

# 基于时变障碍李雅普诺夫函数的变体无人机有限时间控制

李新凯<sup>1</sup> 张宏立<sup>1</sup> 范文慧<sup>2</sup>

**摘要** 针对复杂扰动下可执行多种任务的复合式变体无人机, 提出了一种基于浸入与不变 (Immersion and invariance, I&I) 理论和隐含系统状态受限条件的复合时变障碍 Lyapunov 函数 (Composite time-varying barrier Lyapunov function, CTV-BLF) 的控制方案. 设计了一种基于浸入与不变理论的扰动观测器, 构建了一种基于监督因子的有限时间动态尺度因子 (Finite-time dynamic scaling factor, FT-DSF) 调节器. 在此基础上, 设计了一种基于复合时变障碍 Lyapunov 函数和动态滑模面的控制器, 保证系统状态始终在约束条件之内. 通过衍生定理证明轨迹跟踪误差是有限时间稳定的. 最终仿真结果验证了所提方案的有效性.

**关键词** 变体无人机, 浸入与不变, 动态尺度因子, 监督因子, 障碍 Lyapunov 函数

**引用格式** 李新凯, 张宏立, 范文慧. 基于时变障碍李雅普诺夫函数的变体无人机有限时间控制. 自动化学报, 2022, 48(8): 2062–2074

**DOI** 10.16383/j.aas.c200712

## Finite-time Control for Morphing Aerospace Vehicle Based on Time-varying Barrier Lyapunov Function

LI Xin-Kai<sup>1</sup> ZHANG Hong-Li<sup>1</sup> FAN Wen-Hui<sup>2</sup>

**Abstract** A control scheme based on immersion and invariance (I&I) theory and a composite time-varying barrier Lyapunov function (CTV-BLF) with implied system state constraint conditions is proposed for the morphing aerospace vehicle which can perform multiple tasks under complex disturbances. A disturbance observer based on I&I theory is designed, in which a finite-time dynamic scaling factor (FT-DSF) regulator based on supervision factor is constructed. On this basis, a controller based on CTV-BLF and dynamic sliding surface is designed to guarantee that the constraints are always not violated. The derivative theorem proves that the trajectory tracking error is stable in finite-time. Final simulation results verify the effectiveness of the proposed scheme.

**Key words** Morphing aerospace vehicle, immersion and invariance (I&I), dynamic scaling factor (DSF), supervision factor, barrier Lyapunov function (BLF)

**Citation** Li Xin-Kai, Zhang Hong-Li, Fan Wen-Hui. Finite-time control for morphing aerospace vehicle based on time-varying barrier Lyapunov function. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(8): 2062–2074

多旋翼无人机执行监测任务具有天然优势, 已广泛用于如电力线路、油气管道、大面积农林等行业的监察工作, 也可为自然灾害, 如火灾、洪水、地震等提供服务. 然而, 在面对长航及长途巡检任务

时其性能表现往往难以满足需求. 变体无人机具有可垂直起降以摆脱固定翼无人机的环境依赖、可悬停进行定点任务侦察、可高速巡航、长航时可随时切换飞行模式进行灵活规避任务等一系列突出特性. 为此, 研究变体无人机及其可靠的控制方法具有现实意义.

由于不同作业任务的需求, 变体无人机的研究逐渐成为热点问题, 涌现出大批优秀设计. 将它们归类为经典的倾转旋翼无人机<sup>[1-2]</sup>、尾座式无人机<sup>[3]</sup>、变后掠翼型无人机<sup>[4]</sup>、矢量推进旋翼机<sup>[5-6]</sup>、仿生类无人机<sup>[7]</sup>等. 与传统固定构型的四旋翼无人机和固定翼无人机不同, 变体无人机在执行任务过程中涉及机械结构的切换, 数学模型也随之发生改变, 因而需要更为通用、鲁棒且高效的控制手段.

无人系统在作业环境中通常面临系统参数不确定和外部扰动复杂等问题. Astolfi 等<sup>[8]</sup>为不可测状

收稿日期 2020-09-01 录用日期 2021-03-19

Manuscript received September 1, 2020; accepted March 19, 2021

国家自然科学基金 (51967019, 52065064), 新疆维吾尔自治区天山雪松计划 (2020XS03), 新疆维吾尔自治区天山青年计划 (2019Q064, 2020Q066) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (51967019, 52065064), Tianshan Cedar Program of Xinjiang Uygur Autonomous Region (2020XS03), and Tianshan Youth Program of Xinjiang Uygur Autonomous Region (2019Q064, 2020Q066)

本文责任编辑 许斌

Recommended by Associate Editor XU Bin

1. 新疆大学电气工程学院 乌鲁木齐 830047 2. 清华大学自动化系 北京 100084

1. School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830047 2. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084

态中的仿射系统开发了一种通用非线性观测器——浸入与不变 (Immersion and invariance, I&I) 理论. 使用基于 I&I 理论的观测器对系统的不确定参数进行估计, 可以保证参数估计值不依赖于控制律而估计到真值<sup>[9]</sup>, 因此, 很快在不确定参数的估计方面得到了广泛研究. 文献 [10] 针对运动质量平衡控制系统, 设计了基于 I&I 的估计器和控制器, 其中估计器用来估计不确定参数. 文献 [11] 针对不确定惯性参数的无人机系统, 设计了基于 I&I 的自适应控制器, 并采用光滑双曲正切函数来避免姿态控制的奇异性. 然而, 这些工作在系统存在非线性项时估计结果并不理想.

近年来, 动态尺度技术被提出来并与 I&I 理论相结合<sup>[12-13]</sup>. 动态尺度因子 (Dynamic scaling factor, DSF) 提高了基于 I&I 估计器的准确性, 可以控制非线性项并增加了观测器的维度. 目前其主要应用于航空航天领域解决抗干扰和故障容错问题, 例如微型卫星<sup>[14]</sup>、航空器<sup>[15]</sup> 的姿态控制. 文献 [16] 提出了一种低维 I&I 观测器, 其 DSF 由四元数滤波误差驱动, 简化了稳定性分析. 然而, 却很少有人关注同样重要的变体无人机的姿态控制问题. 除此之外, 尽管动态尺度技术的引入提高了对不确定参数的估计效果, 但其 DSF 的性质是被动式的, 估计值的收敛速度不能得到很好的保证.

在实际飞行器系统中, 由于安全或者现实条件的需要, 系统的某些变量需要受到一定的约束, 目前对变体无人机的状态约束的研究还比较少. 通常处理状态约束的方法是将受限的动态系统转化为等效的无约束系统来设计跟踪控制律<sup>[17]</sup>. Ngo 等<sup>[18]</sup> 针对含有状态约束的 Brunovsky 标准型系统, 以约束区间作为定义域, 首次构造了反正切型和对数型障碍函数的雏形. Tee 等<sup>[19-20]</sup> 随后做了进一步研究, 将具有障碍特性的 Lyapunov 函数定义为障碍 Lyapunov 函数 (Barrier Lyapunov function, BLF), 针对严格反馈非线性系统采用对称或非对称 BLF 的反演控制器, 保证了系统输出有界. 文献 [21] 针对四旋翼无人机视角约束问题采用积分型 BLF 设计了控制律. 文献 [22-23] 通过使用对称型 BLF 保证了高超声速飞行器的全状态约束, 并针对执行器机构故障设计了自适应容错控制器. 文献 [24] 通过构造对称和非对称 BLF, 提出一种非线性随机系统自适应控制方案.

以上研究的 BLF 的状态约束是一个常数, 而实际系统通常会受到时变约束的影响. 关于时变 BLF 的研究非常少, 尤其在变体无人机的应用研究上. 文献 [25] 将依赖于时变约束的 BLF 转换为与时间无关的 BLF 来处理时变约束. 文献 [26] 通过引入非对称时变 BLFs, 设计了时变全状态约束的

神经网络控制器, 弱化了约束的直接作用. 文献 [27] 提出时变 Tan 型 BLF, 来保证含有未知死区情况下的切换系统的约束条件. 在以上基于 BLF 的方法中, 其 BLF 几乎都是采用约束条件与系统状态的偏差变量来构造的, 无论是积分型、正切型, 还是对数型.

许多控制问题解决方案都是基于有限时间的<sup>[28]</sup>, 目的是在有限时间内使系统状态达成一致. 文献 [29] 针对存在综合扰动的挠性航天器构造未知参数自适应更新律, 提出有限时间自适应鲁棒姿态控制方法. 文献 [30] 针对四旋翼无人机的轨迹和姿态跟踪问题, 采用齐次技术设计了有限时间控制器和观测器. 文献 [31] 结合饱和控制和有限时间控制对环航跟踪系统进行了研究. 文献 [32] 对有限时间稳定性给出了完整的引申定理和相关命题.

基于以上分析, 本文研究变体无人机在外部扰动下的有限时间控制问题. 主要贡献包括:

- 1) 结合 I&I 理论, 提出了一种有限时间 DSF (Finite-time dynamic scaling factor, FT-DSF) 扰动观测器, 保证了 DSF 在有限时间内可达到对尺度误差的自适应调节作用;
- 2) 提出了一种监督因子调节机制, 实现了对 FT-DSF 的监督和调节, 可有效提高动态尺度误差的估计精度和收敛速度;
- 3) 构建了无积分项的复合时变障碍 Lyapunov 函数 (Composite time-varying barrier Lyapunov function, CTV-BLF), 易于简化、便于求解.

## 1 问题描述

### 1.1 预备知识

在本文中,  $\mathbf{R}^n$  表示  $n$  维欧几里得空间,  $|\cdot|$  表示标量的绝对值,  $\|\cdot\|$  表示向量的欧氏范数或矩阵的 2-范数. 对于  $\forall x \in \mathbf{R}$  和两个常数  $a, b$  满足  $a > |b| \geq 0$ , 可定义一个双曲函数  $\text{tabh}(x) = (ae^x + be^{-x}) / (e^x + e^{-x})$ , 其导数为  $\text{sabh}^2(x) = (2(a-b)) / (e^x + e^{-x})^2$  且满足  $0 < \text{sabh}^2(x) \leq (a-b)/2$ . 对于一个实向量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  的实数次幂  $\nu \in \mathbf{R}$ , 有  $[\mathbf{x}]^\nu = \|\mathbf{x}\|^\nu \text{sgn}(\mathbf{x})$ .

**假设 1.** 外部扰动  $d_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  是连续可微的, 且对于其 Lipschitz 常数  $\Delta$  有  $\|d_i(t)\| \leq \Delta$ , 其中  $\Delta$  为外部扰动的上界.

**引理 1**<sup>[19]</sup>. 假设  $V(x)$  是关于系统  $\dot{x} = f(x, t)$  定义在包含原点的开区间  $D$  内的一个函数. 如果  $V(x)$  满足以下性质, 即: 1) 在区间  $D$  内连续可微且正定; 2) 当  $x$  接近区间  $D$  边界时,  $V(x) \rightarrow \infty$ ; 3) 对于  $\forall t \geq 0$  和  $x(0) \in D$ , 存在一个正数  $b$ , 沿  $\dot{x} = f(x, t)$  的解可得  $V(x) \leq b$ , 则函数  $V(x)$  是一个 BLF.

**定义 1.** 基于引理 1, 如果其定义域  $D$  随时间  $t$  变化, 即时变的, 则函数  $V(x)$  可称为时变 BLF.

**引理 2**<sup>[30]</sup>. 考虑系统  $\dot{x} = f(x)$ , 其中  $f(0) = 0$ ,  $x \in \mathbf{R}^n$ . 如果一个正定连续函数  $V(x) : U \rightarrow \mathbf{R}$ , 有正数  $c > 0$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ , 且存在原点的开邻域  $U_0 \in U$ , 使得  $\dot{V}(x) + cV^\alpha(x) \leq 0$ , 且  $\forall x \in U_0 \setminus \{0\}$ , 则  $\dot{x} = f(x)$  的解在有限时间  $T \leq V(x_0)^{1-\alpha}/(c(1-\alpha))$  内趋于零, 系统  $\dot{x} = f(x)$  的原点是有限时间稳定的.

**定理 1.** 考虑系统  $\dot{x} = f(x)$ , 其中  $f(0) = 0$ ,  $x \in \mathbf{R}^n$ . 假设存在正定 Lyapunov 函数  $V(x) : U \rightarrow \mathbf{R}$ , 正数  $a > 0$ ,  $\beta \in (0, 2)$ , 和原点的开邻域  $U_0 \in U$ , 使得  $\dot{V}(x) \leq -a \tanh^\beta((2V(x))^{1/2})$ , 则系统  $\dot{x} = f(x)$  原点是有限时间稳定的, 且设定时间  $T \leq V(x_0)^{1-\beta/2} \times (2V(x_0))^{1/2} / 2^{\beta/2} a(1-\beta/2) \tanh^\beta((2V(x_0))^{1/2})$ .

**证明.** 由于正定 Lyapunov 函数  $V(x) \geq 0$ ,  $\tanh^\beta((2V(x))^{1/2}) \geq 0$ , 可知  $\dot{V}(x) \leq 0$ .  $V(x)$  为单调非增函数,  $V(x_0) \geq V(x)$ , 其中  $x_0$  为  $x$  的初值.

定义函数  $g(x) = x - \tanh(x)$ ,  $g(0) = 0$ , 其关于  $x$  导数  $g'(x) = \tanh^2(x) \geq 0$ ,  $g(x)$  单调递增. 容易得知, 对  $x \in \mathbf{R}$ ,  $|x| \geq |\tanh(x)|$ . 对于  $a > 0$ ,  $\beta \in (0, 2)$ , 有

$$0 < \frac{\tanh^\beta \left( (2V(x))^{1/2} \right)}{(2V(x))^{1/2}} \leq 1 \quad (1)$$

不等式可以重新表述为以下形式:

$$\dot{V}(x) \leq -a h (2V(x))^{1/2} \frac{\tanh^\beta \left( (2V(x))^{1/2} \right)}{h(2V(x))^{1/2}} \quad (2)$$

其中,  $h = \tanh^\beta((2V(x_0))^{1/2}) / (2V(x_0))^{1/2}$ . 由于  $V(x_0) \geq V(x)$ , 有  $h \leq \tanh^\beta((2V(x))^{1/2}) / (2V(x))^{1/2}$ , 则  $\tanh^\beta((2V(x))^{1/2}) / (h(2V(x))^{1/2}) \geq 1$ . 代入到式 (2) 中, 有

$$\dot{V}(x) \leq -a h (2V(x))^{1/2} = -2^{1/2} a h V(x)^{1/2} \quad (3)$$

由于  $2^{1/2} a h$  为正值, 式 (3) 有与引理 2 相同的形式. 可以得出系统  $\dot{x} = f(x)$  原点是有限时间稳定的. 另外, 根据引理 2 可以确定设定时间的边界为  $T \leq V(x_0)^{1-\beta/2} / (2^{\beta/2} a h (1-\beta/2))$ .  $\square$

## 1.2 变体无人机数学模型

变体无人机通过前翼倾转完成垂直起降-过渡飞行-水平飞行 3 种模式的切换, 如图 1 所示. 图 2 为机体受力及坐标系框架, 本文建立两个相关的数学模型框架: 世界框架  $W : (O_w, x_w, y_w, z_w)$  和机体框架  $B : (O_b, x_b, y_b, z_b)$ .  $x_w$  表示北,  $y_w$  表示西,  $z_w$  表示地心反方向;  $x_b$  表示前,  $y_b$  表示左,  $z_b$  表示上.

忽略机翼力, 设置  $\theta_f = \pi/2$ , 垂直起降的四旋

翼模式的动力学方程如下:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi)(u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) \\ m\ddot{y} = (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi)(u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) \\ m\ddot{z} = -c_\phi c_\theta (u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) - g \\ I_{xx}\ddot{\phi} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} - I_r\dot{\theta}\omega_p + l_s(u_{f_{\text{dif}}} + u_{r_{\text{dif}}}) \\ I_{yy}\ddot{\theta} = (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} + I_r\dot{\phi}\omega_p + l_l(u_{f_{\text{sum}}} - u_{r_{\text{sum}}}) \\ I_{zz}\ddot{\psi} = (I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} + \lambda(u_{f_{\text{dif}}} - u_{r_{\text{dif}}}) \end{cases} \quad (4)$$

过渡和水平飞行状态的动力学方程可写为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = c_\theta c_\psi c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} - (c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi)(s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) + W_x \\ m\ddot{y} = c_\theta s_\psi c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} - (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi)(s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) + W_y \\ m\ddot{z} = s_\theta c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + c_\phi c_\theta (s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) - mg - W_z \\ I_{xx}\ddot{\phi} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} - I_r\dot{\theta}\omega_q + l_s(s_{\theta_f} u_{f_{\text{dif}}} - u_{r_{\text{dif}}}) - \vartheta c_{\theta_f} u_{f_{\text{dif}}} \\ I_{yy}\ddot{\theta} = (I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} + I_r(\dot{\phi}\omega_q + \dot{\psi}\omega_r) + l_l(s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) + I_{yy}W_t \\ I_{zz}\ddot{\psi} = (I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta} - I_r\dot{\theta}\omega_r + l_s c_{\theta_f} u_{f_{\text{dif}}} + \vartheta(s_{\theta_f} u_{f_{\text{dif}}} + u_{r_{\text{dif}}}) \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $i = 1, 2, 3, 4$ ,  $\omega_i$  表示各电机转速;  $u_{f_{\text{sum}}} = k(\omega_1^2 + \omega_2^2)$ ,  $u_{r_{\text{sum}}} = k(\omega_3^2 + \omega_4^2)$ ,  $u_{f_{\text{dif}}} = k(\omega_1^2 - \omega_2^2)$ ,  $\omega_r = c_{\theta_f}\omega_1 - c_{\theta_f}\omega_2$ ,  $\omega_q = s_{\theta_f}\omega_1 - s_{\theta_f}\omega_2 + \omega_3 - \omega_4$ ,  $k$  为转速-力系数;  $\xi = [x, y, z]^T$  和  $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$  分别表示机体在世界坐标系中的位置和姿态,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  分别表示机体的横滚角、俯仰角和偏航角;  $m$  表示机体总质量,  $g$  表示重力加速度,  $l_l$  和  $l_s$  分别为沿  $x_b$ ,  $y_b$  轴到重心的距离;  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  分别为主惯性轴与机体坐标系轴线重合时的惯性力矩,  $I_r$  为转动部分绕  $z_b$  轴的转动惯量;  $c_\theta$  和  $s_\theta$  表示  $\cos \theta$  和  $\sin \theta$  的简写, 其余同理;  $\theta_f$  表示机翼与机体的夹角;  $\vartheta$  为转矩/力的比率.

与传统四旋翼建模不同,  $W_x$ ,  $W_y$  和  $W_z$  分别是机翼在世界坐标系中沿  $x_w$ ,  $y_w$ ,  $z_w$  轴的空气动力:

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{wb} \begin{bmatrix} F_D^1(\theta_f, v_x, v_z) + F_D^2(\theta_f, v_x, v_z) \\ 0 \\ F_L^1(\theta_f, v_x, v_z) + F_L^2(\theta_f, v_x, v_z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\mathbf{R}_{wb}$  为机体坐标系到世界坐标系的转换矩阵:

$$\mathbf{R}_{wb} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

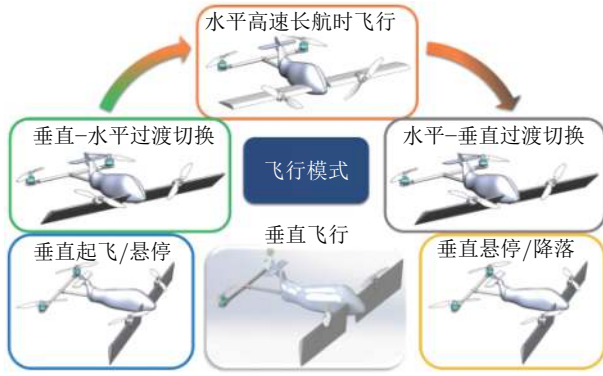


图 1 飞行模式切换示意图

Fig.1 Schematic diagram of flight mode switch

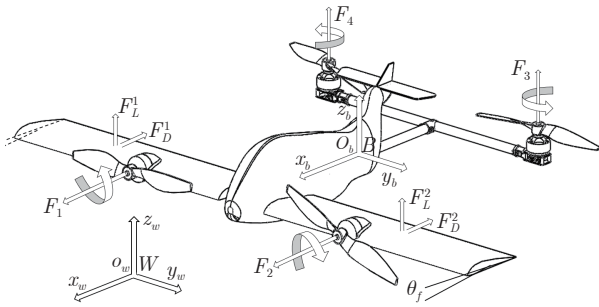


图 2 变体无人机机体受力及坐标示意图

Fig.2 Schematic diagram of body force and coordinates of the morphing aerospace vehicle

$W_t = l_l(F_L^1(\theta_f, v_x, v_z) + F_L^2(\theta_f, v_x, v_z))$  是机翼产生的升阻力在  $y_b$  轴产生的转矩。

机翼产生的升力  $F_L^i(\theta_f, v_x, v_z)$  和阻力  $F_D^i(\theta_f, v_x, v_z)$  为:

$$\begin{bmatrix} F_D^i \\ 0 \\ F_L^i \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\theta_f) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}C_D\theta_f\rho Av_f^2 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}C_L\theta_f\rho Av_f^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中,  $i = 1, 2$  分别代表左右两个机翼;  $\rho$  是空气密度,  $A$  是机翼面积,  $v_f$  是气流速度,  $\mathbf{R}(\theta_f)$  是绕  $y$  轴把机翼上的力分解到机体轴上的旋转矩阵;  $C_D$ ,  $C_L$  分别表示机翼的阻力和升力系数;  $v_f = (v_x^2 + v_z^2)^{1/2}$ ,  $v_x$  和  $v_z$  分别为机体在  $x_b$ ,  $z_b$  轴方向的速度; 设左右两机翼的攻角相同, 产生的升阻力相同。

变体无人机的动态模型可转化为更加紧凑的非线性系统形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_2 \\ \dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{f} + \mathbf{B}\boldsymbol{\varsigma} + \mathbf{d} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{X}_1 = [\boldsymbol{\xi}_{3 \times 1}^T, \boldsymbol{\eta}_{3 \times 1}^T]^T$ ,  $\mathbf{X}_2 = [\boldsymbol{\xi}_{3 \times 1}^T, \dot{\boldsymbol{\eta}}_{3 \times 1}^T]^T$ ,  $\boldsymbol{\varsigma} = [\boldsymbol{\tau}_{3 \times 1}^T, \mathbf{u}_{3 \times 1}^T]^T = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, u_2, u_3, u_4]^T$ ,  $\mathbf{B} = \text{diag}\{\mathbf{B}_{\boldsymbol{\xi}_{3 \times 3}}^T, \mathbf{B}_{\boldsymbol{\eta}_{3 \times 3}}^T\} = \text{diag}\{1/m, 1/m, 1/m, 1/I_{xx}, 1/I_{yy}, 1/I_{zz}\}$ ,

$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_{\boldsymbol{\xi}_{3 \times 1}}^T, \mathbf{d}_{\boldsymbol{\eta}_{3 \times 1}}^T]^T = [d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6]^T$  为外部扰动,

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\boldsymbol{\xi}_{3 \times 1}} \\ \mathbf{f}_{\boldsymbol{\eta}_{3 \times 1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W_x}{m} \\ \frac{W_y}{m} \\ g + \frac{W_z}{m} \\ \frac{(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}}{I_{xx}} - \frac{I_r\dot{\theta}\omega_q}{I_{xx}} \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})\dot{\phi}\dot{\psi} + I_r(\dot{\phi}\omega_q + \dot{\psi}\omega_r) + W_t}{I_{yy}} \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}} - \frac{I_r\dot{\theta}\omega_r}{I_{zz}} \end{bmatrix}$$

飞行器需要跟踪所需的理想姿态角, 并使总推力达到所需的加速度. 为了计算所需的理想姿态角和总推力, 本文采用动态反演的方法, 通过将虚拟控制输入  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  等价于位置动力学, 得到以下方程:

$$\begin{cases} \tau_1 = c_\theta c_\psi c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} - (c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi)(s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) \\ \tau_2 = c_\theta s_\psi c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} - (c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi)(s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) \\ \tau_3 = -s_\theta c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} - c_\phi c_\theta (s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}}) \end{cases} \quad (10)$$

反解, 可得到总推力输入信号和理想姿态角为:

$$u_1 = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \quad (11)$$

$$\phi_d = \arcsin\left(\frac{-\lambda_1}{v_2}\right) \quad (12)$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{-v_1\tau_3 - c_{\phi_d}v_2\lambda_2}{\lambda_2^2 + \tau_3^2}\right) \quad (13)$$

其中,  $\lambda_1 = \tau_1 s_\psi - \tau_2 c_\psi$ ,  $\lambda_2 = \tau_1 c_\psi + \tau_2 s_\psi$ ,  $v_1 = c_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} = \lambda_2 c_\theta - \tau_3 s_\theta$ ,  $v_2 = s_{\theta_f} u_{f_{\text{sum}}} + u_{r_{\text{sum}}} = -(\lambda_2 s_\theta + \tau_3 c_\theta)/c_\phi$ , 由  $\lambda_2^2 + \tau_3^2 = v_1^2 + c_\phi^2 v_2^2$ ,  $u_1^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2 = v_1^2 + v_2^2$  可解算出  $v_1, v_2$ .

考虑到在实际工作中系统状态是有限的, 设变体无人机位置和速度的约束集为

$$\mathbf{Z}_\xi = \left\{ \boldsymbol{\xi} \in \mathbf{R}^3 \mid |\xi_i| < \rho_{bi}, i = 1, 2, 3 \right\} \quad (14)$$

$$\mathbf{Z}_{\dot{\boldsymbol{\xi}}} = \left\{ \dot{\boldsymbol{\xi}} \in \mathbf{R}^3 \mid |\dot{\xi}_i| < \sigma_{bi}, i = 1, 2, 3 \right\} \quad (15)$$

其中,  $\rho_{bi}$  和  $\sigma_{bi}$  为设置的边界值。

**假设 2.** 基于限制条件 (14) 和条件 (15), 存在

正常数  $Y_0, Y_1$  使得期望轨迹  $\xi_d$  及其微分项有界, 对于  $\forall t \geq 0$ , 满足  $|\xi_{di}| \leq Y_0 < \rho_{bi}, |\dot{\xi}_{di}| \leq Y_1 < \sigma_{bi}, i = 1, 2, 3$ .

**假设 3.** 假设姿态系统状态量  $\phi, \theta$  和  $\psi$  是全反馈的, 且满足条件  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  和  $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ .

本文所提控制策略如图 3 所示. 本文的控制目标是在有界扰动  $d_i(\chi, t)$  和系统状态约束满足假设 1 ~ 假设 3 的情况下, 开发一种连续多变量系统有限时间稳定控制律, 使得系统状态  $\xi = [x, y, z]^T$  在有限时间内跟踪期望轨迹  $\xi_d = [x_d, y_d, z_d]^T$ .

## 2 基于 I&I 的扰动观测器

本节针对外部扰动, 以位置跟踪系统为例, 开发了一种基于 I&I 理论的自适应扰动观测器. 引入 FT-DSF 增加扰动估计误差的收敛精度; 并提出一种监督因子, 对 FT-DSF 进行主动式监督和调节, 大大提高扰动估计的精度和速率.

首先对系统误差进行定义. 令  $\rho_{ci} = \rho_{bi} - Y_0 (i = 1, 2, 3)$ , 并定义位置误差  $\chi_1 = \xi - \xi_d, \dot{\chi}_1 = \dot{\xi} - \dot{\xi}_d$ . 虚拟控制量和虚拟速度误差分别为:

$$c_\chi = -h_\chi \tanh(\chi_1) + \dot{\xi}_d \quad (16)$$

$$\chi_2 = \dot{\xi} - c_\chi \quad (17)$$

其中,  $h_{\chi i} > 0, \chi_1 = [\chi_{11}, \chi_{12}, \chi_{13}]^T \in \mathbf{R}^3, \chi_2 = [\chi_{21}, \chi_{22}, \chi_{23}]^T \in \mathbf{R}^3$ .

将式 (9) 代入式 (17) 中得到位置系统误差动态如下:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = \chi_2 - h_\chi \tanh(\chi_1) \\ \dot{\chi}_2 = f_\xi + B_\xi \tau + d_\xi - \dot{c}_\chi \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $i = 1, 2, 3, \dot{c}_{\chi i} = -h_{\chi i} \text{sech}^2(\chi_{1i}) \dot{\chi}_{1i} + \ddot{\xi}_d$ . 若  $|\chi_{1i}| < \rho_{ci}$ , 有  $|\dot{\xi}_i| \leq |\dot{\xi}_{di}| + |\rho_{ci}| < \rho_{bi}$ .

令  $\sigma_{ci} = \sigma_{bi} - Y_1 (i = 1, 2, 3)$ , 若  $|p_{ei}| < \rho_{ci}$ , 由

$|v_{ei}| < \sigma_{ci}$  可知  $|v_i| \leq |v_{ei}| + |\dot{p}_{ci}| < \sigma_{bi}$ .

由于  $|c_{\chi i}| < h_{\chi i} \tanh(\rho_{ci})$ , 有虚拟速度误差:

$$\chi_{2i} = \dot{\xi}_i - c_{\chi i} < \kappa_i \quad (19)$$

其中,  $\kappa_i = \sigma_{ci} + h_{\chi i} \tanh(\rho_{ci})$ .

变体无人机的外部扰动的估计误差流型为:

$$\dot{\tilde{d}}_i = \hat{d}_i - \gamma_i d_i, \quad \gamma_i = \gamma_i(\chi_{2i}) = \alpha_i \text{tabh}(\chi_{2i}) \quad (20)$$

其中,  $\hat{d}_i$  是扰动的估计值;  $\gamma_i$  是用于弥补  $d_i$  和  $\hat{d}_i$  之间误差的自定义函数;  $\alpha_i > 0$  为调节参数. 另外,  $\alpha_i$  是所设计的监督因子, 用于监督和调整随后将要介绍的 FT-DSF.

对  $\tilde{d}_i$  求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{d}}_i &= \hat{d}_i - \frac{\partial \gamma_i}{\partial \chi_{2i}} \dot{\chi}_{2i} d_i = \\ &\hat{d}_i - \alpha \cdot \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \frac{\hat{d}_i - \tilde{d}_i}{\gamma_i} \dot{\chi}_{2i} \end{aligned} \quad (21)$$

为了保证误差流型的吸引力, 基于 I&I 的扰动观测器可设计为:

$$\dot{\tilde{d}}_i = \gamma_i^{-1} \alpha_i (\hat{d}_i - \tilde{d}_i \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{1i} \quad (22)$$

将式 (19) 代入式 (18) 中, 可得到

$$\dot{\tilde{d}}_i = \gamma_i^{-1} \alpha_i \tilde{d}_i (1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{2i} \quad (23)$$

引入动态尺度技术, 尺度估计误差  $z_i$  可以表达成新的形式:

$$z_i = \frac{\tilde{d}_i}{r_i(t)} = \frac{\hat{d}_i - \gamma_i d_i}{r_i(t)} \quad (24)$$

如此, 可得到关于式 (24) 的尺度估计误差动态:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \frac{\dot{\tilde{d}}_i r_i - \dot{r}_i \tilde{d}_i}{r_i^2(t)} = \\ &\gamma_i^{-1} \alpha_i (1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{2i} z_i - \frac{\dot{r}_i}{r_i} z_i \end{aligned} \quad (25)$$

其中, FT-DSF  $r_i$  在系统运行过程中自适应收敛到一个固定值, 并具有天然的被动特性. 监督因子  $\alpha_i$

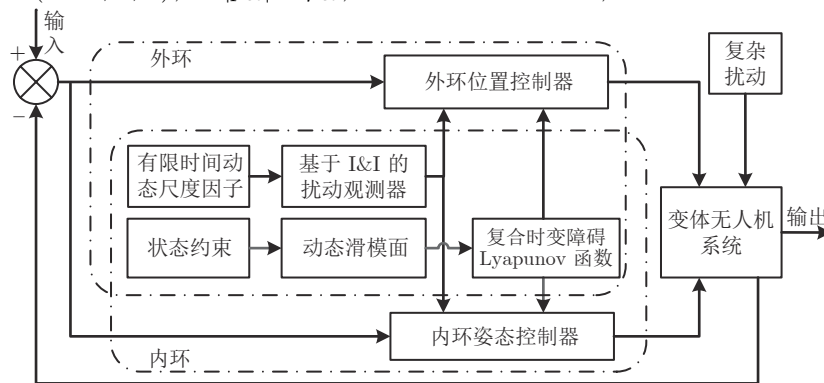


图 3 所提控制策略示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the proposed control strategy

可以对动态尺度因子  $r_i$  进行监督, 调整  $r_i$  的最终收敛值, 加快  $z_i$  的收敛速度. 因此,  $\alpha_i$  具有主动属性. 两者共同作业保证了尺度误差的快速收敛.

**定义 2.** 动态平滑尺度函数  $\dot{r}_i(t)$  满足以下特性: 1)  $r_i$  的初始值范围满足  $\{r_i \in \mathbf{R} | r_i \geq 1\}$ ,  $t \geq 0$ ; 2)  $\dot{r}_i(t) \geq \chi_{2i}^2 \geq 0$ ; 3)  $\lim_{t \rightarrow T_f} \dot{r}_i(t) = r_i \chi_{2i}^2$ ; 4) 当  $t \geq T_f$  时,  $\dot{r}_i(t) = r_i \chi_{2i}^2$ ; 则  $r_i$  可称为 FT-DSF, 其中  $T_f$  为设定的有限时间.

提出的 FT-DSF 可构造为如下形式:

$$\dot{r}_i = \begin{cases} (1-r_i)e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} \chi_{2i}^2 + r_i \chi_{2i}^2, & t \in [0, T_f) \\ r_i \chi_{2i}^2, & t \in [T_f, +\infty) \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $h_i > 0$ . 当  $t=0$  时,  $\dot{r}_i(t) = \chi_{2i}^2$ ; 且当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\dot{r}_i(t) = r_i \chi_{2i}^2$ . 本文中,  $T_f = 2$  s.

**定理 2.** 考虑包含虚拟控制变量 (16) 的误差系统 (18), 扰动满足定义 1. 尺度估计误差动态 (25) 和 FT-DSF 式 (26) 可以保证尺度估计误差  $z_i$  在有限时间  $T_f$  内渐近稳定. 若定义 2 成立, 则 FT-DSF  $r_i$  有界.

**证明.** 选择 Lyapunov 函数:

$$V_{z_i} = \frac{1}{2} z_i^2 \quad (27)$$

得到  $V_{z_i}$  沿着式 (25)、式 (26) 的分段时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{z_i} &= \gamma_i^{-1} \alpha_i (1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{2i} z_i^2 - \\ &\frac{\dot{r}_i}{r_i} z_i^2 = \\ &\gamma_i^{-1} \alpha_i (1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{2i} z_i^2 - \\ &\begin{cases} \left( \frac{1-r_i}{r_i} e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} + 1 \right) \chi_{2i}^2 z_i^2, & t \in [0, T_f) \\ \chi_{2i}^2 z_i^2, & t \in [T_f, +\infty) \end{cases} = \\ &\gamma_i^{-1} \alpha_i (1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \text{sabh}^2(\chi_{2i}) \dot{\chi}_{2i} z_i^2 - \\ &\begin{cases} \left( \frac{1}{r_i} e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} + \left( 1 - e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} \right) \right) \chi_{2i}^2 z_i^2, & t \in [0, T_f) \\ \chi_{2i}^2 z_i^2, & t \in [T_f, +\infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

其中, 当  $t \in [0, T_f)$  时,  $(1 - \exp(\dot{\chi}_{2i})) \dot{\chi}_{2i} \leq 0$ ,  $1 - \exp(-h_i t / (T_f - t)) \geq 0$ . 可推断,  $\dot{V}_{z_i} \leq 0$ , 尺度估计误差  $z_i$  有界, 且在有限时间  $T_f$  内收敛到原点.

由于  $\tilde{\lambda}_i = r_i z_i$ , 必须证明  $r_i$  的有界性以保证  $\tilde{\lambda}_i \rightarrow 0$ . 因此, 设计一种新形式的 Lyapunov 函数:

$$V_{r_i} = r_i \exp(-r_i) \quad (29)$$

其中,  $V_{r_i}$  连续,  $V_{r_i}(0) = 0$ , 且由于  $r_i$  满足  $\{r_i \in \mathbf{R} | r_i \geq 1\}$ , 可知  $V_{r_i} > 0$ .

对  $V_{r_i}$  求导并代入式 (26):

$$\begin{aligned} \dot{V}_{r_i} &= (e^{-r_i} - r_i e^{-r_i}) \dot{r}_i = \\ &(1-r_i) e^{-r_i} \begin{cases} (1-r_i) e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} \chi_{2i}^2 + r_i \chi_{2i}^2, \\ t \in [0, T_f) \\ r_i \chi_{2i}^2, & t \in [T_f, +\infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

其中,  $(1-r_i) \exp(-r_i) \leq 0$ ,  $\dot{r}_i(t) \geq 0$ ; 可知,  $V_{r_i} \leq 0$ . 由此可证明 FT-DSF  $r_i$  在定义 2 的条件下是有界的.  $\square$

因此, 尺度估计误差及扰动误差可渐近到原点, 即  $z_i \rightarrow 0$ ,  $\tilde{\lambda}_{1i} \rightarrow 0$ .

### 3 复合时变障碍 Lyapunov 函数和控制律设计

本节以位置系统为例, 构建了包含系统状态约束信息的 CTV-BLF, 设计了容错滑模控制器, 并对系统进行了有限时间稳定性证明. 姿态系统控制器设计形式与位置系统相同, 为简洁起见不再赘述. 设计滑模面的形式为:

$$s_i = [\chi_{2i}]^\nu + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \quad (31)$$

其中,  $\ell_i = \kappa_i^\nu$ ,  $1 < \nu < 2$ . 由式 (19) 知,  $|\chi_2| < \kappa$ , 可得到  $\ell_i > |\chi_{2i}|^\nu$ . 由此可得

$$|s_i| < \ell_i + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \text{sgn}(s_i) \quad (32)$$

代入式 (18), 其导数为:

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= \nu |\chi_{2i}|^{\nu-1} \dot{\chi}_{2i} + \ell_i \text{sech}^2(\chi_{1i}) \dot{\chi}_{1i} = \\ &\nu |\chi_{2i}|^{\nu-1} (f_i(x) + b_i(x) \tau_i + d_i - \dot{c}_{\chi_i}) + \\ &\ell_i \text{sech}^2(\chi_{1i}) (\chi_{2i} - h_{\chi_i} \tanh(\chi_{1i})) \end{aligned} \quad (33)$$

其中,  $\dot{c}_{\chi_i} = -h_{\chi_i} \text{sech}^2(\chi_{1i}) (\chi_{2i} - h_{\chi_i} \tanh(\chi_{1i})) + \ddot{\xi}_{d_i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

控制器可设计为:

$$\begin{aligned} \tau_i &= -b_i^{-1} \left( f_i(x) + \frac{\hat{d}_i}{\gamma_i} - \dot{c}_{\chi_i} + \right. \\ &\left. \nu^{-1} \ell_i |\chi_{2i}|^{1-\nu} \text{sech}^2(\chi_{1i}) \dot{\chi}_{1i} + k_{1i} s_i + k_{2i} [s_i]^{\nu_1} \right) \end{aligned} \quad (34)$$

其中,  $k_1, k_2 > 0$ ,  $0 < \nu_1 < 1$ . 将式 (34) 代入到式 (33), 则有

$$\dot{s}_i = \nu |\chi_{2i}|^{\nu-1} \left( \frac{-\tilde{d}_i}{\gamma_i} - k_{1i} s_i - k_{2i} [s_i]^{\nu_1} \right) \quad (35)$$

**定理 3.** 考虑带有外部扰动的误差系统 (18), 且假设 1 和定义 1 成立, 系统误差满足约束条件  $|\chi_2| < \kappa$ , 则以下结论成立: 1) 滑模面  $s_i$  有界且渐近

稳定; 2) 误差系统 (18) 状态变量  $\chi_1, \chi_2$  可在有限时间内收敛到零。

**证明.** 1) 设计时变障碍 Lyapunov 函数为:

$$V_{si} = \frac{1}{2} \ln \frac{(\ell_i + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \operatorname{sgn}(s_i))^2}{(\ell_i + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \operatorname{sgn}(s_i))^2 - s_i^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 - s_i^2} \quad (36)$$

其中,  $\Gamma = \ell_i + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \operatorname{sgn}(s_i)$ .

$V_{si}$  可被简化为以下形式:

$$V_{si} = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{1 - \zeta_i^2} \quad (37)$$

其中,  $\zeta_i = s_i/\Gamma$ . 由式 (32) 知,  $|\zeta_i| < 1$ . 通过对  $V_{si}$  求导, 可得

$$\dot{V}_{si} = \frac{\zeta_i}{1 - \zeta_i^2} \dot{\zeta}_i = \frac{\zeta_i}{\Gamma(1 - \zeta_i^2)} \left( \dot{s}_i - \frac{\ell_i \operatorname{sech}^2(\chi_{1i}) \dot{\chi}_{1i} |s_i|}{\Gamma} \right) \quad (38)$$

代入式 (35), 令  $\Gamma = \ell_i + \ell_i \tanh(\chi_{1i}) \operatorname{sgn}(s_i)$ , 可得

$$\dot{V}_{si} = \frac{\zeta_i \nu |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma(1 - \zeta_i^2)} \left( -\frac{1}{\gamma_i} \tilde{d}_i - k_{1i} s_i - k_{2i} [s_i]^{\nu_1} \right) \quad (39)$$

为了证明  $s_i$  的有界性, 考虑 Lyapunov 函数:

$$W_i = \frac{1}{\nu} V_{si} + V_{zi} \quad (40)$$

根据式 (28) 和式 (39), Lyapunov 函数  $W_i$  的导数形式可表达为:

$$\begin{aligned} \dot{W}_i &= \frac{1}{\nu} \dot{V}_{si} + \dot{V}_{zi} = \frac{|\chi_{2i}|^{\nu-1} s_i}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} \left( -\frac{1}{\gamma_i} \tilde{d}_i - k_{1i} s_i - k_{2i} [s_i]^{\nu_1} \right) + \\ &\gamma_i^{-1} \alpha_i (1 - e^{\chi_{2i}}) \operatorname{sab}h^2(\chi_{1i}) \dot{\chi}_{2i} z_i^2 - \\ &\begin{cases} \left( \frac{1-r_i}{r_i} e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} + 1 \right) \chi_{2i}^2 z_i^2, t \in [0, T_f) \\ \chi_{2i}^2 z_i^2, t \in [T_f, +\infty) \end{cases} \leq \\ &- \frac{|\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} k_{1i} s_i^2 - \gamma_i^{-1} \frac{|\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} r_i z_i s_i - \\ &\frac{k_{2i} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} |s_i|^{\nu_1+1} - \\ &\begin{cases} \left( \frac{1-r_i}{r_i} e^{-\frac{h_i t}{T_f-t}} + 1 \right) \chi_{1i}^2 z_i^2, t \in [0, T_f) \\ \chi_{1i}^2 z_i^2, t \in [T_f, +\infty) \end{cases} \leq \\ &- [s_i \ z_i] \mathbf{Q} [s_i \ z_i]^T - \frac{k_{2i} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} |s_i|^{\nu_1+1} \quad (41) \end{aligned}$$

其中, 当  $t \in [0, T_f)$  时,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1i} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} & \frac{r_i \gamma_i^{-1} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{2\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} \\ \frac{r_i \gamma_i^{-1} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{2\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} & \chi_{2i}^2 \end{bmatrix}$$

正定; 当  $t \in [T_f, +\infty)$  时,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{k_{1i} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} & \frac{r_i \gamma_i^{-1} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{2\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} \\ \frac{r_i \gamma_i^{-1} |\chi_{2i}|^{\nu-1}}{2\Gamma^2(1 - \zeta_i^2)} & \left( \frac{1-r_i}{r_i} \exp\left(\frac{h_i t}{T_f-t}\right) + 1 \right) \chi_{2i}^2 \end{bmatrix}$$

正定. 由于  $\dot{W}_i \leq 0$ , 可知  $W_i$  有界. 由于式 (28) 已证  $z_i$  的渐近稳定性, 因此, 可知滑模变量  $s_i$  有界, 渐近收敛且稳定.

2) 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$L_i = \frac{1}{2} \chi_{1i}^2 \quad (42)$$

由滑模面 (31) 的设计可知, 当系统误差  $\chi_1$  和  $\chi_2$  到达滑模面时,  $s_i = 0$ . 由此可推出, 此时  $\chi_{1i} \chi_{2i} \leq 0$ . 因此

$$|\chi_{2i}| = |\ell_i \tanh(\chi_{1i})|^{\frac{1}{\nu}} = \kappa_i |\tanh(\chi_{1i})|^{\frac{1}{\nu}} \quad (43)$$

根据式 (18), 当  $s_i = 0$  时,  $L_i$  的导数可表达为:

$$\begin{aligned} \dot{L}_i &= \chi_{1i} (\chi_2 - h_{\chi} \tanh(\chi_1)) = \\ &\chi_{1i} \chi_{2i} - h_{\chi_i} \tanh(\chi_{1i}) \chi_{1i} \leq \chi_{1i} \chi_{2i} \leq 0 \quad (44) \end{aligned}$$

可知系统误差  $e_{1i}$  和  $e_{2i}$  是渐近稳定的. 为了进一步证明系统的有限时间稳定性, 由式 (44) 可进一步得到:

$$\begin{aligned} \dot{L}_i &\leq -\kappa_i |\chi_{1i}| |\tanh(\chi_{1i})|^{\frac{1}{\nu}} \leq \\ &-\kappa_i |\tanh(\chi_{1i})|^{\frac{\nu+1}{\nu}} \leq \\ &-2h_{\chi_i} \tanh^{\frac{\nu+1}{\nu}}(|\chi_{1i}|) \leq \\ &-2h_{\chi_i} \tanh^{\frac{\nu+1}{\nu}}((2L_i)^{\frac{1}{2}}) \quad (45) \end{aligned}$$

其中,  $|\chi_{1i}| \geq |\tanh(\chi_{1i})|$ ,  $3/2 < (\nu+1)/\nu < 2$ . 由此, 根据引理 2 和定理 1, 系统跟踪误差  $\chi_{1i}$  可在有限时间内收敛到零.  $\square$

## 4 仿真结果与分析

本节设置了两组仿真算例来说明本文控制方案的有效性. 第一组算例采用四旋翼飞行模式模拟小范围巡检, 设定复杂的快速飞行轨迹, 对控制方法的有效性进行验证. 第二组算例模拟变体无人机整个任务周期, 进行起飞-平滑加速-过渡切换-平飞-

盘旋-平飞作业, 考察涵盖其飞行状态的稳定性、加速性能、过渡切换时的平滑性、平飞模式的可操作性以及本文控制方法对 3 种飞行模式的通用性等必要特性。

该变体无人机的物理参数为:  $m = 3.0 \text{ kg}$ ,  $I_{xx} = I_{yy} = 1.75 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{rad}$ ,  $I_{zz} = 3.5 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{rad}$ ,  $l_l = l_s = 0.28 \text{ m}$ ,  $\rho = 1.293 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $A = 0.08 \text{ m}^2$ 。

4.1 算例 1

算例 1 选用 2 种方法作为对比, 分别为传统 I&I 结合滑模控制 (Sliding mode control, SMC) 的方法 (标记为 I&I-SMC) 和文献 [11] 中提出的  $\sigma$  修正因子与 I&I 结合的观测器方法 (标记为  $\sigma$ -I&I), 以验证所提控制方法的有效性. 选择较复杂的“蝴蝶形”作为预设的参考轨迹:

$$\begin{cases} x = -10 \cos(t) \exp(0.05t) + 10 \\ y = 5 \sin(2t) \exp(0.05t) \\ z = 10(1 - \exp(-0.5t)) \\ \psi = \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (46)$$

为检验其抗干扰性能, 加入多种类型的外部扰动:  $\mathbf{d} = [0.8 \text{ sigmoid}, 0.5 \sin(\pi t), 0.2 \sin(3t) + 0.1 \sin(0.5\pi t), 0.2 \text{ sigmoid} - 0.5 \sin(0.5\pi t), 0.5 \tanh(\sqrt{2}t), 0.3 \cos(2t + 1)]^T$ , 其中,  $\text{sigmoid} = 1/(1 + \exp(-t))$ ; 各个位置和姿态子通道的控制增益选取为:  $\alpha_i = 1.2$ ,  $h_{\chi_i} = 10$ ,  $l_i = 1$ ,  $k_{1i} = 1$ ,  $k_{2i} = 5$ ,  $\nu = 3/2$ ,  $\nu_1 = 2/3$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ 。

如图 4 所示, 本文方法与其他 2 种方法均能较好地 在四旋翼模式下对“蝴蝶形”轨迹进行跟踪, 但本文方法有更好的跟踪精度和收敛速度, 具体可见图 5. I&I-SMC 和  $\sigma$ -I&I 方法在 6 个子通道跟踪的初始阶段有较大的误差跳变, 且 I&I-SMC 方法

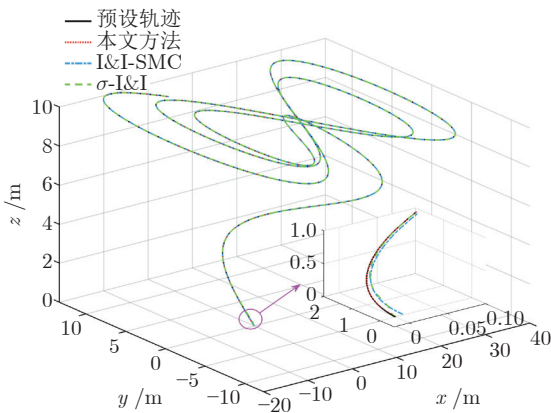


图 4 算例 1 中三维轨迹跟踪效果

Fig.4 The 3D trajectory tracking effects in case 1

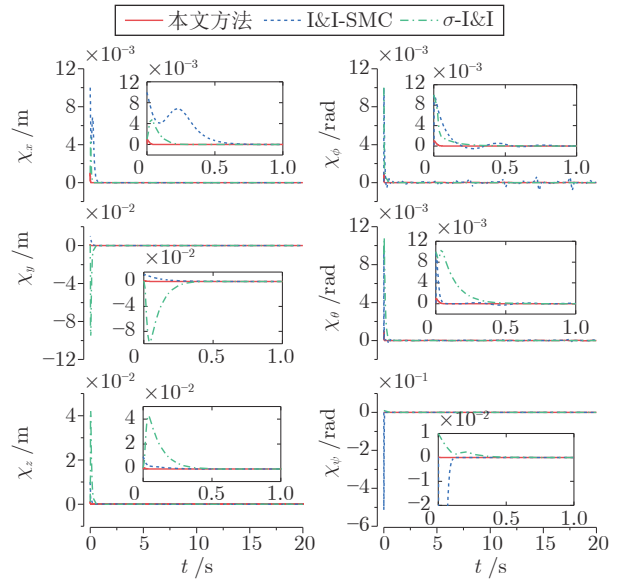


图 5 算例 1 中轨迹及姿态跟踪误差

Fig.5 Trajectory and attitude tracking errors in case 1

在  $\phi, \theta$  姿态角跟踪时出现了较为明显的抖振。

由图 6 对外部扰动的观测误差可看出, 相比本文所提观测器, I&I-SMC 方法的扰动观测器在扰动估计过程中出现明显的抖振, 初始估计误差较大, 收敛较慢;  $\sigma$ -I&I 方法出现估计值偏离及小幅度抖振. 可证实, 本文加入动态尺度因子和监督因子的 I&I 扰动观测器对外部扰动有更高的估计精度和收敛速度. 图 7 展示了算例 1 中 3 种方法的输入信号

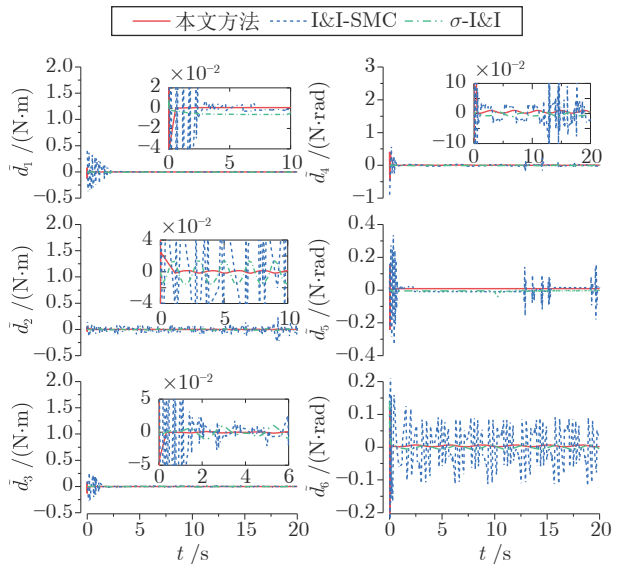


图 6 算例 1 中 2 种基于 I&I 理论扰动观测器的扰动观测误差

Fig.6 Disturbances observation errors of two observers based on I&I theory in case 1



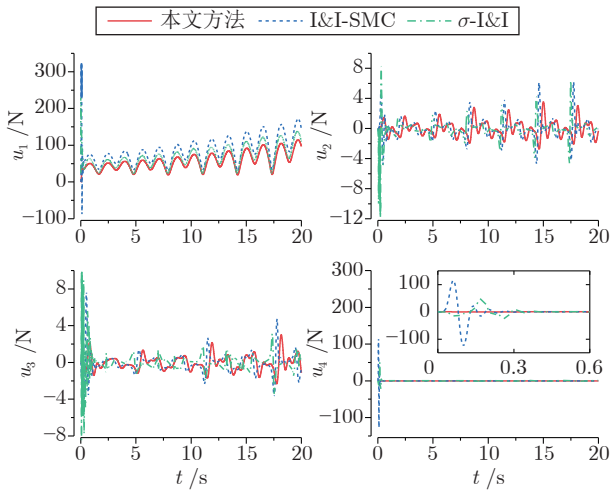


图 7 算例 1 中 2 种方法的输入信号

Fig. 7 Input signals of the two methods in case 1

对比, I&I-SMC 和  $\sigma$ -I&I 在初始阶段有较大的输入信号跳变, 容易造成执行器输入饱和故障, 输入过程振动也较大; 另外, 从总推力  $u_1$  可知本文方法在整体上有更小的旋翼出力。

通过算例 1, 可以基本证实本文所提方法在轨迹跟踪和扰动估计等方面的有效性, 并展示了较强的跟踪性能和抗扰能力。

### 4.2 算例 2

根据文献 [33], 将机翼升阻力系数  $C_L, C_D$  随攻角的变化曲线合理线性化, 得到  $C_L = 0.1\theta_f + 0.3, C_D = 0.002\theta_f + 0.004$ .  $\theta_f$  取值范围为  $[0^\circ, 90^\circ]$ . 当切换到平飞模式时, 设定机体俯仰角  $\theta = 0^\circ$ , 根据式 (6) ~ 式 (8), 可计算出升力  $F_L$ , 解算出  $C_L$  和  $C_D$ , 进而解算出  $\theta_f$  的实时变化动态. 同时,  $\theta_f$  变化又会实时影响升力  $F_L$  的变化, 形成实时调节的闭环。

本算例中加入 2 组对比: 1) 算例 1 中的传统 I&I-SMC 方法; 2) 文献 [22] 中的 BLF 方法 (标记为 BLF). 算例 2 加入的外部扰动和控制增益与算例 1 保持一致, 以展示本文方法对不同类型轨迹跟踪的通用性及对比同类方法的优越性。

本算例总体的飞行策略是: 变体无人机在  $0\text{ s} \sim 10\text{ s}$  内可加速飞行至  $10\text{ m/s}$ , 开始达到平飞模式的飞行速度条件; 同时, 在  $8\text{ s}$  时机翼开始倾转, 在  $2\text{ s}$  内倾转至相应的机翼攻角, 完成过渡飞行模式的切换过程;  $10\text{ s}$  后继续加速, 沿着  $x_w$  轴方向以平飞模式平稳飞行至  $20\text{ s}$ ; 至  $20\text{ s}$  时在平飞模式下, 人机在空中“画”一个直径接近  $40\text{ m}$  的圆, 之后继续沿着  $x_w$  轴方向飞行至  $30\text{ s}$ , 结束整个仿真测试过程. 其预设轨迹设置为:

$$x = \begin{cases} 50 \ln(e^{0.4t-4} + 1) - 0.9075, & t \in [0, 20) \\ R \sin(t - 20) + P, & t \in [20, 20 + 2\pi) \\ 50 \ln(e^{0.4(t-2\pi)-4} + 1) - 0.9075, & t \in [20 + 2\pi, 30] \end{cases} \quad (47)$$

$$y = \begin{cases} 0, & t \in [0, 20) \\ R \cos(t - 20) - R, & t \in [20, 20 + 2\pi) \\ 0, & t \in [20 + 2\pi, 30] \end{cases} \quad (48)$$

$$z = 20 - 20 \exp(-0.5t), t \in [0, 30] \quad (49)$$

其中,  $R = (20 \exp(4)) / (\exp(4) + 1), P = 50 \ln(\exp(4) + 1) - 0.9075$ . 系统状态约束参数设置为: 高度约束  $\rho_{b3} = 20\text{ m}$ ; 速度约束  $\sigma_{bi} = 20\text{ m/s}, i = 1, 2, 3$ ; 位置误差约束  $\rho_{ci} = 0.02\text{ m}, i = 1, 2, 3$ . 初始位置为世界坐标系原点。

图 8 直观地展示了本算例中 3 种方法对预设参考轨迹的跟踪效果, 可以看出, 本文方法和 I&I-SMC 在跟踪轨迹过程中均保持了很高的精度, BLF 方法跟踪误差略大. 图 9、图 10 分别展现了轨迹和姿态角跟踪误差及箱线图分析结果. 从局部放大图得知,  $20\text{ s}$  时 BLF 方法在  $x$  轨迹及 3 个姿态角跟踪过程中均出现较大跟踪误差振荡; 分析可知, 这是由于在  $20\text{ s} \sim (20 + 2\pi)\text{ s}$  内“画”圆形轨迹, 切换轨迹时快速改变输入推力大小造成. 由箱线图展示的数据分布特征可知, BLF 方法在 6 个子通道的跟踪过程中均出现了不同程度的中位值偏移以及较大的上下边缘值现象. 在  $y$  和  $\phi$  的误差跟踪中, I&I-SMC 出现小范围中位值偏移, 在  $z$  和  $\psi$  跟踪过程中出现误差跟踪振荡, 在  $z$  轨迹跟踪出现轨迹切换时的应激振动. 由图 9、图 10 整体分析可知, 本文方法尽管在  $20\text{ s} \sim (20 + 2\pi)\text{ s}$  内 (圆轨迹期间) 的  $x$  轨迹跟踪时出现小幅应激振动, 但整体表现出

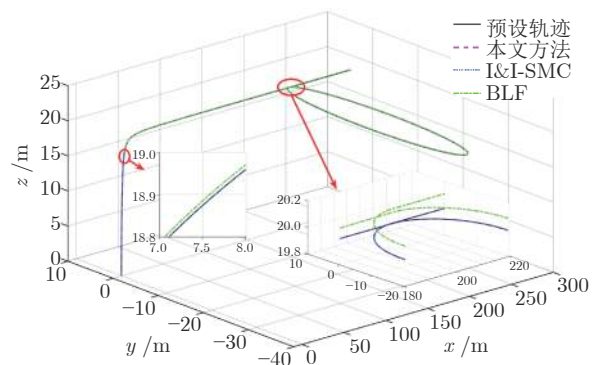


图 8 算例 2 中 3 种方法的空间位置跟踪效果

Fig. 8 Position tracking effects of the three methods in case 2

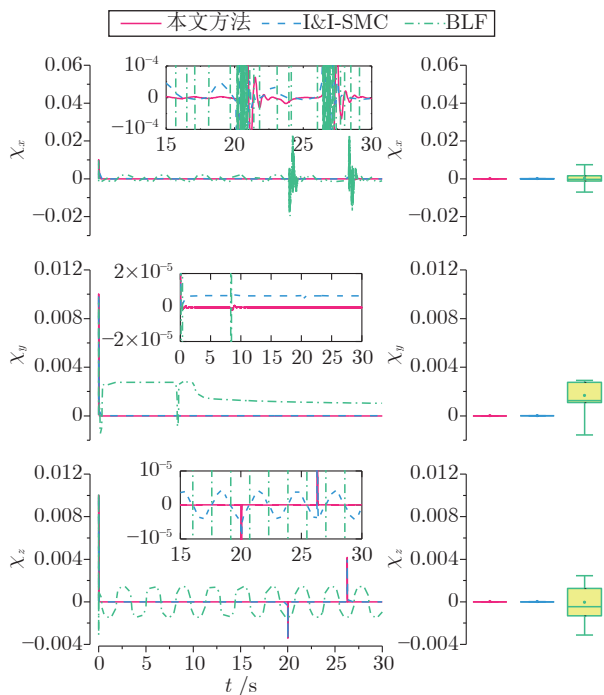


图 9 算例 2 中 3 种方法轨迹跟踪误差及箱线图分析  
Fig.9 Trajectory tracking errors and boxplot analysis of the three methods in case 2

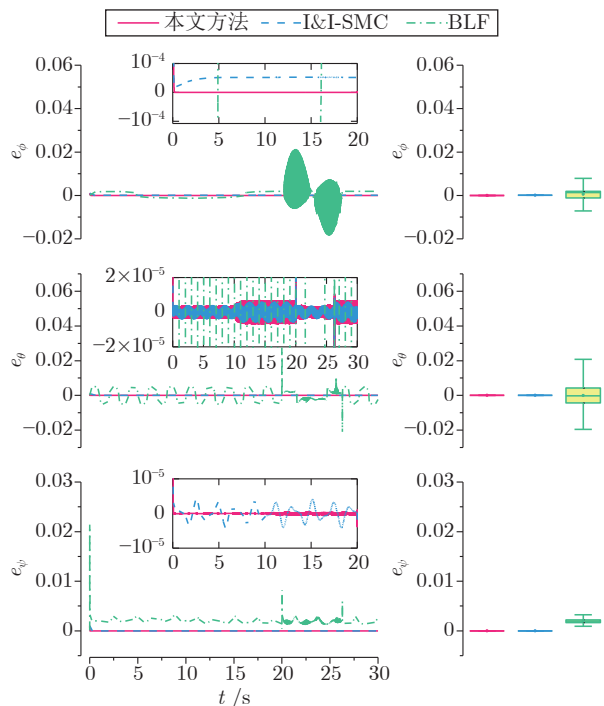


图 10 算例 2 中 3 种方法姿态角跟踪误差及箱线图分析  
Fig.10 Attitude tracking errors and boxplot analysis of the three methods in case 2

优异的轨迹及姿态角跟踪性能, 尤其是在误差为零邻域的中位保持上, 此外, 飞行高度和位置误差始

终保持在系统状态约束内.

由于文献 [22] 中基于 BLF 方法的扰动观测器只能估计扰动上界, 故图 11 展示了本文方法和 I&I-SMC 对外部扰动的估计性能和 BLF 方法对扰动上界的估计性能. 前两者均能较好地估计出完整的外部扰动; BLF 方法能近似估计出扰动上界, 但估计速度较慢, 精度欠缺. I&I-SMC 受到变体无人机飞行模式及轨迹切换的影响, 在相应时间节点产生了较大的估计振荡, 例如在 10 s 左右时, 过渡飞行模式切换至平飞模式机翼倾角的稳定阶段, 在 20 s ~ (20 + 2 $\pi$ ) s 内进行“画”圆轨迹操作时, “入”圆和“出”圆瞬间由于旋翼出力方向发生改变产生较大的瞬时估计振荡. 由此, 结合算例 1, 可得出本文所提基于 I&I 理论的加入 FT-DSF 和监督因子的扰动观测器对外部扰动估计更加快速、精准, 稳定性更强的结论.

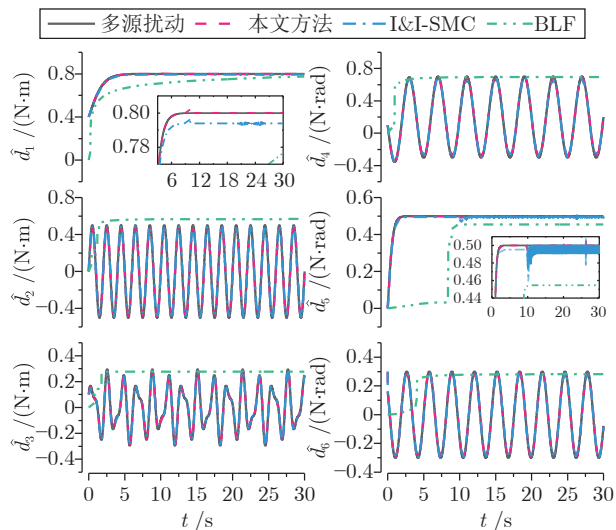


图 11 算例 2 中 3 种方法对外部扰动的估计效果  
Fig.11 Estimation effects on external disturbances of the three methods in case 2

**注 1.** 当  $t \in [0, 20)$  时,  $x_w$  轴方向轨迹的导数为  $\dot{x} = 20 \exp(0.2t - 20) / (\exp(0.2t - 20) + \exp(20 - 0.2t))$ , 作为机体在  $x_w$  轴方向的速度曲线. 将此双曲线作为速度曲线, 符合本变体无人机真实的飞行特性, 经历缓慢加速至接近 20 m/s 的飞行过程, 最终速度始终约束在 20 m/s 以下. 其加速曲线将在下文中进一步分析.

图 12 和图 13 分别是系统的控制输入信号及虚拟控制输入信号. 图 13 清晰地展示了在整个测试任务周期中, 飞行模式切换及轨迹切换的时间节点上虚拟控制输入信号的相应响应过程. 通过分析可知, 无论是在输入稳定性还是出力大小方面, 本文

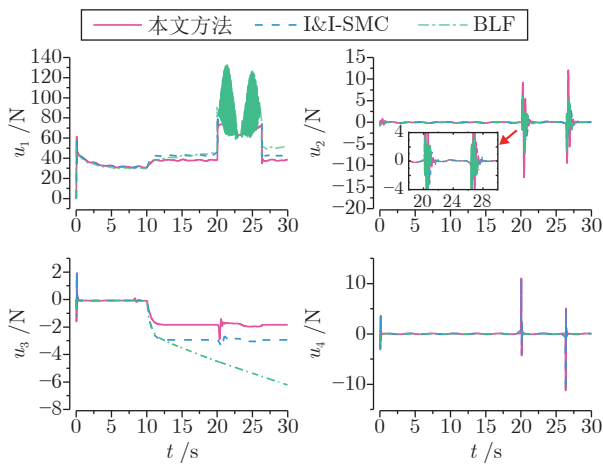


图 12 算例 2 中 3 种方法的控制输入信号响应  
Fig. 12 Control input signal responses of the three methods in case 2

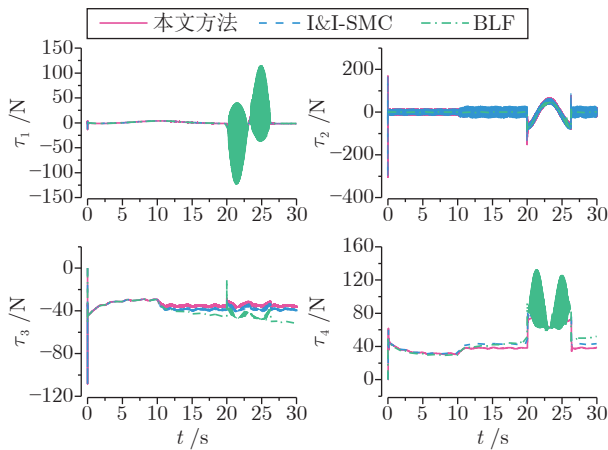


图 13 算例 2 中 3 种方法的虚拟控制输入信号响应  
Fig. 13 Virtual control input signal responses of the three methods in case 2

方法都有明显的优势. 而 BLF 方法在切换的每个节点均出现了较大的输入信号波动, 出力损耗较大, 有可能造成执行器饱和和故障.

变体无人机的机翼在 8 s 时开始倾转切换至平飞模式, 切换为平飞模式后根据机体的飞行速度动态地调整机翼与机身的夹角  $\theta_f$ , 提供机翼升阻力以使机体能够在平飞模式下保持平稳飞行. 图 14、图 15 分别是飞行测试中  $\theta_f$  的动态变化过程以及对应时刻机体的飞行速度. 图 14 反映出本文方法在平飞模式时较其他 2 种方法能够保持更平稳及更小的夹角, 切换更顺滑, 飞行效率更高. 图 15 展示了不同时刻飞行速度相对应  $\theta_f$  的动态响应过程. 可知, 在飞行速度达到 10 m/s 左右时平飞模式基本切换完毕, 随着飞行速度的稳定,  $\theta_f$  的变化亦趋于稳定, 符合真实的飞行模拟过程.

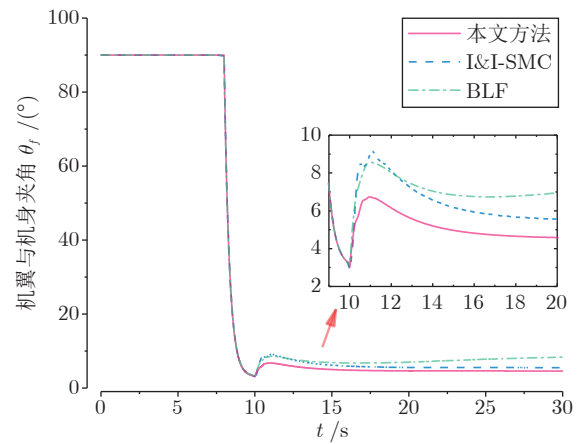


图 14 算例 2 测试周期中机翼与机身夹角  $\theta_f$  自适应响应过程

Fig. 14 The adaptive response of the angle  $\theta_f$  between wing and fuselage during the test period in case 2

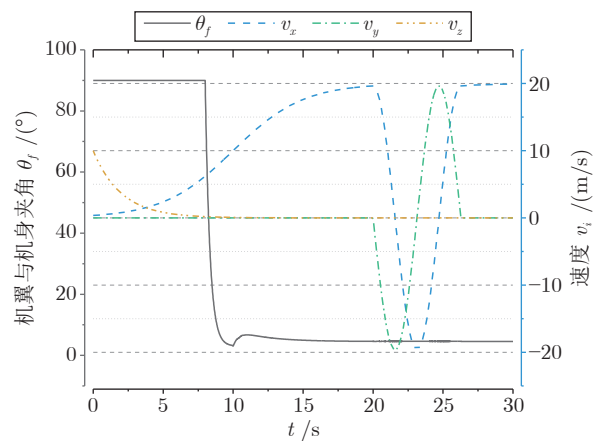


图 15 算例 2 测试周期中本文方法机翼与机身夹角  $\theta_f$  与机体速度变化的对应过程

Fig. 15 The corresponding process of the angle  $\theta_f$  between wing and fuselage, and the change of airframe velocity of the proposed method in case 2

**注 2.** 在变体无人机的飞行过程中, 平飞模式下将俯仰角  $\theta$  的控制目标设定为  $0^\circ$ , 机体能够根据飞行速度, 动态自适应地调整  $\theta_f$  以使机翼获取足够升力来维持姿态角的设定目标, 并保证机体的平稳飞行.  $\theta_f$  夹角是非前馈的, 是自动反馈的. 因此,  $\theta_f$  是非设定的, 根据机体整体状态的反馈实现自主调节.

图 16 展示了将  $\alpha_i$  全部设置为 2 时, 6 个子系统中 FT-DSF 的自适应收敛过程, 可以看出  $r_i$  均能在设置的有限时间  $T_f = 2$  s 内收敛到定值. 有限时间的加入有效保证了  $r_i$  收敛的速度, 进而保证  $z_i$  的收敛速度, 以使本文所提扰动观测器能够快速、准确地对外部扰动进行估计和补偿.

由于参数过多, 本文以  $x$  子系统为例, 测试当

监督因子  $\alpha_1$  不同取值时  $r_1$  和  $z_1$  相应的动态响应过程, 其结果如图 17 所示. 随着  $\alpha_1$  取值逐渐增大,  $r_1$  的最终收敛值先增大后减小, 在  $\alpha_1$  取值为 5 附近时达到极大值; 动态尺度误差  $z_1$  随  $\alpha_1$  取值增大收敛速度

逐渐加快. 由此可证明所开发的监督因子  $\alpha_i$  对  $r_i$  具有监督调节作用, 可加速  $z_1$  收敛. 通过实验分析, 当  $\alpha_i$  取值在 2 ~ 10 的范围, 能取得较大的综合收益.

## 5 结论

本文针对易受到外部扰动的任务环境下变体无人机, 提出 FT-DSF 和监督因子并结合 I&I 理论开发出估计精准且快速可控的扰动观测器, 证明了 FT-DSF 的有界性和有限时间收敛特性. 理论和仿真结果说明, 变体无人机和所提控制方案的匹配程度令人满意, 针对多种复杂轨迹跟踪任务, 多种飞行模式的切换过程中无需对控制增益二次调节, 通用性高, 稳定性强. 飞行速度以及相对应的机翼倾角切换较为平滑, 保持了过渡模式和平飞模式的稳定运行. 包含滑模面的 CTV-BLF 同样保证了系统状态始终保持在系统约束内. 后续研究将搭建半物理实体实验平台, 推进变体无人机的实际应用.

## References

- 1 Totoki H, Ochi Y, Sato M, Muraoka K. Design and testing of a low-order flight control system for quad-tilt-wing UAV. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, **39**(10): 2426–2433
- 2 Tran A T, Sakamoto N, Sato M, Muraoka K. Control augmentation system design for quad-tilt-wing unmanned aerial vehicle via robust output regulation method. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **53**(1): 357–369
- 3 Ritz R, D'Andrea R. *A Global Strategy for Tailsitter Hover Control*. Cham: Springer International Publishing AG, 2018. 21–37
- 4 Wang K L, Ke Y J, Chen B M. Autonomous reconfigurable hybrid tail-sitter UAV U-Lion. *Science China Information Sciences*, 2017, **60**(3): Article No. 033201
- 5 Li Bin-Bin, Ma Lei, Sun Xiao-Tong, Sun Yong-Kui, Zhang Kai. Design and experimental verification of a multicopter aircraft. *Robot*, 2020, **42**(3): 257–266  
(李斌斌, 马磊, 孙小通, 孙永奎, 张凯. 一种多旋翼飞行器的设计及实验验证. *机器人*, 2020, **42**(3): 257–266)
- 6 Lu Kai-Wen, Yang Zhong, Zhang Qiu-Yan, Xu Chang-Liang, Xu Hao, Xu Xiang-Rong. Active disturbance rejection flight control method for thrust-vector quadrotor with tiltable rotors. *Control Theory & Applications*, 2020, **37**(6): 1377–1387  
(卢凯文, 杨忠, 张秋雁, 许昌亮, 徐浩, 徐向荣. 推力矢量可倾转四旋翼自抗扰飞行控制方法. *控制理论与应用*, 2020, **37**(6): 1377–1387)
- 7 Qian Chen, Fang Yong-Chun, Li You-Peng. Control oriented modeling and singular perturbation analysis in flapping-wing flight. *Acta Automatica Sinica*, 2022, **48**(2): 434–443  
(钱辰, 方勇纯, 李友朋. 面向扑翼飞行控制的建模与奇异摄动分析. *自动化学报*, 2022, **48**(2): 434–443)
- 8 Astolfi A, Ortega R. Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(4): 590–606
- 9 Hu J C, Zhang H H. Immersion and invariance based command-filtered adaptive backstepping control of VTOL vehicles. *Automatica*, 2013, **49**(7): 2160–2167
- 10 Li J Q, Chen S, Li C Y, Gao C S, Jing W X. Adaptive control of underactuated flight vehicles with moving mass. *Aerospace Science and Technology*, 2019, **85**: 75–84
- 11 Zou Y, Meng Z Y. Immersion and invariance-based adaptive

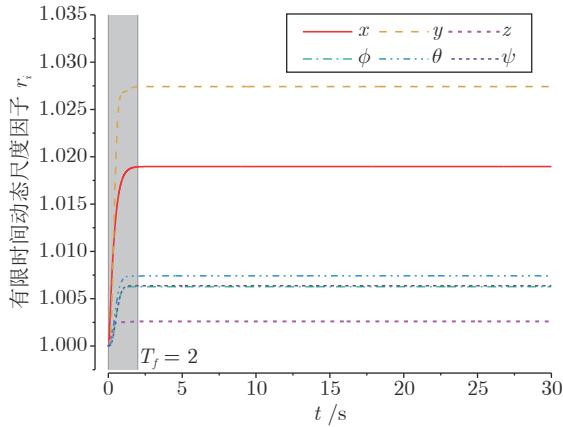


图 16  $\alpha_i = 2$  时 6 个控制通道 FT-DSF 自适应过程  
Fig.16 FT-DSF adaptive process of six control channels when  $\alpha_i = 2$

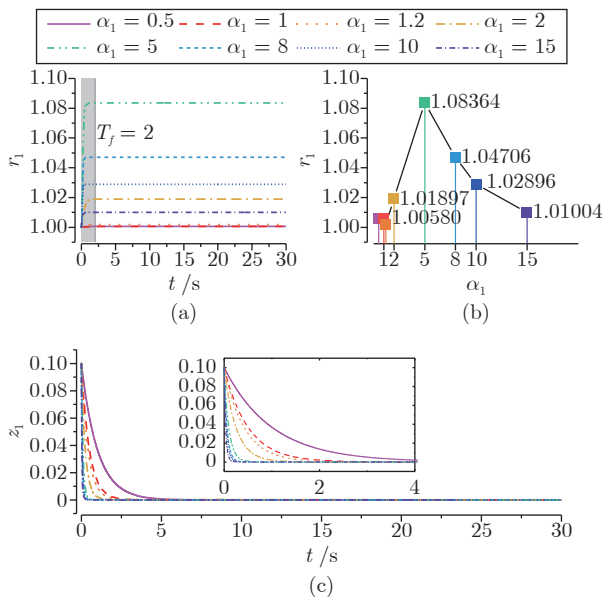
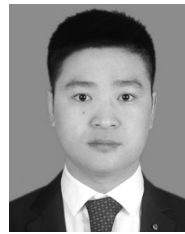


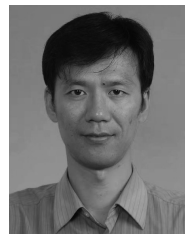
图 17 监督因子  $\alpha_1$  的变化对 FT-DSF  $r_1$  及动态尺度误差  $z_1$  的响应过程 (以  $x$  子系统为例) ((a) 随着  $\alpha_1$  不同取值  $r_1$  的自适应收敛响应; (b)  $\alpha_1$  不同取值对应  $r_1$  的最终收敛值的变化趋势; (c) 随着  $\alpha_1$  不同取值  $z_1$  的自适应收敛响应)

Fig.17 The responses of FT-DSF  $r_1$  and dynamic scaling error  $z_1$  in response to the supervision factor  $\alpha_1$  (take the  $x$  subsystem as an example) ((a) Adaptive convergent response of  $r_1$  with different values of  $\alpha_1$ ; (b) Different values of  $\alpha_1$  correspond to the change trend of the final convergence value of  $r_1$ ; (c) Adaptive convergent response of  $z_1$  with different values of  $\alpha_1$ )

- controller for quadrotor systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, **49**(11): 2288–2297
- 12 Karagiannis D, Sassano M, Astolfi A. Dynamic scaling and observer design with application to adaptive control. *Automatica*, 2009, **45**(12): 2883–2889
- 13 Hu J C, Zhang H H. Bounded output feedback of rigid-body attitude via angular velocity observers. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, **36**(4): 1240–1248
- 14 Lee K W, Singh S N. Quaternion-based adaptive attitude control of asteroid-orbiting spacecraft via immersion and invariance. *Acta Astronautica*, 2020, **167**: 164–180
- 15 Zhang B, Cai Y L. Immersion and invariance based adaptive backstepping control for body-fixed hovering over an asteroid. *IEEE Access*, 2019, **7**: 34850–34861
- 16 Yang S, Akella M R, Mazenc F. Immersion and invariance observers for gyro-free attitude control systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016: 2570–2577
- 17 Shao X L, Wang L W, Li J, Liu J. High-order ESO based output feedback dynamic surface control for quadrotors under position constraints and uncertainties. *Aerospace Science and Technology*, 2019, **89**: 288–298
- 18 Ngo K B, Mahony R, Jiang Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville, Spain: IEEE, 2005. 8306–8312
- 19 Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, **45**(4): 918–927
- 20 Tee K P, Ge S S. Control of nonlinear systems with partial state constraints using a barrier Lyapunov function. *International Journal of Control*, 2011, **84**(12): 2008–2023
- 21 Liu N, Shao X L, Li J, Zhang W D. Attitude restricted backstepping anti-disturbance control for vision based quadrotors with visibility constraint. *ISA Transactions*, 2020, **100**: 109–125
- 22 Yuan Y, Wang Z, Guo L, Liu H. Barrier Lyapunov functions-based adaptive fault tolerant control for flexible hypersonic flight vehicles with full state constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018: 1–10
- 23 Xu B, Shi Z K, Sun F C, Wei H. Barrier Lyapunov function based learning control of hypersonic flight vehicle with AOA constraint and actuator faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, **49**(3): 1047–1057
- 24 Liu Y J, Lu S M, Tong S C, Chen X K, Li D J. Adaptive control-based barrier Lyapunov functions for a class of stochastic nonlinear systems with full state constraints. *Automatica*, 2018, **87**: 83–93
- 25 Kim B S, Yoo S J. Approximation-based adaptive tracking control of nonlinear pure-feedback systems with time-varying output constraints. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2015, **13**(2): 257–265
- 26 Liu Y J, Ma L, Liu L, Tong S C, Chen L. Adaptive neural network learning controller design for a class of nonlinear systems with time-varying state constraints. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019: 1–10
- 27 Tang L, Chen A, Li D. Time-varying Tan-type barrier Lyapunov function-based adaptive fuzzy control for switched systems with unknown dead zone. *IEEE Access*, 2019, **7**: 110928–110935
- 28 Wang H Q, Bai W, Liu P X. Finite-time adaptive fault-tolerant control for nonlinear systems with multiple faults. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2019, **6**(6): 1417–1427
- 29 Wang Lu, Guo Yu, Wu Yi-Fei. Finite-time adaptive robust control for SGCMGs-based flexible spacecraft. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(3): 641–651  
(王璐, 郭毓, 吴益飞. SGCMGs 驱动的挠性航天器有限时间自适应鲁棒控制. 自动化学报, 2021, **47**(3): 641–651)
- 30 Tian B, Liu L, Lu H, Zuo Z Y. Multivariable finite time attitude control for quadrotor UAV: Theory and experimentation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **65**(3): 2567–2577
- 31 Zhang Chun-Yan, Qi Guo-Qing, Li Yin-Ya, Sheng An-Dong. Standoff tracking control with respect to moving target via finite-time stabilization. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(11): 2056–2067  
(张春燕, 戚国庆, 李银伢, 盛安冬. 一种基于有限时间稳定的环绕控制器设计. 自动化学报, 2018, **44**(11): 2056–2067)
- 32 Hu Q L, Jiang B Y, Zhang Y M. Observer-based output feedback attitude stabilization for spacecraft with finite-time convergence. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, **27**(2): 781–789
- 33 Jacobs E N, Sherman A. Airfoil section characteristics as affected by variations of the Reynolds number. *NACA Report*, 1937, **586**: 227–264



**李新凯** 新疆大学电气工程学院博士研究生. 主要研究方向为电力巡检无人机控制, 非线性动力学.  
E-mail: lxx318@foxmail.com  
(**LI Xin-Kai** Ph.D. candidate at the School of Electrical Engineering, Xinjiang University. His research interest covers electric power inspection UAV control and nonlinear dynamics.)



**张宏立** 新疆大学电气工程学院教授. 主要研究方向为复杂系统动力学分析, 非线性控制理论, 群智能优化和机器学习. 本文通信作者.  
E-mail: zhxlju@163.com  
(**ZHANG Hong-Li** Professor at the School of Electrical Engineering, Xinjiang University. His research interest covers complex system dynamics analysis, nonlinear control theory, swarm intelligence optimization, and machine learning. Corresponding author of this paper.)



**范文慧** 清华大学自动化系教授. 主要研究方向为多智能体建模与仿真, 复杂网络, 仿真系统和应用工程.  
E-mail: fanwenhui@tsinghua.edu.cn  
(**FAN Wen-Hui** Professor in the Department of Automation, Tsinghua University. His research interest covers multi-agent modeling and simulation, complex network, simulation system, and application engineering.)