

# 基于分布式有限感知网络的多伯努利目标跟踪

吴孙勇<sup>1,2</sup> 王力<sup>1</sup> 李天成<sup>3</sup> 孙希延<sup>2</sup> 蔡如华<sup>1</sup>

**摘要** 针对感知范围受限的分布式传感网多目标跟踪问题, 在多伯努利滤波跟踪理论基础上提出分布式视场互补多伯努利关联算术平均融合跟踪方法。首先, 通过视场互补扩大传感器感知范围, 其中, 局部公共区域只互补一次以降低计算成本。其次, 每个传感器分别运行局部多伯努利滤波器, 并将滤波后验结果与相邻传感器进行泛洪通信使得每个传感器获取多个相邻传感器的后验信息。随后, 通过距离划分进行多伯努利关联, 将对应于同一目标的伯努利分量关联到同一个子集中, 并对每个关联子集进行算术平均融合完成融合状态估计。仿真实验表明, 所提方法在有限感知范围的分布式传感器网络中能有效地进行多目标跟踪。

**关键词** 有限感知范围, 视场互补, 多伯努利关联, 算术平均融合, 多目标跟踪

**引用格式** 吴孙勇, 王力, 李天成, 孙希延, 蔡如华. 基于分布式有限感知网络的多伯努利目标跟踪. 自动化学报, 2022, 48(5): 1370–1384

**DOI** 10.16383/j.aas.c200481

## Multi-Bernoulli Target Tracking Based on Distributed Limited Sensing Network

WU Sun-Yong<sup>1,2</sup> WANG Li<sup>1</sup> LI Tian-Cheng<sup>3</sup> SUN Xi-Yan<sup>2</sup> CAI Ru-Hua<sup>1</sup>

**Abstract** In order to solve the problem of multi-target tracking in distributed sensor networks with limited sensing range (LSR), a distributed arithmetic average (AA) fusion multi-Bernoulli filter is proposed based on field of view complementation and multi-Bernoulli association. First, the sensor's sensing range is expanded by complementing the field of view, in which the local common areas are complemented only once to reduce the calculation cost. Secondly, each sensor separately operates a local multi-Bernoulli filter and conducts flood communication between neighbor sensors over the filter posteriors, so that each sensor can obtain posterior information of multiple sensors. Then, multi-Bernoulli correlation is performed by distance division to associate Bernoulli components corresponding to the same target to the same subset, and the AA fusion is performed for each associated subset to complete fusion state estimation. Simulation results show that the proposed method can effectively track multiple targets in distributed sensor networks with LSR.

**Key words** Limited sensing range, complementary field of view, multi-Bernoulli correlation, arithmetic average fusion, multi-target tracking

**Citation** Wu Sun-Yong, Wang Li, Li Tian-Cheng, Sun Xi-Yan, Cai Ru-Hua. Multi-Bernoulli target tracking based on distributed limited sensing network. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(5): 1370–1384

---

收稿日期 2020-06-29 录用日期 2021-01-15

Manuscript received June 29, 2020; accepted January 15, 2021  
国家自然科学基金(61861008, 62071389, 11661024), 广西自然科学基金(2016GXNSFAA380073), 广西研究生教育创新计划(2020YCXS084), 桂林电子科技大学数学与计算科学学院论文培优项目(2019YJSPY04)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61861008, 62071389, 11661024), Guangxi Natural Science Foundation (2016GXNSFAA380073), Guangxi Graduate Education Innovation Plan Project (2020YCXS084), Thesis Training Program of School of Mathematics and Computational Science, Guilin University of Electronic Technology (2019YJSPY04)

本文责任编辑 赖剑煌

Recommended by Associate Editor LAI Jian-Huang

1. 桂林电子科技大学数学与计算科学学院 桂林 541004 2. 广西精密导航技术与应用重点实验室 桂林 541004 3. 西北工业大学自动化学院 西安 710071

1. Mathematics and Computer Science College, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004 2. Guangxi Key Laboratory of Precision Technology and Application, Guilin 541004 3. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710071

分布式传感器网络<sup>[1-3]</sup>是由许多在空间上分布的, 相互连接的传感器组成, 且每个传感器在监测范围内有独立的检测能力和独立的计算能力。相比于集中式多传感器<sup>[4]</sup>, 分布式传感器网络具有可扩展性强, 环境适应能力强, 通信成本低, 抗局部节点故障能力强等优点。因此, 分布式传感器网络已经被广泛的应用于多目标跟踪, 导航, 工业监控, 容错控制等领域。一般而言, 利用分布式传感器网络进行多目标跟踪包含两个组成部分, 即多目标滤波过程和相邻传感器之间的信息通信融合, 如何设计合理有效的滤波融合方案是其关键。

Mahler 和 Vo 等在随机有限集(Random finite set, RFS)理论的基础上提出了一系列多目标跟踪滤波器<sup>[5]</sup>, 例如概率假设密度<sup>[6]</sup> (Probability hypothesis density, PHD) 滤波器, 势概率假设<sup>[7]</sup>

(Cardinalized PHD, CPHD) 滤波器, 多伯努利<sup>[8-9]</sup> (Multi-target multi-Bernoulli, MeMBer) 滤波器等. 与 PHD 滤波器和 CPHD 滤波器传递后验分布的一阶矩和势分布不同, MeMBer 滤波器将每个目标建模为伯努利 RFS, 然后直接递归传递服从多伯努利分布的基于轨迹的近似后验多目标密度参数, 且在一段时间内维持多个伯努利分量, 每个伯努利分量都对应一个潜在的轨迹, 使得 MeMBer 滤波器的性能更优, 并且已经被成功运用到许多实际问题中. 随机有限集理论与方法的不断发展和完善也极大促进了分布式多目标跟踪研究. 特别是, 基于分布式传感器网络实现的 MeMBer 滤波器展现了优越性能<sup>[10-12]</sup>.

分布式传感器网络协同滤波的关键在于相邻传感器之间的通信融合, 合理的通信融合方法能有效地提高目标跟踪性能. 目前, 基于信息平均共识<sup>[13]</sup> 的融合方法针对未知关联的分布式传感器网络表现出了鲁棒性和稳健性, 主要的平均共识融合方法有算术平均 (Arithmetic average, AA) 融合和几何平均 (Geometric average, GA) 融合方法<sup>[14]</sup>. 其中, 基于广义协方差交叉<sup>[15-17]</sup> (Generalized covariance intersection, GCI) 的 MeMBer 融合就是一种 GA 融合方法, 又称为指数混合密度 (Exponential mixture density, EMD) 方法, 该方法使得融合密度的 K-L 散度和<sup>[18]</sup> 最小化. GA 融合方法容易出现重复计算问题<sup>[16]</sup> 且在局部传感器出现故障时会使融合性能下降<sup>[14, 19]</sup>, 基于 AA 融合方法<sup>[20-21]</sup> 能有效地进行鲁棒, 近似次优的分布式融合, 能够有效应对不同信源之间任意的关联关系, 且有较强的抗局部故障和高频漏检的能力, 近年来引起了国际学术界注意<sup>[22-23]</sup>. 基于 AA 融合的分布式多目标跟踪器目前尚无中文文献报道.

然而目前在分布式传感器多目标跟踪设计中, 大多数都假设所有传感器有相同的检测能力和相同的感知范围. 在实际应用中, 每个传感器的感知范围或检测能力是有限的<sup>[24-31]</sup>, 单个传感器只能对视野 (Fields of view, FoV) 范围内的区域进行检测, Gan Jonathan 等<sup>[26]</sup> 将传感器的检测视野分为局部公共视野和外部视野, 然后对公共视野的后验 PHD 粒子集进行融合. 信息加权共识<sup>[27]</sup> 滤波器中通过对先验信息和量测适当的加权进行相邻传感器间的通信共享目标状态信息和局部信息, 最大化后验参数来进行有限感知范围 (Limited sensing range, LSR) 中的目标跟踪. 自适应分布式算法<sup>[28]</sup> 通过局部信息交换, 对当前得到的量测给予更高的权重调优增益, 从而实现目标状态估计. 李天成等<sup>[29]</sup> 通过 AA 融合方法实现有限传感范围的分布式 PHD 滤

波, 将传感器网络范围分为局部公共视野和外部视野, 对于局部公共视野部分通过粒子交换和局部扩散 AA 融合, 但未考虑非公共区域的互补融合. 李溯琪等<sup>[30-31]</sup> 通过相邻传感器之间的通信, 采用 GCI 融合方法实现有限感知范围的多伯努利多目标跟踪. 针对不同传感器视场重叠和非重叠导致的复杂的补偿性融合问题<sup>[29]</sup>, 本文考虑通过对传感器的视场进行互补, 首次研究多伯努利滤波与 AA 融合在有限感知范围分布式多传感器网络中的多目标跟踪问题.

本文主要解决的问题和方法创新在于: 1) 由于传感器的 FoV 有限, 不能得到整个场景的量测信息, 提出视场互补原则弥补传感器 FoV 外的量测, 即对传感器 FoV 外的区域, 通过其他传感器的量测进行互补, 其中, 局部公共区域只能互补一次, 从而避免对同一区域进行重复互补以减少计算量, 同时还可避免滤波后多传感器后验信息融合进行复杂的补偿性融合问题. 2) 针对多伯努利滤波中不同的伯努利分量代表不同的目标而不能直接对伯努利后验密度进行 AA 融合的问题, 采用伯努利关联 AA 融合方法, 即每个局部传感器单独运行 MeMBer 滤波并与相邻传感器通信共享后验信息, 对共享结果按距离划分进行伯努利关联将可能是同一目标的伯努利分量关联到同一子集中, 随后对不同的关联子集进行伯努利后验 AA 融合并完成融合状态估计. 3) 最后通过序贯蒙特卡洛<sup>[9, 32-33]</sup> (Sequential Monte Carlo, SMC) 方法实现所提出的多伯努利关联 AA 融合, 为了减少通信成本和计算成本以及满足伯努利关联的需要, 本文将粒子后验分布进行参数化转化, 从而实现高效的高斯参数通信与融合.

## 1 问题背景及模型

### 1.1 多伯努利随机有限集

本文采用一般的惯例, 对于单目标状态用小写英文字母表示, 如  $x$ . 若是多目标状态则用大写的英文字母表示, 如  $X$ . 单个量测用小写的英文字母表示, 如  $z$ , 多量测信息用大写的英文字母表示, 如  $Z$ . 此外用白斜体的英文大写字母表示空间, 如目标空间  $X$ , 量测空间  $Z$ , 空间的所有有限子集的集合表示成  $\mathcal{F}(X)$ .

在多目标检测跟踪中, 每个时刻的目标状态和目标个数都是随机的, 故将目标状态建模为 RFS. 设  $k$  时刻的目标状态表示为  $\mathbf{X}_k = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \mathcal{F}(X)$ ,  $x_i \in X$ , 其中  $n = |\mathbf{X}_k|$  表示目标个数.  $k-1$  时刻的目标状态  $\mathbf{x}_{k-1}$  要么以存活概率  $p_{S,k}$  要么以

概率  $1 - p_{S,k}$  消失。另外，在  $k$  时刻也可能有新生目标的出现，其新生概率为  $p_{b,k}$ ，故  $k$  时刻的目标状态  $\mathbf{X}_k$  可建模为

$$\mathbf{X}_k = \left[ \bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in \mathbf{X}_{k-1}} S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right] \cup \Gamma_k \quad (1)$$

其中， $S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$  表示从  $k-1$  时刻存活目标状态的 RFS， $\Gamma_k$  为  $k$  时刻新生目标状态的 RFS。

传感器  $s$  在  $k$  时刻的量测也建模为 RFS，即  $Z_{s,k} = \{z_{k,s}^1, \dots, z_{k,s}^{m_{s,k}}\} \in \mathcal{F}(Z)$ ，其中  $m_{s,k}$  表示量测的个数， $z_{k,s}^i$  可能是目标量测也可能是杂波量测。对于  $k$  时刻的目标状态  $\mathbf{x}_k$ ，每个传感器  $s$  都依检测概率  $p_s^d$  产生一个其似然函数为  $g_{s,k}(z_{s,k}^i | \mathbf{x}_k)$  的目标量测  $z_{s,k}^i \in Z_{s,k}$ ，故  $k$  时刻在传感器  $s$  上的量测集建模为

$$Z_{k,s} = \left[ \bigcup_{x_k \in X_k} \theta_{k,s}(\mathbf{x}_k) \right] \cup K_{k,s} \quad (2)$$

其中  $\theta_{k,s}(\mathbf{x}_k)$  表示目标量测 RFS， $K_{k,s}$  表示杂波量测 RFS。

多伯努利随机有限集  $\mathbf{X}$  是  $M$  个相互独立的伯努利随机有限集  $\mathbf{X}^{(l)}$  的并集，即：

$$\mathbf{X} = \bigcup_{l=1}^M \mathbf{X}^{(l)} \quad (3)$$

其中，每个伯努利 RFS  $\mathbf{X}^{(l)}$  要么是空的，其概率为  $1 - r^{(l)}$ ，要么有一个其概率为  $r^{(l)}$  的元素，且在状态空间中的分布服从概率密度函数 (Probability density function, PDF)<sup>[5]</sup>。即，伯努利 RFS 的 PDF 为：

$$\pi(\mathbf{X}^{(l)}) = \begin{cases} 1 - r^{(l)}, & \text{if } \mathbf{X}^{(l)} = \emptyset \\ r^{(l)} p^{(l)}(\mathbf{x}), & \text{if } \mathbf{X}^{(l)} = \{\mathbf{x}\} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

多伯努利随机有限集  $\mathbf{X}$  的概率密度  $\pi(\mathbf{X})$  可以完全由一组  $\{(r^{(l)}, p^{(l)}(\mathbf{x}))\}_{l=1}^M$  进行描述，其中  $M$  表示伯努利分量数， $r^{(l)}$  表示第  $l$  个伯努利分量的存在概率， $p^{(l)}(\mathbf{x})$  为第  $l$  个伯努利分量的概率密度函数，则概率密度  $\pi(\mathbf{X})$  表示为：

$$\pi(\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}) = \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i^1 \neq \dots \neq i^n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i^j)} p^{(i^j)}(\mathbf{x}_{i^j})}{1 - r^{(i^j)}} \quad (5)$$

其中  $n = \{1, \dots, M\}$ ， $\pi(\emptyset) = \prod_{j=1}^M 1 - r^{(i^j)}$ 。

## 1.2 基于 LSR 的分布式传感器网络模型

考虑由一组 LSR 的传感器组成的传感器网络，

其拓扑结构可以表示为一个无向连接图  $(\mathcal{S}, \mathcal{E})$ ，其中  $\mathcal{S} = \{1, 2, \dots, S\}$  为图的节点集合，即传感器节点集合， $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{S} \times \mathcal{S}$  为图的边，代表通信链路。例如， $(i, j) \in \mathcal{E}$  或  $(j, i) \in \mathcal{E}$  表示的是传感器节点  $i$  与传感器节点  $j$  之间是可以相互连接的， $(i, j) \notin \mathcal{E}$  表示传感器节点  $i$  与传感器节点  $j$  之间不能互通。与传感器  $j$  相邻的所有传感器的集合记为  $\mathcal{S}_j := \{i \in \mathcal{S} | (i, j) \in \mathcal{E}\}$ ，其中并不包含传感器节点  $j$ 。另外，对  $\forall t \in \mathbf{N}$ ，用  $\mathcal{S}_j(t)$  表示经过  $t$  步通信可以到达传感器节点  $j$  的所有传感器节点的集合，用  $\mathcal{S}_j(\leq t) := \bigcup_{i=1}^t \mathcal{S}_j(i)$  表示不超过  $t$  步通信可以到达传感器节点  $j$  的传感器的集合，故  $\mathcal{S}_j(1) = \mathcal{S}_j$ ， $\mathcal{S}_j(0) = j$ 。用 FoVs 表示传感器  $s$  的检测范围， $\mathcal{R}$  表示传感器网络中所有传感器的监视区域。如图 1 是由 3 个传感范围有限的传感器组成的网络，则第 1 个传感器的检测范围表示为

$$\text{FoVs} = \mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_4 \cup \mathcal{R}_6 \cup \mathcal{R}_7 \quad (6)$$

其中  $\mathcal{R}_i$  表示第  $i$  个区域，满足  $\forall i \neq j$ ， $\mathcal{R}_i \cap \mathcal{R}_j = \emptyset$ 。整个分布式网络的监视区域  $\mathcal{R}$  为

$$\mathcal{R} = \bigcup_{i=1}^7 \mathcal{R}_i \quad (7)$$

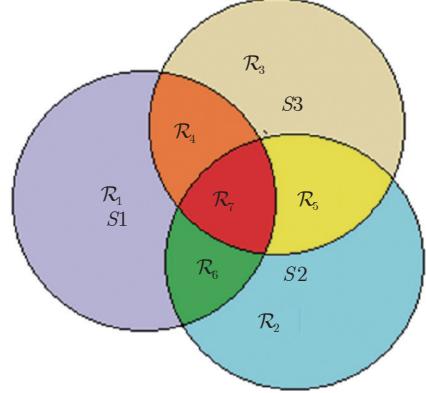


图 1 有限传感范围分布式传感器网络

Fig. 1 Distributed sensor networks with limited sensing range

## 1.3 伯努利 AA 融合

假设每个传感器节点的局部融合密度为  $f_i(\mathbf{X})$ ，相应的融合权重  $w_i \geq 0$  其中  $i = 1, \dots, S$ ，且  $\sum_{i=1}^S w_i = 1$ ，则 AA 融合定义如下：

$$f_{\text{AA}}(\mathbf{X}) := \sum_{i=1}^S w_i f_i(\mathbf{X}) \quad (8)$$

文献 [18, 21] 指出，AA 融合结果相对于各个局部融合密度的 K-L 散度的加权和最小，即：

$$f_{\text{AA}}(\mathbf{X}) = \arg \min_{g(\mathbf{X})} \sum_{i=1}^S w_i D_{KL}(f_i(\mathbf{X}) || g(\mathbf{X})) \quad (9)$$

其中  $g(\mathbf{X})$  关于  $f(\mathbf{X})$  的 K-L 散度如下

$$D_{KL}(f(\mathbf{X}) || g(\mathbf{X})) = \int_{\mathcal{X}} f(\mathbf{X}) \lg \frac{f(\mathbf{X})}{g(\mathbf{X})} \delta \mathbf{X} \quad (10)$$

事实上, 将上述 K-L 散度换成欧氏平方距离仍然成立<sup>[10]</sup>. 上述结果意味着, AA 融合是对不同信息源最小信息熵的近似, 其保留了不同信源的全部信息.

## 2 分布式有限感知网络视场互补原则

在基于 LSR 的分布式传感器网络中, 每个传感器  $s$  只能在自己的 FoVs 内产生相应的量测集  $Z_s^{\text{FoVs}}$ , 通常无法实现对整个跟踪场景内的所有目标进行检测. 要对整个跟踪场景内所有目标进行检测和跟踪, 需要不同传感器之间相互协作完成量测信息共享, 而直接将每个传感器上的所有量测信息共享到同一个传感器上, 由于不同传感器之间存在重复视场使得这些区域的量测信息被重复共享, 从而导致滤波过程中会出现组合爆炸问题, 计算成本高<sup>[31]</sup>. 如图 1 所示, 由 3 个视场受限的传感器组成的分布式网络中, 当传感器 2 和传感器 3 对传感器 1 进行量测信息共享时,  $\mathcal{R}_7$  区域就被重复共享 2 次,  $\mathcal{R}_4$ ,  $\mathcal{R}_5$ ,  $\mathcal{R}_6$  都被重复互补 1 次, 导致在传感器 1 上有很多重复区域的量测数据, 增加了计算成本. 为此, 本文提出视场互补方法在保证每个传感器有效进行多目标跟踪的同时降低计算量.

在有限感知范围的分布式传感器网络中, 设  $k$  时刻所有传感器的量测集为  $\mathbf{Z}_k = \{Z_{1,k}^{\text{FoV}_1}, Z_{2,k}^{\text{FoV}_2}, \dots, Z_{S,k}^{\text{FoV}_S}\}$ , 其中, 第  $s$  个传感器在其 FoVs 内产生的量测集为  $Z_{s,k}^{\text{FoV}_s} = \{z_{s,k}^1, z_{s,k}^2, \dots, z_{s,k}^{m_{s,k}}\}$ ,  $m_{s,k}$  为第  $s$  个传感器在  $k$  时刻检测到量测的个数,  $S$  表示传感器的个数, 则式 (7) 表示的整个场景的范围在此重新表示为:

$$\mathcal{R} = \bigcup_{i=1}^S \text{FoV}_i \quad (11)$$

当对第  $s$  个传感器进行视场互补时, 只需对  $\text{FoV}_s$  范围外的区域进行互补, 依次按照传感器  $i = 1, 2, \dots, S, i \neq s$  的顺序进行. 设到第  $i$  ( $i \neq s$ ) 个传感器对传感器  $s$  互补时, 需要通过  $\text{FoV}_i$  进行互补, 此时, 在  $\text{FoV}_i$  中已互补的区域为:

$$\mathcal{R}_{c,i} = \text{FoV}_i \cap \left( \left( \bigcup_{j=1, j \neq s}^{i-1} \text{FoV}_j \right) \cup \text{FoV}_s \right) \quad (12)$$

故在  $\text{FoV}_i$  中未对传感器  $s$  互补的区域为

$$\mathcal{R}_{u,i} = \text{FoV}_i - \mathcal{R}_{c,i} \quad (13)$$

其中,  $\text{FoV}_i - \mathcal{R}_{c,i}$  表示属于  $\text{FoV}_i$  但不属于  $\mathcal{R}_{c,i}$  的区域.

由 (12) 和 (13) 得到传感器  $i$  对第  $s$  个传感器未互补的区域  $\mathcal{R}_{u,i}$  后, 将该区域内的量测信息  $Z_{s,k}^{\mathcal{R}_{u,i}}$  共享到传感器  $s$  的视场中, 从而完成传感器  $i$  对传感器  $s$  互补视场的量测共享. 由于不同传感器对于同一区域检测到的量测信息都是存在噪声的, 不会是完全相同的, 故共享互补视场量测信息  $Z_{s,k}^{\mathcal{R}_{u,i}}$  时适当地添加噪声  $v_{i,k}^{\mathcal{R}_{u,i}}$  以增加量测信息的随机性, 然后进行下一个传感器对传感器  $s$  的互补. 当完成所有传感器对传感器  $s$  的视场互补后, 传感器  $s$  上的量测集为:

$$Z_{s,k}^R = Z_{s,k}^{\text{FoV}_s} \cup \left( \bigcup_{i \in \mathcal{S}, i \neq s} \left( Z_{i,k}^{\mathcal{R}_{u,i}} + v_{i,k}^{\mathcal{R}_{u,i}} \right) \right) \quad (14)$$

$$v_{i,k}^{\mathcal{R}_{u,i}} \sim \mathcal{N}(\mathbf{z}; \mathbf{0}, \mathbf{R}_k) \quad (15)$$

其中  $v_{i,k}^{\mathcal{R}_{u,i}}$  表示服从高斯分布的量测噪声,  $\mathbf{R}_k$  为第  $k$  时刻量测噪声协方差矩阵. 对每个传感器通过上述视场互补方法进行量测共享后, 得到  $k$  时刻最终的量测集为  $\mathbf{Z}_k^R = \{Z_{1,k}^R, Z_{2,k}^R, \dots, Z_{S,k}^R\}$ .

**注 1.** 上述视场互补方法是按照传感器编号的顺序依次进行视场互补的, 因此不同的编号方式会导致最终传感器互补的结果是存在差异, 由于后续的融合跟踪仍需要进行相邻传感器之间后验信息通信融合, 从而传感器互补结果的差异对后续融合跟踪性能的影响不明显.

视场互补完成后, 每个局部传感器都包含了传感网中所有传感器能观测到的场景内的量测信息, 且局部公共视场内的量测不会重复共享. 本节所提的视场互补原则对于视场受限的分布式传感器之间的后验通信融合是有必要的. 首先, 直接进行相邻传感器之间的后验信息通信融合, 由于每个传感器的视场有限, 与相邻传感器通信后也不能保证局部传感器包含整个跟踪场景的后验信息, 故仍会发生漏跟或者误跟. 其次, 即使和足够多的相邻传感器通信之后使得通信结果包含整个场景的后验信息, 在融合的时仍需考虑公共视场和非公共视场的补偿性融合问题<sup>[27]</sup>, 但通过视场互补后, 无需考虑补偿性融合问题, 使得融合更加方便. 此外, 每个传感器运行多伯努利滤波时, 目标的新生也会对跟踪性能产生很大的影响. 不进行视场互补的情况下, 每个传感器滤波时都只能在局部视场内进行新生, 容易导致目标不能及时的被检测到; 进行视场互补后, 目标新生范围可扩展到整个场景, 每个新生目标都能同时通过多个传感器的量测进行跟踪, 部分传感

器没有及时跟踪上新生目标, 也可以通过其他传感器弥补, 有效提高跟踪性能.

### 3 分布式多伯努利关联 AA 融合

本节在视场互补的基础上介绍多伯努利关联 AA 融合方法的实现.

#### 3.1 多伯努利滤波

文献 [8] 提出的 MeMBer 滤波在目标估计时存在势偏差, 而文献 [9] 中所提的势平衡 MeMBer (Cardinality balance MeMBer, CBMeMBer) 滤波继承了 MeMBer 滤波的优点并能准确的估计目标数, 故本文在每个传感器上运行 CBMeMBer 滤波. 通过第 2 章的介绍, 每个伯努利分量的后验概率密度都由存在概率  $r$  和目标状态的 PDF  $p(\mathbf{x})$  表示, 其  $p(\mathbf{x})$  由一组带权重的粒子  $\{w^j, \mathbf{x}^j\}_{j=1}^L$  表示,  $L$  为粒子数, 这样算法模型不再局限于高斯噪声和模型假设, 具有更好的普适性. 在分布式传感器网络中, 每个局部传感器  $s = 1, \dots, S$  对当前的多伯努利后验密度  $\{r_{s,k}^l, p(\mathbf{x}_{s,k}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k}}$  预测和更新, 其中,  $M_{s,k}$  表示第  $s$  个传感器上当前伯努利分量数目,  $\mathbf{x}_{s,k}^l = \{\mathbf{x}_{s,k}^{l,1}, \mathbf{x}_{s,k}^{l,2}, \dots, \mathbf{x}_{s,k}^{l,L_l}\}$  表示第  $l$  个伯努利成分的粒子集, 且每个粒子对应的权重表示为  $\mathbf{W}_{s,k}^l = \{w_{s,k}^{l,1}, w_{s,k}^{l,2}, \dots, w_{s,k}^{l,L_l}\}$ . CBMeMBer 滤波详细的预测, 更新, 修剪和截断步骤参见文献 [9], 通过 SMC 方法实现时, 需要对每个粒子都进行预测和更新, SMC 实现的预测更新过程如下:

1) 预测: 假设  $k-1$  时刻传感器  $s$  上的多伯努利后验  $\{r_{s,k-1}^l, p(\mathbf{x}_{s,k-1}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k-1}}$  表示为  $\{r_{s,k-1}^l, \{w_{s,k-1}^j, \mathbf{x}_{s,k-1}^j\}_{j=1}^{L_{s,k-1}}\}_{l=1}^{M_{s,k-1}}$ , 预测后的后验信息为  $\{r_{s,k|k-1}^l, p(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k|k-1}}$ , 其中包括存活多伯努利后验信息和新生多伯努利后验信息, 存活后验信息的预测计算如下:

$$r_{s,k|k-1}^l = r_{s,k-1}^l \sum_{j=1}^{L_{s,k-1}} w_{s,k-1}^j p_{s,k}(\mathbf{x}_{s,k-1}^j) \quad (16)$$

$$p(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^l) = \sum_{j=1}^{L_{s,k-1}} \tilde{w}_{s,k-1}^j \delta_{x_{s,k|k-1}^j}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

其中,  $\delta_{x_{s,k|k-1}^j}(\mathbf{x})$  为狄拉克函数,  $\tilde{w}_{s,k-1}^j$  为归一化权重, 计算如下:

$$\tilde{w}_{s,k-1}^j = \frac{w_{s,k-1}^j}{\sum_{j=1}^{L_{s,k-1}} w_{s,k-1}^j}$$

2) 更新: 在  $k$  时刻传感器  $s$  上预测的多伯努利后验为  $\{r_{s,k|k-1}^l, p(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k|k-1}}$  其中  $p(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^l)$  由一组带权值的粒子  $\{w_{s,k|k-1}^j, \mathbf{x}_{s,k|k-1}^j\}_{j=1}^{L_{s,k|k-1}}$  表示, 更新后的多伯努利后验密度为  $\{r_{s,k}^l, p(\mathbf{x}_{s,k}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k}}$ , 由遗留后验  $\{r_{s,k,L}^l, p_L(\mathbf{x}_{s,k}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k,L}}$  和量测更新后验  $\{r_{s,k,U}^l, p_U(\mathbf{x}_{s,k}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k,U}}$  组成, 计算如下:

$$r_{s,k,L}^l = \frac{r_{s,k|k-1}^l \left( 1 - \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} w_{s,k|k-1}^j P_D(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^j) \right)}{1 - r_{s,k|k-1}^l \left( \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} w_{s,k|k-1}^j P_D(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^j) \right)} \quad (18)$$

$$p_L(\mathbf{x}_{s,k}^l) = \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} \tilde{w}_{s,k|k-1}^j \delta_{x_{s,k|k-1}^j}(\mathbf{x}) \quad (19)$$

$$p_U(\mathbf{x}_{s,k}^l) = \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} \tilde{w}_{s,k|k-1}^j (\mathbf{Z}_{s,k}^R) \delta_{x_{s,k|k-1}^j}(\mathbf{x}) \quad (21)$$

其中  $\tilde{w}_{s,k|k-1}^j (\mathbf{Z}_{s,k}^R)$  为归一化权重,  $g(\mathbf{Z}_{s,k}^R | \mathbf{x}_k^j)$  为高斯似然函数.

#### 3.2 粒子后验分布的参数化

各传感器局部多伯努利滤波完成后, 需要进行传感器之间的通信融合. 虽然粒子后验分布可以理论上逼近任意后验分布<sup>[34]</sup>, 但是对粒子集进行通信时, 通信成本高, 为节省相邻传感器之间的通信成本以及后续伯努利关联的需要, 将每个用粒子集表示的伯努利分量  $\{r_{s,k}^l, \{\mathbf{x}_{s,k}^l, w_{s,k}^j\}_{j=1}^{L_l}\}_{l=1}^{M_{s,k}}$  后验参数化为服从高斯概率密度函数  $\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{u}_{s,k}^l, \mathbf{P}_{s,k}^l)$ ,  $l = 1, \dots, M_{s,k}$  的高斯分量, 其中  $\mathbf{u}_{s,k}$  表示粒子集的加权均值,  $\mathbf{P}_{s,k}$  表示高斯分量的协方差矩阵. 详细的后验参数化如下:

$$r_{s,k,U}^l = \frac{r_{s,k|k-1}^l \left( \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} g(\mathbf{Z}_{s,k}^R | \mathbf{x}_k^j) w_{s,k|k-1}^j P_D(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^j) \right)}{1 - r_{s,k|k-1}^l + r_{s,k|k-1}^l \left( \sum_{j=1}^{L_{s,k|k-1}} g(\mathbf{Z}_{s,k}^R | \mathbf{x}_k^j) w_{s,k|k-1}^j P_D(\mathbf{x}_{s,k|k-1}^j) \right)} \quad (20)$$

$$\mathbf{u}_{s,k}^l = \sum_{i=1}^{L_l} \bar{w}_{s,k}^i \mathbf{x}_{s,k}^{l,i} \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{s,k}^l = \sum_{i=1}^{L_l} \bar{w}_{s,k}^i (\mathbf{x}_{s,k}^{l,i} - \mathbf{u}_{s,k}^l) (\mathbf{x}_{s,k}^{l,i} - \mathbf{u}_{s,k}^l)^T \quad (23)$$

其中  $L_l$  为第  $l$  个伯努利分量的粒子数, 归一化权重  $\bar{w}_{s,k}^i$  计算如下:

$$\bar{w}_{s,k}^i = \frac{w_{s,k}^i}{\sum_{i=1}^{L_l} w_{s,k}^i}$$

### 3.3 伯努利关联 AA 融合

通过相邻传感器之间的信息通信, 使得每个传感器都包含相邻传感器的后验信息。文献 [19–21] 中的泛洪通信方法有较快地收敛速度, 而且可以有效应对有限视场 FoV 不完全重合场景<sup>[29]</sup>, 故本文使用该方法进行相邻传感器之间的通信。设传感器间通信迭代次数为  $t = 0, 1, \dots, T$ ,  $\mathcal{S}_s(t)$  表示与第  $s$  个传感器的距离为  $t$  的相邻传感器的集合。传感器  $s = 1, \dots, S$  迭代  $t$  次之后, 该传感器上的后验概率密度集合为

$$\pi_{s,k}^{(t)}(\mathbf{X}) = \bigcup_{j \in \mathcal{S}_s(\leq t)} \pi_{j,k}(\mathbf{X}_j) \quad (24)$$

其中,  $t = 0$  时,  $\pi_{s,k}^{(0)}(\mathbf{X}) = \pi_{s,k}(\mathbf{X})$ .

用存在概率  $r$  和空间分布  $p(\mathbf{x})$  以及粒子集进行描述时, 迭代  $t$  次之后可表示如下:

$$\begin{aligned} & \{r_{s,k}^l(t), \mathbf{x}_{s,k}^l(t), \mathbf{W}_{s,k}^l(t)\}_{l=1}^{M_{s,k}(t)} = \\ & \bigcup_{j \in \mathcal{S}_s(\leq t)} \{r_{j,k}^l, \mathbf{x}_{j,k}^l, \mathbf{W}_{j,k}^l\}_{l=1}^{M_{j,k}} \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$M_{s,k}(t) = M_{s,k} + \sum_{j \in \mathcal{S}_s(\leq t)} M_{j,k} \quad (26)$$

由于已经进行了伯努利粒子后验参数化, 故通信后的结果可重新表示为:

$$\begin{aligned} & \{r_{s,k}^l(t), \mathbf{u}_{s,k}^l(t), \mathbf{P}_{s,k}^l(t)\}_{l=1}^{M_{s,k}(t)} = \\ & \bigcup_{j \in \mathcal{S}_s(\leq t)} \{r_{j,k}^l, \mathbf{u}_{j,k}^l, \mathbf{P}_{j,k}^l\}_{l=1}^{M_{j,k}} \end{aligned} \quad (27)$$

通信完成之后, 在每个传感器节点上进行局部多伯努利 AA 融合操作。由第 1.3 节的介绍可知, 在单伯努利滤波中, 设每个传感器  $s = 1, \dots, S$  滤波后的的伯努利后验概率密度为  $\pi_s(\mathbf{X})$ , 则通信后传感器之间的伯努利 AA 融合为<sup>[21]</sup>:

$$\pi_{\text{AA}}(\mathbf{X}) = \sum_{s=1}^S w_s \pi_s(\mathbf{X}) \quad (28)$$

但在 CBMeMBer 滤波中, 由于每个传感器的后验密度  $\pi_s(\mathbf{X})$  都是多伯努利随机参数集形式的, 每个伯努利成分代表不同的目标, 故不能直接用式 (28) 进行融合<sup>[10]</sup>。本文通过对通信后的伯努利分量进行关联, 将同一目标的伯努利分量关联到同一个子集中, 然后对每一个关联子集用式 (28) 进行 AA 融合。伯努利分量的关联采用距离关联法<sup>[19]</sup>, 计算传感器  $s$  上通信后来自不同传感器  $s' \in \mathcal{S}_s(\leq t)$  的伯努利分量后验参数化的高斯均值  $\mathbf{u}_{s,k}^i$  和  $\mathbf{u}_{s',k}^j$  之间的马氏距离:

$$d = (\mathbf{u}_{s,k}^i - \mathbf{u}_{s',k}^j)^T \mathbf{Q}_{s,k}^{-1} (\mathbf{u}_{s,k}^i - \mathbf{u}_{s',k}^j) \quad (29)$$

其中,  $\mathbf{Q}_{s,k}^{-1}$  为过程噪声协方差矩阵矩阵的逆矩阵, 需要设置门限阈值  $D_{\max}$  控制关联分组。如果这两个伯努利分量之间的距离  $d < D_{\max}$ , 则认为由这两个伯努利分量表示的是同一个目标, 故把这两个伯努利分量放入到同一个子集中。门限阈值  $D_{\max}$  的设置有一个明确的物理意义, 它表明状态  $\mathbf{u}_{s,k}^i$  和状态  $\mathbf{u}_{s',k}^j$  之间的距离不超过标准偏差  $D_{\max}$  的概率<sup>[35]</sup> 或概率的一个下限, 该概率的计算为:

$$\Pr \left[ \left( \mathbf{u}_{s,k}^i - \mathbf{u}_{s',k}^j \right)^T \mathbf{Q}_{s,k}^{-1} \left( \mathbf{u}_{s,k}^i - \mathbf{u}_{s',k}^j \right) \leq D_{\max}^2 \right] \leq \gamma \left( \frac{N}{2}, \frac{D_{\max}^2}{2} \right) \quad (30)$$

其中,  $N$  表示目标状态的个数,  $\gamma$  表示不完全卡方分布。下面通过一个简单的实例说明距离划分关联方法。

**例 1.** 考虑在一个跟踪场景中用 2 个传感器进行多目标跟踪的情况。在  $k$  时刻, 两个传感器都运行 CBMeMBer 滤波, 其参数化后验为  $\pi_s(X) = \{r_{s,k}^l, p(x_{s,k}^l)\}_{l=1}^{M_{s,k}}$ ,  $s = 1, 2$ , 其中,  $M_{1,k} = 3$ ,  $M_{2,k} = 2$ , 其空间分布  $p(x_{s,k}^l)$  服从的高斯分布为  $p(x_{1,k}^1) = \mathcal{N}(x; 10, 100)$ ,  $p(x_{1,k}^2) = \mathcal{N}(x; 150, 100)$ ,  $p(x_{1,k}^3) = \mathcal{N}(x; 360, 100)$ ,  $p(x_{2,k}^1) = \mathcal{N}(x; 350, 100)$ ,  $p(x_{2,k}^2) = \mathcal{N}(x; 17, 100)$ 。

设置距离阈值  $D_{\max} = 50$ , 通过上述距离划分方法可知  $p(x_{1,k}^1)$  与  $p(x_{2,k}^2)$  之间的距离小于阈值  $D_{\max}$ , 故认为  $p(x_{1,k}^1)$  与  $p(x_{2,k}^2)$  表示的为同一个目标。同理,  $p(x_{1,k}^3)$  与  $p(x_{2,k}^1)$  的距离也小于阈值, 同样认为是同一个目标。需要注意的是, 该方法对同一时刻目标交叉的情况无法有效地区分。

接下来对关联子集进行 AA 融合。假设在  $k$  时刻传感器  $s$  通过马氏距离关联法一共关联了  $C_{s,k}$  个子集，每个子集中的成分表示的是同一个目标，每一簇  $c = 1, \dots, C_{s,k}$  中对应的伯努利分量数为  $J_{s,k}^{(c)}$ ，子集中所有伯努利成分所在的传感器集合为  $\mathcal{S}_{s,k}^{(c)} \subseteq \mathcal{S}_{s,k} (\leq T)$ 。在这里把第  $c$  个子集中伯努利分量  $(r_{s,k}^{(c,l)} p_{s,k}^{(c,l)}(\mathbf{x}))_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}$  的参数重新写成  $\{r_{j,k}^{(c,l)}, \mathbf{u}_{j,k}^{(c,l)}, \mathbf{P}_{s,k}^{(c,l)}\}_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}$ ，其中  $j \in \mathcal{S}_{s,k}^{(c)}$ 。然后对于每一个关联子集的参数进行 AA 融合，如下：

$$\bar{r}_{s,k}^{(c)} = \frac{1}{|\mathcal{S}_{s,k}^{(c)}|} \sum_{j \in \mathcal{S}_{s,k}^{(c)}} r_{j,k}^{(c)} \quad (31)$$

$$\bar{p}_{s,k}^{(c)}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sum_{j \in \mathcal{S}_{s,k}^{(c)}} r_{j,k}^{(c)}} \sum_{j \in \mathcal{S}_{s,k}^{(c)}} r_{j,k}^{(c)} p_{j,k}^{(c)}(\mathbf{x}) \quad (32)$$

局部传感器运行多伯努利滤波之后的目标个数估计为

$$N_{s,k} = \sum_{l=1}^{M_{s,k}} r_{s,k}^l \quad (33)$$

通信 AA 融合之后的个数估计为

$$\bar{N}_{s,k} = \frac{1}{|\mathcal{S}_{s,k} (\leq T)|} \sum_{j \in \mathcal{S}_{s,k} (\leq T)} N_{j,k} \quad (34)$$

在传感器  $s$  上对所有关联子集融合完成之后，每个子集都是一个新的伯努利分量表示为  $\{\bar{r}_{s,k}^{(c)}, \{\mathbf{u}_{s,k}^{(c,l)}, \mathbf{P}_{s,k}^{(c,l)}\}_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}\}_{c=1}^{C_{s,k}}$ 。然后通过  $\bar{r}_{s,k}^{(c)}$  和  $\bar{N}_{s,k}$  在此传感器上进行状态提取，并将滤波更新后的伯努利分量返回在下一次迭代中使用。视场互补多伯努利关联 AA 融合 SMC 实现算法总结如下：

**输入：** $k-1$  时刻滤波后的伯努利分量  $\{\{r_{s,k-1}^l, \{w_{s,k-1}^j, \mathbf{x}_{s,k-1}^{l,j}\}_{j=1}^{L_l}\}_{l=1}^{M_{s,k-1}}\}_{s=1}^S$ 。 $k$  时刻的量测集  $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{Z}_{1,k}^{\text{FoV}_1}, \mathbf{Z}_{2,k}^{\text{FoV}_2}, \dots, \mathbf{Z}_{S,k}^{\text{FoV}_S}\}$ 。

for  $s = 1, \dots, S$

根据式 (12)~(14) 进行量测互补得到  $\mathbf{Z}_{s,k}^R$ 。

end

得到量测集为  $\mathbf{Z}_k^R = \{\mathbf{Z}_{1,k}^R, \mathbf{Z}_{2,k}^R, \dots, \mathbf{Z}_{S,k}^R\}$ 。

for  $s = 1, \dots, S$

在  $\mathbf{Z}_{s,k}^R$  基础上运行 CBMeMBer 滤波器<sup>[9]</sup> 得到

$\{r_{s,k}^l, \{w_{s,k}^j, \mathbf{x}_{s,k}^{l,j}\}_{j=1}^{L_l}\}_{l=1}^{M_{s,k}}$ 。其中  $M_{s,k}$  表示伯努利分量数， $L_l$  表示伯努利分量中的粒子数。

end

for  $s = 1, \dots, S$

按照式 (22)、(23) 将粒子集表示的伯努利分量

转化为高斯和分量  $\{r_{s,k}^l, \mathbf{u}_{s,k}^l, \mathbf{P}_{s,k}^l\}_{l=1}^{M_{s,k}}$ 。

end

for  $s = 1, \dots, S$

for  $t = 0, 1, \dots, T$

按式 (27) 进行通信得到  $\{r_{s,k}^l, \mathbf{u}_{s,k}^l, \mathbf{P}_{s,k}^l\}_{l=1}^{M_{s,k}(T)}$ ，

$M_{s,k}(T)$  表示通信后传感器  $s$  上的伯努利分量数。

end

根据式 (29)、(30) 进行伯努利关联得到  $\{\{r_{s,k}^{(c,l)},$

$\mathbf{u}_{s,k}^{(c,l)}, \mathbf{P}_{s,k}^{(c,l)}\}_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}\}_{c=1}^{C_{s,k}}$ ，其中  $C_{s,k}$  表示关联之后的子集数， $J_{s,k}^{(c)}$  表示第  $c$  个子集中的伯努利分量数。

for  $c = 1, \dots, C_{s,k}$

由式 (31) 计算子集融合存在概率  $\bar{r}_{s,k}^{(c)}$ 。

按照式 (32) 计算融合空间分布  $\bar{p}_{s,k}^{(c)}(\mathbf{x})$ 。

按照式 (33) 和 (34) 计算融合后的目标估计个数  $\bar{N}_{s,k}$ 。

end

融合后在传感器上得到新的伯努利分量  $\{\bar{r}_{s,k}^{(c)},$

$\{\mathbf{u}_{s,k}^{(c,l)}, \mathbf{P}_{s,k}^{(c,l)}\}_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}\}_{c=1}^{C_{s,k}}$ 。

end

根据  $\{\bar{r}_{s,k}^{(c)}, \{\mathbf{u}_{s,k}^{(c,l)}, \mathbf{P}_{s,k}^{(c,l)}\}_{l=1}^{J_{s,k}^{(c)}}\}_{c=1}^{C_{s,k}}, s = 1 \dots S$  进行状态提取得到  $\mathbf{X}_s$ ，并返回状态估计值和滤波后的伯努利分量。

**输出：**每个传感器滤波更新后的伯努利分量

$\{r_{s,k}^l, \{w_{s,k}^j, \mathbf{x}_{s,k}^{l,j}\}_{j=1}^{L_l}\}_{l=1}^{M_{s,k}}$  和  $\mathbf{X}_s$ 。

## 4 仿真实验

### 4.1 仿真设置

设置如图 2 所示的有 10 个传感器的分布式传感器网络，每个传感器的检测范围是以传感器位置  $(x_s, y_s)$  为圆心， $r_s$  为半径的圆形区域。整个场景的范围设置为  $[-1.5 \text{ km}, 1.5 \text{ km}] \times [-1.5 \text{ km}, 1.5 \text{ km}]$ ，所有传感器都分布在该范围，并且假设有 6 个真实目标在该场景内运动，目标的初始位置和存活时间长度如表 1 所示。目标状态记为  $\mathbf{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, w_k]$ ，其中  $[x_k, y_k]$  表示目标位置坐标， $[\dot{x}_k, \dot{y}_k]$  表示目标的速度信息， $w_k$  为转弯率。设每个时刻在整个区域内新生 3 个目标，且用多伯努利后验密度描述为  $\{r_{B,k}^l, p_{B,k}^l(\mathbf{x})\}_{l=1}^3$ ，其中， $r_B^1 = r_B^2 = r_B^3 = 0.02$ ， $p_{B,k}^l(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_B^l, \boldsymbol{\Sigma}_B)$ ， $\boldsymbol{\mu}_B^1 = [-600, 0, -600, 0, 0]^T$ ，

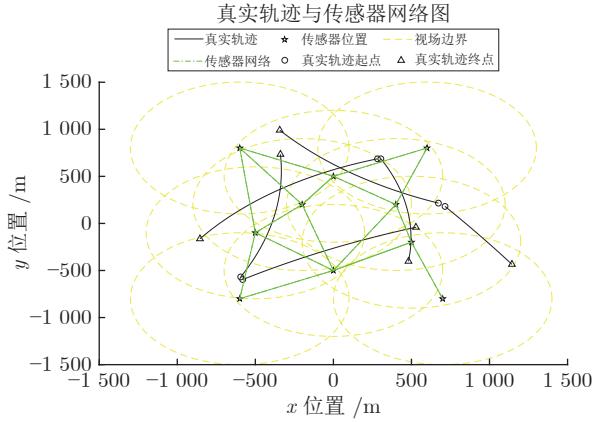


图 2 分布式传感器网络与真实轨迹

Fig.2 Distributed sensor networks and real trajectories

表 1 目标初始位置和存活时间

Table 1 Target's initial position and survival time

目标	出生位置	出生时间 (s)	死亡时间 (s)
目标1	[-596.14, -606.75]	1	70
目标2	[307.38, 693.2]	10	65
目标3	[692.7, 206.8]	20	80
目标4	[700, 200]	30	60
目标5	[-603.9, -588.93]	40	100
目标6	[294.12, 705.41]	50	100

$\mu_B^2 = [200, 0, 600, 0, 0]^T$ ,  $\mu_B^3 = [700, 0, 200, 0, 0]^T$ ,  $\Sigma_B = \text{diag}\{50, 50, 50, 50, 6(\pi/180)\}$ , 每个新生以  $\mu_B^l$  为均值,  $\Sigma_B$  为协方差的高斯分布产生 300 个粒子. 存活目标独立于新生目标, 所有目标的存活概率为  $P_{S,k}(\mathbf{x}_k) = 0.98$ , 存活单目标遵循采样周期为 1 s 的协同转弯运动模型, 其状态转移模型为

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = F(\omega_{k-1})\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{v}_{s,k} \quad (35)$$

其中,  $\mathbf{v}_{s,k}$  是服从均值为  $\mathbf{0}$ , 协方差为  $\mathbf{Q}$  的高斯白噪声,  $F(\omega)$  和  $\mathbf{Q}$  如下

$$F(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega}{\omega} & 0 & -\frac{1-\cos \omega}{\omega} & 0 \\ 0 & \cos \omega & 0 & -\sin \omega & 0 \\ 0 & \frac{1-\cos \omega}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega}{\omega} & 0 \\ 0 & \sin \omega & 0 & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_w^2}{2} & \frac{\sigma_w^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sigma_w^2}{2} & \frac{\sigma_w^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_w^2}{2} & \frac{\sigma_w^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_w^2}{2} & \frac{\sigma_w^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_u^2 \end{bmatrix}$$

其中,  $\sigma_w = 5 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_u = (\pi/180) \text{ rad/s}$  为标准偏差.

每个传感器  $s \in \mathcal{S}$ , 在  $\text{FoVs}$  范围内依检测概率  $P_s^d$  产生相应的目标量测和服从泊松分布的均值为  $\lambda = 5$  的杂波量测, 产生如下

$$\mathbf{Z}_{s,k} = \begin{bmatrix} \sqrt{(p_{x,k} - x_s)^2 + (p_{y,k} - y_s)^2} \\ \arctan((p_{y,k} - y_s)/(p_{x,k} - x_s)) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_{s,k} \quad (36)$$

其中  $\boldsymbol{\varepsilon}_{s,k}$  是服从均值为  $\mathbf{0}$ , 协方差为  $\mathbf{R}_k$  的高斯分布的量测噪声,  $\mathbf{R}_k = \text{diag}\{\sigma_{k,r}^2, \sigma_{k,\theta}^2\}$ ,  $\sigma_{k,r} = 10 \text{ m}$ ,  $\sigma_{k,\theta} = \pi/180 \text{ rad}$ ,  $p_{x,k}$  与  $p_{y,k}$  表示真实目标的坐标值.

滤波性能通过最优子模式 (Optimal subpattern assignment, OSPA)<sup>[36]</sup> 误差来评估, 其中, 阶数参数  $p = 1$ , 惩罚参数  $c = 100 \text{ m}$ . 设置不同的仿真场景进行比较分析.

#### 4.2 场景 1: 视场互补性能验证

为验证本文所提视场互补法相对于直接量测交换在跟踪有效性和计算效率的提升, 通过单传感器进行滤波跟踪. 实验中, 传感网的所有传感器都具有相同的性能, 即每个传感器的传感半径均为  $r_s = 700 \text{ m}$ , 检测概率均为  $P_s^d = 0.9$ . 由于每个传感器都进行视场互补, 但互补后的量测数据存在差异, 故先验证互补后各个单传感器跟踪性能的差异. 每个单传感器视场互补后单独运行 CBMeMBer 滤波进行目标估计, 并统计每个传感器 100 次蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 实验跟踪性能的时间平均 OSPA (Time-averaged network OSPA, TNOSPA) 误差, 实验结果如图 3 所示.

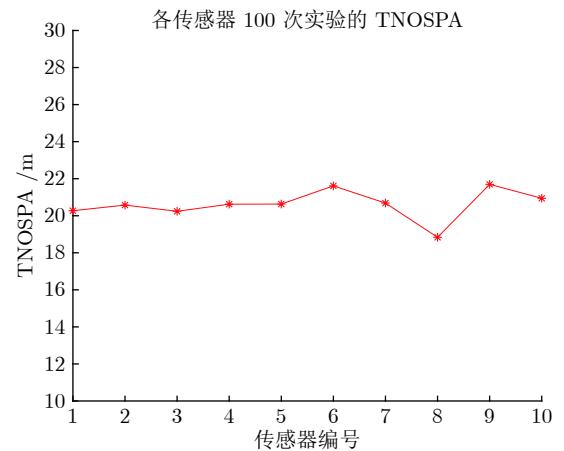


图 3 各传感器视场互补后滤波跟踪的 TNOSPA

Fig.3 Tracking error TNOSPA of local sensors with complementary field of view

由图 3 可知, 各传感器单独跟踪的性能存在一些差异, 但是从图中看出各传感器之间的差异不明显, 并且单传感器滤波后还需要进行相邻传感器之间的通信融合, 这种差异的影响就更小. 故在该场景中随机选取第 7 个传感器进行单传感器在不同情况下的跟踪性能对比, 以下三种情况对比. M1: 所有的局部传感器不进行视场互补, 用第 7 个传感器独立的进行 CBMeMBer 跟踪 (未互补估计). M2: 所有局部传感器通过视场互补算法进行量测互补然后进行 CBMeMBer 滤波跟踪, 用第 7 个传感器的结果进行对比 (互补估计). M3: 所有传感器的量测信息都共享到第 7 个传感器, 然后进行 CBMeMBer 滤波跟踪 (共享估计). 首先对 M1 和 M2 进行仿真验证视场互补在跟踪性能上的有效性, 仿真结果如图 4 和图 5 所示.

图 4(a) 与图 5(a) 中点虚线内的范围所表示的是第 7 个传感器的视场范围, 通过图 4(a) 与图 5(a) 的仿真跟踪结果对比可以明显看出, 不经过任何处理的情况下, 单个传感器只能对自己视场内的目标进行跟踪, 而经过视场互补后用单个传感器能对整个场景的目标进行跟踪, 跟踪性能明显提升. 从图 4(b) 和图 5(b) 的 OSPA 误差结果也可以看出进行视场互补之后的 OSPA 误差明显小很多, 由以上分析可表明视场互补算法是有效的.

然后, 继续选用第 7 个传感器对 M1, M2 和 M3 进行仿真, 运行 200 次 MC 实验, 并统计 OSPA 误差和势估计, 以及每种方法的运行时间, 验证视场互补方法相对直接共享所有量测信息在计算效率上能有显著提升. 仿真结果对比图如图 6 所示, 单次

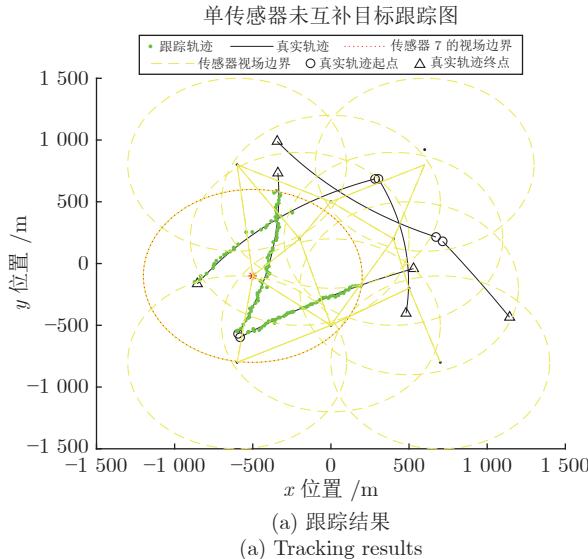


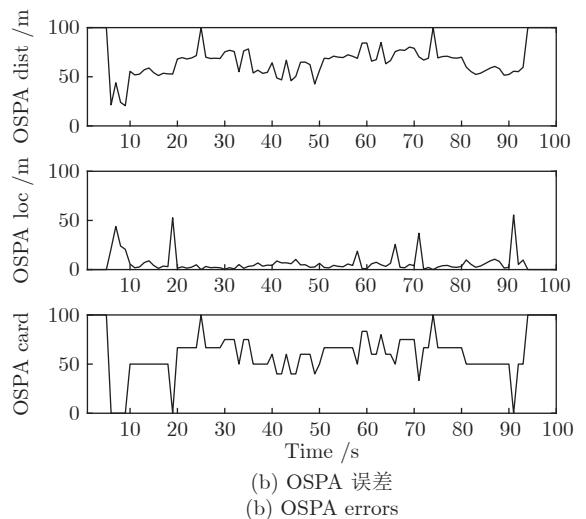
图 4 M1 情况下目标跟踪性能  
Fig. 4 Target tracking performance in M1

MC 运行平均时间如表 2 所示.

由图 6(a) 的 OSPA 误差统计图可以看出, 通过视场互补和共享所有量测信息方法的误差都明显比未处理方法的误差要小很多, 但是视场互补方法的平均误差更小一些. 从图 6(b) 可以看出 M2 方法在目标势估计上与真实目标势相近, 而 M3 方法对目标势严重过估, 这是因为在 M3 中, 同一个目标会有很多个量测, 所以也就导致了图 6(a) 中 M3 方法的平均 OSPA 误差要比 M2 方法的平均 OSPA 误差大. 再从表 2 所示的单次 MC 平均运行时间可以看出 M2 视场互补方法比 M3 共享所有量测信息的方法要快近 3 倍. 通过上面对比分析可知本文所提的视场互补方法在多目标跟踪中是有效的, 而且明显的提升了计算效率.

### 4.3 场景 2: 分布式视场互补多伯努利关联 AA 融合性能分析

在 LSR 分布式传感器网络中, 网络直径  $D = 5$ , 泛洪通信迭代最大值  $T = 3$ , 其他设置同场景 1. 下面将对不同的方法进行仿真对比. 先对本文所提出的基于 LSR 的视场互补分布式多伯努利关联 AA 融合估计方法 (互补融合估计) 进行仿真. 然后, 在 LSR 分布式传感器网络背景下, 仿真了几个不同的方法, 并与本文方法进行对比. 方法 1 是各局部传感器不进行信息共享和视场互补, 直接运行 CBMeMBer 滤波器, 再进行相邻传感器之间的伯努利通信关联 AA 融合估计 (未互补融合估计). 方法 2 选用文献 [10, 21] 中的泛洪通信方法直接对传感器的量测进行通信, 然后对通信结果进行密度聚类<sup>[37]</sup>



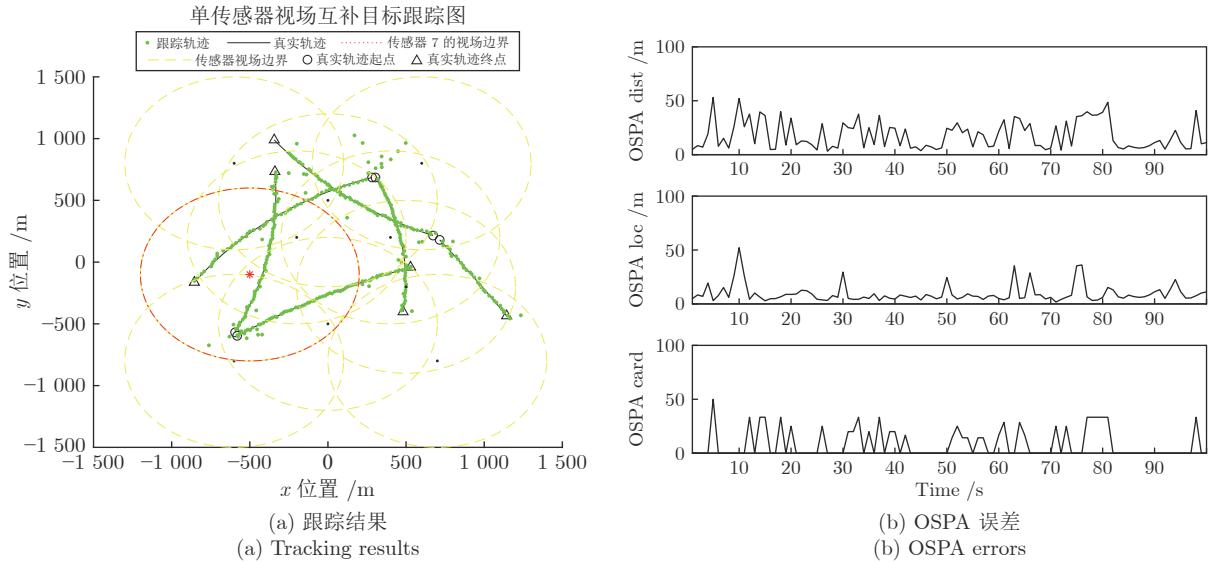


图 5 M2 情况下目标跟踪性能  
Fig.5 Target tracking performance in M2

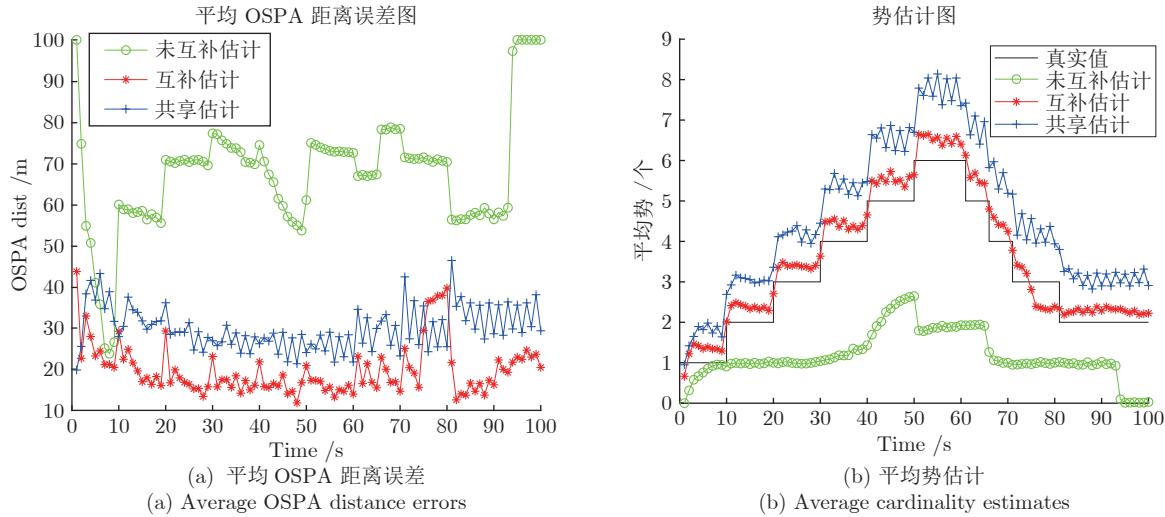


图 6 第 7 个传感器跟踪性能对比结果  
Fig.6 The sensor 7 tracks performance comparison results

表 2 单次 MC 平均运行时间  
Table 2 Average running time per MC

方法	时间(s)
未互补估计(M1)	2.7923
视场互补估计(M2)	9.8989
共享估计(M3)	32.7096

操作, 以聚类中心作为目标估计结果(量测聚类估计). 方法 3 是本文提出的方法, 选用场景 1 的 M2 情况, 传感器之间进行视场互补, 然后运行单传感器局部多伯努利滤波进行目标估计(单互补估计). 方法 4 选用场景 1 的 M3 方法, 共享所有量测信息,

再进行滤波估计(单共享估计). 每个方法都运行 100 次 MC 仿真实验, 并统计仿真结果的 OSPA 误差和势估计误差, 统计结果如图 7 所示, 且每个方法的平均运行时间如表 3 所示.

图 7(a) 表示目标跟踪结果图, 本文方法能有效的进行跟踪. 从图 7(b) 是不同方法下的平均势估计, 从结果可以看出, 视场互补后再通过关联 AA 融合的方法比其他几种方法的势估计更加的准确, 始终接近真实值. 图 7(c) 表示不同方法下的平均 OSPA 误差统计结果, 可以看出本文所提方法的 OSPA 误差更小, 明显比未进行互补直接关联融合的方法有效. 该仿真结果表明本文所提视场互补多

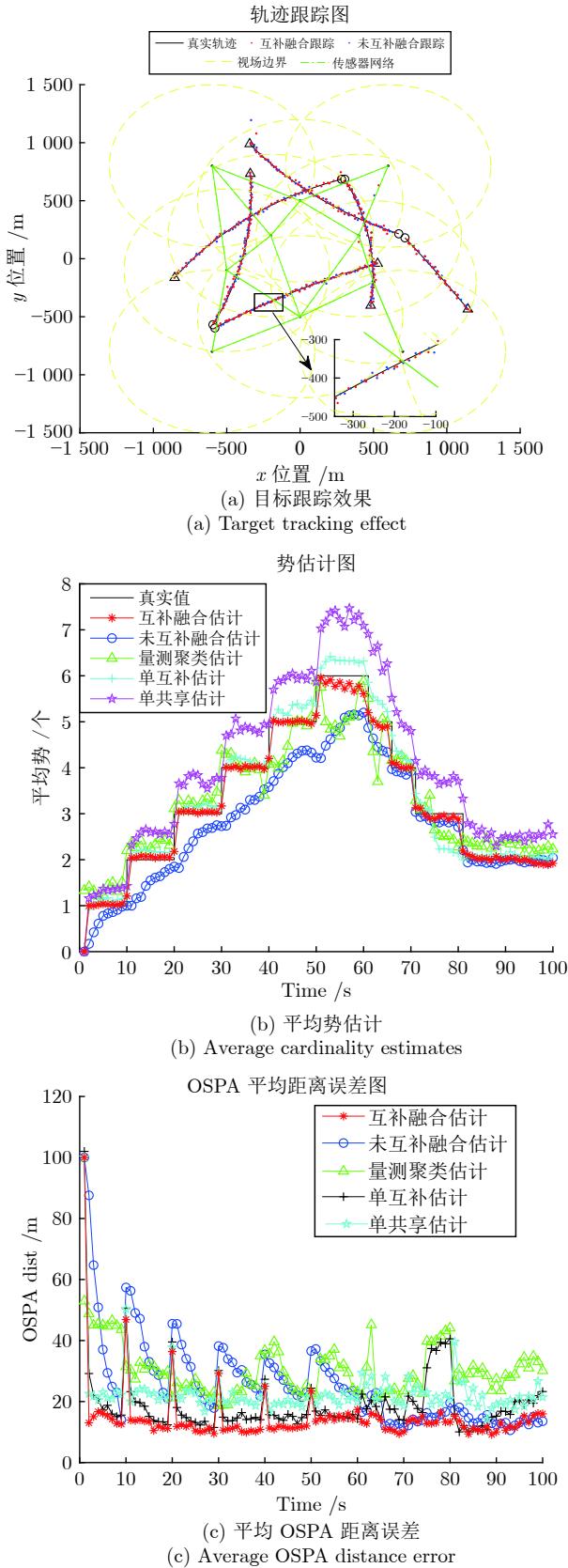


图 7 多传感器多伯努利滤波 AA 融合仿真效果

Fig. 7 Multi-sensor multi-Bernoulli filter AA fusion simulation effect

表 3 单次 MC 平均运行时间

Table 3 Average running time per MC

方法	时间(s)
单互补估计	9.9252
量测聚类估计	10.4984
未互补融合估计	15.5495
单共享估计	31.5351
互补融合估计	45.5696

伯努利关联 AA 融合方法对视场受限的分布式传感器网络多目标跟踪是有效的。从表 3 的平均运行时间可知视场互补单传感器滤波的运行速度是最快的，而运行泛洪通信伯努利关联 AA 融合的方法的运行速度是最慢的，但是从图 7 可知该方法提高了跟踪性能。

#### 4.4 场景 3：增加目标数进行多目标跟踪综合分析

为了进一步验证本文方法是否适应更多目标的场景，在场景 2 的基础上将目标数增加至 11 个进行仿真实验，其中有部分目标存活时间较短，该场景中目标同时存活的目标最大数为 8 个。并在不同的存活概率和检测概率下进行实验以验证本文方法的有效性和鲁棒性。同样每个方法运行 100 次 MC 实验，并统计其势估计与 OSPA 误差，仿真结果如图 8、图 9 和图 10 所示。

由图 8(a) 可知，在目标数较多时，本文所提方法仍能有效地对目标进行跟踪。从图 8(b) 目标势估计可以看出所提方法在势估计上始终与真实值接近，优于其他对比方法。从 8(c) 可以看出，通过互补后进行 AA 融合估计方法始终比较稳定，且误差相对于其他方法更低，这表明该算法进行多目标跟踪的有效性。从图中也能看出 OSPA 在某些时刻存在峰值，这是由于目标出现和消失没有及时检测到而导致的。

图 9 是所提的互补后再进行伯努利关联 AA 融合方法在不同存活率下的跟踪性能对比图。从图中可以看出本文方法在不同存活率下的跟踪性能差异不明显，都能有效地进行多目标跟踪，但存活率越高，性能会更优，这也表明本文方法针对不同的存活率具有鲁棒性和稳健性。

图 10 是所提算法在不同检测概率下的跟踪性能对比图，从图 10(a) 可以看出检概率越高跟踪误差越小，从图 10(b) 也可以看出检测概率越高势估计更加准确，当检测概率小于 0.5 之后 OSPA 误差非常大且势估计完全偏离。

为了和另外两种融合方法进行对比，本文还对不同方法在不同存活率下和不同检测概率下的 TN-OSPA 进行统计，结果如图 11 所示。

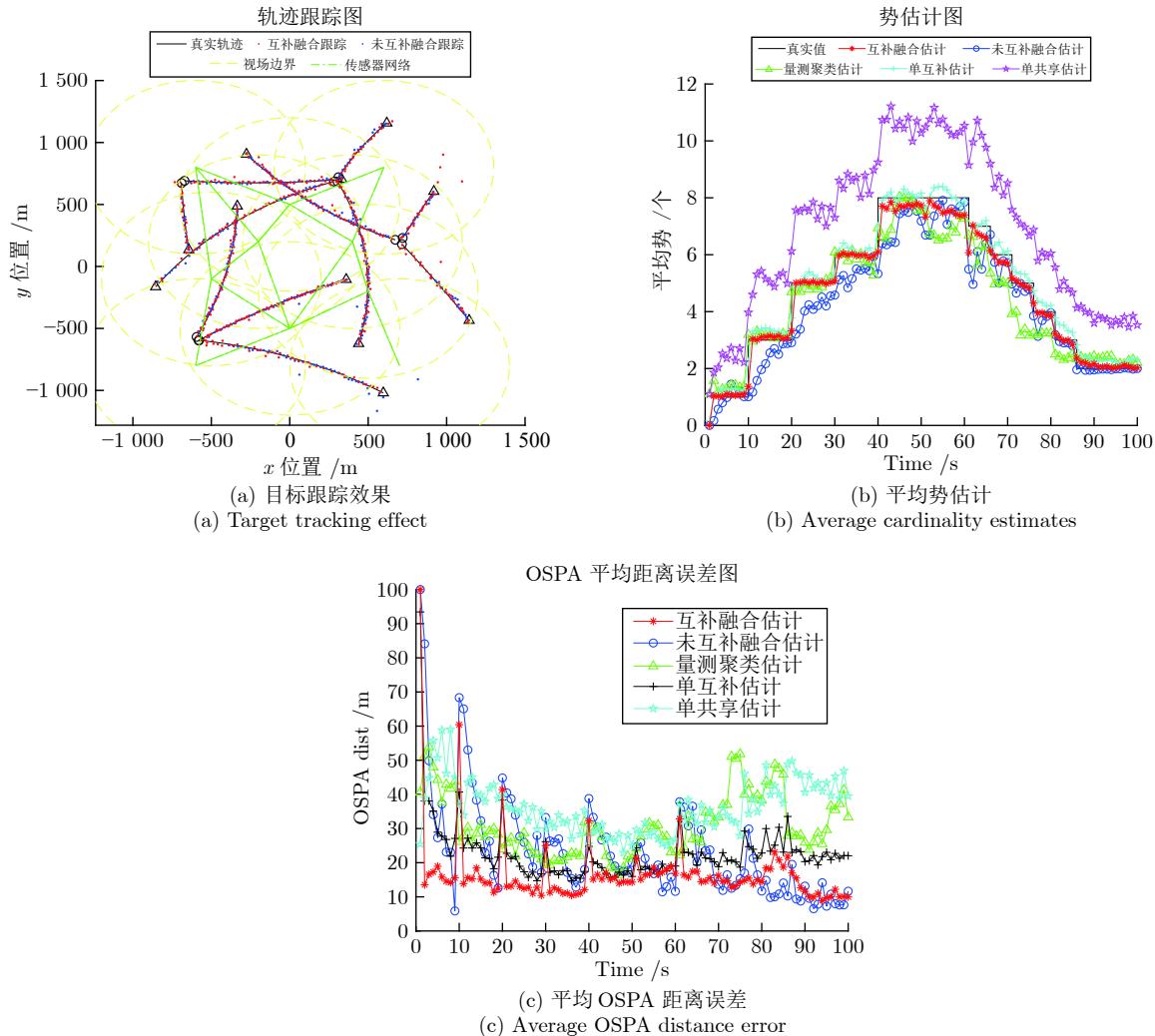


图 8 目标数为 11 的仿真效果

Fig.8 Simulation effect with the target number of 11

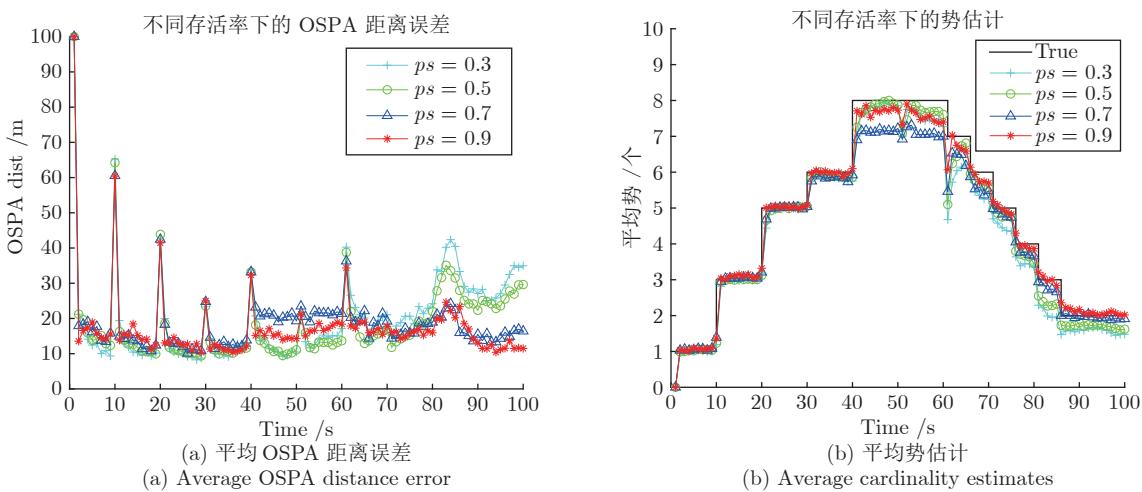


图 9 本文方法在不同存活率下的跟踪性能

Fig.9 The tracking performance of this paper under different survival rates

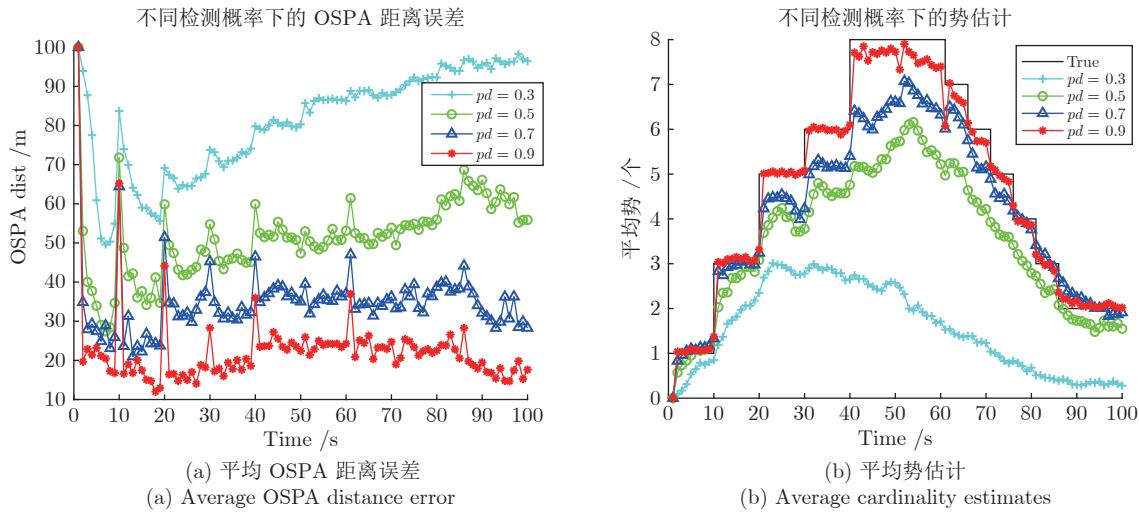


图 10 本文方法在不同检测概率下的跟踪性能

Fig.10 The tracking performance of this paper under different detection probability

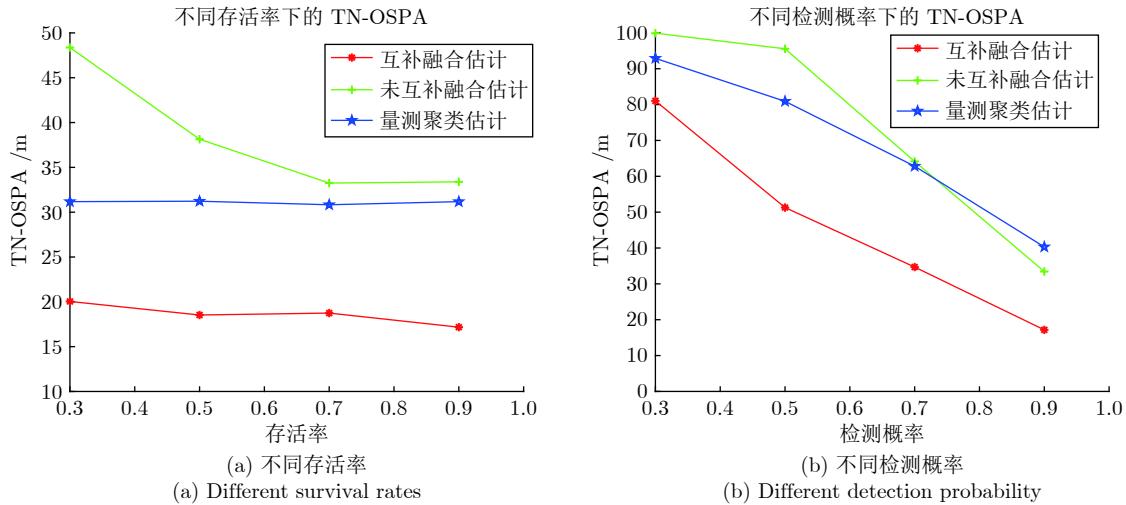


图 11 不同方法的 TN-OSPA 误差统计图

Fig.11 TN-OSPA error statistics of different methods

从图 11(a)可以看出本文所提互补 AA 融合方法在不同存活率下的误差比较平稳,且优于另外两种方法,具有更好的跟踪性能。从图 11(b)可知不同方法的跟踪性能会随着检测概率的增大而提升,但本文方法始终优于其他方法。这也表明本文所提方法具有跟踪有效性和鲁棒性。

## 5 结论

针对视场受限的分布式多传感器网络下的多目标跟踪问题,本文提出了分布式视场互补多伯努利关联 AA 融合跟踪方法,并通过 SMC 方法实现。通过仿真实验可知,视场互补方法比传统的直接进行量测共享方法的跟踪性能更优,并且在计算效率上

有显著提升,再经过多伯努利关联 AA 融合跟踪,能进一步提升跟踪性能的稳定性,使得势估计更精确,OSPA 误差更小。本文所提视场互补方法能够克服有限感知网络的融合难题,显著提升跟踪性能和提高计算效率。将本文的方法扩展到更加一般的场景是未来需要考虑的工作,如更具有挑战的动态或异质传感网等。

## References

- Yang Xiao-Jun. Review of distributed decision fusion in wireless sensor networks. *Computer Engineering and Applications*, 2012, 48(11): 1–6  
(杨小军. 无线传感器网络下分布式决策融合方法综述. 计算机工程与应用, 2012, 48(11): 1–6)
- Chen Hui, Han Chon-Zhao. Sensor control strategy for maneuver-

- ering multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(4): 34–45  
 (陈辉, 韩崇昭. 机动多目标跟踪中的传感器控制策略的研究. 自动化学报, 2016, **42**(4): 34–45)
- 3 Shu S L, Lin H L, Ma J, Li X Y. Multi-sensor distributed fusion estimation with applications in networked systems: A review paper. *Information Fusion*, 2017, **38**: 122–134
- 4 Li Zheng-Jie, Xie Jun-Wei, Zhang Hao-Wei, Cai Bao-Jie, Ge Jia-Ang. Multi-target tracking power allocation optimization algorithm based on centralized MIMO radar. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2019, **20**(5): 76–82  
 (李正杰, 谢军伟, 张浩为, 蔡保杰, 葛佳昂. 基于集中式MIMO雷达的多目标跟踪功率分配优化算法. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, **20**(5): 76–82)
- 5 Mahler R P S. *Advances In Statistical Multisource Multitarget Information Fusion*. Artech House, 2014.161-644
- 6 Vo B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4091–4104
- 7 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, **55**(7): 3553–3567
- 8 Mahler R P S, Ebrary I. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Norwood, MA: Artech House, 2007.
- 9 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 10 Li T C, Wang X X, Liang Y, Pan Q. On arithmetic average fusion and its application for distributed multi-Bernoulli multitarget tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, **68**: 2883–2896
- 11 Chen Hui, He Zhong-Liang, Deng Dong-Ming, Li Guo-Cai. Sensor control using Cauchy-Schwarz divergence via Gaussian mixture multi-Bernoulli filter. *Acta Electronica Sinica*, 2020, **48**(4): 706–716  
 (陈辉, 贺忠良, 邓东明, 李国财. 高斯混合多伯努利滤波器基于柯西施瓦兹散度的传感器控制方法. 电子学报, 2020, **48**(4): 706–716)
- 12 Wang Bai-Lu. Distributed Multi-sensor Multi-target Tracking in the Framework of Random Finite Sets [Ph. D. dissertation]. University of Electronic Science and Technology of China, China, 2018  
 (王佰录. 基于随机集理论的分布式多传感器多目标跟踪技术研究 [博士学位论文]. 电子科技大学, 中国, 2018)
- 13 Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control. *IEEE Control systems magazine*, 2007, **27**(2): 71–82
- 14 Li T C, Fan H Q, Garcia J, Corchado J M. Second-order statistics analysis and comparison between arithmetic and geometric average fusion: Application to multi-sensor target tracking. *Information Fusion*, 2019, **51**: 233–243
- 15 Li G C, Battistelli G, Yi W, Kong L J. Distributed multi-sensor multi-view fusion based on generalized covariance intersection. *Signal Processing*, 2020, **166**: 107246
- 16 Wang B L, Yi W, Hoseinnezhad R, Li S Q, Yang X B. Distributed fusion with multi-Bernoulli filter based on generalized covariance intersection. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **65**(1): 242–255
- 17 Wang Bai-Lu, Yi Wei, Li Su-Qi, Kong Ling-Jiang, Yang Xiao-Bo. Consensus for distributed multi-Bernoulli filter. *Signal Processing*, 2018, **34**(1): 1–12  
 (王佰录, 易伟, 李溯琪, 孔令讲, 杨晓波. 分布式多目标伯努利滤波器的网络共识技术. 信号处理, 2018, **34**(1): 1–12)
- 18 Da K, Li T C, Zhu Y F, Fan H Q, Fu Q. Kullback-Leibler averaging for multitarget density fusion. In: Proceedings of the International Symposium on Distributed Computing and Artificial Intelligence. Springer, 2019. 253–261
- 19 Li T C, Corchado J M, Sun S D. Partial consensus and conservative fusion of gaussian mixtures for distributed PHD fusion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **55**(5): 2150–2163
- 20 Li T C, Hlawatsch F. A distributed particle-PHD filter with arithmetic-average PHD fusion. arXiv preprint arXiv: 1712.06128
- 21 Li T C, Liu Z G, Pan Q. Distributed Bernoulli filtering for target detection and tracking based on arithmetic average fusion. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, **26**(12): 1812–1816
- 22 Gao L, Battistelli G, Chisci L. Multiobject fusion with minimum information loss. *IEEE Signal Process Letters*, 2020, **27**: 201–205
- 23 Kim H, Granström K, Gao L, Battistelli G, Kim S, Wymeersch H. 5G mmWave cooperative positioning and mapping using multi-model PHD filter and map fusion. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, **19**(6): 3782–3795
- 24 Lu Jian-Hua, Han Xu, Li Ji-Xin. Consensus-based distributed fusion estimator with communication bandwidth constraints. *Control and Decision*, 2016, **31**(12): 2155–2162  
 (卢建华, 韩旭, 李冀鑫. 带宽受限下的基于一致性的分布式融合估计器. 控制与决策, 2016, **31**(12): 2155–2162)
- 25 Olfati S R, Sandell N F. Distributed tracking in sensor networks with limited sensing range. In: Proceedings of the American Control Conference. Washington, USA: IEEE, 2008. 3157–3162
- 26 Gan J, Vasic M, Martinoli A. Cooperative multiple dynamic object tracking on moving vehicles based on sequential monte carlo probability hypothesis density filter. In: Proceedings of the 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems. Rio, Brazil: IEEE, 2016. 2163–2170
- 27 Kamal A T, Farrell J A, Roy-Chowdhury A K. Information weighted consensus filters and their application in distributed camera networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(12): 3112–3125
- 28 Illic N, Stankovic M S, Stankovic S S. Adaptive consensus-based distributed target tracking in sensor networks with limited sensing range. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, **22**(2): 778–785
- 29 Li T C, Elvira V, Fan H Q, Corchado J M. Local-diffusion based distributed SMC-PHD filtering using sensors with limited sensing range. *IEEE Sensors Journal*, 2018, **19**(4): 1580–1589
- 30 Yi W, Jiang M, Li S Q, Wang B L. Distributed sensor fusion for RFS density with consideration of limited sensing ability. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–6
- 31 Li S Q, Battistelli G, Chisci L, Yi W, Wang B L, Kong L J. Multi-sensor multi-object tracking with different fields-of-view using the LMB filter. In: Proceedings of the 21st International Conference on Information Fusion. Cambridge, UK: IEEE, 2018. 1201–1208
- 32 Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4):

1224–1245

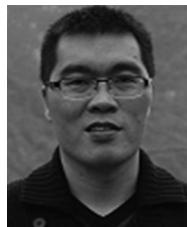
- 33 Mahler R P S. “Statistics 101” for multi-sensor, multitarget data fusion. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, **19**(1): 53–64
- 34 LI Tian-Cheng, Fan Hong-Qi, Sun Shu-Dong. Particle filtering: Theory, approach, and application for multitarget tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(12): 1981–2002  
(李天成, 范红旗, 孙树栋. 粒子滤波理论, 方法及其在多目标跟踪中的应用. 自动化学报, 2015, **41**(12): 1981–2002)
- 35 Ye J C, Bresler Y, Moulin P. Asymptotic global confidence regions in parametric shape estimation problems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, **46**(5): 1881–1895
- 36 Liu Guo-Ying, Chen Xiu-Hong. Optimal sub pattern assignment probability metric for multi-target tracking algorithm. *Computer Engineering*, 2013, **39**(5): 293–296  
(刘国营, 陈秀宏. 多目标跟踪算法的最优子模式分配概率度量. 计算机工程, 2013, **39**(5): 293–296)
- 37 Li T C, Corchado J M, Chen H M. Distributed flooding-then-clustering: A lazy networking approach for distributed multiple target tracking. In: Proceedings of the 21st International Conference on Information Fusion. Cambridge, UK: IEEE, 2018.



**李天成** 西北工业大学自动化学院教授. 2013年获英国伦敦南岸大学博士学位, 2015年获西北工业大学博士学位. 主要研究方向为分布式信息融合, 协作移动机器人和目标检测, 跟踪和轨迹预测的数据驱动算法.

E-mail: t.c.li@nwpu.edu.cn

**(LI Tian-Cheng)** Professor at the School of Automation, Northwestern Polytechnical University (NPU). He received the first Ph. D. degree from London South Bank University, UK in 2013, and the second Ph. D. degree from NPU, China, in 2015. His research interest covers distributed information fusion, collaborative mobile robots and data-driven algorithms for target detection, tracking, and trajectory forecasting.)



**吴孙勇** 桂林电子科技大学数学与计算科学学院教授. 2011年获西安电子科技大学信号与信息处理博士学位. 主要研究方向为多目标检测与跟踪, 阵列信号处理. 本文通信作者.

E-mail: wusunyong121991@163.com

**(WU Sun-Yong)** Professor at the School of Mathematics and Computational Science, Guilin University of Electronic Science and Technology. He received his Ph. D. degree in Signal and Information Processing from Xidian University in 2011. His research interest covers multi-target detection and tracking, array signal processing. Corresponding author of this paper.)



**孙希延** 桂林电子科技大学信息与通信工程学院教授. 主要研究方向为卫星通信, 卫星导航.

E-mail: sunxiyan1@163.com

**(SUN Xi-Yan)** Professor at the School of Information and Communication Engineering, Guilin University of Electronic Technology. Her research interest covers satellite communications, navigation satellite.)



**王力** 桂林电子科技大学数学与计算科学学院硕士研究生. 主要研究方向为多目标检测与跟踪, 多传感器信息融合.

E-mail: wangli1581960594@163.com

**(WANG Li)** Master student at the School of Mathematics and Computational Science, Guilin University of Electronic Technology. His research interest covers multi-target detection and tracking, multi-sensor information fusion.)



**蔡如华** 桂林电子科技大学数学与计算科学学院副教授. 主要研究方向为小波分析, 信号处理和粒子滤波.

E-mail: ruhuac@guet.edu.cn

**(CAI Ru-Hua)** Associate professor at the School of Mathematics and Computational Science, Guilin University of Electronic Science and Technology. His research interest covers wavelet analysis, signal processing and particle filtering.)