗点编排方式,未优化的波位编排方法如图 12 所示。

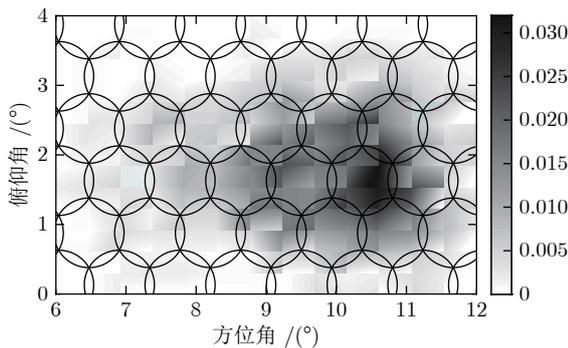


图 12 未进行优化的波位编排

Fig.12 Arrangement of unoptimized wave position

在相同的仿真场景下,采用相同的雷达参数,对同一个高超声速飞行器轨迹进行搜索仿真,各参数配置如前文所示。为了消除随机性影响进行仿真实验 100 次,仿真结果如表 2 所示。

表 2 仿真结果对比
Table 2 Comparison of simulation results

方法	波位编排方式	搜索波位个数	捕获概率 (%)
本文所提方法	优化	6.2	78
	未优化	7.5	76
基于信息论的搜索方法	优化	7.3	39
	未优化	7.8	40
平行搜索	优化	9.6	45
	未优化	10.2	45
传统搜索方法 随机搜索	优化	8.5	55
	未优化	8.9	53
螺旋搜索	优化	9.1	46
	未优化	9.5	46

由表 2 可以看出,由于未优化的波位编排方式编排的波位数量多于优化的波位编排方式,而且搜索波位的个数也多于优化过的波位编排方式。另外两种波位编排方式对搜索结果,即捕获概率,没有太大的影响。

本文所提方法相比其他两种方法对高超声速飞行器的捕获概率提高了约 23%~39%。基于信息论的动态搜索方法,由于在搜索过程中不断缩小搜索区域,所以其搜索波位个数较少,但是该方法对于不确定性较高的高超声速飞行器来说,缩小搜索区域可能会漏掉目标,因此捕获概率较小。传统的几何搜索方法没有对搜索方式进行优化,使用传统的搜索方式其捕获概率也小于本文所提方法。通过比较可以知道波位编排优化具有通用性,对文中提到的方法都可以使用,本文所提的方法主要在引导信息和搜索策略上优于其他方法。本文所提的方法引导信息采用蒙特卡罗方法和非参数概率密度估计方法得到目标位置分布的概率密度,比其他方法将目标位置分布假设为高斯分布更加准确,另一方面本文采用的方法使用的搜索策略与引导信息的匹配度更高,能够按照目标的分布规律进行搜索。

5 结束语

针对高超声速飞行器跳跃滑翔机动带来的观测不连续问题,本文提出一种基于信息几何的雷达搜索方法。首先利用预测区域的采样点数据,通过非参数估计的方法得到搜索区域内目标位置分布的概率密度作为引导信息;然后,根据引导信息,按照搜索区域覆盖率最大,波位重叠率最小的原则,建立了波位编排模型;最后,基于信息集合理论,将搜索策略建模为统计流形,通过改进的遗传算法,求解出统计流形上与引导信息最近的点即为最优搜索策略。所提方法充分利用了引导信息,搜索策略与引导信息匹配度高,因此能够达到较高的捕获概率。在实验中验证了所提方法的有效性和可行性,对搜索方法进行了性能分析,并与其他搜索方法进行对比,实验结果表明所提方法使搜索概率提高了 23%~39%。

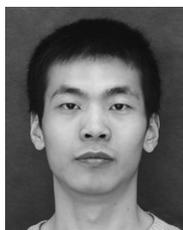
References

- Zhang K, Xiong J J, Fu T T. Coupled dynamic model of state estimation for hypersonic glide vehicle. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2018, **29**(6): 1284-1292
- Yu C L, Tan X S, Qu Z G, Wang H, Xie F. Marginal tracking algorithm for hypersonic reentry gliding vehicle. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2018, **13**(1): 156-166
- Li F, Xiong J J, Qu Z G, Lan X H. A damped oscillation model for tracking near space hypersonic gliding targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, **55**(6): 2871-2890
- Zhang K, Fu T T, Xiong J J. Estimation of aerodynamic parameter for maneuvering reentry vehicle tracking. In: Proceedings of the 36th China Control Conference, Dalian, China: IEEE, 2017: 2018-2022
- Li G H, Zhang H B, Tang G J. Maneuver characteristics analysis for hypersonic glide vehicles. *Aerospace Science and Technology*, 2015, **43**: 321-328

- 6 Malafaia D, Varum T, Matos D, Matos J N, Vieira J. The concept of a fully electronic beamforming antenna array for modern radar systems. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2018, **60**(7): 1696–1702
- 7 Lu J B, Hu W D, Xiao H, Yu W X. Novel cued search strategy based on information gain for phased array radar. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2008, **19**(2): 292–297
- 8 Byrne M, White K, Williams J. Scheduling multifunction radar for search and tracking. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion, Washington, USA: IEEE, 2015: 945–952
- 9 Severson T A, Paley D A. Distributed multitarget search and track assignment with consensus-based coordination. *Sensors Journal IEEE*, 2015, **15**(2): 864–875
- 10 Yu C L, Tan X S, Li F. Study on search performance of long range early-warning phased array radar. In: Proceedings of the 2016 CIE International Conference on Radar, Guangzhou, China: IEEE, 2016. 1–5
- 11 Haftbaradaran P, Kamarei M, Mofrad R F. The optimal search for multifunction phased array radar. In: Proceedings of the 2009 Antennas and Propagation Conference, Loughborough, UK: IEEE, 2009. 609–612
- 12 Zhou Ying, Wang Xue-Song, Wang Guo-Yu, Li Yong-Zhen, Xiao Shun-Ping. Study on boundary-confined algorithm of optimal beam position arrangement for phased array radar. *Acta Electronica Sinica*, 2004, **32**(6): 997–1000
(周颖, 王雪松, 王国玉, 李永祯, 肖顺平. 相控阵雷达最优波位编排的边界约束算法研究. *电子学报*, 2004, **32**(6): 997–1000)
- 13 Hou Z X, Tu G Y, Wu S P, Hou J. Beam position sequence dynamic arrangement algorithm of anti-saturation-attack in phased array radar. *Modern Radar*, 2013, **35**(6): 42–45
- 14 Zhang Jian-Qiang, Liu Zhong, Wang Hou-Xiang. Mobile search strategy modeling method of anti-ship missiles based on search theory. *Journal of Naval University of Engineering*, 2015, **27**(3): 33–37
(张建强, 刘忠, 汪厚祥. 基于搜索论的反舰导弹机动搜捕策略建模方法. *海军工程大学学报*, 2015, **27**(3): 33–37)
- 15 Tang Shu-Juan, Xu Yun-Shan, Bi Du-Yan, Yang Tao. Airspace and searching strategy of radar under the information guiding condition. *Journal of Xidian University*, 2016, **43**(1): 173–179
(唐书娟, 许蕴山, 毕笃彦, 杨涛. 信息引导条件下雷达搜索空域及策略. *西安电子科技大学学报*, 2016, **43**(1): 173–179)
- 16 Cheng Yuan, Chi Rong-Hua, Huang Shao-Bin, Lv Tian-Yang. Uncertain trajectory prediction method using non-parametric density estimation. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(4): 787–798
(程媛, 迟荣华, 黄少滨, 吕天洋. 基于非参数密度估计的不确定轨迹预测方法. *自动化学报*, 2019, **45**(4): 787–798)
- 17 Aitchison J, Lauder J I. Kernel density estimation for compositional data. *Applied Statistics*, 2018, **34**(2): 129–137
- 18 Amari S I, Karakida R, Oizumi M. Information geometry connecting Wasserstein distance and Kullback-Leibler divergence via the entropy-relaxed transportation problem. *Information Geometry*, 2018, **1**: 13–37
- 19 Zhang F D, Shi Y M, Ng H K T, Wang R B. Information geometry of generalized Bayesian prediction using α -divergences as loss functions. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, **64**(3): 1812–1824
- 20 Ponti M, Kittler J, Riva M, de Campos T, Zor C. A decision cognizant Kullback-Leibler divergence. *Pattern Recognition*, 2017, **61**: 470–478
- 21 Wu P. Performance monitoring of MIMO control system using Kullback-Leibler divergence. *The Canadian Journal of Chemical*

Engineering, 2018, **96**(7): 1559–1565

- 22 Yu Chen-Long, Tan Xian-Si, Qu Zhi-Guo, Xie Fei, Li Lu-Jun. Jumping airspace prediction for near-space lifting-reentry vehicle. *Journal of Academy of Armored Force Engineering*, 2018, **32**(1): 61–65, 71
(喻晨龙, 谭贤四, 曲智国, 谢飞, 李陆军. 临近空间升力式再入飞行器跳跃空域预测. *装甲兵工程学院学报*, 2018, **32**(1): 61–65, 71)



罗艺 空军预警学院三系博士研究生. 主要研究方向为高超声速飞行器预警资源管理. 本文通信作者.

E-mail: 13297983885@163.com

(LUO Yi Ph.D. candidate at the No. 3 Department of Air Force Early Warning Academy. His main research interest is early warning resource management of hypersonic aircraft. Corresponding author of this paper.)



谭贤四 空军预警学院三系教授. 主要研究方向为预警监视装备体系建设与运用.

E-mail: tanxs-hust@163.com

(TAN Xian-Si Professor at the No. 3 Department of Air Force Early Warning Academy. His research interest covers construction and application of early warning surveillance equipment system.)



王红 中国人民解放军 93184 部队教授. 主要研究方向为体系结构技术、装备论证.

E-mail: wanghong572g@sina.com

(WANG Hong Professor at Unit 93184 of the PLA. Her research interest covers architecture technology and equipment demonstration.)



曲智国 空军预警学院三系副教授. 主要研究方向为图像处理, 预警监视, 高超声速飞行器预警技术.

E-mail: green20001@sina.com

(QU Zhi-Guo Professor at the No. 3 Department of Air Force Early Warning Academy. His research interest covers image processing, early warning surveillance, and hypersonic aircraft early warning technology.)