

基于轮胎状态刚度预测的极限工况路径跟踪控制研究

王国栋¹ 刘洋² 李绍松¹ 卢晓晖¹ 张邦成¹

摘要 为解决高速极限工况下自动驾驶车辆紧急避撞时传统路径跟踪控制方法因轮胎力表达不精确导致的路径跟踪失败问题, 提出一种基于轮胎状态刚度预测的模型预测路径跟踪控制方法。首先, 基于非线性 UniTire 轮胎模型求解的轮胎状态刚度对非线性轮胎力进行线性化处理。其次, 基于期望路径信息提出状态刚度预测方法, 实现预测时域内轮胎力的预测和线性化。最后, MATLAB 和 CarSim 联合仿真实验表明: 所提出的方法能够明显改善高速极限工况下的避撞控制效果。

关键词 自动驾驶车辆, 路径跟踪, 转向避撞, 模型预测控制, 状态刚度预测

引用格式 王国栋, 刘洋, 李绍松, 卢晓晖, 张邦成. 基于轮胎状态刚度预测的极限工况路径跟踪控制研究. 自动化学报, 2022, 48(6): 1590–1600

DOI 10.16383/j.aas.c190349

Research on Path Tracking Control Under Limit Conditions Based on Tire State Stiffness Prediction

WANG Guo-Dong¹ LIU Yang² LI Shao-Song¹ LU Xiao-Hui¹ ZHANG Bang-Cheng¹

Abstract To solve the problem of path tracking failure caused by the imprecise expression of tire force in conventional path tracking control system during the emergency collision avoidance of autonomous vehicles under high-speed limit condition, a model predictive path tracking control method based on tire state stiffness prediction is proposed. Firstly, the nonlinear tire force is linearized based on the tire state stiffness calculated by the nonlinear UniTire tire model. Secondly, based on the reference path information, the state stiffness prediction method is proposed to predict and linearize the tire force in the predicted horizon. Finally, MATLAB and CarSim joint simulation experiments show that the proposed method can improve the collision avoidance control effect under high-speed limit conditions obviously.

Key words Autonomous vehicle, path tracking, steering collision avoidance, model predictive control, state stiffness prediction

Citation Wang Guo-Dong, Liu Yang, Li Shao-Song, Lu Xiao-Hui, Zhang Bang-Cheng. Research on path tracking control under limit conditions based on tire state stiffness prediction. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(6): 1590–1600

随着交通拥堵问题的日益严重和道路安全问题的日益突出, 自动驾驶车辆已经成为汽车行业发展的趋势^[1]。自动驾驶车辆通过传感器实时感知并获取外界环境信息, 运用规划算法规划最优路径, 控制车辆安全到达期望目标^[2], 主要包括环境感知、智能决策、路径规划和车辆运动控制等关键技术^[3]。自动驾驶车辆的路径跟踪控制在完成对目标路径跟踪

的同时, 还要保证车辆的行驶安全性和稳定性, 属于车辆的底盘运动控制系统^[4]。但是, 由于实际的道路环境十分复杂, 车辆本身也存在着强非线性, 使得自动驾驶车辆的跟踪控制面临巨大的挑战^[2]。

国内外学者在自动驾驶车辆跟踪控制算法方面已经有了大量研究成果, 传统的控制方法主要有鲁棒控制、预瞄控制和滑模控制^[5–7]等。但上述方法通常只能利用当前的环境信息和车辆状态, 并且难以考虑环境和车辆的约束条件。因此, 研究人员开始将模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 应用到车辆控制领域。由于 MPC 在处理多目标以及系统约束方面具有明显的优势, 而且其滚动优化策略能够弥补模型失配、畸变、扰动等引起的不确定性, 因此在车辆控制领域得到了广泛的应用^[8–10]。然而, 如果模型的误差过大, 仍会对系统的稳定性造成严重影响^[11]。轮胎力是影响车辆稳定性的重要因素^[12], 高速极限工况下自动驾驶车辆路径跟踪控

收稿日期 2019-05-09 录用日期 2019-09-09

Manuscript received May 9, 2019; accepted September 9, 2019
国家重点研发计划 (2017YFB0103602), 国家自然科学基金 (51905045, 61603060) 资助

Supported by National Key Research and Development Program of China (2017YFB0103602) and National Natural Science Foundation of China (51905045, 61603060)

本文责任编辑 郭戈

Recommended by Associate Editor GUO Ge

1. 长春工业大学机电工程学院 长春 130012 2. 长春孔辉汽车科技股份有限公司 长春 130012

1. School of Mechatronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012 2. KH Automotive Technologies (Changchun) Co., Ltd., Changchun 130012

制器设计时需要建立高精度的非线性轮胎模型。但是, 非线性模型的 MPC 优化求解会增加控制器的计算负担, 影响系统的实时性。因此, 将非线性模型进行线性化, 采用线性时变 MPC 进行处理, 是一种广泛运用能够兼顾系统非线性和实时性的方法^[13-14]。

国内在进行路径跟踪控制研究时, 通常假设车辆的轮胎侧偏角较小, 将轮胎模型简化成线性轮胎模型^[9, 15-16], 因此并不适用于高速极限工况下的路径跟踪控制。而在车辆稳定性控制领域, 国内外已有很多学者根据当前车辆状态对轮胎模型进行连续线性化处理, 设计基于线性时变 MPC 的车辆稳定性控制器并取得了很好的控制效果^[17-18]。但是, 这种线性化方法在预测时域内并没有考虑轮胎力的非线性变化, 当车辆处于动力学极限附近时, 这种线性化方式将变得不那么精确。因此, 一些学者在对轮胎模型进行线性化时, 开始考虑预测时域内轮胎力变化对线性化效果的影响。Brown 等^[19]在研究基于 MPC 的路径规划与路径跟踪的集成控制时, 利用上一时刻求解的轮胎侧偏角序列对当前预测时域内的轮胎力进行连续线性化处理, 并在实车上实现了多种驾驶场景的实时跟踪控制。但仅使用上一时刻优化的侧偏角序列会产生抖动的现象。Funke 等^[20]在此基础上, 对轮胎侧偏角进行了正则化处理, 较好地解决了这一问题。但是上述方法要求控制时域与预测时域长度一致, 较长的控制时域极大地加重了求解器的计算负担。而且, 这些研究主要针对中低速工况, 尚未讨论高速低附着极限工况下的控制问题。

因此, 本文针对高速极限工况, 提出一种在预测时域内对非线性轮胎模型进行预测和线性化表达的新方法, 能够避免传统方法在紧急避撞时由于轮胎力表达不精确导致的路径跟踪失败问题, 并且不依赖控制时域长度, 有助于降低求解器的计算负担。该方法利用期望路径信息对轮胎的状态刚度进行预测, 然后将预测的轮胎状态刚度用于预测时域内的非线性轮胎模型的线性化表达。为了验证该方法的有效性, 本文还设计了在预测时域内轮胎力保持不变的传统线性时变 MPC 进行路径跟踪控制, 并利用 MATLAB 和 CarSim 联合仿真平台进行了对比实验。为了加以区别, 在本文中将传统的线性时变 MPC 记为 LTI-MPC (Linear time-invariant MPC in horizon), 将所提出方法记为 LTV-MPC (Linear time-variation MPC in horizon)。

1 系统建模

1.1 车辆模型

本文采用的的车辆模型如图 1 所示。XOY 坐

标系为大地坐标系, \dot{x} 为车辆纵向速度, \dot{y} 为车辆侧向速度, γ 为车辆横摆角速度, δ_f 为车辆前轮转角, $F_{y,f}$ 和 $F_{y,r}$ 分别为前、后轮胎的侧向力, α_f 与 α_r 分别为前、后轮胎侧偏角, l_f 与 l_r 分别为质心到前轴和后轴的距离。

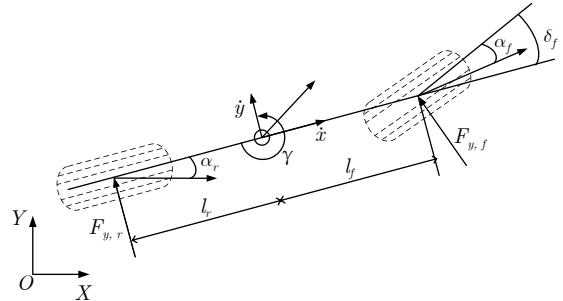


图 1 车辆模型

Fig. 1 Vehicle model

车辆在大地坐标系中的横摆和侧向运动可以表示为

$$\begin{aligned} I_z \dot{\gamma} &= l_f F_{y,f} - l_r F_{y,r} \\ m \ddot{y} &= -m \dot{x} \gamma + F_{y,f} + F_{y,r} \\ \dot{\varphi} &= \gamma \\ \dot{Y} &= \dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

其中, φ 为车辆在大地坐标系中的横摆角, \dot{Y} 为车辆在大地坐标系中的横向速度, m 为整车质量, I_z 为横摆转动惯量。

1.2 轮胎模型

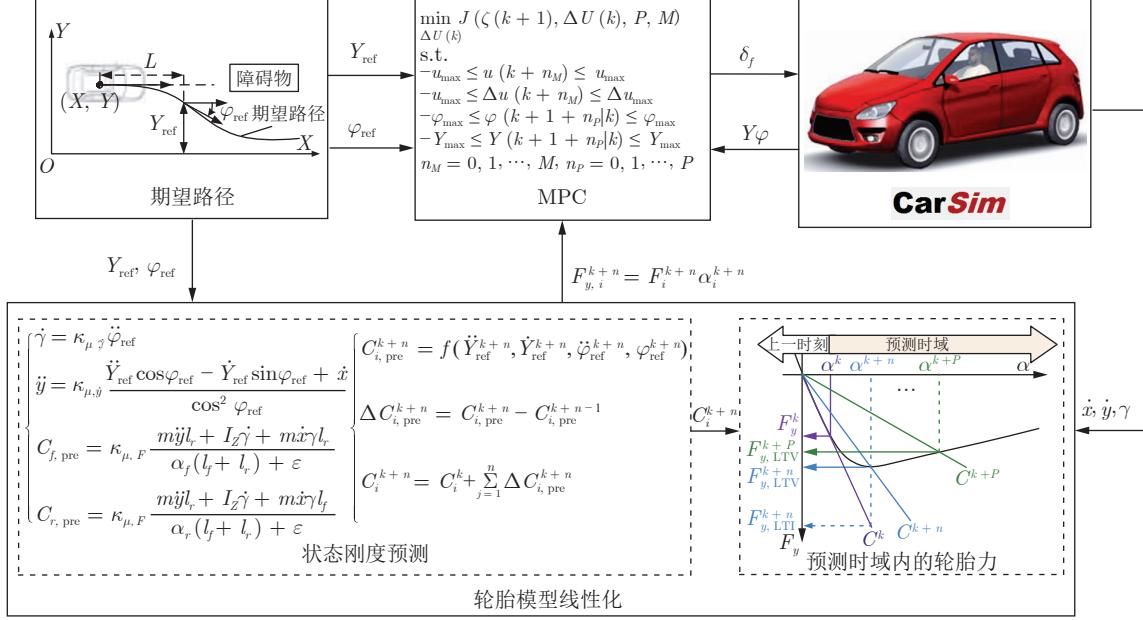
轮胎力是产生车辆运动的主要外力来源, 直接影响车辆在极限工况下的稳定性。因此, 在研究极限工况下的路径跟踪控制时有必要采用高精度的非线性的轮胎模型。目前应用比较广泛的轮胎模型要有魔术公式、Fiala 轮胎模型和 UniTire 模型。其中 UniTire 模型是郭孔辉院士提出的适用于车辆动力学仿真和控制的非线性轮胎模型, 能够准确描述轮胎在复杂工况下的力学特性^[21]。因此本文的轮胎模型将采用 UniTire 模型, 具体表达式和参数见文献^[22-23]。

2 控制器设计

控制器的整体结构如图 2 所示, 主要包括期望路径设计、轮胎模型线性化和 MPC 控制器设计等关键步骤。

2.1 期望路径设计

在主动避撞控制研究方面, 基于制动的纵向控



制策略在中低车速具有很好的避撞表现,但是随着车速升高车辆的安全制动距离迅速增加,导致制动避撞效果不理想。袁伟等^[24]研究发现:在附着系数为0.3的道路上当相对车速大于15.5 m/s时,应优先进行转向避撞。因此,在高速极限工况下紧急避撞时规划一条合理的换道路径至关重要。常见的换道路径规划方法有梯形加速度法、多项式法和Sigmoid函数法。其中,Sigmoid函数法不仅构成简单,而且包含了道路条件约束和车辆安全约束,因此本文将采用Sigmoid函数法进行高速紧急避撞路径的规划,其表达式为

$$\begin{aligned} Y_{\text{ref}}(X) &= \frac{B}{1 + e^{-a(X+L-c)}} \\ \varphi_{\text{ref}}(X) &= \arctan \left(\frac{dY_{\text{ref}}(X)}{d(X)} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

式中, X 为纵向位置, B 为侧向避撞距离, c 为纵向避撞距离的一半, a 为避撞路径的倾斜程度, L 为预瞄距离, Y_{ref} 为期望侧向位移, φ_{ref} 为期望横摆角。参数的具体计算和推导过程参见文献[25],基于Sigmoid函数的高速紧急避撞路径规划曲线示意如图3所示。

2.2 LTI-MPC 设计

为了评估和验证本文所提出方法的控制效果,同时考虑到该方法是在LTI-MPC的基础上进行设计的,因此本文先进行LTI-MPC的设计。

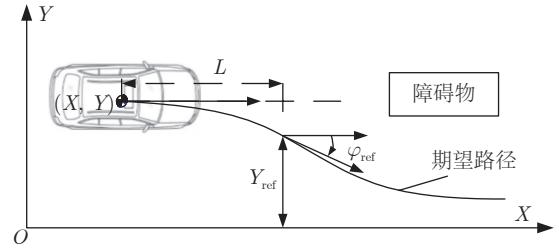


图 3 基于 Sigmoid 函数的路径规划

Fig. 3 Path planning based on sigmoid function

2.2.1 轮胎模型线性化

以往的研究中多采用泰勒一阶展开的方法对轮胎力进行线性化,即根据当前时刻的轮胎侧偏角对轮胎力进行线性化^[18-20],但是这种方法会引入残余侧向力,增加了模型的复杂度。因此,本文采用状态刚度法对轮胎力进行线性化。状态刚度的概念由郭孔辉院士提出,用于解决各向异性刚度条件下轮胎力学特性的表达,其中侧偏状态刚度定义为每一侧向滑移率 S_y 下,侧向力与该滑移率的比值,即, $K_{ys} = F_y/S_y$ 。本文根据控制系统设计的实际需求定义侧偏状态刚度为每一侧偏角 α 下,侧向力与该侧偏角的比值,如图4所示,表达式为

$$C = \frac{F_y}{\alpha} \quad (3)$$

由式(3)即可得到每个轮胎的侧偏状态刚度。因此,LTI-MPC前、后轮胎的侧向力可以线性化表

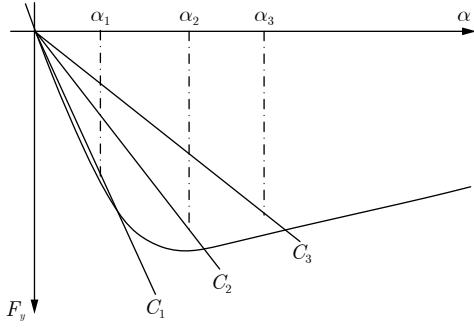


图 4 轮胎侧偏状态刚度

Fig. 4 Lateral tire state stiffness

示为

$$F_{y,i} = C_i \alpha_i \quad (4)$$

其中, $i = f, r$ 分别指前轮和后轮, 前轮和后轮的轮胎侧偏角定义为

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \frac{\dot{y} + \gamma l_f}{\dot{x}} - \delta_f \\ \alpha_r &= \frac{\dot{y} - \gamma l_r}{\dot{x}} \end{aligned}$$

2.2.2 预测模型

将式(4)代入式(1), 并假设横摆角较小, 存在近似关系 $\sin \varphi \approx \varphi$ 和 $\cos \varphi \approx 1$, 可以得到 LTI-MPC 的预测模型为

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \mathbf{A}\xi + \mathbf{B}u \\ \zeta &= \mathbf{h}\xi \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 控制输入 u 为转角 δ_f , 预测输出 ζ 为 $[\varphi, Y]^T$, 状态变量 $\xi = [\dot{y}, \gamma, \varphi, Y]^T$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{C_f + C_r}{m\dot{x}} & \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m\dot{x}} - \dot{x} & 0 & 0 \\ \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z \dot{x}} & \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z \dot{x}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dot{x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \left[-\frac{C_f}{m}, -\frac{l_f C_f}{I_z}, 0, 0 \right]^T, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以步长 T_s 对式(5)进行离散化, 得到增量式的离散模型为

$$\begin{aligned} \Delta\xi(k+1) &= \mathbf{A}_d \Delta\xi(k) + \mathbf{B}_d \Delta u(k) \\ \zeta(k) &= \mathbf{h} \Delta\xi(k) + \zeta(k-1) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_s}$, $\mathbf{B}_d = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}t} dt \mathbf{B}$.

2.2.3 预测方程

基于式(6), 根据模型预测控制理论, 取预测时域为 P , 控制时域为 M , 可以得到 k 时刻的预测输

出为

$$\zeta(k+1|k) = \mathbf{S}_\xi \Delta\xi(k) + \mathbf{I}\zeta(k) + \mathbf{S}_u \Delta u(k) \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{I} = [1, 1, \dots, 1]_{1 \times P}^T$$

$$\mathbf{S}_\xi = \left[\mathbf{h}\mathbf{A}_d, \sum_{i=1}^2 \mathbf{h}\mathbf{A}_d^i, \dots, \sum_{i=1}^P \mathbf{h}\mathbf{A}_d^i \right]_{1 \times P}^T$$

$$\mathbf{S}_u = \left[\begin{array}{cccc} \mathbf{h}\mathbf{B}_d & 0 & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^P \mathbf{h}\mathbf{A}_d^{i-1}\mathbf{B}_d & \dots & \sum_{i=1}^{P+M-1} \mathbf{h}\mathbf{A}_d^{i-1}\mathbf{B}_d & \end{array} \right]_{P \times M}$$

预测输出序列 $\zeta(k+1|k) = [\zeta(k+1|k), \dots, \zeta(k+P|k)]^T$, 控制输入增量序列 $\Delta u(k) = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+M-1)]^T$.

同时根据式(2)得到参考输出序列 $\mathbf{R}(k+1) = [\mathbf{r}_{\text{ref}}(k+1), \dots, \mathbf{r}_{\text{ref}}(k+P)]^T$, 其中, $\mathbf{r}_{\text{ref}} = [Y_{\text{ref}}, \varphi_{\text{ref}}]^T$.

2.3 LTV-MPC 设计

LTI-MPC 在当前时刻对轮胎力进行线性化后, 在接下来的预测时域内轮胎的侧偏状态刚度将保持不变, 如图 5 中 C^k 所示. 当车辆处于极限工况时, LTI-MPC 所采用的轮胎力线性化方法在预测时域内会产生较大的误差. 如图 5 所示, 随着预测时域向前滚动, LTI-MPC 所表示的轮胎力误差越来越大, 如在侧偏角 α^{k+n} 处, $F_{y,\text{LTI}}^{k+n}$ 已经严重偏离了实际值. 在跟踪路径过程中, LTI-MPC 会认为只要不断增加前轮转角 (前轮转角和轮胎侧偏角存在数学关系) 就可以得到更大的侧向力 (绝对值), 因此当需要增大侧向力以跟踪期望路径时, LTI-MPC 就会不断增大前轮转角, 即使此时的实际轮胎力可能已经达到饱和甚至进入滑移区. 当轮胎力饱和后, 实际轮胎力会迅速减小, 这将导致车辆出现危险的侧滑行为, 失去路径跟踪能力.

因此, 本文设计了在预测时域内轮胎状态刚度时变的 LTV-MPC, 如图 5 所示, 该方法通过预测出预测时域内未来 P 步的状态刚度值 $C^k \sim C^{k+P}$, 实现预测时域内非线性轮胎力的线性近似. 当需要较大的侧向力来跟踪期望路径时, LTV-MPC 能够始终在侧向力峰值点附近得到最优控制输入, 避免输出过大的前轮转角致使侧向力超出物理极限.

2.3.1 轮胎状态刚度预测

本文根据已知的期望侧向位移和横摆角对状态

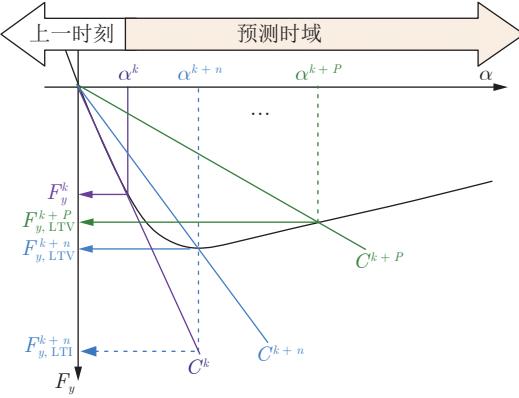


图 5 预测时域内的轮胎力

Fig. 5 Tire force over prediction horizon

刚度进行预测, 具体方法如下.

将线性轮胎模型 $F_{y,i} = C_i \alpha_i$ 代入到式(1), 得到车辆运动模型为

$$m\ddot{y} = -m\dot{x}\gamma + C_f \left(\frac{\dot{y} + \gamma l_f}{\dot{x}} - \delta_f \right) + C_r \left(\frac{\dot{y} - \gamma l_r}{\dot{x}} \right) \quad (8a)$$

$$I_z\dot{\gamma} = l_f C_f \left(\frac{\dot{y} + \gamma l_f}{\dot{x}} - \delta_f \right) - l_r C_r \left(\frac{\dot{y} - \gamma l_r}{\dot{x}} \right) \quad (8b)$$

$$\dot{\varphi} = \gamma \quad (8c)$$

$$\dot{Y} = \dot{x} \sin \varphi + \dot{y} \cos \varphi \quad (8d)$$

联立式(8a)和式(8b), 整理后, 可得

$$C_f = \frac{m\ddot{y}l_r + I_z\dot{\gamma} + m\dot{x}\gamma l_r}{\alpha_f(l_f + l_r)} \quad (9)$$

$$C_r = \frac{m\ddot{y}l_f - I_z\dot{\gamma} + m\dot{x}\gamma l_f}{\alpha_r(l_f + l_r)}$$

式(9)中的横摆角速度 $\dot{\gamma}$ 和侧向加速度 \ddot{y} 由式(8c)和式(8d)整理后求导得到

$$\dot{\gamma} = \ddot{\varphi} \quad (10)$$

$$\ddot{y} = \frac{\ddot{Y} \cos \varphi - \dot{Y} \sin \varphi + \dot{x}}{\cos^2 \varphi}$$

将式(2)得到的 Y_{ref} 及其对时间的一阶和二阶导 \dot{Y}_{ref} , \ddot{Y}_{ref} 与 φ_{ref} 及其对时间的二阶导 $\ddot{\varphi}_{\text{ref}}$ 代入式(10), 得到

$$\dot{\gamma}_{\text{ref}} = \kappa_{\mu, \dot{\gamma}} \ddot{\varphi}_{\text{ref}}$$

$$\ddot{y}_{\text{ref}} = \kappa_{\mu, \ddot{y}} \frac{\ddot{Y}_{\text{ref}} \cos \varphi_{\text{ref}} - \dot{Y}_{\text{ref}} \sin \varphi_{\text{ref}} + \dot{x}}{\cos^2 \varphi_{\text{ref}}} \quad (11)$$

进而, 由式(9)可以得到预测的前、后轮胎的状态刚度为

$$C_{f, \text{pre}} = \kappa_{\mu, F} \frac{m\ddot{y}_{\text{ref}}l_r + I_z\dot{\gamma}_{\text{ref}} + m\dot{x}\gamma_{\text{ref}}l_r}{\alpha_f(l_f + l_r) + \varepsilon} \quad (12)$$

$$C_{r, \text{pre}} = \kappa_{\mu, F} \frac{m\ddot{y}_{\text{ref}}l_f - I_z\dot{\gamma}_{\text{ref}} + m\dot{x}\gamma_{\text{ref}}l_f}{\alpha_r(l_f + l_r) + \varepsilon}$$

其中, $C_{f, \text{pre}}$ 与 $C_{r, \text{pre}}$ 分别表示预测的前、后轮胎的状态刚度, $\kappa_{\mu, \dot{\gamma}}$, $\kappa_{\mu, \ddot{y}}$ 和 $\kappa_{\mu, F}$ 为补偿附着系数影响的调节因子, ε 是避免分母为零的极小数.

由于状态刚度的预测值是由期望路径信息根据式(1)所示车辆运动模型逆向求解得到, 因此无法直接体现路面附着系数对侧向力的影响, 进而在式(9)中无法体现附着系数对状态刚度的影响, 因此式(11)和式(12)引入了路面附着系数调节因子, 以补偿附着系数对状态刚度预测值大小的影响, 这里 $\kappa_{\mu, \dot{\gamma}}$ 和 $\kappa_{\mu, \ddot{y}}$ 的值取为当前道路的附着系数, $\kappa_{\mu, F}$ 的值通过实验调节得到, 取值范围为 0.5 ~ 0.8.

由于轮胎力附着极限的影响, 式(12)得到的状态刚度应满足约束

$$|C_{i, \text{pre}}| \leq \frac{\mu F_{z, i}}{\alpha_i} \quad (13)$$

其中, F_z 为轮胎垂直载荷, μ 为路面附着系数, $i = f, r$ 分别指前轮和后轮.

因此, 向前取 P 个期望路径数据即可得到未来预测时域内的轮胎状态刚度为

$$C_{i, \text{pre}}^{k+n} = f(Y_{\text{ref}}^{k+n}, \dot{Y}_{\text{ref}}^{k+n}, \ddot{Y}_{\text{ref}}^{k+n}, \dot{\varphi}_{\text{ref}}^{k+n}, \ddot{\varphi}_{\text{ref}}^{k+n}) \quad (14)$$

其中, 函数 $f(\cdot)$ 表示式(11)和式(12)的函数关系, $n = 0, 1, \dots, P$.

预测的状态刚度变化量可以表示为

$$\Delta C_{i, \text{pre}}^{k+n} = C_{i, \text{pre}}^{k+n} - C_{i, \text{pre}}^{k+n-1} \quad (15)$$

最终可以得到预测时域内的状态刚度为

$$C_i^{k+n} = C_i^k + \sum_{j=1}^n \Delta C_{i, \text{pre}}^{k+n} \quad (16)$$

其中, C_i^k 表示当前时刻的状态刚度, 由式(3)得到.

2.3.2 预测模型

将式(16)代入式(4)可得到预测时域内各时刻轮胎侧向力的线性化表达式为

$$F_{y, i}^{k+n} = C_i^{k+n} \alpha_i^{k+n} \quad (17)$$

将式(17)代入式(1), 并进行离散化处理后可以得到增量式的 LTV-MPC 的预测模型, k 时刻预测模型可以表示为

$$\begin{aligned}\Delta\xi(k+1) &= \mathbf{A}_d^k \Delta\xi(k) + \mathbf{B}_d^k \Delta u(k) \\ \zeta(k) &= \mathbf{h} \Delta\xi(k) + \zeta(k-1)\end{aligned}\quad (18)$$

其中, 系数矩阵 \mathbf{B}_d^k 和 \mathbf{A}_d^k 随 C_i^k 时变, 表达式可参考式(5)得到.

可以得到 k 时刻 LTV-MPC 的预测输出为

$$\zeta(k+1|k) = \mathbf{S}_\xi^k \Delta\xi(k) + \mathbf{I}\zeta(k) + \mathbf{S}_u^k \Delta u(k) \quad (19)$$

由于预测模型的系数矩阵在预测时域内为时变矩阵, 因此矩阵 \mathbf{S}_ξ^k 和 \mathbf{S}_u^k 的计算不同于 LTI-MPC, 表示为

$$\mathbf{S}_\xi^k = \begin{bmatrix} \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \\ \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k + \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \mathbf{A}_d^{k+1} \\ \vdots \\ \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k + \cdots + (\mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \mathbf{A}_d^{k+1} \cdots \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \mathbf{A}_d^{k+P}) \end{bmatrix}_{P \times 1}$$

$$\mathbf{S}_u^k = [\mathbf{S}_{u1}, \mathbf{S}_{u2}, \dots, \mathbf{S}_{uM}]_{P \times M}$$

其中,

$$\mathbf{S}_{u1} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}\mathbf{B}_d^k \\ \mathbf{h}\mathbf{B}_d^k + \mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \mathbf{B}_d^k \\ \vdots \\ \mathbf{h}\mathbf{B}_d^k + \cdots + (\mathbf{h}\mathbf{A}_d^k \cdots \mathbf{A}_d^{k+P-1} \mathbf{B}_d^k) \end{bmatrix}_{P \times 1}$$

$$\mathbf{S}_{u2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{h}\mathbf{B}_d^{k+1} \\ \vdots \\ \mathbf{h}\mathbf{B}_d^{k+1} + \cdots + (\mathbf{h}\mathbf{A}_d^{k+1} \cdots \mathbf{A}_d^{k+P-2} \mathbf{B}_d^{k+1}) \end{bmatrix}_{P \times 1}$$

$$\mathbf{S}_{uM} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \mathbf{h}\mathbf{B}_d^{k+M} + \cdots + (\mathbf{h}\mathbf{A}_d^{k+1} \cdots \mathbf{A}_d^{k+P-M} \mathbf{B}_d^{k+M}) \end{bmatrix}_{P \times 1}$$

2.4 目标函数设计及求解

2.4.1 目标函数

本文的控制目标主要包括: 1) 车辆尽可能跟踪上期望的侧向位移 Y_{ref} 和横摆角 φ_{ref} ; 2) 转向输入尽可能平滑. 因此, 控制目标 J 可以表示为^[13]

$$\begin{aligned}\min_{\Delta\mathbf{U}(k)} \quad & J(\zeta(k+1), \Delta\mathbf{U}(k), P, M) \\ J = & \|\boldsymbol{\Gamma}_\zeta(\zeta(k+1) - \mathbf{R}(k+1))\|^2 + \|\boldsymbol{\Gamma}_u \Delta\mathbf{U}(k)\|^2 = \\ & \sum_{n=1}^P [(\varphi(k+n|k) - \varphi_{\text{ref}}(k+n))^2 \tau_\varphi] + \\ & \sum_{n=1}^P [(Y(k+n|k) - Y_{\text{ref}}(k+n))^2 \tau_y] + \\ & \sum_{n=1}^M [(\Delta\delta_f(k+n-1)^2) \tau_u]\end{aligned}\quad (20)$$

并满足约束

$$\begin{aligned}-\delta_{f\max} \leq \delta_f(k+n_M) &\leq \delta_{f\max} \\ -\Delta\delta_{f\max} \leq \Delta\delta_f(k+n_M) &\leq \Delta\delta_{f\max} \\ -\varphi_{\max} \leq \varphi(k+1+n_P|k) &\leq \varphi_{\max} \\ -Y_{\max} \leq Y(k+1+n_P|k) &\leq Y_{\max}\end{aligned}$$

$$n_M = 0, 1, \dots, M, n_P = 0, 1, \dots, P \quad (21)$$

其中, $\boldsymbol{\Gamma}_\zeta$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_u$ 为控制输出和输入的加权因子, 具体为 $\boldsymbol{\Gamma}_\zeta = \text{diag}\{[\tau_\varphi, \tau_y]^T\}_{2P \times 2P}$, $\boldsymbol{\Gamma}_u = \text{diag}\{\tau_u\}_{M \times M}$, τ_y , τ_φ 和 τ_u 分别是对侧向位移、横摆角跟踪性能以及控制输入变化量的加权因子.

2.4.2 优化问题求解

将上述带约束的优化问题转化为二次规划(Quadratic programming, QP)的形式

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} - \mathbf{g}^T \mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x} < \tilde{\mathbf{b}}\end{aligned}\quad (22)$$

其中, $\mathbf{x} = \Delta\mathbf{U}(k)$, \mathbf{H} 是黑塞矩阵, \mathbf{g} 是梯度向量, $\tilde{\mathbf{C}}$ 和 $\tilde{\mathbf{b}}$ 是约束矩阵, 具体形式见文献[26].

对于上述 QP 问题可以采用内点法^[26]进行求解.

3 仿真实验

仿真实验基于 MATLAB 和 CarSim 联合仿真平台进行, 选择 CarSim 中的 B 级掀背车作为实验车型. 表 1 给出了实验车辆的主要参数.

表 1 车辆参数
Table 1 Vehicle parameters

参数	符号	值
质心到前轴的距离	l_f	1.04 m
质心到后轴的距离	l_r	1.56 m
整车质量	m	1 240 kg
横摆转动惯量	I_z	2 031.4 kgm ²

3.1 状态刚度预测方法验证

为证明所设计状态刚度预测方法的可行性和有效性,以前轮为例,分别给出了实验车辆以80 km/h和100 km/h的车速在附着系数为0.3的道路上换道避撞时状态刚度实际值及其预测值的对比结果,如图6(a)和图6(b)所示。

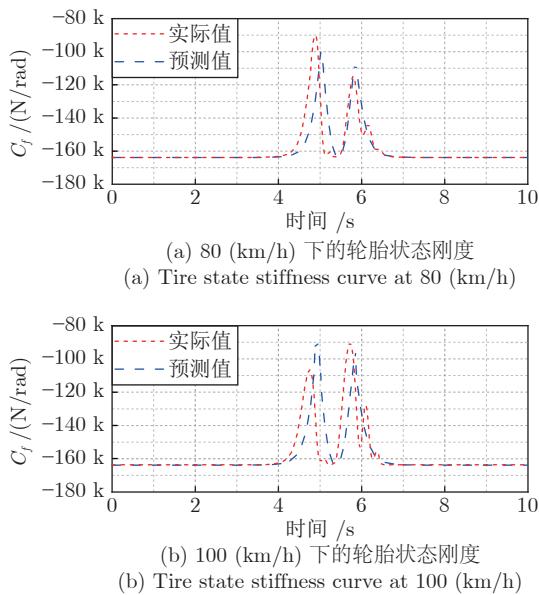


图6 轮胎状态刚度对比曲线

Fig.6 Comparison of tire state stiffness

从图6(a)中可以看出,轮胎状态刚度的实际值在4.89 s附近达到最大值(绝对值)-90 036 N/rad,预测值在5.03 s附近达到最大值-99 930 N/rad。实际值和预测值存在约0.14 s的相位差和9 894 N/rad的峰值偏差,在5.5 s后相位差基本消失,峰值偏差也明显减小。其中相位偏差主要是因为路径跟踪偏差引起的,如图7和图8所示,实际车辆轨迹相对于期望路径在5.5 s之前存在相位超前现象,之后相位超前逐渐消失;峰值偏差主要受式(12)中的路面附着系数补偿因子 $\kappa_{\mu, \dot{\gamma}}$, $\kappa_{\mu, \ddot{y}}$ 和 $\kappa_{\mu, F}$ 影响。从图6(b)可以看出,在100 km/h的车速下,状态刚度的实际值和预测值在第1个峰值处出现约15 460 N/rad的峰值偏差和0.18 s的相位差。在第2个峰值处偏差明显减小,此后相位差也逐渐消失。虽然状态刚度的预测值与实际值存在一定误差,但由状态刚度最终计算式(16)可以看出,预测的状态刚度仅占式(16)中的一项,且只用到预测值的变化量,因此预测时域内的最终状态刚度能够满足轮胎力的线性化需求。图中状态刚度的预测值为式(14)计算出的预测序列的第一个值。

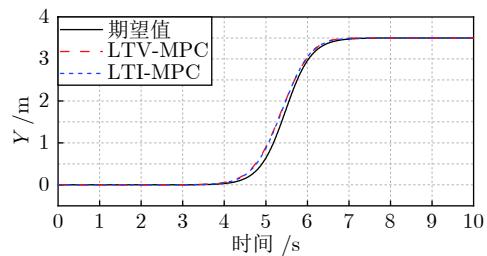


图7 侧向位移

Fig.7 Lateral displacement

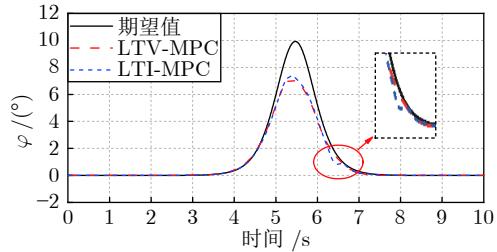


图8 横摆角

Fig.8 Yaw angle

3.2 路径跟踪控制仿真实验

为评估所提出的LTV-MPC跟踪控制系统的有效性和可行性,结合我国公路车道宽标准,本文设置侧向换道位移为3.5 m。为了突出本文所提方法在高速极限工况下的路径跟踪性能,分别设置了车速为80 km/h和100 km/h的两组实验工况,其中路面附着系数为0.3,目的是模拟雨雪天气的高速公路驾驶环境。表2给出了LTV-MPC和LTI-MPC控制器主要参数。

表2 控制器参数

Table 2 MPC controller parameters

参数	LTI-MPC	LTV-MPC
T_s	0.01	0.01
P	40	40
M	1	1
Y_{\max} (°)	5	5
φ_{\max} (°)	15	15
δ_f_{\max} (°)	10	10
$\Delta\delta_f_{\max}$ (°)	0.17	0.17
$\tau_{\varphi, 80}$	550	550
$\tau_y, 80$	260	260
$\tau_u, 80$	1 900	1 900
$\tau_{\varphi, 100}$	550	550
$\tau_y, 100$	260	260
$\tau_u, 100$	3 500	3 500

3.2.1 80 km/h 下的实验

实验中, 车辆以 80 km/h 的速度在附着系数 0.3 的路面上进行避撞路径跟踪, 仿真结果如图 7~12 所示。

图 7 和图 8 为侧向位移和横摆角的跟踪结果对比曲线。车辆从第 4 s 开始换道, 到第 7 s 换道完成。结果显示 LTV-MPC 能够较好地跟踪期望路径, 整个换道过程侧向位移和横摆角变化平滑, 但是由于工况比较紧急, 在 5~6 s 之间横摆角的跟踪依然存在一定偏差。LTI-MPC 的侧向位移跟踪效果与 LTV-MPC 基本一致, 但横摆角在第 6.5 s 时出现轻微波动。这是由于 LTI-MPC 求解出的前轮转角波动较大引起的, 如图 9 所示, LTI-MPC 控制车辆的前轮转角在第 6 s 时达到峰值 -3.5° , 随即发生明显的振荡。前轮转角过大和振荡是因为在预测时域内 LTI-MPC 的轮胎力与侧偏角为线性关系, 为了跟踪目标路径, LTI-MPC 会不断地向侧向力大的方向寻找可行解, 这就致使求解的前轮转角过大, 进而导致实际的轮胎力超出附着极限而进入滑移区域。从第 7 s 开始, 随着换道完成, 转角逐渐趋于 0, 并保持稳定。相对 LTI-MPC, 整个换道过程中 LTV-MPC 的转角输入变化较为平滑, 且幅值较小。

图 10 为车辆侧偏角响应的仿真结果, 从图中可以看出 LTI-MPC 控制车辆的质心侧偏角在整个换道过程中都大于 LTV-MPC, 且在第 6.5 s 时达到了 0.5° , 约为 LTV-MPC 的 2.5 倍, 并有侧滑的趋势, 如图中实线强调区域。由图 10 可以看出,

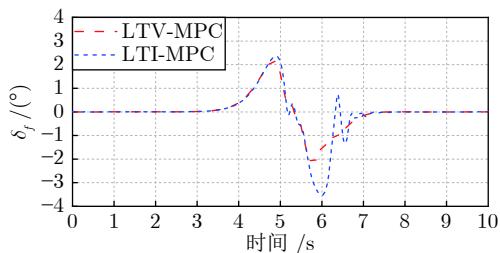


图 9 前轮转角

Fig. 9 Front steering angle

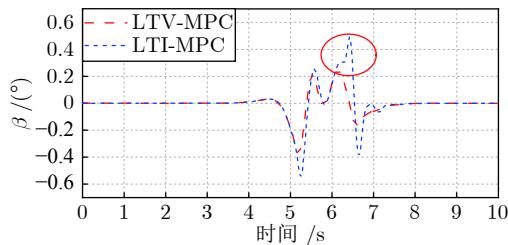


图 10 车辆侧偏角

Fig. 10 Vehicle sideslip angle

LTV-MPC 控制的车辆在换道过程中更稳定。

图 11 和图 12 分别给出了前后轮胎的侧向力变化曲线。从图 11 可以看出, LTV-MPC 和 LTI-MPC 控制车辆的前轮轮胎侧向力在 4.8 s 和 6 s 附近均达到了附着极限, 说明轮胎力此时已经进入非线性区域, 甚至达到饱和。从图中放大区域可以清楚地看到, LTI-MPC 控制车辆的前轮轮胎侧向力在峰值附近出现了明显的下降, 这说明前轮轮胎力已经进入滑移区并发生了侧滑, 这与图 9 和图 10 的结论一致。从图 12 也可以看出, 后轮轮胎的侧向力在峰值处也达到了极限值, 说明此时车辆已处于极限操纵工况。

3.2.2 100 km/h 下的实验

为了进一步验证所提出的 LTV-MPC 路径跟踪控制系统相对 LTI-MPC 路径跟踪控制系统的提升效果, 仿真实验车辆以 100 km/h 的速度进行避撞路径跟踪, 路面附着系数为 0.3, 仿真结果如图 13~18 所示。

从图 13 和图 14 可以看出, 当车速提升至 100 km/h 时, LTI-MPC 控制的车辆行驶到第 7 s 附近时已经无法完成路径的跟踪, 而 LTV-MPC 控制的车辆依然能够顺利地跟踪目标路径。此外, 图 13 和图 14 出现的相位超前现象是因为预瞄距离较长。但是, 如果预瞄距离太短, 车辆则无法完成跟踪控制。

图 15 为实验车辆的前轮转角, 从图中可以看

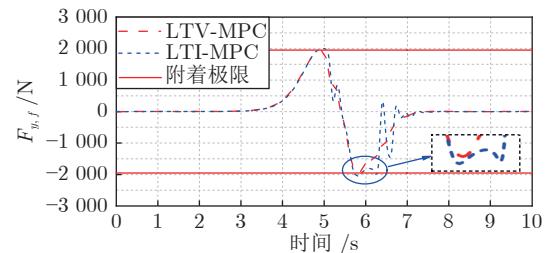


图 11 前轮轮胎侧向力

Fig. 11 Lateral force at front tire

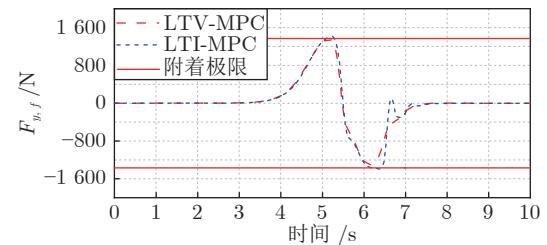


图 12 后轮轮胎侧向力

Fig. 12 Lateral force at rear tire

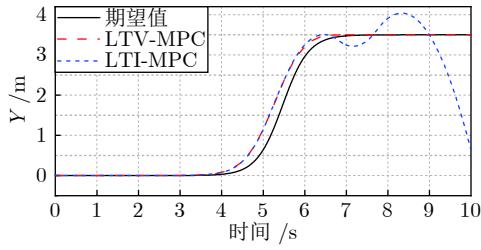


图 13 侧向位移

Fig.13 Lateral displacement

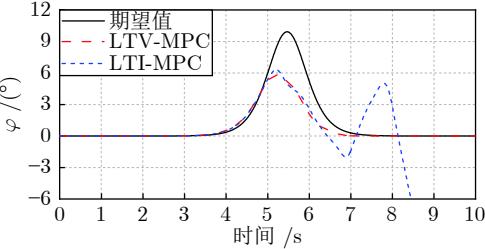


图 14 横摆角

Fig.14 Yaw angle

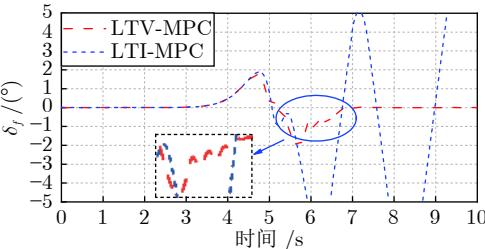


图 15 前轮转角

Fig.15 Front steering angle

出在高速极限工况下 LTI-MPC 所采用的轮胎力线性化方法已经无法保证控制器输出准确的前轮转角。LTV-MPC 由于在预测时域内考虑了轮胎力的非线性变化趋势, 因此在高速极限工况下依然能够保证车辆的跟踪性能。从图中放大区域可以看出 LTV-MPC 的前轮转角在 6~6.5 s 之间出现了轻微的波动, 这表明 LTV-MPC 的控制性能也接近了极限。从图 16 车辆的质心侧偏角响应中可以看出 LTI-MPC 控制的车辆行驶到第 7 s 附近时开始失稳。图 17 和图 18 显示 LTI-MPC 控制车辆的前轮和后轮轮胎侧向力在峰值处均出现了严重的下降, 说明车辆已经发生了严重的侧滑。LTV-MPC 控制车辆的前轮和后轮轮胎侧向力在峰值处也达到了极限值, 但能够保持在安全区域, 不发生侧滑。

综上, 说明所提出的 LTV-MPC 路径跟踪控制系统对提高高速极限工况的车辆路径跟踪性和稳定性有明显效果。

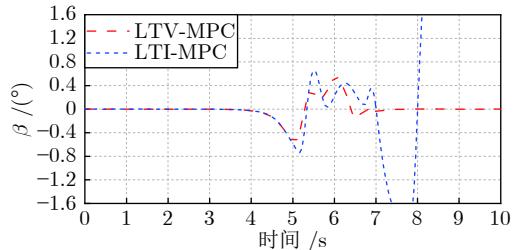


图 16 车辆侧偏角

Fig.16 Vehicle sideslip angle

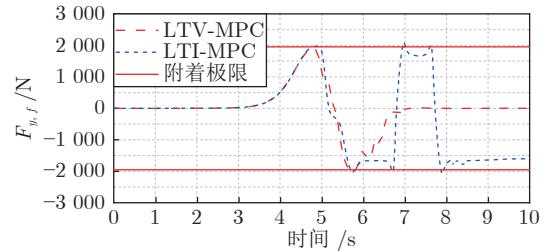


图 17 前轮轮胎侧向力

Fig.17 Lateral force at front tire

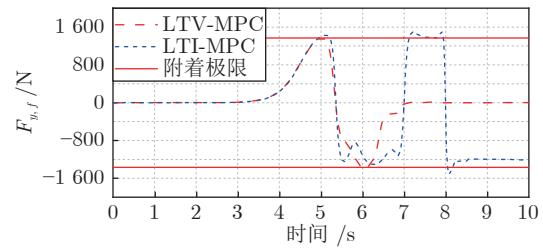


图 18 后轮轮胎侧向力

Fig.18 Lateral force at rear tire

4 结束语

本文基于期望路径信息设计了状态刚度预测方法, 在预测时域内实现对轮胎模型的预测和线性化表达, 提出一种新型线性时变模型预测路径跟踪控制系统。MATLAB 和 CarSim 联合仿真实验表明本文所提出的路径跟踪控制系统有效提高了车辆在高速极限工况下的路径跟踪能力和稳定性。

本研究中发现仅通过转向来提高极限工况下车辆的路径跟踪能力依然是有限的, 因此在接下来的研究中将结合差动制动进一步提升高速极限工况下车辆的路径跟踪性能和行驶稳定性。

References

- Shen C, Guo H Y, Liu F, Chen H. MPC-based path tracking controller design for autonomous ground vehicles. In: Proceedings of the 36th Chinese Control Conference. Dalian, China: CCC, 2017. 9584~9586
- Chen Hong, Shen Chen, Guo Hong-Yan, Liu Jun. Moving horizon path planning for intelligent vehicle considering dynamic

- obstacle avoidance. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, **32**(1): 162–172
(陈虹, 申忱, 郭洪艳, 刘俊. 面向动态避障的智能汽车滚动时域路径规划. 中国公路学报, 2019, **32**(1): 162–172)
- 3 Xiong Lu, Fu Zhi-Qiang, Bai Man-Fei, Zhang Ren-Xie. Research on the bottom dynamic control for unmanned ground vehicle. *Automobile Technology*, 2017, (11): 5–10
(熊璐, 付志强, 柏满飞, 章仁燮. 无人驾驶车辆的底层动力学控制研究. 汽车技术, 2017, (11): 5–10)
- 4 Zhou Dong-Sheng, Li Wei, Liu Yu-Long, Ding Wei. Research on linear quadratic path tracking based on receding horizon. *Automobile Technology*, 2017, (10): 54–57
(周东昇, 李伟, 刘玉龙, 丁伟. 基于滚动时域的线性二次型路径跟踪研究. 汽车技术, 2017, (10): 54–57)
- 5 Mashadi B, Ahmadizadeh P, Majidi M, Mahmoodi-Kaleybar M. Integrated robust controller for vehicle path following. *Multibody System Dynamics*, 2015, **33**(2): 207–228
- 6 Ruan Jiu-Hong, Li Yi-Bin, Yang Fu-Guang, Rong Xue-Wen. Single-point preview control for unmanned high-speed 4WID-4WIS vehicle path tracking. *Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)*, 2011, **34**(10): 21–26
(阮久宏, 李贻斌, 杨福广, 荣学文. 无人驾驶高速 4WID-4WIS 车辆路径跟踪单点预瞄控制. 重庆大学学报, 2011, **34**(10): 21–26)
- 7 Wang R J, Yin G D, Jin X J. Robust adaptive sliding mode control for nonlinear four-wheel steering autonomous vehicles path tracking systems. In: Proceedings of the 2016 Power Electronics and Motion Control Conference. Hefei, China: IEEE, 2016. 2999–3006
- 8 Falcone P, Tufo M, Borrelli F, Asgari J, Tseng H E. A linear time varying model predictive control approach to the integrated vehicle dynamics control problem in autonomous systems. In: Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 2008. 2980–2985
- 9 Ji Jie, Tang Zhi-Rong, Wu Ming-Yang, Fang Jing-Cheng. Path planning and tracking for lane changing based on model predictive control. *China Journal of Highway and Transport*, 2018, **31**(4): 172–179
(冀杰, 唐志荣, 吴明阳, 方京城. 面向车道变换的路径规划及模型预测轨迹跟踪. 中国公路学报, 2018, **31**(4): 172–179)
- 10 Li S S, Wang G D, Zhang B C, Yu Z X, Cui G J. Vehicle stability control based on model predictive control considering the changing trend of tire force over the prediction horizon. *IEEE Access*, 2018, **7**: 6877–6888
- 11 Chen Jie, Li Liang, Song Jian. A study on vehicle stability control based on LTV-MPC. *Automotive Engineering*, 2016, **38**(3): 308–316
(陈杰, 李亮, 宋健. 基于 LTV-MPC 的车辆稳定性控制研究. 汽车工程, 2016, **38**(3): 308–316)
- 12 Borrelli F, Falcone P, Keviczky T, Asgari J, Hrovat D. MPC-based approach to active steering for autonomous vehicle systems. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 2005, **3**: 265–291
- 13 Falcone P, Borrelli F, Tseng H E, Asgari J, Hrovat D. Linear time-varying model predictive control and its application to active steering systems: stability analysis and experimental validation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **18**(8): 862–875
- 14 Gong Jian-Wei, Jiang Yan, Xu Wei. *Model Predictive Control of Self-driving Vehicles*. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.
(龚建伟, 姜岩, 徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.)
- 15 Hang Peng, Chen Xin-Bo, Zhang Bang, Shi Peng-Fei, Tang Ting-Ju. Path planning and tracking control for collision avoidance of a 4Wis-4WId electric vehicle. *Automotive Engineering*, 2019, **41**(2): 170–176
(杭鹏, 陈辛波, 张榜, 史鹏飞, 唐廷举. 四轮独立转向—独立驱动电动车主动避障路径规划与跟踪控制. 汽车工程, 2019, **41**(2): 170–176)
- 16 Xu Yang, Lu Li-Ping, Chu Duan-Feng, Huang Zi-Chao. Unified modeling of trajectory planning and tracking for unmanned vehicle. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(4): 799–807
(徐杨, 陆丽萍, 褚端峰, 黄子超. 无人车辆轨迹规划与跟踪控制的统一建模方法. 自动化学报, 2019, **45**(4): 799–807)
- 17 Choi M, Choi S B. MPC for vehicle lateral stability via differential braking and active front steering considering practical aspects. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2016, **230**(4): 459–469
- 18 Beal C E, Gerdes J C. Model predictive control for vehicle stabilization at the limits of handling. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, **21**(4): 1258–1269
- 19 Brown M, Funke J, Erlien S, Gerdes J C. Safe driving envelopes for path tracking in autonomous vehicles. *Control Engineering Practice*, 2017, **61**: 307–316
- 20 Funke J, Brown M, Erlien S M, Gerdes J C. Collision avoidance and stabilization for autonomous vehicles in emergency scenarios. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, **25**(4): 1204–1216
- 21 Guo Kong-Hui. UniTire: Unified tire model. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, **52**(12): 90–99
(郭孔辉. UniTire统一轮胎模型. 机械工程学报, 2016, **52**(12): 90–99)
- 22 Xu Nan. Study on the Steady State Tire Model under Combined Conditions [Ph.D. dissertation], Jilin University, China, 2012.
(许男. 复合工况下轮胎稳态模型研究 [博士学位论文], 吉林大学, 中国, 2012.)
- 23 Guo Kong-Hui. *Dynamics of Automobile Tyres*. Beijing: Science Press, 2018.
(郭孔辉. 汽车轮胎动力学. 北京: 科学出版社, 2018.)
- 24 Yuan Wei, Jiang Zheng-Min, Guo Ying-Shi. Research on vehicle active collision avoidance system based on the coordinated actions of braking and steering. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, **32**(1): 173–181
(袁伟, 蒋拯民, 郭应时. 制动与转向协调动作的车辆避撞控制研究. 中国公路学报, 2019, **32**(1): 173–181)
- 25 Ackermann C, Bechtloff J, Isermann R. Collision avoidance with combined braking and steering. 2015, 199–213
- 26 Chen Hong. *Model Predictive Control*. Beijing: Science Press, 2013.
(陈虹. 模型预测控制. 北京: 科学出版社, 2013.)



王国栋 长春工业大学机电工程学院硕士研究生. 主要研究方向为车辆动力学控制与智能车辆控制.
E-mail: wangguodong99@outlook.com
(WANG Guo-Dong) Master student at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Changchun University of Technology. His research interest covers vehicle dynamics and intelligent vehicle control.)



刘 洋 长春孔辉汽车科技股份有限公司中级工程师。主要研究方向为汽车智能底盘、电控悬架系统及控制算法。E-mail: liuyang@khat.com.cn

(**LIU Yang** Intermediate engineer at KH Automotive Technologies (Changchun) Co., Ltd.. His research interest covers automotive intelligent chassis, electronically controlled suspension systems, and control algorithms.)



李绍松 长春工业大学机电工程学院讲师。2013年获得吉林大学博士学位。主要研究方向为车辆动力学控制。本文通信作者。

E-mail: lishaosong@ccut.edu.cn

(**LI Shao-Song** Lecturer at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Changchun University of Technology. He received his Ph.D. degree from Jilin University in 2013. His research interest covers vehicle dynamics control. Corresponding author of this paper.)



卢晓晖 长春工业大学机电工程学院副教授。2013年获得吉林大学博士学位。主要研究方向为汽车动力传动系统控制技术,压电驱动与控制技术,微能源俘获技术。

E-mail: luxh13@ccut.edu.cn

(**LU Xiao-Hui** Associate professor at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Changchun University of Technology. She received her Ph.D. degree from Jilin University in 2013. Her research interest covers automotive powertrain control technology, piezoelectric drive and control technology, and microenergy capture technology.)



张邦成 长春工业大学机电工程学院教授。2011年获得吉林大学博士学位。主要研究方向为机械电子测量技术与故障诊断。

E-mail: zhangbangcheng@ccut.edu.cn

(**ZHANG Bang-Cheng** Professor at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Changchun University of Technology. He received his Ph.D. degree from Jilin University in 2011. His research interest covers mechatronic measurement technology and fault diagnosis.)