

非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪

孙小童¹ 郭戈^{1,2,3} 张鹏飞¹

摘要 本文研究了有向拓扑网络中具有非匹配扰动的二阶多智能体系统固定时间一致跟踪问题. 基于固定时间扰动观测器, 估计系统匹配扰动, 其次引入正弦补偿函数设计非奇异分布协议, 在避免系统奇异性的同时克服了非匹配扰动, 使多智能体系统实现固定时间一致跟踪. 最后通过仿真验证了算法的有效性.

关键词 多智能体系统, 非匹配扰动, 正弦补偿函数, 固定时间一致跟踪

引用格式 孙小童, 郭戈, 张鹏飞. 非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪. 自动化学报, 2021, 47(6): 1368–1376

DOI 10.16383/j.aas.c190339

Fixed-time Consensus Tracking of Multi-agent Systems Under Unmatched Disturbances

SUN Xiao-Tong¹ GUO Ge^{1,2,3} ZHANG Peng-Fei¹

Abstract This paper investigates the fixed-time consensus tracking problem for second-order multi-agent system with mismatched perturbations in directed topology networks. Based on the fixed-time disturbance observer, the system is estimated to match the disturbance. Secondly, a sine compensation function is introduced to design a nonsingular distribute protocol, the unmatched disturbances were overcome while avoiding the singularity of the system, so that the multi-agent system achieves fixed-time consensus tracking. Finally, simulation is included to demonstrate the performance of the new algorithm.

Key words Multi-agent systems, unmatched disturbances, sine compensation function, fixed-time consensus tracking

Citation Sun Xiao-Tong, Guo Ge, Zhang Peng-Fei. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under unmatched disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(6): 1368–1376

多智能体一致性控制广泛应用于移动机器人编队任务^[1]、集群航天器深空探测^[2]等领域, 是指通过设计基于信息交换的一致性协议, 保证所有智能体的状态达到一致^[3–5]. 其主要问题包括领导者跟随一致性^[6]与无领导一致性^[7]. 领导者跟随一致性即选择一个或多个智能体作为领导者, 以实现一致跟踪^[8]. 现有相关工作已取得部分成果, 但多属于渐近稳定范畴. 相比之下, 有限时间一致性控制可得到有限的截止时间, 且具有较强的抗干扰能力与较快的稳定速度^[9].

文献 [10] 引入非奇异终端滑模控制, 建立一种能在有限时间内达到多智能体系统一致的一致跟踪

算法. 文献 [11] 采用李雅普诺夫方法进行一致性设计, 实现多智能体系统有限时间收敛. 文献 [12] 研究了具有有界扰动的二阶多智能体系统的自适应有限时间一致性问题, 基于积分滑模面设计自适应算法克服扰动, 实现有限时间一致性.

此外, 文献 [13–15] 通过输出反馈对多智能体系统的有限时间一致性进行了研究. 但上述结果的收敛时间依赖于初始条件, 即初始条件越大, 敛时间越长, 且随着初始条件趋于无穷, 收敛时间无限增长. 为此, 固定时间稳定性的概念被提出^[16], 它要求在有限时间稳定性的基础上, 在任意初始条件下收敛时间的上界都应均为常数. 文献 [17] 研究了多智能体系统的固定时间一致性问题, 在固定时间一致性问题中, 收敛时间与初始状态无关. 文献 [18–24] 提出了几种多智能体系统固定时间一致性算法, 其中文献 [18] 引入一种正弦补偿函数来克服系统存在的奇异性. 此外, 由于扰动的存在, 在实际应用中必须考虑存在内部不确定性和外部扰动的影响. 固定时间一致性问题中的抗干扰问题得到广泛关注. 文献 [19] 研究了具有输入延时与不确定扰动的多智能体系统固定时间一致性问题. 文献 [21] 研究了具有不确定扰动的非线性多智能体系统固定时间一

收稿日期 2019-05-07 录用日期 2020-01-09

Manuscript received May 7, 2019; accepted January 9, 2020

国家自然科学基金 (61573077, U1808205) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61573077, U1808205)

本文责任编辑 鲁仁全

Recommended by Associate Editor LU Ren-Quan

1. 大连海事大学船舶电气工程学院 大连 116026 2. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110004 3. 东北大学秦皇岛分校控制工程学院 秦皇岛 066004

1. College of Marine Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026 2. Laboratory of Synthetical Automation for Industrial Process, Northeastern University, Shenyang 110004 3. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004

致性问题. 文献 [22] 考虑了具有外部扰动的二阶多智能体系统的一致性问题, 构造了一个扰动观测器来估计外部扰动. 早期工作中, 多智能体系统分布式协同抗扰大都假设扰动或不确定性存在于控制输入的同一条通道中, 为匹配扰动, 然而很少关注具有非匹配扰动的多智能体系统的固定时间稳定问题.

针对具有非匹配扰动的多智能体系统固定时间一致性问题, 文献 [25] 考虑了具有扰动的二阶多智能体系统的固定时间一致问题, 提出了一种状态观测器. 该观测器只需要在固定时间内利用输出信息就可对系统状态进行估计. 每个智能体的动力学分别由具有约束条件的匹配扰动和非匹配扰动组成. 通过控制器和虚拟速度的设计, 克服了各智能体之间存在的干扰, 使多智能体系统能够达到固定时间一致. 但是这篇文章存在奇异性, 对不连续函数进行了求导. 我们基于这种情况进行了改进, 引入正弦补偿函数设计非奇异分布协议, 避免系统的奇异性且克服非匹配扰动, 使多智能体系统实现固定时间一致跟踪.

第 1 节, 主要介绍了一些概念和引理. 第 2 节, 提出了一种固定时间扰动观测器. 第 3 节研究了固定时间控制及固定时间一致跟踪的问题. 第 4 节, 用一个仿真算例来证明理论结果的有效性. 最后, 第 5 节做出了总结.

1 问题描述与预备知识

1.1 问题描述

本文研究目标: 利用一种非奇异控制协议, 使多智能体系统实现固定时间一致跟踪.

考虑如下多智能体系统,

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) + d_i \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) + f_i \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x_i \in \mathbf{R}$, $v_i \in \mathbf{R}$, $u_i \in \mathbf{R}$ 分别表示第 i 个智能体的位置、速度和输入, $f_i \in \mathbf{R}$ 是与控制输入 $u_i \in \mathbf{R}$ 在相同信道中的有界扰动, $d_i \in \mathbf{R}$ 表示第 i 个智能体的非匹配扰动, $i \in \ell_N := \{1, 2, \dots, N\}$. 参考模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = v_0(t) \\ \dot{v}_0(t) = u_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中 $x_0 \in \mathbf{R}$, $v_0 \in \mathbf{R}$, $u_0 \in \mathbf{R}$ 分别表示参考系统的位置、速度和输入. 多智能体系统 (1) 中引入一个领航者 π_0 , 其状态 $\xi_0 = [x_0, v_0]^T$. 定义一个非负对角阵 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 表示智能体对 ξ_0 的可访问性, 若 ξ_0 可以被第 i 个智能体访问, 则 $b_i = 1$, 否则 $b_i = 0$.

假设 1. 在有向网络拓扑中, 至少有一个智能体可获取领航者信息, 即 $B \neq 0$.

假设 2. 智能体无法获取领航者的输入 $u_0(t)$, 但其上界 u_0^M 可知.

假设 3. d_i 为外部扰动, 满足

$$|d_i| \leq D |x_i|$$

其中 $D > 0$, 为已知常数.

假设 4. 扰动 f_i 的一阶导数有界, 且满足 $|\dot{f}_i| \leq L_i$, L_i 为其上界.

注 1. 假设 3 存在于实际中, 如车辆、船舶或飞机等载体在行进过程中, 所受阻力会随速度增加而变大, 当阻力到达某极限值后不再变化, 如文献 [26] 关于船舶阻尼系数的研究. 存在多个文献对此类扰动进行了研究如文献 [25].

注 2. 在假设 4 中, 假设扰动一阶导数是有界的, 因为扰动不可能无限快地变化.

1.2 预备知识

1.2.1 代数图论

设 N 阶加权图 $g(A) = \{\nu, \varepsilon, A\}$ 表示 n 个多智能体之间的通信拓扑, 且每个智能体作为节点, 其由节点集 $\nu(g) = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, 边集 $\varepsilon(g) \subseteq \nu \times \nu$, 和加权邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ ($a_{ij} > 0$) 组成. 在加权图 $g(A)$ 中边 (π_i, π_j) 表示节点 π_i 的状态可以应用于节点 π_j , 但节点 π_j 的状态不一定可以应用于节点 π_i . 如果 $(\pi_i, \pi_j) \in \varepsilon$, 节点 π_i 称为节点 π_j 的邻节点. π_i 的所有邻节点可以用集合 $\lambda_j = \{i : (\pi_i, \pi_j) \in \varepsilon\}$ 来表示. 当 $(\pi_i, \pi_j) \in \varepsilon$ 时, 有向图的加权邻接矩阵定义为 $a_{ij} = 1$, 对于其他情况 $a_{ij} = 0$, g 的拉普拉斯矩阵表示为 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$. 若一个边的子集形成一个生成树, 那一个图就有一个有向生成树.

1.2.2 重要引理

引理 1^[27]. 设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N \geq 0$, 则有

$$\sum_{i=1}^N \xi_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \right)^p, 0 < p \leq 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \xi_i^p \geq N^{1-p} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \right)^p, 1 < p < \infty \quad (4)$$

引理 2^[28]. 考虑如下标量系统,

$$\dot{y} = -\alpha y^{\frac{m}{n}} - \beta y^{\frac{p}{q}}, y(0) = y_0 \quad (5)$$

其中 $\alpha > 0, \beta > 0, m, n, p, q$ 是正奇数且 $m > n, p < q$. 系统 (5) 是全局固定时间稳定的, 稳定时间为

$$T < T_{\max} := \frac{1}{\alpha} \frac{n}{m-n} + \frac{1}{\beta} \frac{q}{q-p} \quad (6)$$

若 $\varepsilon := [q(m-n)]/[n(q-p)] \leq 1$, 稳定时间为

$$T < T_{\max} := \frac{q}{q-p} \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \arctan \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \frac{1}{\alpha\varepsilon} \right) \quad (7)$$

定义 1. 在给定 u_i 的情况下, 对 $\forall \xi_i(0)$ 和 $\forall i, j \in \ell_N$, 存在正常数 T_{\max} 使得 $\forall t > T_{\max}$, 且 $\xi_i(t) = \xi_0(t)$ 则式 (1) 中的闭环系统实现固定时间一致跟踪, 其中 $\xi_i := [x_i, v_i]^T$.

定义 2. 固定时间收敛是指系统状态从任意初始条件出发, 都将在有限时间内收敛到平衡点, 且收敛时间一致有界.

2 固定时间扰动观测器设计

针对多智能体系统抗扰问题, 通常采用滑模扰动观测器来提高对不确定性和干扰的鲁棒性. 然而, 在传统的滑模扰动观测器中, 估计误差渐近或有限时间收敛为零, 当初始误差较大, 收敛时间可能很长. 此外, 滑模扰动观测器中通常存在抖振问题. 考虑到这两个问题, 本文设计固定时间扰动观测器对扰动进行估计, 且利用非奇异控制协议使多智能体系统实现固定时间一致跟踪.

对多智能体系统 (1) 设计如下固定时间扰动观测器, 对其扰动 f_i 进行估计.

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}}_i = u_i + \hat{f}_i \\ \hat{f}_i = k_{i,1} \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\phi_1} + k_{i,2} \text{sig}(\tilde{v}_i)^{\phi_2} + \int_0^t k_{i,3} \text{sign}(\tilde{v}_i(s)) \text{d}s \end{cases} \quad (8)$$

其中 \hat{v}_i 与 \hat{f}_i 分别表示 v_i 与 f_i 的估计值, $\tilde{v}_i = v_i - \hat{v}_i$ 表示系统速度的估计误差, $k_{i,1}, k_{i,2}, k_{i,3} > 0$, $0 < \phi_1 < 1$, $\phi_2 > 1$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 是控制增益, 此处 $\text{sig}(y)^r$ 函数表示为 $\text{sig}(y)^r = \text{sign}(y)|y|^r$.

对于多智能体系统 (1), 固定时间扰动观测器如式 (8) 所示, 定义 $\tilde{f}_i = f_i - \hat{f}_i$ 为系统扰动的估计误差, 在固定时间内, 固定时间扰动观测器的估计误差收敛到原点, 即 $\tilde{f}_i = 0$, 通过假设 4 可得收敛时间界限为

$$T_{0 \max} \leq \left(\frac{1}{k_{i,2}} \frac{1}{\phi_2 - 1} + \frac{1}{k_{i,1}} \frac{1}{1 - \phi_1} \right) \times \left(1 + \frac{M_i}{(1 - M_i h(k_{i,1})/k_{i,1}) m_i} \right) \quad (9)$$

其中 $M_i = k_{i,3} + L_i$, $m_i = k_{i,3} - L_i$, $h(k_{i,1}) = 1/k_{i,1} + [2e/(m_i k_{i,1})]^{1/3}$, e 为自然对数的底数, 控制增益满足 $k_{i,3} > L_i$, $k_{i,1} h^{-1}(k_{i,1}) > M_i$.

扰动 f_i 经过固定时间扰动观测器观测后在本文中为已知数值 $f_i = \hat{f}_i$.

注 3. 在式 (8) 积分项中存在符号函数, 因此, 估计值是连续的, 避免了抖振问题.

注 4. 不等式 (9) 表明系统 (8) 的收敛时间由观测器初值限制, 与系统初始状态无关.

3 主要结论

3.1 非奇异固定时间控制

本节研究单个系统固定时间控制问题, 引入一种正弦补偿函数, 得到非奇异固定时间控制方法, 为下节一致跟踪问题提供理论基础.

考虑任意子系统, 定义 $z_1 = x_i$, $z_2 = v_i$, $d = d_i$, $f = f_i$ 则系统如下

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) + d \\ \dot{z}_2(t) = u(t) + f \end{cases} \quad (10)$$

其中 $z = [z_1, z_2]^T \in \mathbf{R}^2$ 表示系统的状态向量, $u \in \mathbf{R}$ 为控制输入.

定义 m_χ , n_χ , p_χ , q_χ 为正奇数, 且满足 $m_\chi > n_\chi$, $p_1 < q_1 < 2p_1$, $p_2 < q_2$, $m_1/n_1 - p_1/q_1 > 1$. α_χ, β_χ 是正常数, 其中 $\chi = 1, 2$. 引入文献 [18] 中定义的正弦补偿函数 $\mu_\tau(\cdot) : [0, +\infty) \rightarrow [0, 1]$,

$$\mu_\tau(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{\tau}\right), & x \leq \tau \\ 1, & x > \tau \end{cases} \quad (11)$$

其中 τ 为正常数.

为避免奇异性问题, 引入如下滑模面^[18]

$$s = z_1 + [k(z_1) \cdot z_2]^{\frac{q_1}{p_1}} \quad (12)$$

其中 $k(\cdot) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^+$ 表示标量正函数

$$k(x) = \frac{1}{\alpha_1 x^{m_1/n_1 - p_1/q_1} + \beta_1} \quad (13)$$

为书写方便, 下文将省略 $k(\cdot)$ 中的参数. 当 $s = 0$ 时可得 $z_2 = -\alpha_1 z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1}} - \beta_1 z_1^{\frac{p_1}{q_1}}$.

定义一种新的固定时间控制律

$$u_1 = \frac{1}{k} \left[\alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} (k z_2)^2 - \frac{p_1}{q_1} k^{1 - \frac{q_1}{p_1}} z_2^{2 - \frac{q_1}{p_1}} \right] - \frac{p_1}{q_1} k^{-\frac{q_1}{p_1}} \mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \times z_2^{1 - \frac{q_1}{p_1}} \left(\alpha_2 s^{\frac{m_2}{n_2}} + \beta_2 s^{\frac{p_2}{q_2}} \right) \quad (14)$$

其中,

$$\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot z_2^{\left(\frac{q_1}{p_1} - 1\right)/\tau}\right), & z_2^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \leq \tau \\ 1, & z_2^{\frac{q_1}{p_1} - 1} > \tau \end{cases}$$

对于 $\forall \omega > 0$ 存在 $\sin \omega x \leq x$.

定理 1. 考虑二阶系统, 控制协议 (14) 使其状态 $z = [z_1, z_2]^T$ 全局固定时间收敛, 且收敛时间为

$$T < T_{\max} := T_1 + T_2 + T_0_{\max} + \theta(\tau) \quad (15)$$

其中, $T_\chi := n_\chi / [\alpha_\chi(m_\chi - n_\chi)] + q_\chi / [\beta_\chi(q_\chi - p_\chi)]$ ($\chi = 1, 2$), $\theta(\tau)$ 表示与 τ 相关的最小时间区域.

证明. 对 s 进行求导得到

$$\begin{aligned} \dot{s} = & z_2 + d - \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} \left[\alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \times \right. \\ & \left. z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} \right] (kz_2)^2 - ku - \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} \times \\ & \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} dk^2 z_2 + \\ & \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} kf \end{aligned} \quad (16)$$

定义 $u = u_1 + u_2 + u_3 + u_4$, 其中 u_2, u_3, u_4 用来克服扰动 d 与 f , 将在下文对其进行定义, 将 u 代入式 (16) 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = & z_2 - \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} \left[\alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \times \right. \\ & \left. z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} (kz_2)^2 - ku_1 \right] + d + \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} \times \\ & ku_2 + \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} ku_3 - \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} \times \\ & \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} dk^2 z_2 + \\ & \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} ku_4 + \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} k \cdot f \end{aligned} \quad (17)$$

定义 $u_3 = \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) z_1^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} dkz_2$, 又 $\tilde{f}_i = 0$, 定义 $u_4 = -\tilde{f}$, 将 u_1, u_3, u_4 代入上式得

$$\begin{aligned} \dot{s} = & -\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s^{\frac{m_2}{n_2}+1} + \beta_2 s^{\frac{p_2}{q_2}+1} \right) + \\ & d + \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} ku_2 \end{aligned} \quad (18)$$

构造一个 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2} s^2$, 其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s^{\frac{m_2}{n_2}+1} + \beta_2 s^{\frac{p_2}{q_2}+1} \right) + \\ & s \left[d + \frac{q_1(kz_2)^{\frac{q_1}{p_1}-1}}{p_1} ku_2 \right] \end{aligned} \quad (19)$$

由假设 3 可知当 $x = z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1}$ 时, $d \leq D \cdot \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right)$, 设 $u_2 = -D_{\max} k^{-\frac{q_1}{p_1}} \cdot \frac{p_1}{q_1} \operatorname{sgn}(s)$, 其中, $D_{\max} \geq |D|$, 代入上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s^{\frac{m_2}{n_2}+1} + \beta_2 s^{\frac{p_2}{q_2}+1} \right) + \\ & s \cdot \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \left(D + \frac{q_1 k^{\frac{q_1}{p_1}}}{p_1} u_2 \right) \leq \\ & -\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \cdot \left(\alpha_2 (2V_1)^{\frac{m_2+n_2}{2n_2}} + \right. \\ & \left. \beta_2 (2V_1)^{\frac{p_2+q_2}{2q_2}} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

若 $z_2 \neq 0$ 则 $\mu_\tau(\cdot) > 0$, 为方便证明, 将状态空间 $z \in \mathbf{R}^2$ 分成两个不同的空间, 如图 1^[18] 所示, 其中 $S_1 = \left\{ (z_1, z_2) \mid z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \geq \tau \right\}$, $S_2 = \left\{ (z_1, z_2) \mid z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} < \tau \right\}$.

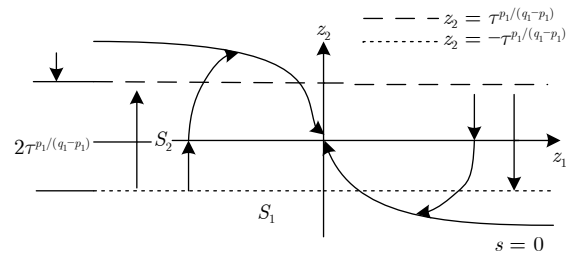


图 1 系统的相位图

Fig. 1 The phase plot of the system

若相位图 1 中任意位置都可以在 T_{\max} 内到达滑模面 $s = 0$, 则全局收敛实现. 当系统状态 (z_1, z_2) 处于 S_1 区域时, 函数 $\mu_\tau(\cdot)$ 为 1. 据引理 2, 状态 (z_1, z_2) 将到达滑动面 $s = 0$ 或在固定时间内进入 S_2 区域, 在 S_2 中当 $z_2 \neq 0$ 时 $0 < \mu_\tau < 1$. 据式 (20) 及引理 2 可得, 滑动面 $s = 0$ 仍然是一个吸引域. 在靠近 z_1 轴时 z_2 趋近于 0, 且 $\mu_\tau \left(z_2^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \cdot z_2^{1-p_1/q_1} \rightarrow 1$, 控制输入 (14) 变为 $u_1 = -\frac{p_1}{q_1} k^{-\frac{p_1}{q_1}} \left(\alpha_2 s^{\frac{m_2}{n_2}+1} + \beta_2 s^{\frac{p_2}{q_2}+1} \right)$, 当 $k^{-p_1/q_1} > 0$ 时, 若 $\dot{z}_2 < 0$ 则 $s > 0$, $\dot{z}_2 > 0$ 则 $s < 0$. 因此 $z(t)$ 将在固定时间 $\theta(\tau)$ 内单调地越过 S_2 进入 S_1 (如图 1 所示). 所以在时间 $t_1 < T_2 + \theta(\tau)$ 内 $V_1 \rightarrow 0$, 即从相平面中的任意地方都可以在时间 $t_1 < T_2 + \theta(\tau)$ 到达滑动面 $s = 0$. 由引理 2 可知状态 (z_1, z_2) 在时间 $T_{\max} := T_1 + T_2 + T_0_{\max} + \theta(\tau)$ 内达到全局固定时间收敛.

注 5. 对于包括 $z_1 = 0$ 的非常小的 $z_1 = 0$, S_2 中的 $z_2 \rightarrow 0$ 表示系统轨迹接近滑模面 $s = 0$, 保证了固定时间收敛性, 因此 $\theta(\tau) \rightarrow 0$. 由于对 T_2 的保守估计, 当 τ 足够小时, 忽略 $\theta(\tau)$ 是有实践意义的. 参数约束条件 $m_1/n_1 - p_1/q_1 > 1$, $p_1/q_1 > 1/2$ 可使 $\varepsilon_1 > 1$. 因为可能存在 $\varepsilon_2 \leq 1$, 所以稳定时间 (7) 仅适用于计算短暂的 T_2 .

注 6. 对于多智能体系统固定时间一致控制问题, 文献 [25] 研究了存在非匹配扰动的情况, 但其

存在奇异性, 对不连续函数进行了求导, 我们引入文献 [18] 中的方法避免了系统的奇异性, 与文献 [18] 相比我们通过改进滑模面克服了非匹配扰动.

3.2 非奇异固定时间一致跟踪

$e^p = [e_1^p, e_2^p, \dots, e_N^p]^T$ 和 $e^v = [e_1^v, e_2^v, \dots, e_N^v]^T$ 分别表示多智能体系统的位置和速度向量, 其中元素分别由 $e_i^p = \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij}(x_i - x_j) + b_i(x_i - x_0)$, $e_i^v = \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij}(v_i - v_j) + b_i(v_i - v_0)$ 定义.

对 e_i^p , e_i^v 关于时间求导可得

$$\begin{cases} \dot{e}_i^p = e^v + e_d \\ \dot{e}_i^v = \left(\sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} + b_i \right) u_i - \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} u_j - b_i u_0 + e_f \end{cases} \quad (21)$$

其中, $e_d = \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij}(d_i - d_j) + b_i d_i$ 与 $e_f = \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij}(f_i - f_j) + b_i f_i$ 分别表示非匹配扰动和匹配扰动, $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]$.

为解决固定时间一致跟踪问题, 引入一种改进的非奇异分布式协议

$$u_i = \left(\sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} + b_i \right)^{-1} \left[u_i^d + \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} u_j - b_i u_0^M \operatorname{sgn}(s_i) + u_i^* \right] \quad (22)$$

其中滑模面 s_i 表示为

$$s_i = e_i^p + [k_i (e_i^p) \cdot e_i^v]^{\frac{q_1}{p_1}} \quad (23)$$

控制信号 u_i^d 表示为

$$u_i^d = \frac{1}{k_i} \left[\alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) (e_i^p)^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} (k_i e_i^v)^2 - \frac{p_1}{q_1} k_i^{1 - \frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{2 - \frac{q_1}{p_1}} \right] - \frac{p_1}{q_1} k_i^{-\frac{q_1}{p_1}} \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \times (e_i^v)^{1 - \frac{q_1}{p_1}} \left(\alpha_2 s_i^{\frac{m_2}{n_2}} + \beta_2 s_i^{\frac{p_2}{q_2}} \right) \quad (24)$$

其中,

$$\mu_\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) = \begin{cases} 1, & (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} > \tau \\ \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} / \tau \right), & \\ (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \leq \tau \end{cases}$$

$m_2 > n_2$, $p_2 < q_2$. 阈值参数 τ 对于每一个 μ_i^τ 是不同的, 本文选择相同的 τ .

定理 2. 考虑多智能体系统 (1) 和 (2), 如满足假设 1 和 2, 非奇异分布式协议 (22) 可使多智能体系统实现固定时间一致跟踪, 其中, 稳定时间 T 满足

$$T < T_{\max} := T_1 + T_2 + T_0 \max + \theta(\tau) \quad (25)$$

且

$$T_\chi = \left[N^{(m_\chi - n_\chi)/2n_\chi} / [\alpha_\chi (m_\chi - n_\chi)] + q_\chi / [\beta_\chi (q_\chi - p_\chi)] \right] \quad (26)$$

其中, $\chi = (1, 2)$, $\theta(\tau)$ 表示最小时间间隔.

证明. 1) 当 $s_i \neq 0$ 时, 将式 (22) 代入式 (21) 可得

$$\dot{e}_i^v = u_i^d - b_i u_0^M \operatorname{sgn}(s_i) - b_i u_0 + u_i^* + e_f \quad (27)$$

将式 (23) 对时间求导并且将式 (27) 代入其中可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_i = & e_d - \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s_i^{\frac{m_2}{n_2}} + \beta_2 s_i^{\frac{p_2}{q_2}} \right) - \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} [b_i u_0^M \operatorname{sgn}(s_i) + b_i u_0] - \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{1 + \frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}} e_d \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \times \\ & (e_i^p)^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} u_i^* + \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} e_f \end{aligned} \quad (28)$$

定义 $u_i^* = u_1^* + u_2^* + u_3^*$, 其中 u_1^* , u_2^* , u_3^* 用来克服扰动 e_d 与 e_f , 将在下文对其进行定义, 代入可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_i = & - \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s_i^{\frac{m_2}{n_2}} + \beta_2 s_i^{\frac{p_2}{q_2}} \right) - \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} [b_i u_0^M \operatorname{sgn}(s_i) + b_i u_0] - \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \left[(k_i e_i^v) \cdot e_d \cdot \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \times \right. \\ & \left. (e_i^p)^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} - u_1^* \right] + e_d + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \times \\ & u_2^* + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \cdot e_f + \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \cdot u_3^* \end{aligned} \quad (29)$$

定义 $u_1^* = (k_i e_i^v) \cdot e_d \cdot \alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) (e_i^p)^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1}$, 又 $\tilde{e}_f = 0$, 定义 $u_3^* = -\tilde{e}_f$, 将 u_1^* , u_3^* 代入上式可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = & - \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \cdot \left(\alpha_2 s_i^{\frac{m_2}{n_2}} + \beta_2 s_i^{\frac{p_2}{q_2}} \right) - \\ & \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} [b_i u_0^M \operatorname{sgn}(s_i) + b_i u_0] + \\ & e_d + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} u_2^* \end{aligned} \quad (30)$$

构造一个 Lyapunov 函数 $V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N s_i^2$, V_2 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & - \sum_{i=1}^N \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \left(\alpha_2 s_i^{\frac{m_2}{n_2}+1} + \beta_2 s_i^{\frac{p_2}{q_2}+1} \right) - \\ & \frac{q_1}{p_1} \sum_{i=1}^N k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} (b_i u_0^M |s_i| + b_i u_0 s_i) + \\ & \sum_{i=1}^N s_i \left(e_d + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} \cdot u_2^* \right) \end{aligned} \quad (31)$$

由假设 3 可得当 $x = (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1}$ 时, $e_d \leq D \cdot (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1}$, $D_{\max} \geq |D|$, 设 $u_2^* = -D_{\max} k_i^{-\frac{q_1}{p_1}} \frac{p_1}{q_1} \text{sgn}(s_i)$, 将其代入式 (31) 并应用引理 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^N \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} \right) \left(\alpha_2 (s_i^2)^{\frac{m_2+n_2}{2n_2}} + \beta_2 \times \right. \\ & \left. (s_i^2)^{\frac{p_2+q_2}{2q_2}} \right) - \frac{q_1}{p_1} \sum_{i=1}^N k_i^{\frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} b_i \times \\ & (u_0^M - |u_0|) |s_i| + \sum_{i=1}^N s_i (e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1}-1} \times \\ & \left(D + \frac{q_1}{p_1} k_i^{\frac{q_1}{p_1}} \cdot u_2^* \right) \leq \\ & - \mu_m^\tau \sum_{i=1}^N \left(\alpha_2 (s_i^2)^{\frac{m_2+n_2}{2n_2}} + \beta_2 (s_i^2)^{\frac{p_2+q_2}{2q_2}} \right) \leq \\ & - \mu_m^\tau \left[\alpha_2 N^{\frac{n_2-m_2}{2n_2}} (2V_2)^{\frac{m_2+n_2}{2n_2}} + \beta_2 (2V_2)^{\frac{p_2+q_2}{2q_2}} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $\mu_m^\tau := \min\{\mu_1^\tau, \dots, \mu_N^\tau\}$, $k_i^{q_1/p_1} \cdot (e_i^v)^{q_1/p_1-1} \geq 0$. 若 $V_2 \neq 0$ 则 $y_2 = \sqrt{2V_2}$ 为下列微分方程的解

$$\dot{y}_2(t) = -\mu_m^\tau \left(\alpha_2 N^{\frac{n_2-m_2}{2n_2}} y_2^{\frac{m_2}{n_2}}(t) + \beta_2 y_2^{\frac{p_2}{q_2}}(t) \right)$$

其中 $\mu_m^\tau = 1$, $\min\{|e_1^v|, \dots, |e_N^v|\} > \tau^{p_1/(q_1-p_1)}$, 通过定理 2 和微分方程的比较原理可得 $\lim_{t \rightarrow t_2} V_2(s_i) = 0$, 对于 $\forall i \in \ell_N$ 存在 $\lim_{t \rightarrow t_2} s_i = 0$, 其中 $t_2 < T_2 + \theta(\tau)$.

2) 当滑模面 $s_i = 0$ 时, 式 (23) 可化为

$$\dot{e}_i^p = -\alpha_1 (e_i^p)^{\frac{m_1}{n_1}} - \beta_1 (e_i^p)^{\frac{p_1}{q_1}} + e_d \quad (33)$$

其中, $i \in \ell_N$. 构造一个 Lyapunov 函数 $V_3 = (1/2) \sum_{i=1}^N (e_i^p)^2$, 应用引理 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -\alpha_1 \sum_{i=1}^N (e_i^p)^{\frac{m_1+n_1}{n_1}} - \beta_1 \sum_{i=1}^N (e_i^p)^{\frac{p_1+q_1}{q_1}} + e_d \cdot e_i^p \leq \\ & -\alpha_1 N^{\frac{n_1-m_1}{2n_1}} (2V_3)^{\frac{m_1+n_1}{2n_1}} - \beta_1 (2V_3)^{\frac{p_1+q_1}{2q_1}} \end{aligned} \quad (34)$$

若 $V_3 \neq 0$, 则 $y_3 = \sqrt{2V_3}$ 为下列微分方程的解

$$\dot{y}_3(t) = -\alpha_1 N^{\frac{n_1-m_1}{2n_1}} y_3^{\frac{m_1}{n_1}}(t) - \beta_1 y_3^{\frac{p_1}{q_1}}(t)$$

与 1) 中结果相同, 对于 $\forall i \in \ell_N$, 可以得到 $\lim_{t \rightarrow t_1} e_i^p = 0$, 稳定时间 $t_1 < T_1$.

因此 e^p 在 $T < T_1 + T_2 + T_0 \max + \theta(\tau)$ 之内收敛于 0, 可得多智能体系统 (1) 和 (2) 实现固定时间一致跟踪.

为将交互拓扑并入滑模面, 定义新的滑动变量

$$\bar{s}_i = \bar{e}_i^p + [k_i (\bar{e}_i^p) \cdot e_i^v]^{\frac{q_1}{p_1}} \quad (35)$$

其中, $\bar{e}_i^p = \sum_{j \in \lambda_i} \hat{a}_{ij} (e_i^p - e_j^p) + b_i e_i^p$, $i, j \in \ell_N$, $\hat{a}_{ij} = (a_{ij} + a_{ji})/2$. $\hat{L} = (L + L^T)/2$ 为 $g(\hat{A})$ 的 Laplacian 矩阵, $\hat{A} := [\hat{a}_{ij}]_{n \times n}$. 相应的固定时间一致跟踪协议为

$$u_i = \left(\sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} + b_i \right)^{-1} \left[\bar{u}_i^d + \sum_{j \in \lambda_i} a_{ij} u_j - b_i u_0^{\max} \times \text{sgn}(\bar{s}_i) + u_i^* \right] \quad (36)$$

其中, 虚拟信号 \bar{u}_i^d 定义为

$$\begin{aligned} \bar{u}_i^d = & \frac{1}{k_i} \left[\alpha_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) (\bar{e}_i^p)^{\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} - 1} (k_i e_i^v)^2 - \right. \\ & \left. \frac{p_1}{q_1} k_i^{1 - \frac{q_1}{p_1}} (e_i^v)^{2 - \frac{q_1}{p_1}} \right] - \frac{p_1}{q_1} k_i^{-\frac{q_1}{p_1}} \mu_i^\tau \left((e_i^v)^{\frac{q_1}{p_1} - 1} \right) \times \\ & (e_i^v)^{1 - \frac{q_1}{p_1}} \end{aligned} \quad (37)$$

定理 3. 考虑多智能体系统 (1) 和 (2), 如满足假设 1 和 2, 非奇异分布协议 (36) 可使多智能体系统实现固定时间一致跟踪, 稳定时间 T 满足

$$T < T_{\max} := T_1 + T_2 + T_0 \max + \theta(\tau) \quad (38)$$

其中,

$$\begin{aligned} T_1 = & \frac{N^{(m_1-n_1)/2n_1}}{\tilde{\gamma}^{(m_1+n_1)/2n_1} \alpha_1} \frac{n_1}{m_1 - n_1} + \frac{1}{\tilde{\gamma}^{(p_1+q_1)/2q_1} \beta_1} \frac{q_1}{q_1 - p_1} \\ T_2 = & \frac{N^{(m_2-n_2)/2n_2}}{\alpha_2} \frac{n_2}{m_2 - n_2} + \frac{1}{\beta_2} \frac{q_2}{q_2 - p_2} \end{aligned}$$

式中 $\tilde{\gamma}$ 表示矩阵 $(\hat{L} + B)$ 的最小特征值, $\theta(\tau)$ 表示最小时间间隔.

证明. 定理 2 与定理 3 都是为多智能体系统 (1) 和 (2) 设计非奇异分布协议, 使多智能体系统实现固定时间一致跟踪. 该定理的证明与定理 2 的证明有同样思路, 证明过程本文不再赘述.

注 7. 稳定时间 (38) 也依赖于交互拓属性, 即 $\tilde{\gamma}$. 此外, 在滑动变量的定义中引入了交互拓扑, 保证了转换过程中的一致性.

本文在协议中引入连续的正弦补偿函数消除了奇异性. 此外, 分布式控制协议 (22) 与 (36) 均可实现多智能体系统 (1) 和 (2) 的固定时间一致跟踪, 且截止时间与初始条件无关, 相比协议 (22), 协议 (36) 更侧重多智能体系统在实现一致跟踪过程中的编队效率, 减小超调.

3.3 算法

- 1) 选择系统参数 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, m_1, n_1, m_2, n_2, p_1, q_1, p_2, q_2, \tau$.
- 2) 定义系统状态.
- 3) 根据定义的系统状态设计固定时间扰动观测器.
- 4) 根据所设计的固定时间扰动观测器来设计固定时间一致控制协议.
- 5) 根据设计的固定时间一致控制协议来设计固定时间一致跟踪控制协议.

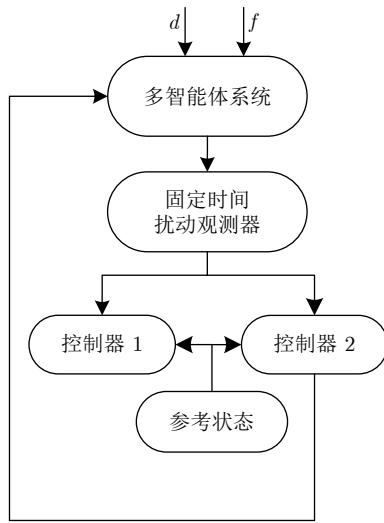


图 2 算法流程图
Fig.2 Algorithm flowchart

4 系统仿真

本章通过 MATLAB/SIMULINK 仿真来验证所提固定时间一致算法的有效性.

考虑一组智能体由 1 个领导者和 4 个跟随者组成, 其交互图如图 3 所示. 将虚拟领导者 (2) 的控制输入设计为 $u_0 = -\sin(x_0)/(1 + \exp(-t))$ 使得 $u_0^M = 1$. 定义智能体组初始状态为 $x(0) = [-200, -50, 50, 150, 200]^T$, $v(0) = [-100, 60, 90, -80, 100]^T$, 扰动 $d_i = 10 \sin(0.1x_i)$, $f_i = 2 \cos(x_i(t))$, 根据引理 2, 为了使参数满足约束条件 $m_1/n_1 - p_1/q_1 > 1$, $p_1/q_1 > 1/2$, 将式 (22) 和式 (36) 中的参数赋值为

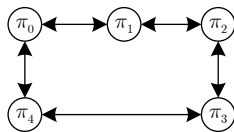


图 3 交互拓扑图 g^e
Fig.3 The topology graph g^e

$\alpha_1 = \beta_1 = \alpha_2 = \beta_2 = 4, m_1 = 9, n_1 = 5, p_1 = 7, q_1 = 9, m_2 = 11, n_2 = 9, p_2 = 5, q_2 = 7, \tau = 0.1$.

仿真结果如下图所示, 图 4 与图 6 为多智能体系统在两种控制协议下的位置轨迹, 图 5 与图 7 为

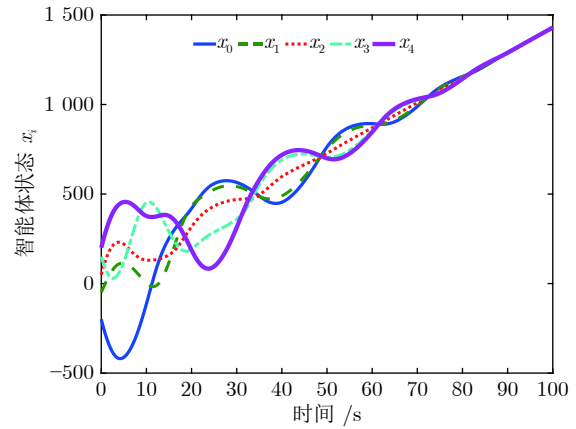


图 4 协议 (22) 下的位置轨迹
Fig.4 Position trajectory under protocol (22)

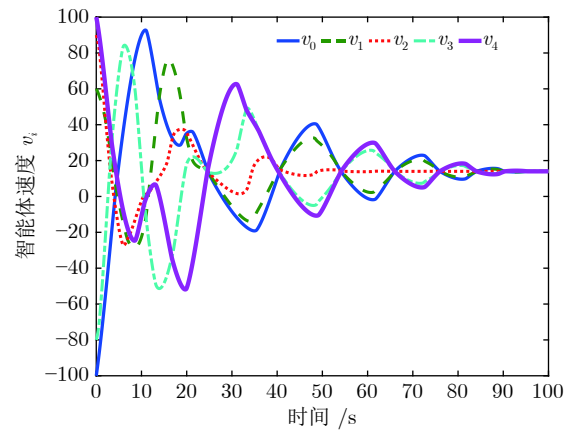


图 5 协议 (22) 下的速度轨迹
Fig.5 Speed trajectory under protocol (22)

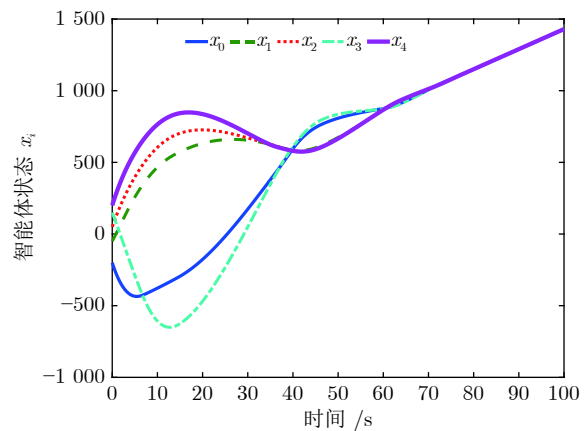


图 6 协议 (36) 下的位置轨迹
Fig.6 Position trajectory under protocol (36)

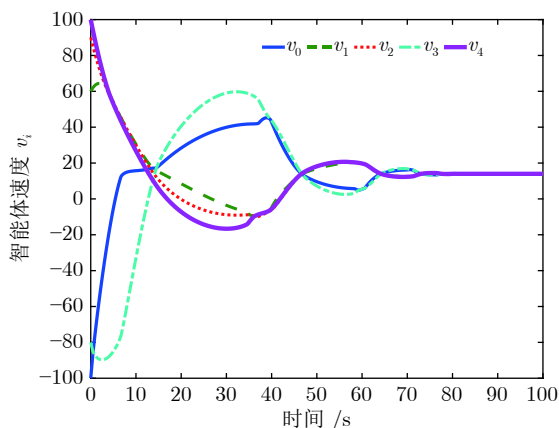


图 7 协议 (36) 下的速度轨迹

Fig. 7 Speed trajectory under protocol (36)

多智能体系统在两种控制协议下的速度轨迹, 由图分析可得收敛时间小于最大收敛时间, 在固定时间内多智能体系统达到了一致跟踪的目标, 验证了定理 2 和定理 3 中控制协议的有效性.

5 结论

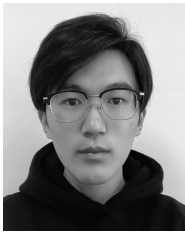
本文研究了多智能体系统存在非匹配扰动的情况下, 实现固定时间一致跟踪问题. 基于固定时间状态观测器与设计的算法, 在存在非匹配干扰的情况下, 实现多智能体系统固定时间一致跟踪. 由于多智能体系统中存在干扰, 本文所引入固定时间扰动观测器可以估计出系统匹配扰动, 并设计相应的非奇异固定时间算法避免系统存在的奇异性且克服非匹配扰动, 使多智能体系统实现固定时间一致跟踪. 最后, 通过仿真算例验证了算法的有效性.

References

- Zheng Y F, Chen W D. Mobile robot team forming for crystallization of proteins. *Autonomous Robots*, 2007, **23**(1): 69–78
- Smith R S, Hadaegh F Y. Control of deep-space formation-flying spacecraft; relative sensing and switched information. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, **28**(1): 106–114
- Huang Qin-Zhen. Consensus analysis of multi-agent discrete-time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(7): 1127–1133 (黄勤珍. 离散时间多智能体系统的一致性. 自动化学报, 2012, **38**(7): 1127–1133)
- Cao Y C, Yu W W, Ren W, Chen G R. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, **9**(1): 427–438
- Dong Tao, Li Xiao-Li, Zhao Da-Duan. Event-triggered consensus of third-order discrete-time multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(7): 1366–1372 (董涛, 李小丽, 赵大端. 基于事件触发的三阶离散多智能体系统一致性分析. 自动化学报, 2019, **45**(7): 1366–1372)
- Hong Y G, Hu J P, Gao L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology. *Automatica*, 2006, **42**(7): 1177–1182
- Hu J P, Hong Y G, Feng G. Distributed dynamic control for leaderless multi-agent consensus with star-like topology. *Asian Journal of Control*, 2008, **10**(2): 233–237
- Wu Y, Wang Z, Ding S, Zhang H G. Leader-follower consensus of multi-agent systems in directed networks with actuator faults. *Neurocomputing*, 2018, **275**: 1177–1185
- Du H B, Li S H, Qian C J. Finite-time attitude tracking control of spacecraft with application to attitude synchronization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(11): 2711–2717
- Zhao L W, Hua C C. Finite-time consensus tracking of second-order multi-agent systems via nonsingular TSM. *Nonlinear Dynamics*, 2014, **75**(1-2): 311–318
- Yu H, Shen Y, Xia X. Adaptive finite-time consensus in multi-agent networks. *Systems & Control Letters*, 2013, **62**(10): 880–889
- Yu S, Long X. Finite-time consensus for second-order multi-agent systems with disturbances by integral sliding mode. *Automatica*, 2015, **54**: 158–165
- Hua C C, Sun X L, You X, Guan X P. Finite-time consensus control for second-order multi-agent systems without velocity measurements. *International Journal of Systems Science*, 2017, **48**(2): 337–346
- Wang X, Li S, Lam J. Distributed active anti-disturbance output consensus algorithms for higher-order multi-agent systems with mismatched disturbances. *Automatica*, 2016, **74**: 30–37
- Zhang L L, Hua C C, Guan X P. Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of nonlinear multi-agent systems with unknown disturbances. *IET Control Theory and Applications*, 2016, **10**(8): 877–883
- Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **57**(8): 2106–2110
- Wang H, Yu W W, Wen G H, Chen G R. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under a directed communication topology. In: Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Control and Automation. Kathmandu, Nepal: IEEE, 2016. 186–191
- Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, **54**: 305–309
- Liu J, Zhang Y L, Sun C Y, Yu Y. Fixed-time consensus of multi-agent systems with input delay and uncertain disturbances via event-triggered control. *Information Sciences*, 2019, **480**: 261–272
- Hong H F, Yu W W, Yu X H, Wen G H, Alsaedi A. Fixed-time connectivity-preserving distributed average tracking for multi-agent systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, **64**(10): 1192–1196
- Shang Y L. Fixed-time group consensus for multi-agent systems with non-linear dynamics and uncertainties. *IET Control Theory & Applications*, 2017, **12**(3): 395–404
- Yang H Y, Zhang Z X, Zhang S Y. Consensus of second-order multi-agent systems with exogenous disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, **21**(9): 945–956
- Zuo Z Y, Han Q L, Ning B D, Ge X H, Zhang X M. An overview of recent advances in fixed-time cooperative control of multi-agent systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*,

2018, **14**(6): 2322–2334

- 24 Ni K J, Liu L, Liu C X, Liu J. Fixed-time leader-following consensus for second-order multiagent systems with input delay. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(11): 8635–8646
- 25 Wei X Y, Yu W W, Wang H, Yao Y Y, Mei F. An observer-based fixed-time consensus control for second-order multi-agent systems with disturbances. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, **66**(2): 247–251
- 26 Inoue S, Hirano M, Kijima K, Takashina J. A practical calculation method of ship maneuvering motion. *International Shipbuilding Progress*, 1981, **28**(325): 207–222
- 27 Zuo Z Y, Tie L. A new class of finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2014, **87**(2): 363–370
- 28 Zuo Z Y, Tie L. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems. *International Journal of Systems Science*, 2016, **47**(6): 1366–1375



孙小童 大连海事大学控制科学与工程博士研究生. 主要研究方向为多智能体系统.

E-mail: sdyxsxt@126.com

(**SUN Xiao-Tong** Ph. D. candidate at the School of Control Science and Engineering, Dalian Maritime University. His research interest covers multi-agent systems.)

time University. His research interest covers multi-agent systems.)



郭戈 东北大学教授. 1998年获得东北大学博士学位. 主要研究方向为智能交通系统, 运动目标检测跟踪网络. 本文通信作者.

E-mail: geguo@yeah.net

(**GUO Ge** Professor at Northeastern University. He received his

Ph.D. degree from Northeastern University in 1998. His research interest covers intelligent transportation systems, moving target detection and tracking with networks. Corresponding author of this paper.)



张鹏飞 大连海事大学控制科学与工程博士研究生. 主要研究方向为多智能体系统, 水面水下机器人镇定控制、跟踪控制.

E-mail: peng-fei_zhang@outlook.com

(**ZHANG Peng-Fei** Ph. D. candidate at the School of Control Science and Engineering, Dalian Maritime University. His

research interest covers multi-agent systems, stabilizing control and tracking control of surface underwater robot.)