

# 动态模型偏差校正正在列车组合定位中的应用

陈光武<sup>1</sup> 刘昊<sup>1</sup> 李少远<sup>2</sup> 杨菊花<sup>3</sup> 魏宗寿<sup>1</sup>

**摘要** 扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 的准确性依赖于观测的质量、观测对象的非线性程度及动态模型的准确性. 该方法通常假设其动态模型是不变的, 而且默认为非线性程度较弱, 这些在实际的车辆运动中都是不可靠的处理方式. 本文提出了一种利用最小二乘支持向量机 (Least squares support vector machine, LSSVM) 的技术增强扩展卡尔曼滤波的新算法. LSSVM 改进后的 EKF 算法 (LSSVM-EKF) 一定程度上弥补了 EKF 处理强非线性问题的不足; 而且可以自适应地估计历史数据的动态建模偏差, 并使用估计偏差来补偿动态模型. 开发了一种引入 Allan 方差的  $K$  折交叉验证方法来确定 LSSVM 的训练参数; 将动态模型偏差通过有限数据集与 LSSVM 一起训练; 并引入无损变换将 LSSVM 与 EKF 进行了集成. 为了验证算法, 最后设计了车载试验, 并采用列车数据验证了文中所提的方法, 结果表明 LSSVM-EKF 可以较好地适应实际车辆运动环境, 可以提供一种可用的车辆定位方法.

**关键词** 扩展卡尔曼滤波, 最小二乘支持向量机, 非线性, 动态模型, Allan 方差

**引用格式** 陈光武, 刘昊, 李少远, 杨菊花, 魏宗寿. 动态模型偏差校正正在列车组合定位中的应用. 自动化学报, 2019, 45(12): 2281–2293

**DOI** 10.16383/j.aas.c190170



开放科学(资源服务)标识码(OSID):

## A Novel Method Based on Dynamic Model Correction on Train Integrated Navigation Positioning

CHEN Guang-Wu<sup>1</sup> LIU Hao<sup>1</sup> LI Shao-Yuan<sup>2</sup> YANG Ju-Hua<sup>3</sup> WEI Zong-Shou<sup>1</sup>

**Abstract** The accuracy of extended Kalman filter (EKF) depends on the quality of the observation, the degree of nonlinearity of the observed object, and the accuracy of the dynamic model. The default is that the degree of nonlinearity is weak, and it is usually assumed that the dynamic model is constant, which is an unreliable treatment in actual vehicle motion. This paper proposes a new algorithm for enhancing the extended Kalman filtering using the technique of least squares support vector machine (LSSVM). The improved EKF algorithm (LSSVM-EKF) of LSSVM compensates for the insufficiency of the strong nonlinear problem of the EKF processing to some extent; and it can adaptively estimate the dynamic modeling deviation of historical data and use the estimated bias to compensate the dynamic model. A  $K$ -fold cross-validation method that introduces the Allan variance is developed to determine the training parameters of the LSSVM. The dynamic model deviation is trained with the LSSVM through the finite data set. The lossless transform is introduced to integrate the LSSVM with the EKF. In order to verify the algorithm, the paper finally designs the vehicle test, and uses the train data to verify the proposed method. The results show that LSSVM-EKF can adapt to the actual vehicle motion environment and provide a usable vehicle positioning method.

**Key words** Extended Kalman filter (EKF), least squares support vector machine (LSSVM), nonlinear, dynamic model, Allan variance

**Citation** Chen Guang-Wu, Liu Hao, Li Shao-Yuan, Yang Ju-Hua, Wei Zong-Shou. A novel method based on dynamic model correction on train integrated navigation positioning. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(12): 2281–2293

收稿日期 2019-03-18 录用日期 2019-09-12  
Manuscript received March 18, 2019; accepted September 12, 2019

国家自然科学基金 (61863024, 71761023), 甘肃省高等学校科研项目 (2018C-11, 2018A-22), 甘肃省自然科学基金 (17JR5RA089, 18JR3RA130) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61863024, 71761023), Gansu Provincial Higher Education Research Project Funding (2018C-11, 2018A-22), and Natural Science Foundation of Gansu Provincial of China (17JR5RA089, 18JR3RA130)

本文责任编辑 阳春华

我国正在逐步迈入智能交通的时代, 高速列车

Recommended by Associate Editor YANG Chun-Hua

1. 甘肃省高原交通信息工程及控制重点实验室, 兰州 730070  
2. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海 200240 3. 兰州交通大学交通运输学院, 兰州 730070

1. Gansu Provincial Key Laboratory of Traffic Information Engineering and Control, Lanzhou 730070 2. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240 3. School of Traffic and Transportation, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070

具有速度高、能耗低、运力大、安全性高等诸多技术经济优势, 在国家的运输行业中占有很大的比重, 对于车辆的精确定位, 不仅关系到车辆的运行安全, 而且也直接影响车辆调度效率. 因此, 研究连续、高精度、低成本、可靠的车辆定位系统已成为我国智能交通领域迫切需要解决的关键科技问题.

卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF) 是一种高效率的递归滤波器 (自回归滤波器), 它能够从一系列的不完全包含噪声的测量中, 估计动态系统的状态<sup>[1]</sup>, 然而简单的卡尔曼滤波必须应用在符合高斯分布的系统中<sup>[2]</sup>. 因此, 在使用卡尔曼滤波器时, 通常都是把使用场景简化、默认为符合高斯分布<sup>[3]</sup>; 同时, 卡尔曼滤波器是一种线性滤波器, 对于非线性的观测量, 估计值依然会快速发散. 针对实际情况中传感器的非线性观测值, 在文献 [4] 中, 首次提出了对 KF 的改进, 并继续研究、完善, 最后提出了扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF), 可应用于时间非线性的动态系统<sup>[5]</sup>. EKF 算法将非线性函数的 Taylor 展开式进行一阶线性化截断<sup>[6]</sup>, 间接地把局部非线性环境转变成了线性环境, 然后再使用 KF 算法, 在一定程度上增强了 KF 算法适应非线性的程度. 对于 EKF 算法而言, 不仅需要正确的观测模型, 还需要一个能够准确描述车辆运动的动态模型<sup>[7]</sup>; 特别地, EKF 算法还比较依赖动态模型的质量去提供运动状态的先验知识. 然而, 在实际应用中, 车辆的动态信息通常是未知的, 并且可能非常复杂; 针对列车而言, 虽然可以简化运动状态, 但是由于未知的运动行为, 依然很难建立合理的动态模型<sup>[8]</sup>. 由于上述原因, 在实际应用中, 动态模型往往被人们忽略. 其中, 文献 [9] 采用全球导航卫星系统 (Global navigation satellite system, GNSS) 与地图匹配算法实现精准定位; 文献 [10] 采用极大似然辨识方法, 对适合于高速列车在非高斯噪声干扰下的非线性模型进行参数估计, 以此提高定位精度; 文献 [11] 采用 GNSS 与惯性测量单元组合, 通过  $H_\infty$  鲁棒滤波方法进行数据融合, 以此提供高精度的定位. 以上方法均是通过辅助设备处理卫星接收机输出的定位结果, 并没有直接涉及到列车的运动模型偏差; 此外, 对于组合定位导航中使用卫星信号的情况, 还大量存在信号中断或受到干扰的情况. 不准确的动态模型更有可能迅速降低 EKF 算法的性能, 导致结果快速发散, 甚至是预测故障.

针对上述问题, 本文提出了一种新的处理动态模型偏差的方法, 这种方法利用最小二乘支持向量机 (Least squares support vector machine, LSSVM) 改进 EKF 算法, 以此形成一种定位方法, 并

运用在车辆的组合定位导航估计中, 利用无损变换 (Unsented transform, UT) 将 LSSVM 和 EKF 进行结合, 使用影响函数, 构造时变函数, 认为偏差是具有高斯正态分布的, 使用有限数据集通过 LSSVM 进行训练, 通过历史信息的偏差值进行偏差估计, 进而对偏差进行校正、补偿.

## 1 改进的动态模型偏差训练方法

虽然高速列车在实际运行过程中的受力情况比较复杂, 但是由于车辆高速运行的原因, 考虑列车只在特定的轨道上运行, 为了保持行车安全和运行平稳, 轨道平面尽量采用长直线, 使得车辆转弯半径大、轨道坡度小, 同时也为了便于研究, 将“东-北-天”坐标系下天向的速度分量设为 0, 且将其整体视作刚性系统, 因此可以简化模型, 将车辆视为二维平面上运动的质点.

实际上, 对于动态模型准确性影响最大的就是车辆运动中出现的偏差, 对于偏差的处理一般有两种方法: 其一, 认为动态模型偏差是由随机误差影响的, 因此在随机模型中进行补偿; 其二, 将动态模型偏差直接引入到状态向量中, 在预测过程中递归地估计偏差, 然后再进行补偿<sup>[12]</sup>. 但是, 第一种方法往往会因为不准确的先验知识而难以平衡动态模型和观测模型之间的偏差; 第二种方法对于高维系统则会承担巨大的计算负担.

### 1.1 扩展卡尔曼中的动态模型偏差

根据已有的随机系统的非线性模型建立<sup>[13]</sup>, 针对车辆, 作线性化处理并进行简化的模型如下:

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + M_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} \quad (1)$$

$$Z_k = H_k X_k + N_k + V_k \quad (2)$$

由于车辆的实际运动过程较为复杂, 所以固定的模型偏差无法精确描述车辆运动状态. 因此, 本文为了构造动态模型偏差的时变函数, 在先验动态模型中引入了一个补偿, 即在式 (1) 的右侧引入一个时变新项:

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + M_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} + \Delta X_k \quad (3)$$

其中,  $\Delta X_k$  表示预测状态  $\hat{X}_k$  和真实状态  $X_k$  之间的动态模型偏差值.

$$\Delta X_k = X_k - (\Phi_{k,k-1}X_{k-1} + M_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1}) \quad (4)$$

因此, 可以得到动态模型偏差对预测值的影响函数 IF (influence function) 为

$$\text{IF}(\hat{X}_k, \Delta X_k) = (I - K_k H_k) \Delta X (I - K_k H_k)^T \quad (5)$$

由式 (5) 可以得到, IF 函数最密切相关的两个

矩阵分别是增益矩阵和关联矩阵. 而在实际使用 EKF 时, 式 (4) 中的真实状态值  $X_k$  往往是不可能获得的, 因此, 一般都是直接使用观测值的最小二乘估计值  $\hat{X}_{LS}$  来代替<sup>[4]</sup>; 同时, 如果由新的观测值直接引入一个未建模的动态偏差, 则有可能造成新的模型偏差. 因此需要对偏差进行学习、训练, 做出更符合车辆实际运动的动态模型偏差, 以便作为偏差补偿; 这种方法中, 当前的动态模型偏差只是与历史时刻的动态模型偏差有一种关联, 所以即使观察暂时中断, 依然可以使用之前学习、训练得到的动态模型偏差在短时间内作为偏差校正进行连续的状态预测. 因此, 可以构造出一个当前动态模型偏差与历史动态模型偏差之间的关联函数, 其中  $F$  是关联函数表达式:

$$\Delta X_k = F(\Delta X_{k-1}, \Delta X_{k-2}, \Delta X_{k-3}, \dots, \Delta X_1) \quad (6)$$

## 1.2 神经网络、SVM 及 LSSVM 的对比

因为在定位导航领域中, 其传感器信号值基本都是时间序列数据, 而时间序列数据具有噪声大、不稳定、随机性、非线性等特点<sup>[15]</sup>; 其中对于非线性建模, 其数学模型往往较为复杂, 而且难以预测. 而神经网络 (Neural network, NN)、支持向量机 (Support vector machine, SVM)、LSSVM 针对此类问题, 均具有一定的优势, 不必建立复杂的数学模型即可完成预测<sup>[16]</sup>. 但是, 在文献 [17] 中, 作者认为由于神经网络算法采用的是经验风险最小化原则, 所以容易陷入局部极小点, 加之收敛速度慢等缺点, 这些不足均极大地限制这些方法在实际中的应用; 在文献 [18] 中, 作者提到 SVM 采用的则是结构风险最小化原则, 将整个求解过程转化为一个凸二次规划问题, 并且可以保证得到的解是全局最优和唯一的.

最小二乘支持向量机 (LSSVM) 方法是采用最小二乘线性系统作为损失函数, 代替了传统的 SVM 所采用的二次规划方法<sup>[19]</sup>; 同时, 基于统计理论, 旨在处理小数据集而不是无限数据集<sup>[20]</sup>. 因此, 理论上 LSSVM 方法简化了计算的复杂性; 另外, 由于 LSSVM 采用了最小二乘法, 因此运算速度明显快于支持向量机, 更加适合在实际中应用.

## 1.3 基于 LSSVM 改进的动态模型偏差训练

如何最优构造、动态最优构造可以适用于 EKF 算法的动态模型, 已经有大量的学者做出了许多研究工作, 在许多文献中也提到了不少模型. 例如恒速 (Constant velocity, CV) 模型、恒定加速度 (Constant acceleration, CA) 模型、辛格模型、半马

尔科夫跳跃模型等, 但是这些模型对于定位导航应用都是假设为时不变的<sup>[21]</sup>, 因此可能无法反映车辆真实、复杂的运动状况. 针对 KF 算法, 利用 IMM (Interactive multiple model) 交互模型, 可以一定程度减少没有动态模型带来的影响, 以便实现运动目标的跟踪; 但是, 依然缺少利用先验知识. 文献 [22] 提出了基于 GNSS 的  $SIGMA - \Delta$  模型, 多用于 GNSS/多普勒导航中, 可以有效地减少多路径效应的影响, 但是多普勒观测值不能直接使用, 而且在实际应用中先验知识实际是后验估计获得的. 还有人提出了基于 GNSS 导航历史时期状态的多项式动力学模型<sup>[23]</sup>, 但是多项式的拟合程度会直接影响到模型和实际动态之间的偏差程度, 在模型中针对偏差也没有很好的补偿措施.

同时, 因为式 (6) 中的关联函数表达式是未知的, 所以需要将其构造出来. 一般有两种构造方式: 第一种是自己根据经验构造出表达式, 然后通过一定的方法将表达式中的参数进行定参; 第二种则是通过训练样本, 从数据集中自动建立函数关系式<sup>[24]</sup>. 对于第二种方法, 神经网络 (NN)、支持向量机 (SVM) 等都是较好的方法, 本文中考虑到样本是时间序列数据, 所以采用了文献 [25] 提出的一种新型的支持向量机方法 — 最小二乘支持向量机 (LSSVM). 也正是因为模型简化, 在列车连续运行的一定时间范围内, 可以使用向量机训练的历史数据进行持续校正.

对于 LSSVM 算法, 最重要的就是核函数. 对于非线性问题一般不好求解、预测, 所以可以利用核函数将其转换为一个线性问题进行求解. 其中, 对于输入空间  $X$  和特征空间  $E$ , 必然存在一个从  $X$  到  $E$  的映射,  $\Phi(x): X \rightarrow E$ , 使得对于所有的  $x, y \in X$ , 因此核函数  $K(x, y)$  均满足以下形式

$$K(x, y) = \Phi(x) \cdot \Phi(y) \quad (7)$$

其中  $\Phi$  是映射函数. 同时, 根据 Mercer 定理可知, 如果  $K(x, y)$  是一个有效的核函数, 那么当且仅当对于训练样例  $\{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}\}$ , 其对应的核函数是对称半正定的. 即  $K$  在  $\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  上的映射存在时, 其训练集上得到的核函数矩阵应该满足:  $K \geq 0$ .

非线性的回归式为

$$y(x) = \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \alpha_i^*) \cdot \langle \varphi(x_i), \varphi(x) \rangle + b \quad (8)$$

本文中核函数采用了径向基 (Radical basis function, RBF) 核函数. 采用 RBF 核函数的主要原因是: 1) RBF 核函数能够实现非线性映射; 2) 参数

的数量会影响模型的复杂程度, 而 RBF 核函数较其他核函数参数较少; 3) RBF 核函数具有较少的数值困难<sup>[26]</sup>.

但是, RBF 核函数存在以下问题: 1) 训练策略中的 RBF 核函数对内核宽度十分敏感, 过小或过大均会导致预测过程中的欠拟合或过拟合的问题<sup>[27]</sup>; 2) 样本窗口如果过大, 导致样本数量过大, 依然会使得 LSSVM 的计算复杂度过大; 3) 在推导、计算关联函数的时候可能出现非线性表达式, 从而导致很难或不能求导得到其对应的协方差矩阵, 甚至不能更新、补偿 EKF 中的协方差矩阵. 因此提出以下解决方法: 对于第 1 个问题, 采用在 LSSVM 的初始化过程中引入 Allan 方差的 10-折交叉验证方法来原因内核宽度; 对于第 2 个问题, 采用有效期窗口策略, 以此来减小样本窗口; 对于第 3 个问题, 利用无损变换, 将当前的动态模型偏差预测值作为后延一个周期的先验动态模型偏差进行处理.

减小样本窗口时, 设置有效期窗口值为

$$m = \left\lceil k \times \frac{1}{f} \right\rceil \quad (9)$$

其中,  $k$  为当前时间,  $f$  为系统输出频率. 同时将式 (6) 改为

$$\Delta X_k = F(\Delta X_{k-1}, \Delta X_{k-2}, \dots, \Delta X_{k-m}) \quad (10)$$

为了得到函数关系  $F$ , 以及估计动态模型偏差, 需要训练历史的和当前的动态模型偏差值之间的关系, 输入有效窗口期内的偏差估计值:

$$\Delta X(LSSVM - IN) = (\Delta \hat{x}_{k-1}, \Delta \hat{x}_{k-2}, \dots, \Delta \hat{x}_{k-m})^T \quad (11)$$

对应的方差矩阵记为  $P_{\Delta \hat{x}_{k-1, k-m}}$ . 相应地, 估计的偏差定义为  $k$  时刻的输出, 即

$$\Delta X(LSSVM - OUT) = \Delta x_k \quad (12)$$

将式 (11) 代入式 (3) 中, 得到

$$\hat{x}_k = \Phi_{k, k-1} X_{k-1} + M_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} + \Delta \hat{x}_k \quad (13)$$

在 EKF 计算、更新方差部分, 同样需要计算、更新  $P_{\Delta \hat{x}_{k, k-m}}$ , 即:

$$P_{\Delta \hat{x}_{k, k-m}} = \begin{bmatrix} P_{\Delta \hat{x}_k} & P_{\Delta \hat{x}_k \Delta \hat{x}_{k-1, k-m}} \\ P_{\Delta \hat{x}_{k-1, k-m} \Delta \hat{x}_k} & P_{\Delta \hat{x}_{k-1, k-m}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

将式 (14) 代入 EKF 算法中, 以迭代的方式进一步扩展到  $x_{k-m}$  项后, 会得到一个非线性表达式, 很难直接通过求导式 (14) 中的协方差再去更新、补偿 EKF 算法中的协方差, 所以, 利用无损变换, 将当前的动态模型偏差预测值作为后延一个周期的先验动态模型偏差进行处理.

## 2 基于 LSSVM 改进的扩展卡尔曼滤波

针对第 1.3 节中 LSSVM 对于动态模型偏差的训练策略, 以及使用 UT 变换对 LSSVM 和 EKF 算法的结合, 本文给出了一种基于最小二乘支持向量机改进的扩展卡尔曼滤波算法, 后续记做 LSSVM-EKF 算法. 作为滤波算法由以下描述的步骤递归执行:

**步骤 1.** 由 EKF 算法计算  $\lfloor (n+m)/2 \rfloor$  个时期状态预测值和其对应的协方差矩阵  $P$ ;

**步骤 2.** 计算得到上述时期内的动态模型偏差估计值  $\Delta X_i$  和其对应的协方差矩阵  $P$ ;

**步骤 3.** 初始化  $\lfloor (n+m)/2 \rfloor$  个时期的信息组为训练数据集;

**步骤 4.** 通过训练集数据的训练来估计 LSSVM 回归算法中的参数  $\alpha$  和  $b$ ;

**步骤 5.** 计算训练样本和测试样本各自的相关系统, 通过训练策略来预测状态偏差矢量及其方差;

**步骤 6.** 顺序计算增益矩阵、状态预测值、协方差矩阵以及  $P_{\Delta \hat{x}_{k, k-m}}$ , 并根据无损变换计算进行补偿、更新协方差矩阵  $P$ ;

**步骤 7.** 依次进行状态的时间更新和滤波更新、方差计算的时间更新和滤波更新;

**步骤 8.** 若有中断, 则跳至步骤 1, 重新进行窗口初始化; 若没有, 则跳至步骤 4, 递归执行 LSSVM-EKF 算法.

LSSVM-EKF 算法流程图如图 1 所示, 其中四阶 RK 是指四阶龙格-库塔方法.

LSSVM-EKF 算法也可以使用在 GPS/INS 组合导航定位系统中, 将 GNSS 部分的速度、位置作为学习值, 进行预测偏差, 将得到的偏差用于校正 INS 部分的速度、位置数据. 对应的组合系统框图如图 2 所示. 其中, 滤波器中使用本文提出的 LSSVM-EKF 算法. 在有卫星信号失锁的情况下, 可认为简化后的轨道高速运动列车的运动状态没有发生剧烈变化, 因此依照之前得到的动态模型偏差训练、预测, 然后进行判断, 依照这种方法可以继续得到目前能够使用的速度、位置的偏差值.

## 3 试验验证及分析

本文针对 LSSVM-EKF 算法, 一共从三个方面进行了实验设计、验证与分析. 1) 针对 LSSVM 的初始化设计了试验, 并且验证了 LSSVM 的回归算法及训练效率. 2) 设计了车载试验验证, 针对较为复杂的运动环境进行验证, 对 LSSVM-EKF 算法的性能进行了验证, 同时对卫星信号失锁情况进行了论述. 3) 采用列车采集数据对文中所提方法进行了验证. 其中, 车载试验为了尽可能地模拟列车运行状态, 因此选择平整、起伏不大、连续固定的线路进

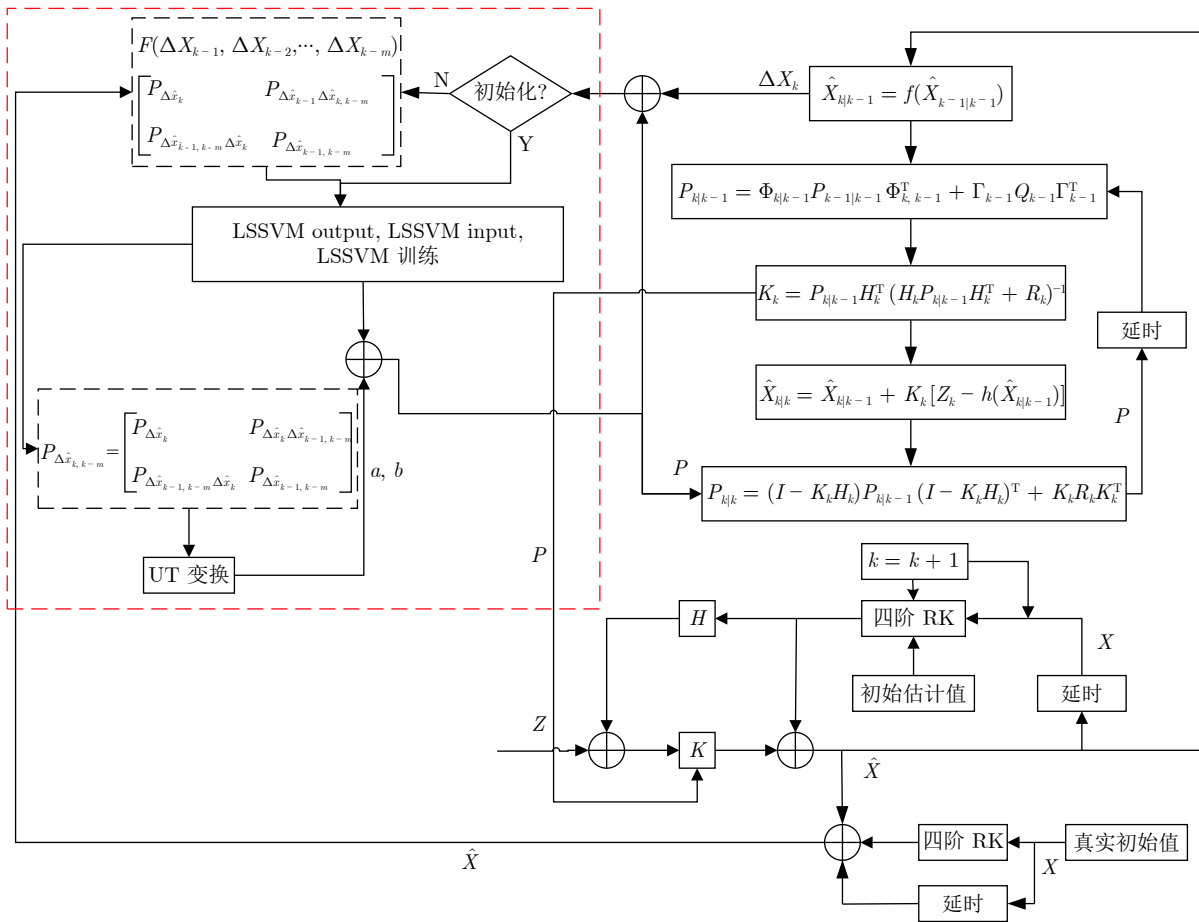


图 1 LSSVM-EKF 算法流程图

Fig. 1 LSSVM-EKF algorithm flow chart

行试验.

### 3.1 LSSVM 的初始化设置

在上述 LSSVM 方法中, 有两个经验调整参数需要在训练前进行选择, 即  $(\sigma, \gamma)$ . 一般选取经验调整参数的方法有以下几种: 枚举法、VC 边界法、交叉验证法以及依据贝叶斯信息标准等. 其中, 枚举法太过于依赖枚举范围, 导致受主观影响的误差过大; VC 边界法则需要确认输入、输出的边界, 然后取刚好等于、大于、小于边界的参数作为测试用例测试, 可能因为不科学的方法导致范围选择不合适; 而贝叶斯信息标准则主要受到两方面的限制: 1) 上述近似值仅适用于样本大小  $n$  远远大于数字  $k$  的模型中的参数; 2) 贝叶斯信息标准无法像高维度的变量选择 (或特征选择) 问题那样处理复杂的模型集合. 所以, 在本文中选取了交叉验证法, 为了进一步提高模型的稳定性, 又引入了样本信息的 Allan 方差. 交叉验证就是把原始样本数据切割成较小子集, 通过子集之间互相进行训练、验证, 以便

得到相对最优的参数组合. 针对交叉验证, 其常见形式有以下三种: Holdout 验证、 $K$ -折交叉验证和留一验证; 其中留一验证理论上可以对泛化误差进行无偏估计, 但是其搜索空间与计算量较为庞大. 因此本文选择了引入 Allan 方差的  $K$ -折交叉验证 ( $K = 10$ ) 方法, 在提高模型稳定性的同时获得较为可靠的调整参数.

通过 10-折交叉验证, 发现了数据的训练误差和预测误差均会随着正则化参数的增加而减小, 也表示正则化参数会改善数据的表示泛化能力. 针对速度值, 引入速度值的 Allan 方差, 将其值记为  $A$ ; 10-折交叉验证断点值记为  $P = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ , 其中  $x, y$  分别表示了运动的东向速度和北向速度; 对于调整参数的判断值记为  $M = [P^2 + (P + A)/2]^{\frac{1}{2}}$ . 最终依据上述方法, 为 LSSVM 选择出合适的经验调整参数组合 (20,100), 并用于以后的计算中. 下面, 依据选出的经验调整参数, 使用模拟仿真的  $X$  轴的速度数据, 如图 3 所示. 对 LSSVM 的学习、预测性能进行了验证. 结果见图 4 和图 5 所示.

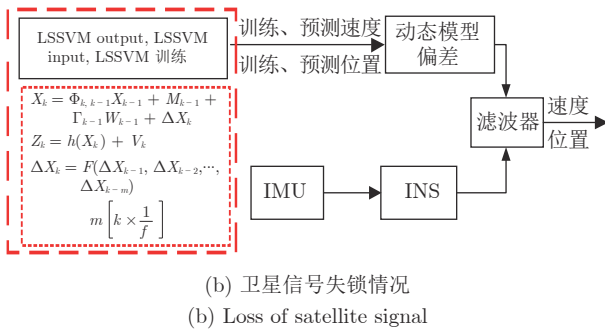
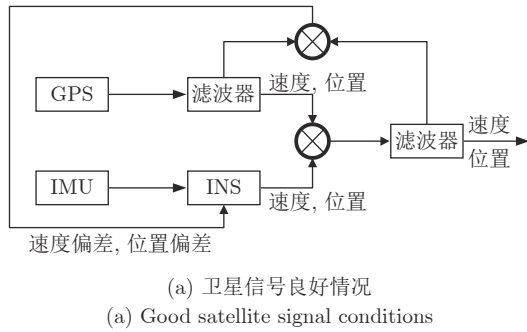


图 2 组合系统框图

Fig. 2 Combination system block diagram

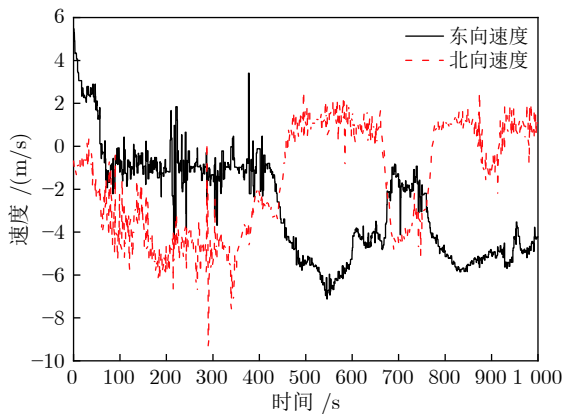


Fig. 3 Vehicle movement speed

对于计算复杂度的对比, 从算法的时间复杂度以及相同数据量和实验环境下的程序运行时间做出比较. 其中, 神经网络的时间复杂度为:  $O(\sum_{l=1}^D M_l^2 \times K_l^2 \times C_{l-1} \times C_l)$ ; 而最小二乘支持向量机的时间复杂度为:  $O(n \times d^2)$ . 计算量的具体对比结果如表 1 所示.

表 1 为计算量对比结果, 采用数据量为 8 000 且在相同的实验环境下进行实验, 其中神经网络使用了 3 个卷积层, SVM 和 LSSVM 的训练样本均为 1 000 个, 最后对比分析了 3 种算法各自的绝对误差和具体运行时间, 综合考量下, LSSVM 的计算

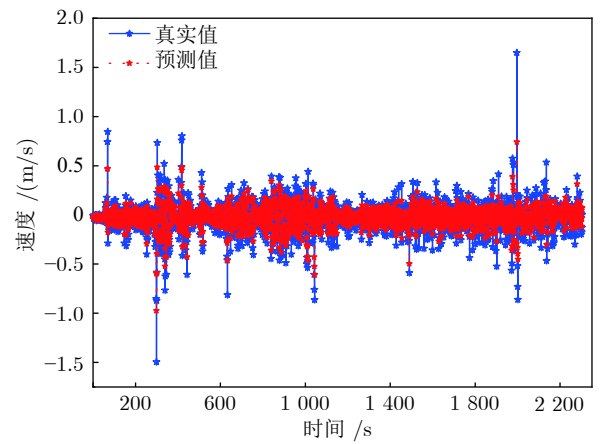
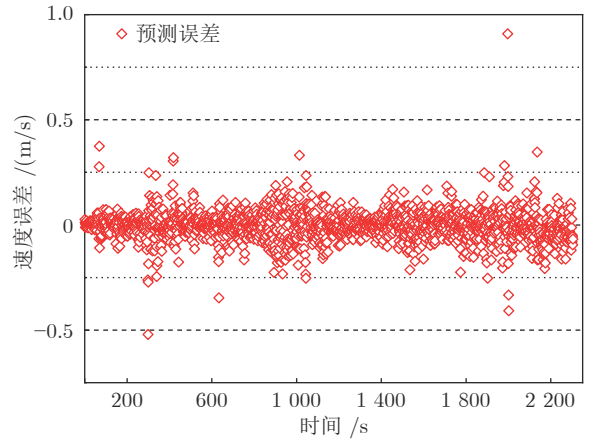
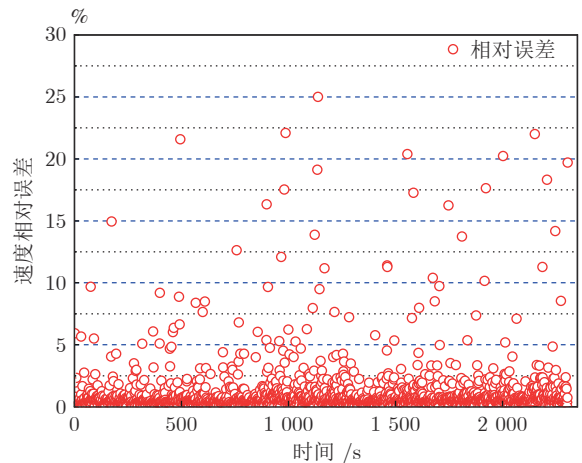


Fig. 4 Learning prediction chart of speed



(a) Prediction error



(b) Predicting relative error

图 5 速度学习预测误差分析

Fig. 5 Analysis of speed learning prediction error

表 1 计算量对比结果

Table 1 Comparison of calculation results

算法名称	绝对误差 (%)	具体运行时间 (s)
NN	3.35	10.6
SVM	5.83	7.2
LSSVM	3.58	3.5

量为最简.

### 3.2 车载实验验证

为了进一步验证 LSSVM-EKF 在实际车辆的复杂运动环境中的适用性, 本文设计了车载组合定位试验, 采用组合定位数据, 针对 EKF、SVM-EKF 和 LSSVM-EKF 算法进行了误差对比分析. 车载测试在学校校园内进行, 因为部分区域高楼遮挡原因, 所以在该部分区域, 对 GPS 信号影响较大, 导致定位波动较大. 首先, 对本次车载测试的一些硬件参数进行介绍. 卫星定位部分, 核心板卡主要采用了 K700 卫星定位板卡, 其属于三系统单频 OEM 板卡, 单点定位数据输出频率为 10 Hz. 惯性测量单元, 采用了 3DM-IMU200A, 该测量单元具有高可靠性和稳定性的 MEMS 陀螺仪、加速度计和磁强计, 其抗电磁干扰的能力也较强; 其中, IMU300A 作为惯性测量单元的参照对比部分. 上述两大测量硬件的主要参数见表 2.

本次车载测试过程中, 测试环境复杂, 可以较好地验证本文提出算法的实时可行性; 同时, 无法在实验开始前获取干扰噪声的先验信息, 所以对于实验载体的运动特性也无法预知. 图 6 是实验器材的安装及测试线路图.

下面分别选取试验的东向速度、北向速度、东向位置、北向位置数据, 针对 EKF、SVM-EKF 和

表 2 车载定位测量硬件主要参数

Table 2 Main parameters of vehicle positioning measurement hardware

性能指标	参数
IMU更新率	30 (Hz)
陀螺仪分辨率	0.007 ( $^{\circ}$ /s)
陀螺仪零偏稳定性	0.007 (25 $^{\circ}$ C, 1 $\delta$ ) ( $^{\circ}$ /s)
陀螺仪随机游走	2.4 (25 $^{\circ}$ C, 1 $\delta$ ) ( $^{\circ}$ / $\sqrt$ Hz)
加速度计分辨率	0.33 (mg)
加速度计零偏稳定性	0.2 (25 $^{\circ}$ C, 1 $\delta$ ) (mg)
加速度计随机游走	0.2 (25 $^{\circ}$ C, 1 $\delta$ ) (m/s $\sqrt$ Hz)
卫星板卡更新率	10 (Hz)
卫星单点定位精度	H: 3.0; V: 5.0 (m)
卫星测速精度	0.03 (m/s)

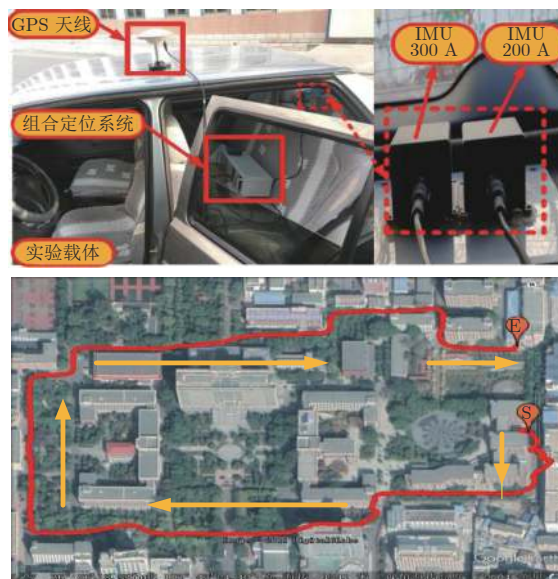


图 6 车载实验仪器及测试路线

Fig. 6 Vehicle experimental instruments and test routes

LSSVM-EKF 算法, 进行了误差分析对比实验, 并进行了不同数据对应算法的误差概率密度分析. 实验分析结果如下.

1) 对速度误差进行了对比、分析. 东向和北向的速度误差均值由对比结果可以看出, 均是 LSSVM-EKF 算法的结果最小. 因为使用第 1 节和第 2 节中提到的动态模型偏差及其偏差训练、预测结果, 对动态模型进行偏差补偿, 可以实时准确地描述物体的运动状态, 所以导致 LSSVM-EKF 算法的结果精度较小. 通过分析图 7 和图 8 以及表 3, 可以得到以下结果, 东向速度的平均绝对误差由 0.5764 降到了 0.2364, 北向速度的平均绝对误差由 0.8140 降到了 0.3034; 东向速度的误差均方差由 0.4683 降到了 0.1003, 北向速度的误差均方差由 0.9286 降到了 0.1243. 并且引入了标准差来衡量误差, 标准差越小, 说明误差越集中在 0 附近, 也就说明了误差越小, 对于东向速度, 其误差标准差由 0.4488 降到了 0.2109, 北向速度误差的标准差由 0.9485 降到了 0.3412. 从上述结果中均可以看出, LSSVM-EKF 算法对速度结果精度有明显提升, 依照误差均方差为结果示例, 东向速度结果精度提升了 79%, 北向速度结果精度提升了 87%. 2) 对速度数据进行了误差概率密度的分析. 误差越集中在 0 的左右, 且该部分误差的概率密度越大, 则说明数据的误差越小, 从分析结果图中可以看出, LSSVM-EKF 算法下的误差依照概率密度大部分分布在 0 的左右两侧, 也说明了该算法下的速度误差较小. 在图 8 的误差概率密度分析结果中, 可以看到出现了双峰情况, 针对算法运行情况, 较有可能是因为

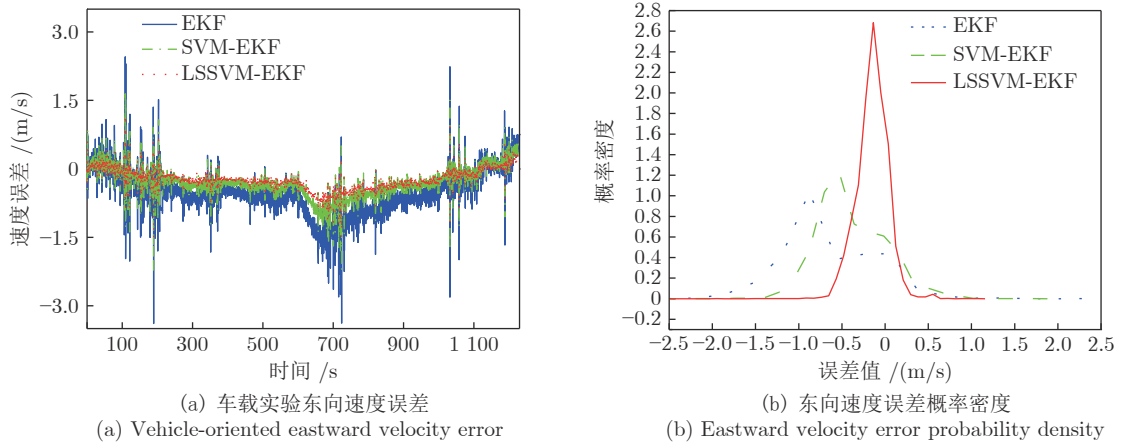


图 7 车载实验东向速度误差的分析

Fig. 7 Analysis of the eastward speed error in vehicle test

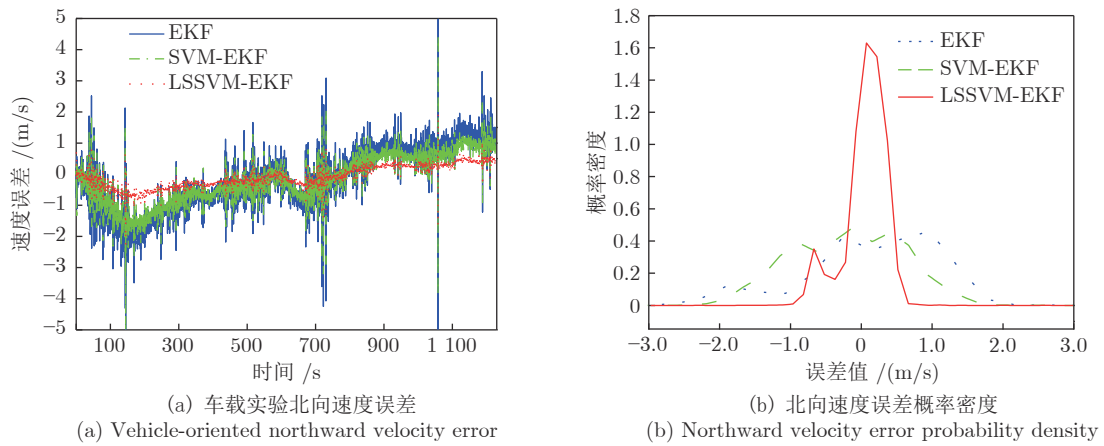


图 8 车载实验北向速度误差的分析

Fig. 8 Analysis of the northward speed error in vehicle test

表 3 车载实验速度误差的分析  
Table 3 Analysis of the speed error in vehicle test

误差类型	算法		
	EKF	SVM-EKF	LSSVM-EKF
东向速度误差最大值)	2.44991596	1.64263965	1.08354018
东向速度误差均值	-0.51657986	-0.29959351	-0.21635647
东向速度平均绝对误差	0.57636153	0.35360989	0.23635647
东向速度误差均方差	0.46827009	0.17819068	0.10034921
北向速度误差最大值	5.95754509	4.48745292	1.98934116
北向速度误差均值	-0.17019196	-0.18793186	-0.08884883
北向速度平均绝对误差	0.81400385	0.65518412	0.30342385
北向速度误差均方差	0.92862895	0.59494707	0.12433562

第 2 节中提到的有效窗口期, 由于选择不当, 导致动态模型偏差的预测精度不够, 进而影响到了数据最后的处理精度。

使用同样的方法及对比对象, 对位置误差进行了分析, 通过对图 9~11 及表 4 的分析, 均可以较为直观地得出结论: LSSVM-EKF 的结果相比于



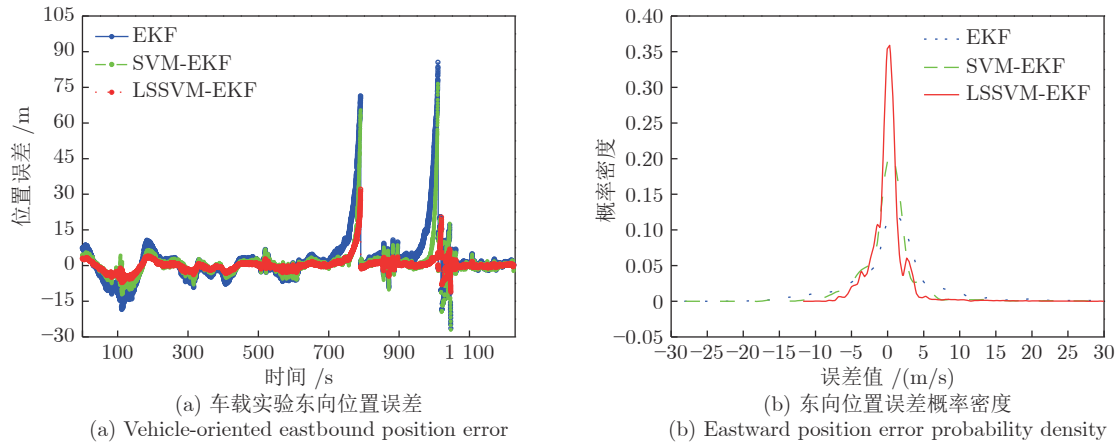


图 9 车载实验东向位置误差的分析

Fig. 9 Analysis of the eastward position error in vehicle test

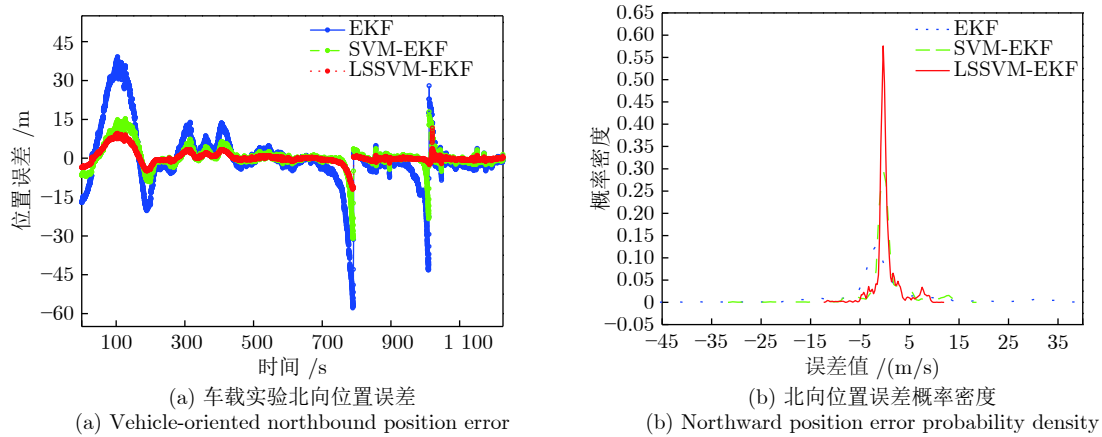


图 10 车载实验北向位置误差的分析

Fig. 10 Analysis of the northward position error in vehicle test

表 4 车载实验位置误差的分析

Table 4 Analysis of the position error in vehicle test

误差类型	算法		
	EKF	SVM-EKF	LSSVM-EKF
东向位置平均绝对误差	5.51618956	2.98874558	1.56598758
东向位置误差均方差	115.59446073	43.27129604	7.76993031
北向位置平均绝对误差	7.02954699	2.58372839	1.47242455
北向位置误差均方差	137.35228157	21.28974173	6.65581029

EKF, 其中东向位置的误差均方差下降了 93%, 北向位置的误差均方差下降了约 95%, 提升效果最为明显. 对误差波动分析如下: 前期误差波动较大、较频繁, 是因为实验环境导致卫星的信号较差, 导致位置定位结果精度较低; 后期出现误差突然增大, 是因为在数据处理时加入了卫星信号失锁情况, 以此来验证卫星失锁情况下的算法性能. 在图 11 中,

区域 A 为东向位置误差最大值; 区域 B 为东向位置平均绝对误差; 区域 C 为东向位置误差均方差; 区域 D 为东向位置误差的标准差; 区域 E 为北向位置误差最大值; 区域 F 为北向位置平均绝对误差; 区域 G 为北向位置误差均方差; 区域 H 为北向位置误差的标准差.

针对 GPS 失锁情况, 从上述的东向和北向位置解算结果中选取一段区间的测量数据进行 GPS 失锁的仿真, 在位置推算的过程中采用了 LSSVM-EKF 算法. 结果如图 12 所示, 分别选取区间时间为 420~550 s 的东向位置误差和 680~800 s 的北向位置误差, 在时间段内分别于 510 s 和 760 s 处出现大约 30 s 的 GPS 信号失锁情况, 对照表 5, 通过对结果的分析可以发现, LSSVM-EKF 算法下的位置发散均为最小, 东向位置和北向位置分别为 32.099340 m 和 15.966400 m, 抑制发散的效果较为

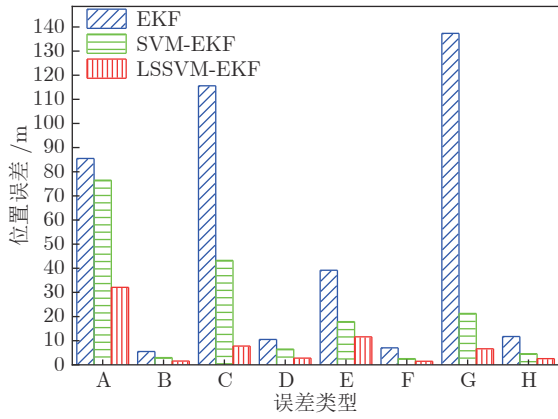


图 11 位置误差直方图分析

Fig. 11 Histogram analysis of position error

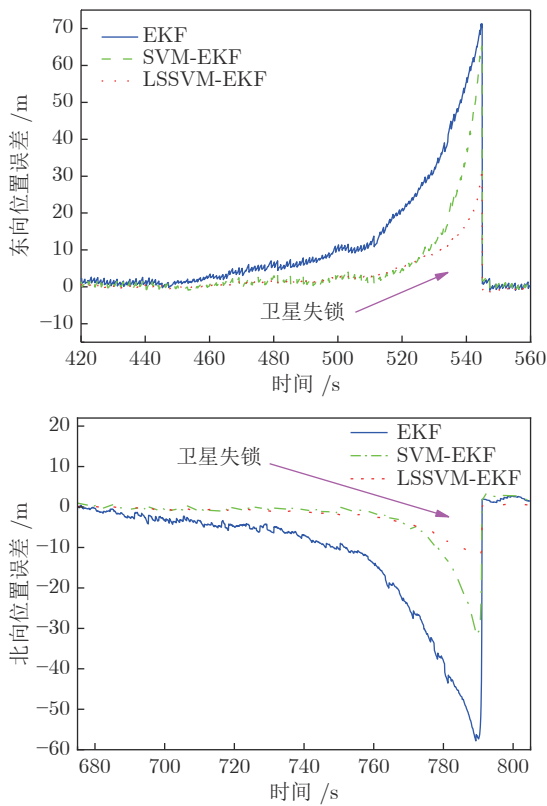


图 12 卫星失锁情况位置误差分析

Fig. 12 Position error analysis of satellite loss of lock

表 5 卫星失锁情况下位置误差的分析

Table 5 Analysis of position error in case of satellite losing lock

误差类型	算法		
	EKF	SVM-EKF	LSSVM-EKF
东向速度误差最大值	71.277860	65.305870	32.099340
东向位置误差标准差	15.482577	10.476818	5.175138
北向位置误差最大值	57.812430	31.018930	15.966400
北向位置误差标准差	14.494762	6.471339	3.008621

明显.

### 3.3 长沙磁悬浮测试

为了进一步验证本文所提出的改进的定位方法在列车的实际运行环境中依然可用, 结合长沙磁悬浮列车现场测试的部分数据进行对比、分析, 其中测试线路全长 18.55 km, 列车最高速度为 100 km/h. 测试线路和现场测试情况如图 13 所示.

采用向北运行的部分数据, 使用本文所提出的方法分别与 KF、EKF 进行分析、对比和验证, 其中由长时间、多次测试的 RTK (Real-time kinematic) 线路数据作为参考基准, 验证结果如下所示.

依据图 14、图 15 和表 6 的对比分析结果易得, EKF 相对于 KF 有一定的优化效果, 但是结果的精度远不如本文提出的算法 LSSVM-EKF, 在该算法的优化下, 磁悬浮列车北向位置的绝对误差基本控



图 13 列车测试线路及设备

Fig. 13 Train test lines and equipment

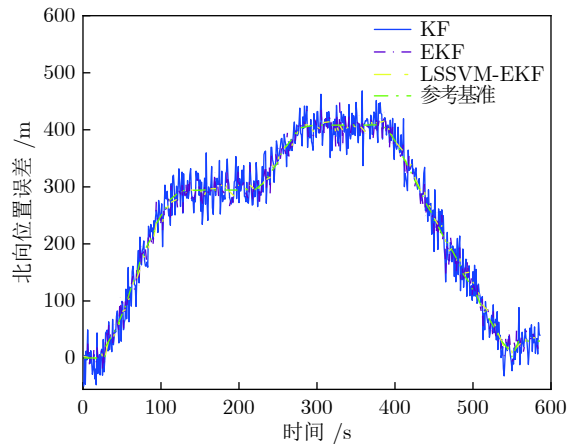


图 14 列车北向位置误差对比

Fig. 14 Comparison of train northward position error

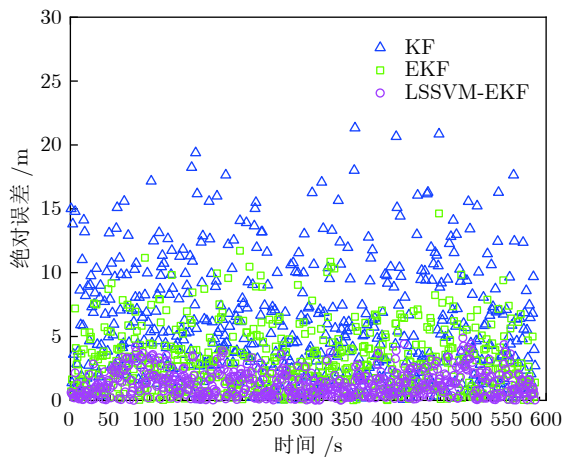


图 15 列车北向位置绝对误差

Fig. 15 Absolute error of train northward position

表 6 列车北向位置误差对比

Table 6 Comparison of train northward position error

算法名称	北向位置误差标准差
KF	7.303605
EKF	3.888531
LSSVM-EKF	1.682587

制在 5 m 范围内; 标准差相对于 KF 减小了约 77%, 相对于 EKF 减小了约 57%, 大幅度减小了误差范围. 在对比结果图 16 中, 以列车速度表的值作为参考基准, 分别对原始解算结果、神经网络辅助的 EKF 方法和 LSSVM 辅助的 EKF 方法进行误差分析, 依然是本文提出的方法的结果更优. 综合上述对比结果可以发现, 本文提出的 LSSVM-EKF 方法在列车定位系统中有一定的使用价值.

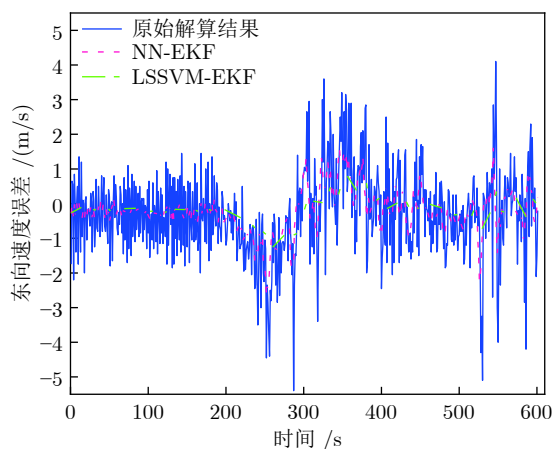


图 16 列车东向速度误差对比

Fig. 16 Comparison of train eastward speed error

## 4 结论

针对如何提高车辆定位精度的问题, 本文分析、对比了传统算法的缺点, 提出了一种新的基于实时校正动态模型偏差的扩展卡尔曼滤波算法, 通过引入动态模型偏差补偿随机系统建模, 利用最小二乘支持向量机对动态模型学习、训练及预测, 并将偏差结果引入 EKF 中进行补偿和校正, 以此提高最后的定位精度. 最后, 设计 LSSVM 的初始化设置试验, 通过试验选取合适的经验调整参数, 并验证了其数据的预测效果; 重点设计了车载试验, 并采用实际磁悬浮列车数据对提出的 LSSVM-EKF 算法进行验证, 采用实验结果针对 KF、EKF、SVM-EKF、LSSVM-EKF 算法进行了对比、分析, 发现均是 LSSVM-EKF 算法的结果精度最优, 该算法对于结果精度、收敛速度的提升均较为明显, 有一定的参考价值.

## References

- Wang Xun, Zuo Qi-Yao, Hong Shi-Pin, Chen Liang, Yang Xiao-Kun. A novel evaluation method of positioning resolution performance based on Kalman filtering. *Navigation and Timing*, 2018, 5(5): 73-82  
(王勋, 左启耀, 洪诗聘, 陈亮, 杨晓昆. 一种基于卡尔曼滤波的定位解算性能评估新方法. *导航定位与授时*, 2018, 5(5): 73-82)
- Huang Wei-Jie, Zhang Guo-Shan. Visual-inertial odometer based on fast invariant Kalman filter. *Control and Decision*, 2018. DOI: 10.13195/j. kzyjc. 2018. 0239  
(黄伟杰, 张国山. 基于快速不变卡尔曼滤波的视觉惯性里程计. *控制与决策*, 2018. DOI: 10.13195/j. kzyjc. 2018. 0239)
- Yan Bi-Xi, Zhu Li-Fu, Dong Ming-Li, Sun Peng, Wang Jun. Research on Kalman filtering in moving target location with monocular camera. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(8): 220-229  
(燕必希, 朱立夫, 董明利, 孙鹏, 王君. 卡尔曼滤波单目相机运动目标定位研究. *仪器仪表学报*, 2018, 39(8): 220-229)
- Kalman, R E, Bucy, R S. New results in linear filtering and prediction Theory. *Journal of Basic Engineering ASME Transaction series D*, 1960, 83.
- Guan Qing-Lin, Fan Chun-Ming, Zhu Zheng-Ping, Peng Fei. A carrier phase smoothing pseudorange method in single point positioning. *Surveying Science*, 2019, 44(2): 116-121  
(管庆林, 樊春明, 朱正平, 彭飞. 单点定位中一种载波相位平滑伪距方法. *测绘科学*, 2019, 44(2): 116-121)
- Zhang Yue, Yuan Li-Fen, He Yi-Gang, Lv Mi. LANDMARC indoor positioning algorithm based on quantum particle swarm optimization volume Kalman filter. *Journal of Electronic Meas-*

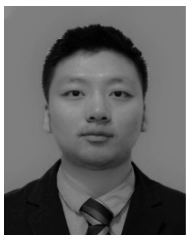
- urement and Instrument, 2018, **32**(2): 72-79  
(张悦, 袁莉芬, 何怡刚, 吕密. 基于量子粒子群优化容积卡尔曼滤波的 LANDMARC 室内定位算法. 电子测量与仪器学报, 2018, **32**(2): 72-79)
- 7 Wang Ding-Jie, Meng De-Li, Li Chao-Yang, Dong Yi, Wu Jie. Adaptively outlier-restrained GNSS/MEMS-INS integrated navigation method. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, **38**(12): 2952-2958  
(王鼎杰, 孟德利, 李朝阳, 董毅, 吴杰. 抗野值自适应卫星/微惯性组合导航方法. 仪器仪表学报, 2017, **38**(12): 2952-2958)
- 8 Liu She-De, Chen Guang-Wu, Wang Di, Xu Chen. Train integrated positioning method based on GPS/DR/MM. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2018, **15**(2): 474-482  
(刘射德, 陈光武, 王迪, 徐琛. 一种基于 GPS/DR/MM 组合的列车定位方法研究. 铁道科学与工程学报, 2018, **15**(2): 474-482)
- 9 Liu J, Cai B G, Wang J. A GNSS/trackmap cooperative train positioning method for satellite-based train control. In: Proceedings of the 17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Qingdao, China: IEEE, 2014. 2718-2724
- 10 Zhong Lu-Sheng, Li Bing, Gong Jin-Hong, Zhang Yong-Xian, Zhu Zhen-Min. Maximum likelihood identification of multiple point model for high-speed electric multiple units. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(12): 2950-2994  
(衷路生, 李兵, 龚锦红, 张永贤, 祝振敏. 高速列车非线性模型的极大似然辨识. 自动化学报, 2014, **40**(12): 2950-2994)
- 11 Liu Jiang, Cai Bogen, Tang Tao, Wang Jian. Train integrated positioning system based on GPS and inertial measurement unit. *China Railway Science*, 2010, **31**(1): 123-129  
(刘江, 蔡伯根, 唐涛, 王剑. 基于 GPS 与惯性测量单元的列车组合定位系统. 中国铁道科学, 2010, **31**(1): 123-129)
- 12 Liu Hao, Chen Guang-Wu, Wei Zong-Shou, Cheng Jian-Wei. An improved least squares adaptive filtering gyroscope denoising method. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, **39**(4): 107-114  
(刘昊, 陈光武, 魏宗寿, 程鉴皓. 改进的最小二乘自适应滤波陀螺仪去噪方法. 仪器仪表学报, 2018, **39**(4): 107-114)
- 13 Wang Di, Chen Guang-Wu, Yang Ting. Study on a fast and precise GPS integrated positioning method. *Journal of the China Railway Society*, 2017, **39**(2): 67-73  
(王迪, 陈光武, 杨厅. 一种快速高精度 GPS 组合定位方法研究. 铁道学报, 2017, **39**(2): 67-73)
- 14 Wang Di, Chen Guang-Wu, Liu She-De, Yang Yang. Study on GNSS double difference attitude determination based train track occupancy discrimination method. *Journal of the China Railway Society*, 2018, **40**(11): 81-87  
(王迪, 陈光武, 刘射德, 杨扬. 基于 GNSS 双差定姿的区间列车轨道占用判别方法研究. 铁道学报, 2018, **40**(11): 81-87)
- 15 Zhang Jing-Tang, Dong Yan-Ting, Zhai Yan. Study on GPS/DR integrated location method based on SVM. *Journal of Information Engineering University*, 2010, **11**(4): 443-447  
(张敬堂, 董艳婷, 翟燕. 基于 SVM 的 GPS/DR 组合定位算法研究. 信息工程大学学报, 2010, **11**(4): 443-447)
- 16 Caron F, Duflos E, Vanheeghe P. Introduction of contextual information in a multisensor EKF for autonomous land vehicle positioning. In: Proceedings of the 2005 IEEE Networking, Sensing and Control. Villeneuve d'Ascq, France: IEEE, 2005. 592-597
- 17 Yang Y, Chen G W, Wang J W, Li C D. Study on train combination location method based on grey neural network. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*, 2019, **10**(2): 143-149
- 18 Zhong Lu-Sheng, Liang Shuang, Gong Jin-Hong, Zhang Yong-Xian. Subspace identification of generalized nonlinear model for high-speed, using least squares support vector machine. *China Science Paper*, 2015, **10**(19): 2225-2231, 2241  
(衷路生, 梁爽, 龚锦红, 张永贤. 基于 LS-SVM 的高速列车广义非线性模型子空间辨识. 中国科技论文, 2015, **10**(19): 2225-2231, 2241)
- 19 Yan Wei-Wu, Shao Hui-He. Application of support vector machines and least squares support vector machines to heart disease diagnoses. *Control and Decision*, 2003, **18**(3): 358-360  
(阎威武, 邵惠鹤. 支持向量机和最小二乘支持向量机的比较及应用研究. 控制与决策, 2003, **18**(3): 358-360)
- 20 Xu Ai-Gong, Cai Gan-Fei, Pan Feng, Sui Xin, Hao Yu-Shi, Liu Wei. RBF neural network aided UWB/INS integrated navigation algorithm. *Journal of Nautical Navigation*, 2018, **6**(3): 41-46  
(徐爱功, 蔡赣飞, 潘峰, 隋心, 郝雨时, 刘韬. RBF 神经网络辅助的 UWB/INS 组合导航算法. 导航定位学报, 2018, **6**(3): 41-46)
- 21 Jiang Z Q, Liu C H, Zhang G, Wang Y P, Huang C K, Liang J Y. GPS/INS integrated navigation based on ukf and simulated annealing optimized SVM. In: Proceedings of the 78th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall), Las Vegas, NV, USA: IEEE, 2013. 1-5
- 22 Rafael T M, Carlos C C, Javier T M. A multiple-model particle filter fusion algorithm for GNSS/DR slide error detection and compensation. *Applied Sciences*, 2018, **8**(3): 445-1-445-9
- 23 Wang S S. A BLE-based pedestrian navigation system for car searching in indoor parking garages. *Sensors (Basel, Switzerland)*, 2018, **18**(5): 1442-1-1442-18
- 24 Song X, Li X, Tang W C, Zhang W G. RFID/In-vehicle sensors-integrated vehicle positioning strategy utilising LSSVM and federated UKF in a tunnel. *Journal of Navigation*, 2016, **69**(4):

845-868

- 25 Chen X Y, Xu Y, Li Q H, Tang J, Sheng C. Improving ultrasonic-based seamless navigation for indoor mobile robots utilizing EKF and LS-SVM. *Measurement*, 2016, **92**: 243-251
- 26 Shao Y H, Li C N, Huang L W, Wang Z, Deng N Y, Xu Y. Joint sample and feature selection via sparse primal and dual LSSVM. *Knowledge-Based Systems*, 2019.
- 27 Xue X H, Xiao M. Deformation evaluation on surrounding rocks of underground caverns based on PSO-LSSVM. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2017, **69**(Oct.): 171-181



**陈光武** 兰州交通大学教授. 主要研究方向为交通信息工程及控制.  
E-mail: cgwyjh1976@126.com  
(**CHEN Guang-Wu** Professor at Lanzhou Jiaotong University. His research interest covers traffic information engineering and control.)



**刘昊** 兰州交通大学硕士研究生. 2017年于东北大学获得学士学位. 主要研究方向为MEMS惯性导航和组合导航. 本文通信作者.  
E-mail: liuhao\_pro@163.com  
(**LIU Hao** Master student at Lanzhou Jiaotong University. He received his bachelor degree from Northeastern University in 2017. His research interest covers MEMS inertial navigation and integrated navigation. Corresponding author of this paper.)



**李少远** 上海交通大学电子信息与电气工程学院教授. 主要研究方向为预测控制, 自适应控制和模糊智能控制的理论和应用研究.  
E-mail: syli@sjtu.edu.cn  
(**LI Shao-Yuan** Professor at the School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers theoretical and applied research on predictive control, adaptive control and fuzzy intelligent control.)



**杨菊花** 兰州交通大学交通运输学院副教授, 主要研究方向为交通运输规划与管理.  
E-mail: yangjuhua@mail.lzjtu.cn  
(**YANG Ju-Hua** Professor at the School of Traffic and Transportation, Lanzhou Jiaotong University. Her research interest covers transportation planning and management.)



**魏宗寿** 兰州交通大学教授, 铁道部有突出贡献的中青年科技专家. 主要研究方向为自动控制, 真空镀膜控系统的研究.  
E-mail: wzs\_pro@126.com  
(**WEI Zong-Shou** Professor at Lanzhou Jiaotong University, a young and middle-aged science and technology expert with outstanding contributions from the Ministry of Railways. His research interest covers automatic control and vacuum coating control system.)