

# 基于闭塞区间的高速列车运行时间与节能协同优化方法

赵辉<sup>1</sup> 代学武<sup>1</sup>

**摘要** 提出了一种高速列车运行时间与节能协同优化方法. 针对由动态调度层、优化控制层、跟踪控制层组成的列车运行控制与动态调度一体化结构, 设计了面向动态调度层和优化控制层的列车运行时间调整策略和节能速度位置曲线. 基于高速铁路闭塞区间, 建立了列车-区间模型和列车速度曲线节能优化模型. 利用模型预测控制方法对列车区间运行时间进行调整, 优化列车总延误时间; 根据调整后的区间运行时间设计列车运行优化速度位置曲线, 减少列车运行能耗. 仿真算例验证了设计的运行时间与节能协同优化策略的有效性.

**关键词** 高速列车, 一体化, 运行时间与节能, 协同优化

**引用格式** 赵辉, 代学武. 基于闭塞区间的高速列车运行时间与节能协同优化方法. 自动化学报, 2020, 46(3): 471-481

**DOI** 10.16383/j.aas.c190200



开放科学(资源服务)标识码(OSID):

## Cooperative Optimization Method for High-speed Trains Running Time and Energy Saving Based on Block Sections

ZHAO Hui<sup>1</sup> DAI Xue-Wu<sup>1</sup>

**Abstract** A cooperative optimization method for high-speed trains running time and energy saving is proposed. For the integrated scheme of train operation control and dynamic rescheduling which consists of dynamic rescheduling layer, optimization control layer and tracking control layer, the running time adjustment strategy and energy saving speed-position trajectory are designed for dynamic rescheduling layer and optimization control layer. The train-section model and energy saving speed trajectory model are established based on the block sections of high-speed railway. The model predictive control method is utilized to adjust the section running time of trains and optimize the total delay time of trains. Then according to the adjusted section running time, the optimal speed-position trajectory is generated for each train so as to reduce the energy consumption. Numerical examples are given to illustrate the effectiveness of the proposed running time and energy saving cooperative optimization strategy.

**Key words** High-speed train, integration, running time and energy saving, cooperative optimization

**Citation** Zhao Hui, Dai Xue-Wu. Cooperative optimization method for high-speed trains running time and energy saving based on block sections. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 471-481

近年来, 高速铁路飞速发展, 以其快速、安全、准时等特点极大地改变了人们的出行方式. 高速铁路逐渐在中国轨道交通运输体系中居于核心地位. 随着高速铁路网络的快速发展, 其已呈现出运营里程长、路网复杂、区域分布广、客流量大等特点, 对高速列车运行控制和动态调度策略提出了更高的要求. 这就要求我们不断地改进高速列车的运行控制

和动态调度方法, 实现高速列车运行快速、运营安全、旅客舒适、到站准时等服务目标<sup>[1-3]</sup>.

高速列车运行控制的目的在于优化列车运行能耗, 控制列车按期望的速度位置曲线安全运行. 列车节能优化运行一直是列车运行控制领域的研究热点. Albrecht 等<sup>[4]</sup>指出列车节能优化运行主要包括最大牵引、巡航、惰行、最大制动四个过程. Yan 等<sup>[5]</sup>研究了具有不确定参数影响下的列车运行轨迹的动态优化问题, 将列车运行中能量消耗作为性能指标, 采用滚动时域优化策略优化了列车速度位置曲线. 文献<sup>[6]</sup>则基于列车运行的非线性动态特征和列车历史运行数据, 构建了一个模糊双线性模型来描述高速列车的动态运行过程, 设计了自适应预测控制方法来实现高速列车的安全、节能运行. 文献<sup>[7]</sup>提出了一种混合系统模型来描述高速列车的特性, 将列车运行能耗转化为非线性优化问题, 设计了一种

收稿日期 2019-03-20 录用日期 2019-08-15

Manuscript received March 20, 2019; accepted August 15, 2019  
国家自然科学基金(61790574, 61773111, U1834211), 中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题(N2019G020)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61790574, 61773111, U1834211) and Science and Technology Project of China National Railway Group Co., Ltd. (N2019G020)

本文责任编辑 董海荣

Recommended by Associate Editor DONG Hai-Rong

1. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110819

1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819

固定运行时间下的最小能耗运行策略。

列车动态调度主要是指: 由于灾害天气、线路和设备故障等突发事件导致列车实绩运行图偏离计划运行图时, 需要通过一次或多次制订列车运行阶段调整计划, 以尽快恢复计划运行图的动态调整过程。动态性主要体现在需要根据不断变化的高铁路网运行状态不断调整列车运行, 因此要求动态调度策略具有实时性、稳定性和可靠性的特点。已有研究表明, 列车动态调度问题具有多目标、多约束、非线性等特征<sup>[8]</sup>。列车动态调度目标通常设置为: 总晚点列车数最少、列车总晚点时间最小、加权总晚点时间最小、列车正点率最高、列车到站时间偏差和列车离站时间偏差加权和最小、旅客满意度高等一个或多个目标<sup>[9]</sup>。针对此类多目标优化问题, 列车动态调度手段主要包括改变列车到发时间、压缩列车区间运行时分、缩减列车车站停车时间、改变列车运行线路、改变列车到发顺序等<sup>[10]</sup>。综上所述, 调整列车运行时间是列车动态调度的重要组成部分。当列车延误不是特别严重时, 利用基本图中预留的缓冲时间余量, 对列车运行时间进行调整就能够恢复列车正常运行。列车运行时间调整问题的优化求解方法主要有三类: 数学规划方法<sup>[11]</sup>、人工智能算法<sup>[12]</sup>和仿真方法<sup>[13]</sup>。例如, 文献 [14] 将车站停车时间作为约束考虑到列车运行时间调整中, 将停车时间和延误时间作为优化目标, 考虑了高速列车运行时间调整和车站停车时间的协同优化问题, 给出了列车最优运行方式。Zhou 等<sup>[15]</sup>采用启发式算法研究了多周期混合条件下高速列车运行时间优化问题, 在运行时间调整问题中考虑了旅客满意度, 得到了旅客满意度较高的优化解。

当列车运行偏离基本运行图时, 恢复按图运行的过程实质上与列车运行控制和动态调度同时相关, 动态调度提供策略, 运行控制去执行。运行控制与动态调度是存在内在联系的, 当前的研究成果多是只考虑运行控制或是只考虑动态调度, 综合考虑列车运行控制和动态调度的学者还不多<sup>[16]</sup>。随着技术的进步, 相关理论的完善以及高铁基础设施的建设, 高速铁路的智能化已经成为未来高铁网的发展趋势。而在高速列车运行控制和动态调度研究领域, 高速列车的运行控制与动态调度一体化理论和技术正在成为研究重点。如文献 [17] 采用分布式协同模型预测控制和蚁群算法, 基于高速列车运行控制与动态调度一体化的思想, 通过微调列车运行时间, 在相邻列车运行距离约束、相邻列车运行间隔约束、列车运行速度约束等约束条件下, 重新设计了运行在线路上列车的速度位置曲线, 在约束允许范围内优化了列车运行能耗。

目前, 高速列车的运行控制与动态调度还相对

独立, 针对列车运行控制与动态调度一体化的研究, 还处于初步研究阶段, 研究成果也相对较少。高速列车运行控制和动态调度一体化主要问题在于如何将业务流程中相对独立、具有不同优化目标、但又密切相关的运行控制系统和调度指挥系统更好地结合起来, 通过信息共享和信息融合, 提高运行控制系统和动态调度系统之间的协调能力。由于动态调度与运行控制的优化目标不尽相同且各有侧重, 有时还相互冲突, 如何利用自动化和信息技术对动态调度和运行控制进行多目标协同优化也是一体化研究中的难点。

针对上述问题, 本文以调度系统中运行时间调整问题和控制系统中节能优化运行问题为研究对象, 借鉴工业自动化系统中复杂系统的分层控制体系和全流程一体化运行反馈控制思想<sup>[18]</sup>, 提出了高速列车运行时间和节能协同优化方法。以列车繁忙时段小范围延误为研究背景, 借鉴城市轨道交通离散事件建模理论<sup>[19-22]</sup>, 建立了基于列车运行时间的列车-区间模型。在此基础上, 采用模型预测控制设计列车运行时间调整策略, 减少列车总延误时间和区间运行时间压缩量, 恢复列车按图运行。根据调整后的列车运行时间, 采用数值分析和二分法迭代相结合的方法, 在给定时间和速度约束条件下, 优化列车运行能耗, 生成优化速度位置曲线。利用跟踪控制跟踪优化速度位置曲线。同时, 将列车的实时速度、位置反馈回上层动态调度层, 构成列车运行时间和节能协同优化反馈闭环结构, 减少列车总延误时间、优化列车运行能耗。

## 1 问题描述

### 1.1 一体化结构

高速列车运行控制与动态调度一体化是指运用先进的感知、传输、控制方法和技术, 实现列车运行优化控制和智能动态调度, 进而深度融合列车运行控制和调度指挥, 实现高铁网所有列车整体运行效率全局最优。高速列车运行控制与动态调度一体化通过将高速铁路运营中调度指挥和运行控制的分层模式有机整合起来, 实现列车总延误时间最小、列车节能优化运行并能够准确跟踪优化速度位置曲线等优化目标。

结合高速列车运行控制和动态调度的业务流程, 高速列车运行控制与动态调度一体化的体系结构如图 1 所示。该一体化结构分为三层, 分别是动态调度层(上层)、优化控制层(中层)和跟踪控制层(下层)。动态调度层对应调度集中系统和调度员, 主要对列车延误进行动态调度。通过调整列车的区间运行时间、列车运行路径、运行次序等, 实现减少

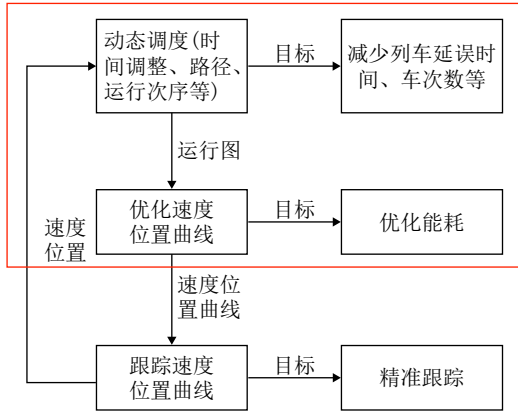


图1 动态调度和运行控制一体化结构图

Fig. 1 Integrated structure diagram of dynamic res-scheduling and operation control

列车延误时间、车次数等优化目标, 并将调整后的列车运行图传递给优化控制层. 优化控制层根据调度层给出的运行图, 在给定运行图的约束下实现对列车运行能耗的优化, 并将优化的速度位置曲线传递给跟踪控制层. 跟踪控制层主要目标为跟踪优化控制层所给出的速度位置曲线, 实现对速度位置曲线的有效跟踪. 同时, 高速列车通过铁路综合数字移动通信系统将列车速度、位置信息传输给列车调度指挥系统, 也即将信息反馈给调度层. 将列车的实时速度、位置反馈回上层调度层, 可计算出列车延误时间, 构成反馈闭环, 为列车运行时间调整提供可靠的参考信息. 通过列车运行控制与动态调度一体化反馈优化结构, 实现列车优化、抗扰、准点运行.

本文主要针对该一体化结构的一部分, 即运行时间调整和节能速度位置曲线进行协同优化设计. 高速列车运行时间调整和节能协同优化要求列车运行节能优化、区间运行时间智能最优、节能运行与区间运行时间调整全方位协同. 接下来将建立基于闭塞区间的列车-区间模型和列车速度曲线节能优化模型, 并给出目标函数.

## 1.2 基于闭塞区间的列车-区间模型

考虑由  $N$  列高速列车组成的列车群单向运行在有  $M-1$  个闭塞区间的高铁线路上, 将始发站和终点站作为线路的起止点. 列车按发车时间先后顺序分别标号 1 到  $N$ , 闭塞区间按顺序标号 1 到  $M-1$ , 闭塞区间分界点按顺序标号 1 到  $M$  (始发站视为 1 号区间分界点, 终点站视为  $M$  号区间分界点). 目前, 中国高速铁路运营广泛采用了 CTCS-3 级列车控制系统, 该系统可获取运行在线路上列车的实时位置和速度信息. 基于该系统, 可以获得列车出清区间的时刻. 因此, 列车  $i$ ,  $i \in 1, 2, \dots, N$  出清区间  $m$ ,  $m \in 1, 2, \dots, M-1$  的实际时刻可以

表示为

$$t_{m+1}^i = t_m^i + r_m^i \quad (1)$$

其中,  $t_m^i$  表示第  $i$  列列车出清区间  $m-1$  的实际时刻,  $r_m^i$  则表示列车在闭塞区间  $m$  内的实际占用时间. 若列车在区间分界点  $m+1$  不停车, 则列车在闭塞区间  $m$  内的实际占用时间  $r_m^i$  即是列车实际区间运行时间; 若停车,  $r_m^i$  表示列车实际区间运行时间与车站停车时间之和. 本文假设列车在车站实际停车时间与计划停车时间相同, 不作调整, 因而列车在车站停车时,  $r_m^i$  也可以表示列车区间运行时间.

列车  $i$  在闭塞区间  $m$  内的实际占用时间与计划占用时间关系为

$$r_m^i = R_m^i + u_m^i + \omega_m^i \quad (2)$$

其中,  $R_m^i$  表示列车  $i$  在闭塞区间  $m$  内的计划占用时间;  $u_m^i$  表示列车  $i$  在闭塞区间  $m$  内的运行时间调整量;  $\omega_m^i$  表示列车  $i$  在闭塞区间  $m$  运行过程中由于各种原因导致的区间运行时间发生改变, 在时间域上体现为一系列扰动. 该扰动对列车的正点运行造成影响.

由于本文考虑的是列车晚点运行状态, 优化列车运行时间实质上就是压缩列车区间运行时间,  $u_m^i$  通常取负值, 表示调度员要求缩短列车  $i$  在区间  $m$  的运行时间. 受限于线路条件、列车动力系统执行能力和运行安全, 运行时间的调整量  $u_m^i$  是有限的, 以保证列车能够生成安全可行的速度位置曲线. 因此  $u_m^i$  满足

$$u_{m \min}^i \leq u_m^i \leq 0 \quad (3)$$

其中,  $u_{m \min}^i$  为负值, 表示列车  $i$  在第  $m$  个闭塞区间运行时间调整量的最小值, 即运行时间调整量的最小值为压缩区间运行时间最大值.

由式 (1) 和式 (2) 可得

$$t_{m+1}^i = t_m^i + R_m^i + u_m^i + \omega_m^i \quad (4)$$

与式 (1) 相似, 列车  $i$  出清区间  $m$  的计划时刻可以表示为

$$T_{m+1}^i = T_m^i + R_m^i \quad (5)$$

其中,  $T_m^i$  表示列车  $i$  出清区间  $m-1$  的计划时刻.

将式 (5) 代入式 (4), 可得

$$t_{m+1}^i - T_{m+1}^i = t_m^i - T_m^i + u_m^i + \omega_m^i \quad (6)$$

定义  $e_m^i$  表示第  $i$  列列车出清区间  $m-1$  的实际时刻与计划时刻之差, 则

$$e_m^i = t_m^i - T_m^i \quad (7)$$

也即列车运行偏离计划时刻表的时间且有  $e_m^i \geq 0$ . 因此, 根据式 (7), 式 (6) 可转化为



$$e_{m+1}^i = e_m^i + u_m^i + \omega_m^i \quad (8)$$

除了时间调整量  $u_m^i$  的限制条件 (3), 其他限制条件有: 为防止列车在运行过程中发生碰撞等事故, 相邻列车出清同一闭塞区间的时间间隔应满足

$$t_m^i - t_m^{i-1} \geq t_m^{\min} \quad (9)$$

其中,  $t_m^{\min}$  表示列车运行的最小时间间隔.

相邻列车出清同一闭塞区间的计划时间间隔为

$$H_m^i = T_m^i - T_m^{i-1} \quad (10)$$

综合式 (7), (9) 和 (10) 可得, 式 (9) 中限制条件等价于

$$e_m^{i-1} - e_m^i \leq H_m^i - t_m^{\min} \quad (11)$$

假设高速列车运行在繁忙时段, 每个闭塞区间均被占用. 但由于每一个闭塞区间内仅允许一列高速列车运行, 定义  $t(k) = [t_1^{k-1}, t_2^{k-2}, \dots, t_M^{k-M}]^T$ , 其中,  $M$  表示区间分界点编号,  $k$  为列车运行状态编号. 因此,  $t(k)$  可以视为每列列车出清闭塞区间时刻的集合. 可以根据  $t(k)$  构建高速列车在线路上运行的列车 - 区间模型. 则由式 (4) 可得, 列车 - 区间模型如下式所示

$$t(k+1) = At(k) + R(k) + u(k) + \omega(k) + t_1(k) \quad (12)$$

其中,

$$u(k) = [u_0^k, u_1^{k-1}, \dots, u_{M-1}^{k-M+1}]^T, u_0^k = 0$$

$$R(k) = [R_0^k, R_1^{k-1}, \dots, R_{M-1}^{k-M+1}]^T, R_0^k = 0$$

$$\omega(k) = [\omega_0^k, \omega_1^{k-1}, \dots, \omega_{M-1}^{k-M+1}]^T, \omega_0^k = 0$$

$$t_1(k) = [t_1^k, 0, \dots, 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{M \times M}$$

此外, 定义  $T(k) = [T_1^{k-1}, T_2^{k-2}, \dots, T_M^{k-M}]^T$ ,  $e(k) = [e_1^{k-1}, e_2^{k-2}, \dots, e_M^{k-M}]^T$ ,  $e_1(k) = [e_1^k, 0, \dots, 0]^T$ , 可以得到列车 - 区间偏差模型

$$e(k+1) = Ae(k) + u(k) + \omega(k) + e_1(k) \quad (13)$$

约束条件 (3) 和 (11) 可以转化为

$$u_{\min}(k) \leq u(k) \leq 0 \quad (14)$$

$$e(k-1) - e(k) \leq H(k) - t_{\min}(k) \quad (15)$$

其中,

$$H(k) = [H_1^{k-1}, H_2^{k-2}, \dots, H_M^{k-M}]^T$$

$$t_{\min}(k) = [t_1^{\min}, t_2^{\min}, \dots, t_M^{\min}]^T$$

$$u_{\min}(k) = [u_{0\min}^k, u_{1\min}^{k-1}, \dots, u_{M-1\min}^{k-M+1}]^T$$

**注 1.** 本文中所建立的高速铁路列车 - 区间模型是基于城市轨道交通离散事件模型<sup>[19-22]</sup> 扩展而来, 主要有以下不同:

1) 本文中所建立的列车 - 区间模型是基于广义闭塞区间的, 放松了对闭塞区间的限制, 站间可以有任意数目闭塞区间; 而城市轨道交通离散事件模型是站间闭塞的, 要求站站停车, 即每个区间分界点都要停车. 本文的模型对停车区间没作限制, 可以任意指定. 此外, 该模型可以充分利用线路, 提高线路容量.

2) 本文中列车车站停车时间没有具体考虑, 被包含在列车区间占用时间中. 这是因为, 与地铁车站停车时间与客流量相关不同, 高铁列车按座位售票乘车, 乘客数量有限且相对固定. 高速列车车站停车时间在列车延误不是极为严重的情况下是不变的. 因此, 针对本文研究的小范围列车延误, 不对列车车站停车时间进行调整, 将列车车站停车时间整合到区间占用时间中.

列车运行时间调整的优化目标为尽量减少高速列车的总延误时间, 同时也期望列车运行时间调整量的绝对值尽量小, 即尽可能用较小的运行时间压缩量来最大程度的恢复列车按图运行. 因此, 根据模型 (13), 上述优化目标可用目标函数 (16) 来表征

$$J = \sum_{k=k_0}^{K_D} \{e^T(k+1)Qe(k+1) + u^T(k)Ru(k)\} \quad (16)$$

其中,  $Q, R$  为正定权重矩阵,  $k_0$  表示系统 (13) 初始状态编号,  $K_D$  表示系统 (13) 终端状态编号. 该目标函数第 1 部分物理意义为使列车尽量恢复正点运行, 所有列车总晚点之和最小. 第 2 部分物理意义为使列车运行时间的压缩总量最小, 也即尽量小范围的调整运行时间, 保证旅客的满意度以及满足列车本身运行控制的可执行条件. 权重矩阵  $Q, R$  的选取主要与两个优化目标的优先性有关. 若优先使列车恢复正点运行, 则选取一个较大的  $Q$ , 目标函数第 1 部分越小, 列车总晚点之和越少; 若优先最小化列车运行时间压缩量, 则选取一个较大的  $R$ , 目标函数第 2 部分越小, 列车运行时间压缩量越少. 实质上, 优化目标函数 (16) 是列车总晚点时间和列车运行时间压缩量的综合最优. 因此, 通过最小化目标函数 (16), 可使列车尽量恢复正点运行并满足运行时间压缩量尽可能小. 综上所述, 针对线路上运行的所有高速列车, 该优化问题可以描述为

$$\begin{aligned} \min J &= \sum_{k=k_0}^{K_D} \{e^T(k+1)Qe(k+1) + u^T(k)Ru(k)\} \\ \text{s.t.} & \quad (13) \sim (15) \end{aligned} \quad (17)$$

值得注意的是, 目标函数第 2 部分优化目标为最小化列车运行时间压缩量. 同时, 由于区间运行时间越短, 能耗越大<sup>[23]</sup>, 尽可能少地压缩运行时间可以减少列车运行能耗. 因此, 目标函数第 2 部分也表示列车运行能耗. 优化目标函数第 2 部分, 可以节约列车运行能耗. 但优化问题 (17) 不能得到节能优化速度曲线, 接下来将给出列车速度曲线优化模型, 实现列车运行时间与节能的协同优化.

### 1.3 列车速度曲线节能优化模型

求解优化问题 (17) 可以求得每列列车在每个闭塞区间内的运行时间压缩量, 再由列车在每个区间的计划运行时间, 可以得到列车在每个闭塞区间的实际运行时间.

这里只考虑列车牵引能耗, 则高速列车  $i$  速度曲线节能优化问题可描述为<sup>[7]</sup>

$$\min \Pi = \int_{t_m^i}^{t_{m+1}^i} v(t)F(v)dt \quad (18)$$

其中,  $\Pi$  表示列车在闭塞区间内的牵引能耗;  $v(t)$  表示列车的运行速度;  $F(v)$  表示列车的牵引力. 对列车运行的每个区间分别求解优化问题 (18), 得到列车在一个区间的优化牵引能耗值. 再将列车在各个区间内的优化牵引能耗相加, 最后将每列车牵引能耗求和, 得到总的优化牵引能耗, 即

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \Pi = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M-1} \int_{t_m^i}^{t_{m+1}^i} v(t)F(v)dt \quad (19)$$

**注 2.** 给出列车在每个区间的运行时间后, 将列车全程运行能耗优化问题转化为优化列车在每个区间的能耗, 再进行求和. 同时, 将所有列车运行能耗相加, 即可求得所有列车运行总能耗. 通过以上描述可知, 固定时刻表下的多列车节能优化运行问题可以转化为单列车区间节能优化问题, 然后进行求和. 因此, 在本文中, 多列车的节能优化问题实质上与单列车区间节能优化问题是等价的.

列车节能速度曲线优化问题实质上为多约束优化问题. 首先, 列车运行符合列车的动力学特征, 即

$$M_g \frac{dv(t)}{dt} = F(v) - B(v) - f_1(v) - f_2(p) \quad (20)$$

其中,  $M_g$  表示列车质量;  $B(v)$  表示列车的制动力;  $f_1(v)$  表示列车的基本运行阻力;  $f_2(p)$  表示列车的附加运行阻力.

列车的基本运行阻力主要由机械阻力和空气阻力组成, 可以由戴维斯方程表示<sup>[24]</sup>

$$f_1(v) = c_0 + c_1v(t) + c_2v^2(t) \quad (21)$$

其中,  $c_0, c_1, c_2$  为阻力系数.

列车的附加运行阻力主要与线路的坡度、线路中的弯道和隧道有关. 列车的附加运行阻力可由式 (22) 表示<sup>[25]</sup>

$$f_2(p) = G_i \sin \theta_p(p) + r_{ci}(p) + r_{ti}(p) \quad (22)$$

其中,  $G_i \sin \theta_p(p)$  表示由轨道坡度造成的运行阻力,  $G_i$  表示列车重力,  $\theta_p(p)$  表示轨道的坡度;  $r_{ci}(p)$  表示由线路中弯道造成的附加阻力;  $r_{ti}(p)$  表示由隧道引起的附加阻力.

其次, 列车要在规定的时间进出闭塞区间, 并完成区间运行的全程, 满足列车运行速度约束, 即

$$\begin{aligned} S_m &= \int_{t_m^i}^{t_{m+1}^i} v(t)dt \\ v(t) &\leq V_m \\ v(t_m^i) &= v_d(t_m^i) \\ v(t_{m+1}^i) &= v_d(t_{m+1}^i) \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $S_m$  表示闭塞区间的长度;  $v_d(t_m^i)$  表示列车占用闭塞区间  $m$  起始时刻的期望速度;  $v_d(t_{m+1}^i)$  表示列车出清闭塞区间  $m$  时刻的期望速度;  $V_m$  为区间限速.

综上所述, 列车节能速度位置曲线优化问题可以描述为

$$\begin{aligned} \min \Pi &= \int_{t_m^i}^{t_{m+1}^i} v(t)F(v)dt \\ \text{s.t.} & \quad (20) \sim (23) \end{aligned} \quad (24)$$

离散化问题 (24), 将区间长度  $S_m$  等分成  $L$  个部分,  $L+1$  个离散的数据点, 可得

$$\begin{aligned} \min \Pi &= \sum_{l=1}^L (S_{m,l} - S_{m,l-1}) \times F(v_{l-1}) \\ \text{s.t.} \quad v_{l+1}^2 &= v_l^2 + 2(S_{m,l+1} - S_{m,l}) \times \\ & \quad \frac{F(v_l) - B(v_l) - f_1(v_l) - f_2(S_{m,l})}{M_g} \\ v_l &\leq V_m \\ v_0 &= v_d(t_m^i) \\ v_L &= v_d(t_{m+1}^i) \\ f_1(v_l) &= c_0 + c_1v_l + c_2v_l^2 \\ f_2(S_{m,l}) &= G_i \sin \theta_{S_{m,l}}(S_{m,l}) + \\ & \quad r_{ci}(S_{m,l}) + r_{ti}(S_{m,l}) \\ \sum_{l=1}^{L-1} \frac{S_{m,l+1} - S_{m,l}}{v_l} &= t_{m+1}^i - t_m^i \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $F(v_l), B(v_l), f_1(v_l), f_2(S_{m,l})$  分别表示离散

化的牵引力、制动力、基本运行阻力、附加运行阻力。

求解优化问题 (25), 就是在给定区间运行时分、起止速度、线路限速、列车基本参数等约束条件下寻求节能的列车速度位置曲线。接下来, 将根据建立的运行时间优化模型 (17) 和列车速度曲线节能优化模型 (25), 设计列车运行时间调整策略、求解节能优化速度位置曲线, 实现对列车运行时间和节能的协同优化。

## 2 主要结果

### 2.1 基于预测控制的列车运行调整策略

本节针对优化问题 (17), 采用模型预测控制方法, 设计列车运行调整策略。由于模型 (13) 存在扰动, 首先对扰动进行估计。在  $k-1$  步, 扰动的估计值可以表示为

$$\hat{\omega}(k-1) = e(k) - Ae(k-1) - u(k-1) - e_1(k-1) \quad (26)$$

因此, 在第  $k$  步, 需要对扰动进行补偿。令

$$\omega(k) = \hat{\omega}(k-1) \quad (27)$$

相对于以往大部分相关研究<sup>[19-20]</sup>中直接将扰动认为是已知的情况, 本文通过上述补偿策略, 可以估计列车在运行过程中所受到的扰动影响, 进而在下一步的运行调整中进行补偿。

设定预测时域和控制时域均为  $K_f$ ,  $k+t|k$  表示第  $k$  步对第  $k+t$  步的预测, 则优化问题 (17) 转化为基于补偿策略的模型预测控制问题

$$\begin{aligned} \min J &= \sum_{t=1}^{K_f} \{e^T(k+t|k)Qe(k+t|k) + \\ &u^T(k+t-1|k)Ru(k+t-1|k)\} \\ \text{s.t. } &(26), (27) \\ &e(k+1|k) = Ae(k|k) + u(k|k) + \omega(k) + e_1(k|k) \\ &e(k+t+1|k) = Ae(k+t|k) + u(k+t|k) + \\ &e_1(k+t|k), t = 1, 2, \dots, K_f - 1 \\ &e(k+t|k) \geq 0, t = 0, 1, \dots, K_f \\ &u_{\min}(k+t) \leq u(k+t|k) \leq 0 \\ &e(k+t-1|k) - e(k+t|k) \leq H(k+t) - t_{\min}(k+t) \end{aligned} \quad (28)$$

采用式 (28) 基于补偿策略的预测控制方法, 可以解决由于未知随机扰动对列车运行时间调整造成的影响。接下来, 将基于补偿策略的预测控制问题转化为标准的二次规划问题进行求解。

定义

$$E(k) = [e^T(k+1|k), e^T(k+2|k), \dots, e^T(k+K_f|k)]^T$$

$$U(k) = [u^T(k|k), u^T(k+1|k), \dots, u^T(k+K_f-1|k)]^T$$

$$\bar{e}(k) = [e_1^T(k|k), e_1^T(k+1|k), \dots, e_1^T(k+K_f-1|k)]^T$$

对未来  $K_f$  步的预测可由下式表示:

$$E(k) = A_x e(k) + B_u U(k) + D_d \omega(k) + B_u \bar{e}(k) \quad (29)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_x &= [A, A^2, \dots, A^{K_f}]^T \\ B_u &= \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ A & I & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ A^{K_f-1} & \dots & A & I \end{bmatrix} \\ D_d &= [I, A, \dots, A^{K_f-1}]^T \end{aligned}$$

式 (28) 中目标函数转化为

$$\min J = E^T(k)\bar{Q}E(k) + U^T(k)\bar{R}U(k) \quad (30)$$

其中,  $\bar{Q} = \text{diag}\{Q, Q, \dots, Q\}_{MK_f \times MK_f}$ ,  $\bar{R} = \text{diag}\{R, R, \dots, R\}_{MK_f \times MK_f}$ 。

列车运行时间调整量约束 (14) 可以转化为

$$\begin{bmatrix} -T \\ T \end{bmatrix} \times U(k) \geq \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ u_{\min}(k) \\ \vdots \\ u_{\min}(k+K_f-1) \end{bmatrix} \quad (31)$$

其中,  $T = \text{diag}\{I, I, \dots, I\}_{MK_f \times MK_f}$ 。

相邻列车间的运行间隔约束 (15) 可以转化为

$$\begin{aligned} T_1 e(k) - T_2 E(k) &\leq \\ &\begin{bmatrix} H(k+1) - t_{\min}(k+1) \\ \vdots \\ H(k+K_f) - t_{\min}(k+K_f) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

其中,

$$\begin{aligned} T_1 &= [I, 0, \dots, 0]_{M \times MK_f}^T \\ T_2 &= \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ -I & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -I & I \end{bmatrix}_{MK_f \times MK_f} \end{aligned}$$

根据式 (29), 上式等价于

$$\begin{aligned} T_2 B_u U(k) &\geq (T_1 - T_2 A_x) e(k) - T_2 D_d \omega(k) - \\ &T_2 B_u \bar{e}(k) - \begin{bmatrix} H(k+1) - t_{\min}(k+1) \\ \vdots \\ H(k+K_f) - t_{\min}(k+K_f) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

根据式 (29) 和式 (30), 可得

$$\begin{aligned}
J = & [A_x e(k) + B_u U(k) + D_d \omega(k) + B_u \bar{e}(k)]^T \bar{Q} \times \\
& [A_x e(k) + B_u U(k) + D_d \omega(k) + B_u \bar{e}(k)] + \\
& U^T(k) \bar{R} U(k) = \\
& U^T(k) \bar{R} U(k) + [B_u U(k)]^T \bar{Q} [B_u U(k)] + 2 \times \\
& [A_x e(k) + D_d \omega(k) + B_u \bar{e}(k)]^T \bar{Q} [B_u U(k)] + \Xi
\end{aligned} \quad (34)$$

其中,

$$\begin{aligned}
\Xi = & [A_x e(k)]^T \bar{Q} [A_x e(k)] + 2[D_d \omega(k)]^T \times \\
& \bar{Q} [A_x e(k)] + [D_d \omega(k)]^T \bar{Q} [D_d \omega(k)] + [B_u \bar{e}(k)]^T \times \\
& \bar{Q} [B_u \bar{e}(k)] + 2[D_d \omega(k)]^T \bar{Q} [B_u \bar{e}(k)] + \\
& 2[A_x e(k)]^T \bar{Q} [B_u \bar{e}(k)]
\end{aligned}$$

为已知. 因此, 优化问题 (28) 转化为

$$\begin{aligned}
\min J = & U^T(k) \bar{R} U(k) + [B_u U(k)]^T \bar{Q} [B_u U(k)] + \\
& 2[A_x e(k) + D_d \omega(k) + B_u \bar{e}(k)]^T \bar{Q} [B_u U(k)] \\
\text{s.t. } & (26), (27), (29), (31), (33)
\end{aligned} \quad (35)$$

由式 (35) 可知, 多列车运行时间调整问题转化为二次规划问题. 根据预测控制的基本原理, 得到的控制序列的第 1 步将作用于系统. 因此, 求解式 (35), 多列车在区间内的运行时间调整量为

$$u(k) = [I, 0, \dots, 0]U(k) \quad (36)$$

重复进行上述过程, 每一次预测都进行计算求解并得到运行时间调整量, 可得运行时间调整量序列. 进而计算出列车调整后的区间运行时间.

## 2.2 列车节能优化运行

根据第 2.1 节优化后的列车区间运行时间, 线路限速、线路长度、运行时间、坡度以及列车进入区间的初速度限制、末速度限制等限制条件, 求解列车速度曲线节能优化模型, 得到每列车在每个区间内的节能优化速度位置曲线. 一般情况下, 列车节能运行策略将列车运行过程分为最大牵引、巡航、惰行、最大制动四个阶段. 根据区间运行情况, 也可能只包含部分工况. 基于上述研究, 本文采用二分法和数值分析方法计算给定运行时间、给定区间初速度末速度限制下的列车优化速度位置曲线. 具体方案如算法 1 所示.

### 算法 1.

**步骤 1.** 输入区间基本条件: 运行时间约束、速度约束、线路路况、列车基本参数等条件; 给定能耗迭代初值, 包括列车区间能耗设定最小值  $\Pi_{\min}$ , 列车区间能耗设定最大值  $\Pi_{\max}$ .

**步骤 2.** 计算  $\Pi_{\text{mid}} = (\Pi_{\min} + \Pi_{\max})/2$ .

**步骤 3.** 求出在能耗为  $\Pi_{\text{mid}}$  条件下列车运行时间  $T(\Pi_{\text{mid}})$  和最优速度位置曲线.  $T(\Pi_{\text{mid}})$  和最优速

度位置曲线可利用算法 2 中给出的方法求得.

**步骤 4.** 将运行时间  $T(\Pi_{\text{mid}})$  与给定列车运行时间相比较. 若  $T(\Pi_{\text{mid}})$  大于给定列车运行时间, 则用  $\Pi_{\text{mid}}$  代替  $\Pi_{\min}$ ,  $\Pi_{\max}$  不变, 返回步骤 2; 若  $T(\Pi_{\text{mid}})$  小于给定列车运行时间, 则用  $\Pi_{\text{mid}}$  代替  $\Pi_{\max}$ ,  $\Pi_{\min}$  不变, 返回步骤 2; 若  $T(\Pi_{\text{mid}})$  等于给定列车运行时间, 则  $\Pi_{\min}$  为所求解的优化能耗, 同时得到最优速度位置曲线.

**注 3.** 这里  $T(\Pi_{\text{mid}})$  与给定列车运行时间偏差小于一个极小的时间, 即认为  $T(\Pi_{\text{mid}})$  与给定列车运行时间相同. 算法 1 步骤 3 中  $T(\Pi_{\text{mid}})$  和最优速度位置曲线可由文献 [23] 给出的方法获得. 本文根据高速列车节能优化运行实际情况对其进行应用, 具体内容如算法 2 所示.

### 算法 2.

**步骤 1.** 将区间  $S_m$  划分为  $L$  个部分, 即将速度位置曲线分为  $L+1$  个离散的数据点. 构成速度序列:  $\{v_l : 0 \leq l \leq L, l \in \mathbf{N}\}$ , 位置序列:  $\{S_{m,l} : 0 \leq l \leq L, l \in \mathbf{N}\}$ . 令  $l = 0$ ,  $v_l = v_d(t_m^i)$ .

**步骤 2.** 令  $l = l + 1$ , 计算列车加速度、速度和能耗剩余值:  $\Pi_{\text{mid}} = \Pi_{\text{mid}} - F(v_{l-1}) \times (S_{m,l} - S_{m,l-1})$ , 列车处于最大牵引状态.

**步骤 3.** 若  $v_l < V_k$  且  $\Pi_{\text{mid}} > 0$ , 返回步骤 2; 否则, 若  $\Pi_{\text{mid}} > 0$ ,  $v_{l+1} = v_l$ ,  $\Pi_{\text{mid}} = \Pi_{\text{mid}} - [f_2(S_{m,l}) + f_1(v_l)] \times (S_{m,l+1} - S_{m,l})$ , 列车处于巡航状态. 若  $\Pi_{\text{mid}} > 0$ , 令  $l = l + 1$ , 重复步骤 3.

**步骤 4.** 若  $\Pi_{\text{mid}} = 0$ ,  $l < L$ , 列车进入惰行状态,  $v_{l+1}^2 = v_l^2 - 2 \times [f_1(v_l) + f_2(S_{m,l})] \times (S_{m,l+1} - S_{m,l})/M_g$ . 令  $l = l + 1$ , 重复步骤 4.

**步骤 5.** 令  $j = L$ ,  $v_j = v_d(t_{m+1}^i)$ , 如果  $j > l$ , 反向计算刹车曲线:  $v_{j-1}^2 = v_j^2 + 2 \times [B(v_j) + f_1(v_j) + f_2(S_{m,j})] \times (S_{m,j} - S_{m,j-1})/M_g$ . 令  $j = j - 1$ , 重复步骤 5, 直到与惰行曲线交汇, 得到刹车曲线与惰行曲线交汇点.

**步骤 6.** 输出速度位置曲线, 列车区间运行时间:  $T(\Pi_{\text{mid}}) = \sum_{l=1}^{L-1} [S_{m,l+1} - S_{m,l}]/v_l$ .

本文中采取对每列列车在每个运行区间逐个计算节能优化速度位置曲线策略, 以达到高铁线路上所有列车运行总能耗优化的目标. 本文采用的分层优化策略, 将列车运行时间与节能协同优化这一多目标优化问题进行分解. 首先优化列车运行时间, 使列车尽可能恢复正点运行; 其次, 在恢复正点运行的基础上优化列车速度位置曲线.

## 2.3 列车跟踪控制器

作为高速列车运行控制和动态调度一体化控制



结构的三个核心层的底层,跟踪控制是根据协同优化后生成的节能速度位置曲线,实现速度位置曲线的准确跟踪.在一体化整体框架中,列车跟踪控制器所起的作用相当于具备自主抗扰能力的执行器.这部分不是本文的主要贡献,为保持本文所涉及的一体化框架的完整性和有助于理解仿真实验的结果,本节对列车跟踪速度位置曲线问题作简要介绍.

针对高速列车跟踪给定速度位置曲线问题,大量学者进行了深入研究,并将一系列的控制理论和方法应用到跟踪控制中,如模糊控制<sup>[26]</sup>、自适应控制<sup>[27]</sup>、迭代学习控制<sup>[28]</sup>、鲁棒控制<sup>[29]</sup>等.

根据第 2.2 节生成的列车优化速度位置曲线以及区间运行时间,采用文献 [30–31] 中给出的方法设计鲁棒控制器跟踪优化速度位置曲线,这里不具体介绍设计过程,只简要给出结论.跟踪控制器形式为

$$\bar{u}(t) = \bar{K}x(t) \quad (37)$$

其中,  $x(t)$  表示列车状态,  $\bar{K}$  为控制器参数. 通过跟踪控制器, 可实现对速度位置曲线的跟踪.

### 3 仿真分析

为了验证本文所提出的高速列车运行时间与节能协同优化策略的有效性, 仿真分析选择京津城际高速铁路. 京津城际高速铁路全线共设北京南站、亦庄站、永乐站、武清站、天津站 5 座车站, 全程 120 km. 仿真实验中, 将北京南到亦庄间分为 2 个闭塞区间, 亦庄站到永乐站之间分为 2 个闭塞区间, 永乐站到武清站之间分为 2 个闭塞区间, 武清站到天津站之间分为 3 个闭塞区间, 即全线共分为 9 个闭塞区间, 共计 10 个闭塞区间分界点. 实验中假设列车从天津站出发上行至北京南站. 为了便于描述, 线路途中 8 个区间分界点编号 2 到 9, 天津站编号为 1, 北京南站编号为 10.

#### 3.1 列车运行时间调整实验

根据京津城际高速铁路实际运营中在繁忙时段列车运行间隔为 5 分钟这一实际情况. 设定相邻列车在每个区间分界点的计划运行间隔和最小运行间隔分别为  $H_m^i = 300$  s,  $t_m^{\min} = 180$  s. 预测时域和控制时域  $K_f = 5$ . 列车区间运行时间调整量最小值为  $-30$  s, 即  $u_{m\min}^i = -30$  s. 分别选取  $Q = 0.7I$ ,  $R = 0.4I$ ;  $Q = 0.12I$ ,  $R = 3I$  以及  $Q = 0.07I$ ,  $R = 0.4I$  进行 3 组实验. 第 1 组实验选取列车 11 为例, 第 2 组实验选取列车 13, 第 3 组实验选取列车 16. 设定列车 11, 13, 16 在天津站发车时初始运行偏差分别为 100 s, 100 s, 260 s. 列车在运行过程中扰动分

别在区间 2 和区间 6 对列车运行造成 5 ~ 20 s 随机延误. 求解式 (35) 中优化问题, 得到线路上运行所有列车运行时间调整结果. 根据模型预测控制基本原理, 这里只取控制序列中的第 1 步作为调整结果并应用. 之后重复进行上述过程, 得到列车运行时间调整序列. 列车到达每个区间分界点实际时间与计划时间的偏差如图 2~4 所示.

由图 2~4 可知, 列车在运行过程中, 虽然受外部扰动的影响, 但列车在逐渐恢复正点运行, 当列车从天津出发到北京南站, 列车基本能够恢复正点运行. 图 2 和图 3 中, 列车 11、13 初始延误相同, 但由于两组实验选取权重矩阵不同, 优化结果不同. 图 2 中, 选取了较大的  $Q$ , 列车 11 优先恢复正点运行. 图 3 中, 选取了较大的  $R$ , 列车 13 优先优化运行时间压缩量. 而图 4 中, 列车 16 初始晚点时间为 260 s, 相

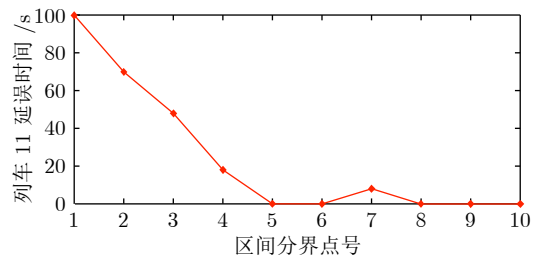


图 2 列车 11 在区间分界点延误时间

Fig. 2 Delay time of train 11 at section demarcation point

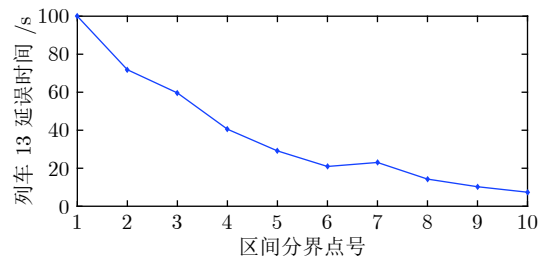


图 3 列车 13 在区间分界点延误时间

Fig. 3 Delay time of train 13 at section demarcation point

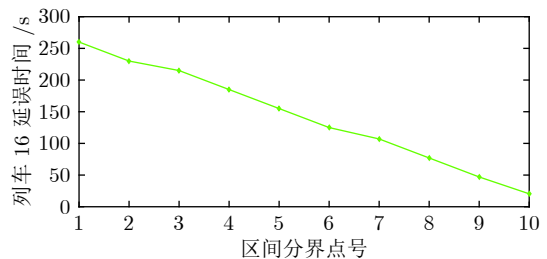


图 4 列车 16 在区间分界点延误时间

Fig. 4 Delay time of train 16 at section demarcation point



对于京津城际全程运行仅需 35 分钟左右且列车运行频繁的实际情况下, 已经是较大的晚点, 经过运行时间调整后, 列车延误时间逐渐在减小, 到达终点站时已仅有 20 s 延误, 基本恢复正点到站。

同时, 本文设计的运行时间调整策略可以在每个闭塞区间都压缩部分运行时间, 而不是在一个区间内大幅度压缩运行时间。采用本文中的运行时间调整策略可以保证列车的执行能力, 也可以节约能耗, 更加有利于下一步设计列车优化速度位置曲线来进一步优化能耗。对于经停武清站的列车, 由于京津城际高速列车只有少数列车经停武清站, 且列车至武清站时延误时间相对于初始列车延误时间已经减少。因此, 本文设计的列车运行时间调整策略能够减少列车延误时间。但由于本文优化目标是综合考虑列车晚点时间和运行时间压缩量, 因此, 对于经停武清站的列车, 列车到达武清站时, 延误时间减小, 但不能完全恢复正点到达武清站。

### 3.2 列车优化速度位置曲线求解及跟踪实验

本小节基于第 3.1 节给出的列车运行调整时间, 以列车 13 为例, 生成速度位置曲线。由于实验过程相同, 这里仅选取一个区间进行仿真实验。假设列车从天津站至区间分界点 2 正常运行时间为 280 s, 经运行调整后运行时间为 252 s。运行距离 13 km, 列车区间限速 250 km/h, 初速度为 0, 末速度为 230 km/h。列车选取 CRH-3 型高速列车为例, 列车质量为  $4.08 \times 10^5$  kg。列车在线路上运行的平均附加运行阻力取 2.4 kN。列车最大牵引力 (kN) 和最大制动力 (kN) 可按式 (7) 计算<sup>[7]</sup>:

$$F(v) = \begin{cases} 300 - 0.284v, & 0 \leq v \leq 119.7 \text{ km/h} \\ 266 \times \frac{119.7}{v}, & 119.7 \text{ km/h} < v \leq 300 \text{ km/h} \end{cases}$$

$$B(v) = \begin{cases} 300 - 0.281v, & 0 \leq v \leq 106.7 \text{ km/h} \\ 270 \times \frac{106.7}{v}, & 106.7 \text{ km/h} < v \leq 300 \text{ km/h} \end{cases}$$

列车基本运行阻力为

$$f_1(v) = 6.7744 + 0.05719v + 0.0008235v^2 \text{ kN}$$

设初始  $\Pi_{\min} = 1.5 \times 10^6$  kJ,  $\Pi_{\max} = 2.5 \times 10^6$  kJ。采用算法 1 和算法 2 求解式 (25) 中优化问题, 求得优化运行能耗为  $1.672 \times 10^6$  kJ。得到列车 13 从天津站到区间分界点 2 优化速度位置曲线如图 5 所示。

为了保持一体化结构的完整性, 图 6 给出了跟踪控制器的跟踪效果。由实验结果可知, 跟踪控制器能够很好地跟踪优化位置速度曲线。由于列车运行距离较长, 图 6 只能表示出跟踪的整体效果。接下来, 对图 6 的部分细节进行放大处理, 如图 7

所示。图 7 给出了跟踪效果的局部放大图, 以运行过程中 11 km 到 13 km 为例, 包括部分巡航、惰行以及制动工况。由图 7 可以看出, 相对于高速行驶的列车, 总体上还是能够很好地跟踪期望的速度位置曲线。

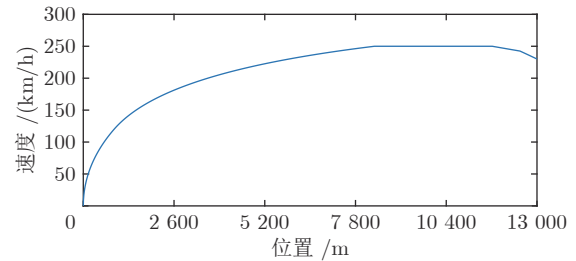


图 5 列车 13 优化速度位置曲线

Fig. 5 The optimal speed-position trajectory of train 13

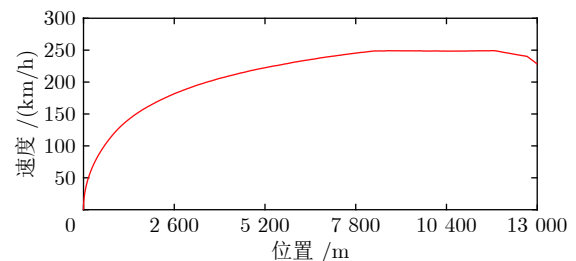


图 6 速度位置曲线跟踪效果图

Fig. 6 Tracking performance of speed-position trajectory

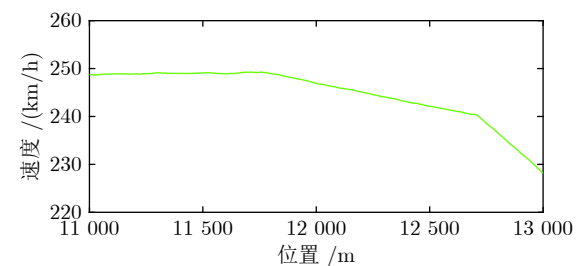


图 7 跟踪效果局部放大图

Fig. 7 Partial enlarged detail of tracking performance

## 4 结论

本文针对小范围延误情况下的高速列车运行时间调整和节能运行问题, 在运行控制和动态调度一体化的框架下, 提出了一种基于闭塞区间的高速列车运行时间和节能协同优化方法。基于列车-区间模型和列车速度曲线节能优化模型, 并结合分层优化和设定值优化的思想, 设计了列车运行时间调整和节能运行协同优化策略。该协同优化方法能够实现对列车小范围延误的运行时间调整, 减小列车延

误时间, 恢复列车正常运行, 实现高速列车“按秒控制, 按秒调整”的运营需求, 并通过优化速度位置曲线节约列车运行能耗. 在现有方案中, 动态调度与速度位置曲线节能优化还没有实现真正意义上的联合优化, 所设计的列车-区间模型应用场景有限. 在未来的研究中, 在计算复杂度允许的情况下, 将考虑更加符合高铁实际运营的突发事件下列车运行控制与动态调度的多目标联合优化.

### References

- 1 Sun Ya-Hua. The Integration Study of High-Speed Train Operation Control and Scheduling [Master thesis], Beijing Jiaotong University, 2015.  
(孙亚华. 高速列车运行控制与动态调度一体化的研究 [硕士学位论文], 北京交通大学, 2015.)
- 2 Gao S G, Hou Y H, Dong H R, Stichel S, Ning B. High-speed trains automatic operation with protection constraints: a resilient nonlinear gain-based feedback control approach. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2019, **6**(4): 992–999
- 3 Gao S G, Dong H R, Ning B, Zhang Q. Cooperative prescribed performance tracking control for multiple high-speed trains in moving block signaling system. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, **20**(7): 2740–2749
- 4 Albrecht A R, Howlett P G, Pudney P J, Vu X. Energy-efficient train control: from local convexity to global optimization and uniqueness. *Automatica*, 2013, **49**(10): 3072–3078
- 5 Yan X H, Cai B G, Ning B, Wei S G. Moving horizon optimization of dynamic trajectory planning for high-speed train operation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, **17**(5): 1258–1270
- 6 Yang H, Zhang K P, Liu H E. Online regulation of high speed train trajectory control based on T-S fuzzy bilinear model. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, **17**(6): 1496–1508
- 7 Li L, Dong W, Ji Y D, Zhang Z K, Lang T. Minimal-energy driving strategy for high-speed electric train with hybrid system model. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2013, **14**(4): 1642–1653
- 8 Fang W, Yang S X, Yao X. A survey on problem models and solution approaches to rescheduling in railway networks. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, **16**(6): 2997–3016
- 9 Binder S, Maknoon Y, Bierlaire M. The multi-objective railway timetable rescheduling problem. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*, 2017, **78**: 78–94
- 10 Dong H R, Zhu H N, Li Y D, Lv Y S, Gao S G, Zhang Q, et al. Parallel intelligent systems for integrated high-speed railway operation control and dynamic scheduling. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, **48**(12): 3381–3389
- 11 Zheng Y J. Emergency train scheduling on Chinese high-speed railways. *Transportation Science*, 2018, **52**(5): 1077–1091
- 12 Krasemann J T. Design of an effective algorithm for fast response to the re-scheduling of railway traffic during disturbances. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*, 2012, **20**(1): 62–78
- 13 Shakibayifar M, Sheikholeslami A, Corman F. A simulation-based optimization approach to rescheduling train traffic in uncertain conditions during disruptions. *Scientia Iranica*, 2018, **25**(2): 646–662
- 14 Yang L X, Qi J G, Li S K, Gao Y. Collaborative optimization for train scheduling and train stop planning on high-speed railways. *Omega*, 2016, **64**: 57–76
- 15 Zhou W L, Tian J L, Qin J, Deng L B, Wei T J. Optimization of multiperiod mixed train schedule on high-speed railway. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2015, Article ID: 107048
- 16 Hou Z P, Dong H R, Gao S G, Nicholson G, Chen L, Roberts C. Energy-saving metro train timetable rescheduling model considering ATO profiles and dynamic passenger flow. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, **20**(7): 2774–2785
- 17 Yan X H, Cai B, Ning B, Wei S G. Online distributed cooperative model predictive control of energy-saving trajectory planning for multiple high-speed train movements. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*, 2016, **69**: 60–78
- 18 Fan Jia-Lu, Zhang Ye-Wei, Chai Tian-You. Optimal operational feedback control for a class of industrial processes. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(10): 1754–1761  
(范家璐, 张也维, 柴天佑. 一类工业过程运行反馈优化控制方法. 自动化学报, 2015, **41**(10): 1754–1761)
- 19 Li S K, Zhou X S, Yang L X, Gao Z Y. Automatic train regulation of complex metro networks with transfer coordination constraints: a distributed optimal control framework. *Transportation Research Part B Methodological*, 2018, **117**: 228–253
- 20 Li S K, Yang L X, Gao Z Y. Efficient real-time control design for automatic train regulation of metro loop lines. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, **20**(2): 485–496
- 21 Wang X, Li S K, Su S, Tang T. Robust fuzzy predictive control for automatic train regulation in high-frequency metro lines. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, **27**(6): 1295–1308
- 22 Van Breusegem S, Campion G, Bastin G. Traffic modeling and state feed back control for metro lines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(7): 770–784
- 23 Su S, Tang T, Li X, Gao Z Y. Optimization of multitrain operations in a subway system. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014, **15**(2): 673–684
- 24 Zhao H, Dai X W, Zhang M, Zhang Q. An event-triggered robust cruise control strategy for multiple high-speed trains. In:

Proceedings of the 30th Chinese Control and Decision Conference. Shenyang, China: IEEE, 2018. 2041–2046

- 25 Tang H Y, Ge X C, Liu Q Q, Wang Q Y. Robust  $H_\infty$  control of high-speed trains with parameter uncertainties and unpredictable time-varying delays. In: Proceedings of the 35th Chinese Control Conference. Chengdu, China: IEEE, 2016. 10173–10178
- 26 Dong H R, Gao S G, Ning B, Li L. Extended fuzzy logic controller for high speed train. *Neural Computing and Applications*, 2013, **22**(2): 321–328
- 27 Zhou Y H, Zhang Z L. High-speed train control based on multiple-model adaptive control with second-level adaptation. *Vehicle System Dynamics*, 2014, **52**(5): 637–652
- 28 Ji H H, Hou Z S, Zhang R K. Adaptive iterative learning control for high-speed trains with unknown speed delays and input saturations. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, **13**(1): 260–273
- 29 Tang H Y, Wang Q Y, Feng X Y. Robust stochastic control for high-speed trains with nonlinearity, parametric uncertainty, and multiple time-varying delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, **19**(4): 1027–1037
- 30 Xu Jun, Zhang Guo-Liang, Zeng Jing, Du Bo-Yang, Jia Xiao. Robust  $H_\infty$  consensus control for high-order discrete time multi-agent systems with parameter uncertainties and external disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(10): 1850–1857  
(徐君, 张国良, 曾静, 杜柏阳, 贾泉. 高阶离散多智能体系统在参数不确定和带外部干扰下的鲁棒  $H_\infty$  一致性控制. 自动化学报, 2017, **43**(10): 1850–1857)
- 31 Yu Li. *Robust Control — Linear Matrix Inequality Method*. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. 41–59

(俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法. 北京: 清华大学出版社, 2002. 41–59)



**赵辉** 东北大学博士研究生. 分别于 2014 年和 2016 年获得大连海事大学学士和硕士学位. 主要研究方向为智能交通系统, 高速列车调度与控制. E-mail: zhaohui\_209@163.com  
(**ZHAO Hui** Ph.D. candidate at Northeastern University. He received his bachelor and master degrees from Dalian Maritime University, in 2014 and 2016, respectively. His research interest covers intelligent transportation system, high-speed trains scheduling and control.)



**代学武** 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室教授. 主要研究方向为动态系统鲁棒状态估计, 无线传感测量与控制, 状态监测, 及其在工业物联网、高铁调度等领域的应用. 本文通信作者.

E-mail: daixuewu@mail.neu.edu.cn  
(**DAI Xue-Wu** Professor at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries at Northeastern University. His research interest covers robust state estimation of dynamic systems, wireless sensor measurement and control, state monitoring, and its application in industrial internet of things, high-speed railway rescheduling and other fields. Corresponding author of this paper.)