

未建模动态增量补偿驱动的非线性 PID 控制及应用

张亚军¹ 魏萃¹ 柴天佑^{1,2} 卢绍文¹ 崔东亮¹

摘要 针对一类具有强非线性、机理不清且动态特性随不同运行条件而变化的复杂过程, 将基于数据的建模技术与基于模型的控制策略相结合, 提出了未建模动态及其未知增量补偿驱动的非线性 PID 控制方法. 所提的算法将进一步超前最优控制策略应用于 PID 控制器的参数设计, 并结合非线性补偿技术进行综合设计, 从理论上给出了 PID 控制器参数以及非线性补偿器设计的一般原则和方法, 为解决传统 PID 控制器参数难于整定的问题提供了方法和途径. 在此基础上, 分析了闭环系统的稳定性和收敛性. 最后, 将所提的控制算法进行数值仿真实验以及 Pendubot 系统平衡控制的对比实验, 实验结果表明, 在 Pendubot 的精确摩擦力模型未知的情况下, 所提算法能有效地消除系统未知时变不确定性的影响, 并尽可能地减少 Pendubot 摆角的波动, 将摆角控制在规定的目标值范围内.

关键词 数据驱动, 未建模动态增量, PID 控制器, 稳定性, Pendubot

引用格式 张亚军, 魏萃, 柴天佑, 卢绍文, 崔东亮. 未建模动态增量补偿驱动的非线性 PID 控制及应用. 自动化学报, 2020, 46(6): 1145–1153

DOI 10.16383/j.aas.c190146

Un-modeled Dynamics Increment Compensation Driven Nonlinear PID Control and Its Application

ZHANG Ya-Jun¹ WEI Cui¹ CHAI Tian-You^{1,2} LU Shao-Wen¹ CUI Dong-Liang¹

Abstract For a class of complex industrial process whose structure is unclear and the dynamic characteristics changing strongly with different operating conditions, unmodeled dynamics driven nonlinear PID control method is proposed in this paper, the algorithm combined the data modelling technologies and control strategy based on process model and is applied to the Pendubot balance control system. One step ahead of the optimal control strategy is used to design the parameters of the PID controller, which combined with the nonlinear compensation technology for integrated design. The general principle and method of choosing PID controller parameters and nonlinear compensator design are given theoretically, which provides ways and means to solve the problem that the traditional PID controller parameters are difficult to design. Then, the stability and convergence of the closed-loop system are analyzed. Finally, through the numerical simulation and the comparative experiment on Pendubot balance control system, the results show that the proposed algorithm can effectively eliminate the influence of the unknown time-varying uncertainty of the system when the accurate friction model of Pendubot is unknown, and reduce Pendubot angular fluctuations as far as possible, the swing angle is controlled within the specified target value range.

Key words Data driven, increment of unmodeled dynamics, PID controller, stability, Pendubot

Citation Zhang Ya-Jun, Wei Cui, Chai Tian-You, Lu Shao-Wen, Cui Dong-Liang. Un-modeled dynamics increment compensation driven nonlinear PID control and its application. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(6): 1145–1153

收稿日期 2019-03-07 录用日期 2019-06-09

Manuscript received March 7, 2019; accepted June 9, 2019

国家自然科学基金 (61773107, 61603168, 61866021, 61890924, 61833004, 61991402, 61473107), 流程工业综合自动化国家重点实验室开放基金 (PAL-N201808) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61773107, 61603168, 61866021, 61890924, 61833004, 61991402, 61473107), and State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries (PAL-N201808)

本文责任编辑 王卓

Recommended by Associate Editor WANG Zhuo

1. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110819
2. 东北大学自动化研究中心 沈阳 110819

1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819
2. Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang 110819

复杂工业过程如磨矿的再磨过程^[1]、氢氧化镍钴矿浆中和过程^[2-3]、Pendubot 起摆及摆角的平衡控制过程^[4-5] 往往具有强非线性、机理不清和难以建立精确数学模型的综合复杂性. 对这类系统采用传统的控制方法难以取得理想的控制效果. 因此, 复杂非线性系统的控制方法一直以来都是过程控制领域的研究热点.

目前, 针对动态特性具有较强不确定性的非线性系统已有了较为广泛的研究. 典型的方法包括文献 [6-10] 提出的基于神经网络与多模型的非线性切换控制算法以及文献 [11-14] 提出的一系列数据驱动控制方法等. 然而大多数数据驱动的方法都或

多或少地利用被控对象的结构特性以便于控制器设计. 为此, 文献 [15] 提出了一种虚拟未建模动态驱动的非线性控制方法, 为一类结构未知并难以建立精确数学模型的复杂过程的控制问题提供了新途径. 文献 [3] 在文献 [15] 的基础上, 以氢氧化镍钴矿浆中和过程末槽出口矿浆 pH 值的控制为应用背景, 提出了一种非线性 PID 控制方法并取得了满意的控制效果, 但所提的方法没有对未知的未建模动态增量进行估计和补偿. 针对 Pendubot 系统, 文献 [16–18] 提出了几种不同的控制策略, 但均要求 Pendubot 系统模型精确已知. 当系统参数未知时, 文献 [19–20] 提出了一种模糊 PID 控制方法; 文献 [21] 提出了一种自适应滑模控制方法. 但文献 [19–21] 都没有考虑 Pendubot 的未知摩擦力对系统的影响. 文献 [5] 提出了一种补偿信号驱动法的非线性自适应平衡控制, 取得了良好的控制效果, 但所提的算法使得闭环系统方程较为复杂, 难以给出有效的 PID 控制器参数选择方案.

本文基于上述文献并结合文献 [15] 所提的控制思想, 将未建模动态及其未知增量补偿算法与 PID 控制相结合, 提出了未建模动态及其未知增量补偿驱动的非线性 PID 控制方法, 并应用于 Pendubot 平衡控制系统, 给出了 PID 控制器参数选择方法以及未建模动态补偿器设计的一般原则和方法. 在此基础上, 分析了闭环系统稳定性和收敛性. 最后, 将所提算法在 Pendubot 平衡控制系统上进行实验. 实验结果表明, 在 Pendubot 的精确摩擦力模型不能完全得到的情况下, 所提算法能有效地消除系统未知非线性特性的影响, 并尽可能地减少 Pendubot 摆角的波动, 将摆角控制在规定的目标值范围内.

1 控制问题描述

复杂工业过程中一类难以用精确数学模型描述的单输入单输出 (Single input single output, SISO) 非线性被控对象可以描述为

$$y(k) = f[y(k-1), \dots, y(k-n_A), u(k-d), \dots, u(k-d-n_B)] \quad (1)$$

其中, $u(k)$, $y(k)$ 分别为被控对象的输入和输出; d 为系统的时滞, $d > 1$; n_A 和 n_B 为模型阶次; $f(\cdot) \in \mathbf{R}$ 是未知的非线性函数.

在工作点附近, 可将式 (1) 化为由低阶线性模型和非线性项组成的形式, 即

$$A(z^{-1})y(k+d) = B(z^{-1})u(k) + v(k) \quad (2)$$

其中, $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 为关于 z^{-1} 的多项式, 且

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B}$$

其中, a_i ($i = 1, \dots, n_A$), b_j ($j = 1, \dots, n_B$) 为在工作点处的一阶 Taylor 系数, 分别为

$$a_i = - \left. \frac{\partial f[y(k-1), \dots, u(k-d-n_B)]}{\partial y(k-i)} \right|_{\substack{y=y^* \\ u=u^*}}, \quad i = 1, \dots, n_A \quad (3)$$

$$b_j = \left. \frac{\partial f[y(k-1), \dots, u(k-d-n_B)]}{\partial u(k-d-j)} \right|_{\substack{y=y^* \\ u=u^*}}, \quad j = 0, \dots, n_B \quad (4)$$

$v(k)$ 是高阶非线性函数, 称为未建模动态.

由式 (2) 可知

$$v(k) = y(k+d) + \bar{A}(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k) \quad (5)$$

其中, $\bar{A}(z^{-1}) = z^{-d}[A(z^{-1}) - 1]$.

从式 (5) 可以看出, 虽然 $\bar{A}(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 可通过系统的数据信息间接获得, 但 $y(k+d)$ 未知, 因而 $v(k)$ 未知. 考虑到未建模动态前 d 拍的数据 $v(k-d)$ 可测, 因此, 当前时刻的 $v(k)$ 可间接地表示为可测的 $v(k-d)$ 与未知的未建模动态增量 $\Delta v(k)$ 之和, 即

$$v(k) = v(k-d) + \Delta v(k) \quad (6)$$

其中, $\Delta = 1 - z^{-d}$.

于是, 模型 (2) 可以表示为

$$A(z^{-d})y(k+d) = B(z^{-1})u(k) + v(k-d) + \Delta v(k) \quad (7)$$

本文针对式 (7) 进行控制器设计, 然后将控制算法应用于 Pendubot 平衡过程, 该过程的控制目标是: 针对 Pendubot 设计基于数据与未建模动态补偿的非线性 PD ($I = 0$) 控制器, 保证 Pendubot 平衡过程的输出 $y(k)$ 跟踪设定值 $w(k)$, 并使稳态误差小于预先确定的值 ε ($\varepsilon > 0$), 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| = \lim_{k \rightarrow \infty} |w(k) - y(k)| \leq \varepsilon \quad (8)$$

由式 (5) 可以看出, $v(k)$ 与系统的输入和输出数据密切相关, 因此, 本文要求未建模动态 $v(k)$ 满足如下线性有界条件^[22–23]:

条件 1. $|v(k)| \leq \gamma(k)$, $\forall k$, $\gamma(k)$ 是 $v(k)$ 的上界函数, 定义为

$$\gamma(k) = \varepsilon_1 \|\mathbf{x}(k)\| + \varepsilon_2 \quad (9)$$

其中, $0 \leq \varepsilon_1 < 1$, $\varepsilon_2 > 0$. $\mathbf{x}(k)$ 是维数为 $p = n_A + n_B + 1$ 的数据向量, 定义如下

$$\mathbf{x}(k) = [y(k), \dots, y(k - n_A - 1), u(k - d), \dots, u(k - d - n_B)]^T$$

注 1. 符合条件 1 的这种非线性被控对象在实际中广泛存在, 如柴油发动机动力传动系统的锤击声, 它随着柴机油功率的增大而增大. 再如 DVD 存储驱动系统、轴流式压缩机系统等^[22-27].

2 控制方法

2.1 控制器设计

采用文献 [7] 提出的控制器结构, 并结合本文对未建模动态的处理方式, 设计出带有未建模动态补偿的非线性 PID 控制方程如下:

$$u(k) = u(k-1) + K_P [e(k) - e(k-1)] + K_I e(k) + K_D [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] - \bar{K}(z^{-1})[v(k-d) + \Delta v(k)] \quad (10)$$

其中, K_P , K_I , K_D 分别是 PID 控制器的比例、积分和微分系数, $\bar{K}(z^{-1})$ 是 z^{-1} 的多项式. $e(k)$ 为跟踪误差, 定义为

$$e(k) = w(k) - y(k) \quad (11)$$

其中, $w(k)$ 是理想输出, 在 Pendubot 平衡过程控制中表示 Pendubot 的摆臂输出角度的设定值. $v(k-d)$ 可利用被控过程的数据信息间接得到, 即

$$v(k-d) = A(z^{-1})y(k) - B(z^{-1})u(k-d) \quad (12)$$

由式 (10), 利用单位迟滞算子 z^{-1} 可以推出

$$[1 - z^{-1}]u(k) = [\bar{g}_0 + \bar{g}_1 z^{-1} + \bar{g}_2 z^{-2}]e(k) - \bar{K}(z^{-1})[v(k-d) + \Delta v(k)] \quad (13)$$

其中,

$$\bar{g}_0 = K_P + K_I + K_D \quad (14)$$

$$\bar{g}_1 = -K_P - 2K_D \quad (15)$$

$$\bar{g}_2 = K_D \quad (16)$$

由式 (11), 式 (10) 可写为

$$\bar{H}(z^{-1})u(k) = \bar{G}(z^{-1})w(k) - \bar{G}(z^{-1})y(k) - \bar{K}(z^{-1})[v(k-d) + \Delta v(k)] \quad (17)$$

其中, \bar{H} 、 \bar{G} 和补偿项 \bar{K} 都是 z^{-1} 的加权多项式, \bar{H} 和 \bar{G} 的阶次分别为 $n_{\bar{H}} = 1, n_{\bar{G}} = 2$,

$$\bar{H}(z^{-1}) = 1 - z^{-1} \quad (18)$$

$$\bar{G}(z^{-1}) = \bar{g}_0 + \bar{g}_1 z^{-1} + \bar{g}_2 z^{-2} \quad (19)$$

将控制器方程 (17) 代入被控对象模型 (7) 可得到闭环系统方程

$$\begin{aligned} [\bar{H}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})\bar{G}(z^{-1})]y(k+d) = \\ B(z^{-1})\bar{G}(z^{-1})w(k) + \\ [\bar{H}(z^{-1}) - B(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})]v(k-d) + \\ [\bar{H}(z^{-1}) - B(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})]\Delta v(k) \quad (20) \end{aligned}$$

从闭环系统方程 (20) 可以看出, 通过选择 $\bar{G}(z^{-1})$, 即选择 PID 控制器的参数 K_P , K_I , K_D 可以使 $\frac{B(z^{-1})\bar{G}(z^{-1})}{\bar{H}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})\bar{G}(z^{-1})}$ 的稳态增益为 1. 通过选择 $\bar{K}(z^{-1})$ 可以使 $\bar{H}(z^{-1})$ 与 $B(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})$ 的差尽可能小, 以减小未建模动态 $v(k)$ 对被控对象输出的影响, 从而使被控对象的输出尽可能地跟踪理想输出.

为确定 PID 控制器方程中的参数, 引入下列性能指标:

$$J = [P(z^{-1})y(k+d) - G(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})u(k) + K(z^{-1})(v(k-d) + \Delta v(k))]^2 \quad (21)$$

其中, $P(z^{-1})$, $G(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$, $K(z^{-1})$ 均为关于 z^{-1} 的加权多项式.

令 $P(z^{-1})y(k+d)$ 为广义输出 $\phi(k+d)$, 即

$$\phi(k+d) = P(z^{-1})y(k+d) \quad (22)$$

令

$$G(z^{-1})w(k) - Q(z^{-1})u(k) - K(z^{-1})(v(k-d) + \Delta v(k))$$

为广义理想输出 $y^*(k+d)$, 即

$$y^*(k+d) = G(z^{-1})w(k) - Q(z^{-1})u(k) - K(z^{-1})(v(k-d) + \Delta v(k)) \quad (23)$$

广义输出与广义理想输出之间的误差定义为广义误差, 用 $e_g(k+d)$ 表示, 即

$$e_g(k+d) = P(z^{-1})y(k+d) - G(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})u(k) + K(z^{-1})(v(k-d) + \Delta v(k)) \quad (24)$$

引入如下 Diophantine 方程

$$P(z^{-1}) = F(z^{-1}A(z^{-1})) + z^{-d}G(z^{-1}) \quad (25)$$

其中,

$$n_F = d - 1 \quad (26)$$

$$\bar{G}(z^{-1}) = \bar{g}_0 + \bar{g}_1 z^{-1} + \bar{g}_2 z^{-2} \quad (27)$$

由式 (7) 和式 (25) 可得:

$$P(z^{-1})y(k+d) = G(z^{-1})y(k) + H(z^{-1})u(k) + F(z^{-1})[v(k-d) + \Delta v(k)] \quad (28)$$

其中,

$$H(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (29)$$

由式 (22) 和式 (28) 可得:

$$\begin{aligned} \phi(k+d) = & G(z^{-1})y(k) + H(z^{-1})u(k) + \\ & F(z^{-1})[v(k-d) + \Delta v(k)] \end{aligned} \quad (30)$$

将式 (30) 代入式 (21) 使 J 最小化, 可得带有未建模动态补偿的非线性 PID 最优控制律为

$$\begin{aligned} [H(z^{-1}) + Q(z^{-1})]u(k) = & \\ G(z^{-1})w(k) - G(z^{-1})y(k) - & \\ [K(z^{-1}) + F(z^{-1})][v(k-d) + \Delta v(k)] \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $G(z^{-1})$ 由 Diophantine 方程 (25) 唯一确定.

首先离线选择 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$, 使得:

$$|P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})| \neq 0, \quad |z| > 1 \quad (32)$$

由选定的 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$, 通过式 (25) 和式 (33) 可以获得 $\bar{G}(z^{-1})$.

选择 $\bar{K}(z^{-1})$ 应满足

$$Q(z^{-1}) = B(z^{-1})K(z^{-1}) \quad (33)$$

2.2 基于 ANFIS 的未建模动态增量估计算法

类似于文献 [15], 采用由数据处理、基于自适应神经网络的模糊推理系统 (Adaptive network-based fuzzy inference system, ANFIS) 估计器、误差校正器和 $\Delta v(k)$ 的估计值计算所组成的估计结构来估计未知的未建模动态增量 $\Delta v(k)$. 与文献 [15] 的方法不同, 本文将低阶线性系统的参数变化以及未建模动态本身的变化量全部归于未建模动态, 并充分利用被控过程的历史大数据信息获得未建模动态的可测数据, 从而无需建立整个未建模动态的估计模型, 只需建立 $\Delta v(k)$ 的估计模型, 简化了估计模型的复杂度和估值计算的负担. 用估计值 $\Delta \hat{v}(k)$ 代替未知的 $\Delta v(k)$ 进行控制器设计, 并通过补偿器的设计来消除未建模动态对闭环系统的影响.

当采用文献 [15] 的算法估计未建模动态未知增量 $\Delta v(k)$ 时, 由于 ANFIS 具有万能逼近性^[28], 因此, 只要选择合适的参数并充分训练 ANFIS 网络系统, 则对任意的正数 $\xi \geq 0$, 由万能逼近定理可知, 必存在一个理想的 ANFIS 使得估计误差可以任意小, 定义估计误差为 $\bar{e}(k)$, 则 $\bar{e}(k)$ 满足

$$|\bar{e}(k)| = |\Delta v(k) - \Delta \hat{v}(k)| \leq \xi \quad (34)$$

由此, 带有未建模动态增量估计的非线性 PID 控制器方程为

$$\begin{aligned} [H(z^{-1}) + Q(z^{-1})]u(k) = & \\ G(z^{-1})w(k) - G(z^{-1})y(k) - & \\ [K(z^{-1}) + F(z^{-1})][v(k-d) + \Delta \hat{v}(k)] \end{aligned} \quad (35)$$

注 2. 在实际控制过程中需要实时计算 ANFIS 的输出, 随着网络结构复杂程度的增加, 计算量也会随之增加, 从而使整个控制器的复杂程度增加. 通过实验, 将网络的复杂程度与物理对象的实时性要求综合考虑, 将 ANFIS 的隶属度函数选为高斯型, 对 ANFIS 的每个输入量划分为 3 个模糊子集, 并将该结构固定, 使得计算复杂度不至发生急剧性增加.

2.3 控制器参数选择

为了使 PID 控制器参数设计简单, 令 $d = 3$, 由式 (26) 可知, $n_F = d - 1 = 2$, 即

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} \quad (36)$$

由式 (17), 式 (29) 和式 (31) 可知

$$\begin{aligned} Q(z^{-1}) = \bar{H}(z^{-1}) - H(z^{-1}) = & \\ 1 - z^{-1} - F(z^{-1})B(z^{-1}) \end{aligned} \quad (37)$$

因此, $n_Q = 3$, 即

$$Q(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + q_3 z^{-3} \quad (38)$$

由于低阶线性模型 $A(z^{-1})$ 的阶次为 $n_A = 3$, $n_B = 1$. 由于 $G(z^{-1})$ 的阶次为 $n_G = 2$, $d = 3$, 则由式 (25) 可知, $P(z^{-1})$ 的阶次 $n_P = 5$, 即

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + p_3 z^{-3} + p_4 z^{-4} + p_5 z^{-5} \quad (39)$$

不等式 (32) 给出了离线选择 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 的原则, 当被控对象为最小相位时, 可设 $Q(z^{-1}) = Q_1(z^{-1})B(z^{-1})$, 由式 (33) 可知 $K(z^{-1}) = Q_1(z^{-1})$. 但在一般情况下, 因为 $Q(z^{-1})$ 已经选定, $B(z^{-1})$ 已知, $K(z^{-1})$ 未知, 要使式 (33) 有解, 方程中各多项式 $Q(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $K(z^{-1})$ 的阶次必须满足下列关系:

$$n_K + 1 \geq n_B + n_K + 1, \quad n_K + 1 \geq n_Q + 1 \quad (40)$$

即方程中未知数的个数大于或等于方程的个数, 故要求 $n_B = 0$. 当 $n_B > 0$ 时, 式 (33) 只能求得 $K(z^{-1})$ 的最小二乘解, 可补偿未建模动态, 但不能消除未建模动态. 当 $k \rightarrow \infty$ 且 $v(\infty)$ 为常数时, 选择 $K(z^{-1})$ 为常数 $K(1)$ 且须满足

$$Q(1) - B(1)K(1) = 0 \quad (41)$$

此时, 可消除 $v(\infty)$ 对被控对象输出的影响. 根

据试凑的多项式 $P(z^{-1})$, 可得 $G(z^{-1})$ 的系数为

$$\begin{cases} g_0 = p_3 - a_1 p_2 + a_1^2 (p_1 - a_1) - a_2 p_1 + 2a_1 a_2 - a_3 \\ g_1 = p_4 - a_2 p_2 + a_1 a_2 (p_1 - a_1) - a_3 p_1 + a_2^2 + a_1 a_3 \\ g_2 = p_5 - a_3 p_2 + a_1 a_3 (p_1 - a_1) + a_2 a_3 \end{cases} \quad (42)$$

因此, PID 参数计算公式为

$$\begin{cases} k_P = -\{2p_5 + p_4 - a_3(2p_2 + p_1) + (2a_1 a_3 + a_1 a_2) \times \\ \quad (p_1 - a_1) + a_2(2a_3 - p_2 + a_2) + a_1 a_3\} \\ k_I = p_3 + p_4 + p_5 + (a_1^2 + a_1 a_2 + a_1 a_3)(p_1 - a_1) - \\ \quad (a_1 + a_2 + a_3)p_2 - (a_2 + a_3)p_1 + a_2^2 + \\ \quad 2a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_1 a_3 - a_3 \\ k_D = p_5 - a_3 p_2 + a_1 a_3 (p_1 - a_1) + a_2 a_3 \end{cases} \quad (43)$$

由于 $n_B = 1$, 由式 (39) 可知, $K(z^{-1})$ 只能有最小二乘解. 设

$$K(z^{-1}) = (k_0 + k_1 z^{-1})(1 - z^{-1}) \quad (44)$$

且该最小二乘解为

$$(k_0 \quad k_1) = (b_0 \quad 0) \begin{pmatrix} b_0^2 + b_1^2 & b_0 b_1 \\ b_0 b_1 & b_0^2 + b_1^2 \end{pmatrix}^{-1} \quad (45)$$

3 性能分析

本文给出闭环系统的性能分析. 为此需要首先给出下述引理.

引理 1. 当带有未建模动态增量补偿的非线性 PID 控制器 (35) 作用于被控对象 (7) 时, 闭环系统的输入输出方程为

$$\begin{bmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+d) \\ u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(z^{-1})G(z^{-1}) \\ A(z^{-1})G(z^{-1}) \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} Q(z^{-1}) - B(z^{-1})K(z^{-1}) \\ -A(z^{-1})K(z^{-1}) - P(z^{-1}) \end{bmatrix} v(k-d) + \begin{bmatrix} Q(z^{-1}) + B(z^{-1})K(z^{-1}) \\ -P(z^{-1}) \end{bmatrix} \Delta v(k) + \begin{bmatrix} B(z^{-1})K(z^{-1}) + H(z^{-1}) \\ FA(z^{-1}) \end{bmatrix} \bar{e}(k) \quad (46)$$

其中,

$$\Gamma(z^{-1}) = P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})$$

证明. 类似于文献 [3] 的证明方法, 容易证得引理 1 的结果成立, 这里不再赘述. \square

定理 1. 假定被控对象 (1) 满足下列条件:

- 1) $v(k)$ 满足条件 1;
- 2) 试凑 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 使其满足式 (32). 选择 $K(z^{-1})$ 使其在最小二乘意义下满足

$$Q(z^{-1}) = B(z^{-1})K(z^{-1}) \quad (47)$$

并且在稳态时满足

$$Q(z) = B(1)K(1) \quad (48)$$

则存在一个正常数 β_1 , 使得当 $\varepsilon_1 < \beta_1$ 时, 基于数据与未建模动态增量补偿的非线性 PID 控制器 (35) 作用于被控对象 (7) 时, 闭环系统的输入输出信号一致有界 (BIBO (Bounded input bounded output) 稳定), 即

$$|y(k)| < \infty, |u(k)| < \infty$$

并且, 闭环系统的稳态跟踪误差小于预先确定的值, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| = \lim_{k \rightarrow \infty} |w(k) - y(k)| \leq \varepsilon$$

证明. 由引理 1, 根据闭环系统方程 (46) 以及式 (32) 可知, 闭环系统的特征多项式是稳定的, 采用类似于文献 [3] 的证明方法容易证得本定理的结果成立, 这里不再赘述. \square

4 对比实验

为验证本文算法的有效性, 将本文提出的控制算法在欠驱动系统 Pendubot 的平衡控制中分别进行数值仿真实验和物理实验.

由于驱动器数目少于系统自由度, 因此欠驱动系统具有体积小、重量轻、成本低、灵活性高等优点, 在工业领域得到了广泛应用, 如吊车、移动机器人、无人机等. Pendubot 系统是一个典型的欠驱动基准系统, 具有多变量、欠驱动、不稳定、强非线性等综合复杂特性, 能有效反映控制理论中的许多典型问题, 如: 非线性问题、鲁棒性问题、镇定问题及跟踪问题等, 是验证控制算法有效性的理想实验平台. 此外, 作为一个机械系统, Pendubot 不可避免地受到摩擦的影响. 由于摩擦机理不清, 难以用数学模型精确描述, 且具有强非线性及未知时变不确定等综合复杂特性, 因此更增加了控制难度.

4.1 数值仿真

为了验证所提控制算法的有效性, 首先将所提算法在 Pendubot 平衡控制中进行数值仿真实验,

利用文献 [29] 提出的交替辨识算法并采用文献 [30] 的系统动态模型作为被控对象的仿真模型, 将本文方法和文献 [30] 的方法进行仿真对比实验. 仿真时, 被控对象模型表示如下:

$$\ddot{y}_1 = \frac{1}{\theta_1\theta_2 - \theta_3^2\cos^2y_2} \left[\theta_2\theta_3 \sin y_2 (\dot{y}_1 + \dot{y}_2)^2 + \theta_3^2 \cos y_2 \sin y_2 \dot{y}_1^2 + \theta_3\theta_5g \cos y_2 \cos (y_1 + y_2) - \theta_2\theta_4g \cos y_1 - \theta_2f_1 (\dot{y}_1) + \theta_2u \right]$$

$$\ddot{y}_2 = \frac{1}{\theta_1\theta_2 - \theta_3^2\cos^2y_2} \times \left[-\theta_3 (\theta_2 + \theta_3 \cos y_2) \sin y_2 (\dot{y}_1 + \dot{y}_2)^2 - (\theta_1 + \theta_3 \cos y_2) \theta_3 \sin y_2 \dot{y}_1^2 + (\theta_2 + \theta_3 \cos y_2) \times \theta_4g \cos y_1 - (\theta_1 + \theta_3 \cos y_2) \theta_5g \cos (y_1 + y_2) + (\theta_2 + \theta_3 \cos y_2) f_1 (\dot{y}_1) - (\theta_2 + \theta_3 \cos y_2) u \right] \quad (49)$$

摩擦 f_1 的模型为^[30]

$$f_1 = \gamma_1 (\tanh \gamma_2\dot{y}_1 - \tanh \gamma_3\dot{y}_1) + \gamma_4 \tanh \gamma_5\dot{y}_1 + \gamma_6\dot{y}_1 \quad (50)$$

其中, $\gamma_1 = 4.18$, $\gamma_2 = 1.59$, $\gamma_3 = 3.15$, $\gamma_4 = 0.09$, $\gamma_5 = 3.52$, $\gamma_6 = 0.021$.

线性模型参数为^[5]

$$\mathbf{A} (z^{-1}) = \mathbf{I} + \begin{bmatrix} -2.001 & 0 \\ 0 & -2.001 \end{bmatrix} z^{-1} + \begin{bmatrix} 1.001 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z^{-2}$$

$$\mathbf{B} (z^{-1}) = \begin{bmatrix} 5.972 \times 10^{-5} \\ -4.543 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

文献 [30] 基于非线性扰动观测器的平衡控制器为

$$u = -\mathbf{K}\bar{e} + \hat{f}_1 (y_1)$$

其中, \mathbf{K} 为控制器参数,

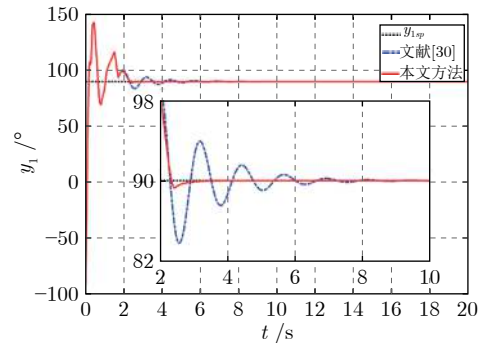
$$\bar{e} = [y^T - y_{sp}^T \quad \dot{y}^T - \dot{y}_{sp}^T]^T, \quad y_{sp} = [90^\circ \quad 0^\circ]^T$$

$$\hat{f}_1 (y_1) = - (k_{s1} + \alpha_1) \hat{f}_1 (y_1) + \frac{\mu_1}{\Xi} \operatorname{sgn} (y_1 - \hat{y}_1) + \frac{\alpha_1 k_{1s}}{\Xi} (y_1 - \hat{y}_1)$$

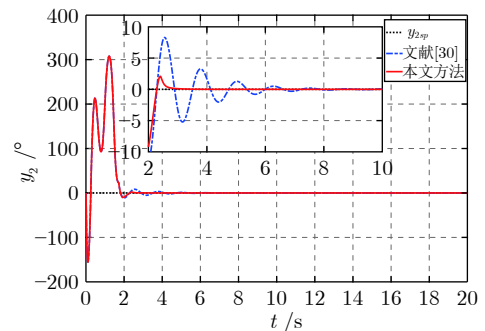
$$\Xi = \frac{\theta_2}{\theta_1\theta_2 - (\theta_3)^2\cos^2y_2}$$

$$\dot{\hat{y}}_1 = \frac{1}{\theta_1\theta_2 - (\theta_3)^2\cos^2y_2} \left[\theta_2\theta_3 \sin y_2 (\dot{y}_1 + \dot{y}_2)^2 + (\theta_3)^2 \cos y_2 \sin y_2 \dot{y}_1^2 + \theta_3\theta_5g \cos y_2 \cos (y_1 + y_2) - \theta_2\theta_4g \cos y_1 - \theta_2\hat{f}_1 (\dot{y}_1) + \theta_2u \right]$$

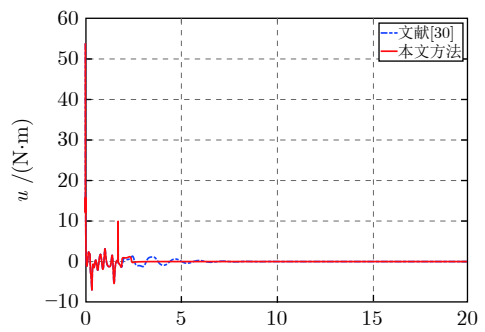
控制参数为 $\mathbf{K} = [-63.5 \quad -49.7 \quad -9.7 \quad -4.6]$, $k_{s1} = 500$, $\alpha = 250$, $\mu_1 = 10^{-5}$. 系统初始位置为 $\mathbf{y} (k) = [-90^\circ \quad 0^\circ]^T$, 利用部分反馈线性化^[31], 设计 $K_P = 77.78$, $K_D = 5.56$, 当 $y_1 (k), y_2 (k)$ 满足 $78^\circ \leq y_1 (k) \leq 102^\circ$ 且 $-23^\circ \leq y_2 (k) \leq 23^\circ$ 时进行切换. 仿真对比实验结果如图 1 所示.



(a) 主动臂角度 y_1
(a) Actuated link angle y_1



(b) 欠驱动臂角度 y_2
(b) Underactuated link angle y_2



(c) 控制输入 u
(c) Control input u

图 1 本文控制方法与文献 [30] 控制方法的仿真结果
Fig. 1 Simulation results of the control method in [30] and the proposed method

两种控制方法的性能比较如表 1 所示.

表 1 性能评价
Table 1 Performance indexes

	绝对误差累积和	误差均方差
文献[30]	23 396.5	2.7
本文方法	8 156.1	1.8

由图 1 和表 1 可以看出, 由于文献 [30] 采用摩擦观测器存在观测误差, 从而影响控制效果. 采用本文的控制算法时, 控制效果明显优于文献 [30], 而且绝对误差累积和与误差均方差都大幅减小.

4.2 三种方法的物理对比实验

为了进一步验证所提控制算法的有效性和实用性, 将所提算法在 Pendubot 平衡控制中进行物理实验, 并与文献 [30] 的控制方法及常规 PD 控制方法进行对比.

实验采用的 Pendubot 倒立摆系统包含三部分: 上位机、网络化控制器和 Pendubot. 其中, 上位机与控制器之间通过局域网连接, 控制器与 Pendubot 之间通过排线相连接, 如图 2 所示.



图 2 Pendubot 系统实验平台

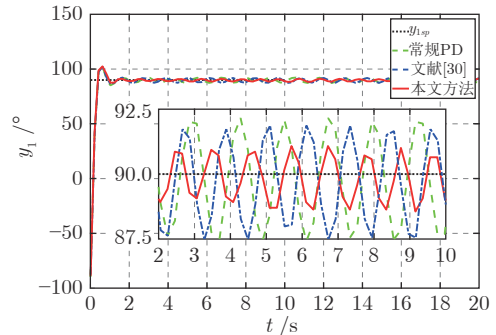
Fig.2 The experimental platform of the Pendubot system

Pendubot 主动臂额定空载速度为 2 000 r/min, 额定电压为 90 V. 测量主动臂和欠驱动臂的角度精度为 1 250 脉冲/圈. Pendubot 系统的初始位置为 $\mathbf{y}(k) = [-90^\circ \ 0^\circ]^\top$, 选择 $K_P = 66.35, K_D = 9.92$, 切换条件为 $78^\circ \leq y_1(k) \leq 102^\circ$ 且 $-23^\circ \leq y_2(k) \leq 23^\circ$, 采样周期为 2 ms. 模型参数为

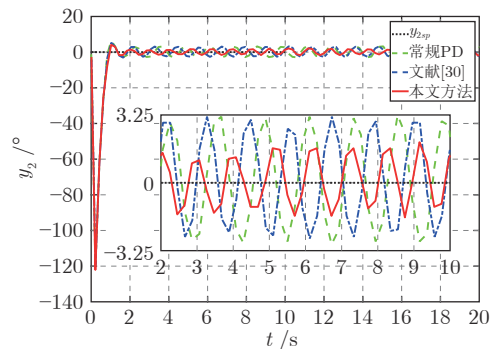
$$\mathbf{A}(z^{-1}) = \mathbf{I} + \begin{bmatrix} -2.001 & 0 \\ 0 & -2.001 \end{bmatrix} z^{-1} + \begin{bmatrix} 1.001 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z^{-2}$$

$$\mathbf{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 3.532 \times 10^{-4} \\ -2.843 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

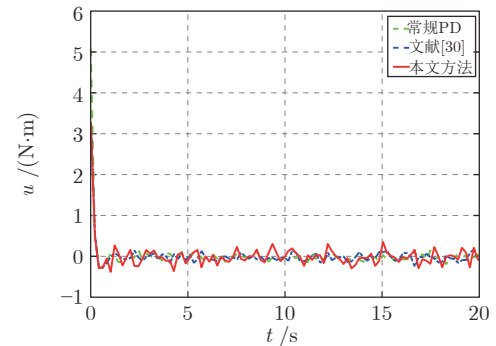
三种方法的实验结果如图 3 所示; 三种控制算法的性能比较见表 2.



(a) 主动臂角度 y_1
(a) Actuated link angle y_1



(b) 欠驱动臂角度 y_2
(b) Underactuated link angle y_2



(c) 控制输入 u
(c) Control input u

图 3 实验结果

Fig.3 Experimental results

表 2 性能评价

Table 2 Performance indexes

	绝对误差累积和	误差均方差
常规PD	361.1	6.5
文献[30]	337.3	6.1
本文方法	204.3	4.2

由图 3 和表 2 可以看出, 采用本文的控制方法时, 系统的各项性能指标均为最小, 与文献 [30] 的

控制方法和常规 PD 控制方法相比, 本文的控制算法使得系统的绝对误差累积和误差均方差都减小了, 控制效果明显优于文献 [30] 的控制方法和常规 PD 控制方法。

注 3. 由图 3 可以看出, 物理实验结果存在小幅震荡, 主要原因在于, 实际中摩擦力 (特别是静摩擦) 是尚未明悉的物理现象, 依赖模型的补偿能够在一定程度上减小摩擦的影响, 但完全消除摩擦的影响存在一定困难^[32], 而且, 为简单起见, 实验中采用未建模动态增量信息近似代替也会影响控制效果。

5 结论

本文主要针对一类机理不清并具有强非线性特性的复杂过程, 将数据驱动控制、常规 PID 控制算法、未建模动态补偿技术及其增量估计算法相结合, 提出了未建模动态及其未知增量补偿驱动的非线性 PID 控制方法, 并应用于 Pendubot 的平衡控制过程。为解决 PID 控制器参数难以整定的问题, 将一步超前最优控制策略与 PID 控制器参数设计算法相结合, 给出了 PID 控制器参数以及非线性补偿器的设计方法, 为传统 PID 控制器参数的整定问题提供了方法和途径。分析了闭环系统的稳定性和收敛性。最后, 将所提的控制算法分别进行数值仿真以及在 Pendubot 平衡过程进行物理实验, 并与文献中的相关方法进行对比, 实验结果表明了所提方法的有效性和实用性。

References

- Zhao Da-Yong, Chai Tian-You. Fuzzy switching control for sump level interval and hydrocyclone pressure in regrinding process. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 556–564
(赵大勇, 柴天佑. 再磨过程泵池液位区间与给矿压力模糊切换控制. 自动化学报, 2013, **39**(5): 556–564)
- Jia Yao, Zhang Li-Yan, Chai Tian-You. Based on fuzzy adaptive control of model predictive in slurry neutralization process. *Journal of Northeastern University Natural Science*, 2014, **35**(5): 617–621
(贾瑶, 张立岩, 柴天佑. 矿浆中和过程中基于模型预估模糊自适应控制. 东北大学学报, 2014, **35**(5): 617–621)
- Zhang Y J, Jia Y, Chai T Y, Wang D H, Dai W, Fu J. Data-driven PID controller and its application to pulp neutralization process. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, **26**(3): 828–841
- Xia D Y, Chai T Y, Wang L Y. Fuzzy neural-network friction compensation-based singularity avoidance energy swing-up to nonequilibrium unstable position control of Pendubot. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, **22**(2): 690–705
- Wei Cui, Chai Tian-You, Jia Yao, Wang Liang-Yong. Compensation signal driven adaptive balance control of the Pendubot. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(6): 1146–1156
(魏萃, 柴天佑, 贾瑶, 王良勇. 补偿信号法驱动的 Pendubot 自适应平衡控制. 自动化学报, 2019, **45**(6): 1146–1156)
- Chen L, Narendra K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models. *Automatica*, 2001, **37**(8): 1245–1255
- Fu Y, Chai T Y. Nonlinear multivariable adaptive control using multiple models and neural networks. *Automatica*, 2007, **43**(8): 1101–1110
- Chai Tian-You, Zhang Ya-Jun. Nonlinear adaptive switching control method based on un-modeled dynamics compensation. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **37**(7): 773–786
(柴天佑, 张亚军. 基于未建模动态补偿的非线性自适应切换控制方法. 自动化学报, 2010, **37**(7): 773–786)
- Wang Y G, Chai T Y, Fu J, Zhang Y J, Fu Y. Adaptive decoupling switching control based on generalized predictive control. *IET Control Theory and Application*, 2012, **12**(6): 1–12
- Wang Y G, Chai T Y, Fu J, Sun J, Wang H. Adaptive decoupling switching control of the forced-circulation evaporation system using neural networks. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, **21**(3): 964–974
- Hou Z S, Jin S T. Data-driven model-free adaptive control for a class of MIMO nonlinear discrete-time systems. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, **22**(12): 2173–2188
- Zhu Y M, Hou Z S. Data-driven MFAC for a class of discrete-time nonlinear systems with RBFNN. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, **25**(5): 1013–1020
- Dai W, Chai T Y, Yang S X. Data-driven optimization control for safety operation of hematite grinding process. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, **62**(5): 2930–2941
- Chi R H, Liu Y, Hou Z S, Jin S T. Data-driven terminal iterative learning control with high-order learning law for a class of non-linear discrete-time multiple-input–multiple output systems. *IET Control Theory and Applications*, 2015, **9**(7): 1075–1082
- Chai T Y, Zhang Y J, Wang H, Su C Y, Sun J. Data-based virtual un-modeled dynamics driven multivariable nonlinear adaptive switching control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, **22**(12): 2154–2171
- Spong M W, Block D J. The Pendubot: A mechatronic system for control research and education. In: Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA, USA: IEEE, 1995. 555–556
- Zhang M J, Tzyh-Jong T. Hybrid control of the Pendubot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2002, **7**(1): 79–86
- Xin X, Liu Y N. Reduced-order stable controllers for two-link underactuated planar robots. *Automatica*, 2013, **49**(7): 2176–2183
- Sanchez E N, Flores V. Real-time fuzzy PI+PD control for an underactuated robot. In: Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on Intelligent Control. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2002. 137–141
- Hou Jun, Wang Liang-Yong, Chai Tian-You, Fang Zheng. Balance control of underactuated manipulator using T-S fuzzy scheme. *Control Engineering of China*, 2012, **19**(1): 5–8, 85
(侯俊, 王良勇, 柴天佑, 方正. 基于 T-S 模糊的欠驱动机械臂的平衡控制. 控制工程, 2012, **19**(1): 5–8, 85)
- Wang W, Yi J Q, Zhao D B, Liu X J. Adaptive sliding mode controller for an underactuated manipulator. In: Proceedings of the 2004 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Shanghai, China: IEEE, 2004. 882–887
- Spall J C, Cristion J A. Model-free control of nonlinear stochastic systems with discrete-time measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(9): 1198–1210

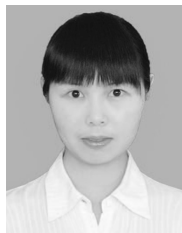
- 23 Hjalmarsson H, Gevers M, Gunnarsson S, Lequin O. Iterative feedback tuning: Theory and applications. *IEEE Control Systems Magazine*, 1998, **18**(4): 26–41
- 24 Agnoloni T, Mosca E. Controller falsification based on multiple models. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2003, **17**(2): 163–177
- 25 Safonov M G, Tsao T C. The unfalsified control concept and learning. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(6): 843–847
- 26 Campi M C, Lecchini A, Savaresi S M. Virtual reference feedback tuning: A direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, 2002, **38**(8): 1337–1346
- 27 Markovsky I, Rapisarda P. Data-driven simulation and control. *International Journal of Control*, 2008, **81**(12): 1946–1959
- 28 Jang J S R. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on System, Man, Cybernetics*, 1993, **23**(3): 665–685
- 29 Zhang Y J, Chai T Y, Wang D H. An alternating identification algorithm for a class of nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, **28**(7): 1606–1617
- 30 Eom M, Chwa D. Robust swing-up and balancing control using a nonlinear disturbance observer for the Pendubot system with dynamic friction. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, **31**(2): 331–343
- 31 Sun N, Fang Y C, Chen H, Lu B, Fu Y M. Slew/Translation positioning and swing suppression for 4-DOF tower cranes with parametric uncertainties: Design and hardware experimentation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(10): 6407–6418
- 32 Wang Yong-Fu, Chai Tian-You. Adaptive fuzzy control method for dynamic friction compensation. *Proceedings of the CSEE*, 2005, **25**(2): 139–143
(王永富, 柴天佑. 一种补偿动态摩擦的自适应模糊控制方法. 中国电机工程学报, 2005, **25**(2): 139–143)



张亚军 东北大学讲师. 主要研究方向为非线性模糊自适应控制理论, 广义预测控制, 多模型切换控制, 智能解耦控制, 数据驱动控制, 智能控制系统的大数据建模, 工业过程大数据建模及其应用.

E-mail: yajunzhang@mail.neu.edu.cn

(ZHANG Ya-Jun Lecturer at Northeastern University. His research interest covers nonlinear fuzzy adaptive control theory, generalized predictive control, multiple models and switching systems, intelligent decoupling control, data-based driven control, big data-driven modelling theory, method and technology of intelligent control systems, process industries and their applications.)



魏萃 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室博士研究生. 主要研究方向为非线性控制, 机器人. 本文通信作者.

E-mail: weicui@stumail.neu.edu.cn

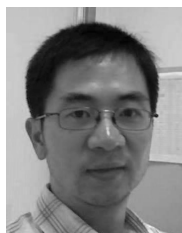
(WEI Cui Ph.D. candidate at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. Her research interest covers nonlinear control and robotics. Corresponding author of this paper.)



柴天佑 中国工程院院士, 东北大学教授. IEEE Fellow, IFAC Fellow, 欧亚科学院院士. 主要研究方向为自适应控制, 智能解耦控制, 流程工业综合自动化理论、方法与技术.

E-mail: tychai@mail.neu.edu.cn

(CHAI Tian-You Academician of Chinese Academy of Engineering, professor at Northeastern University, IEEE Fellow, IFAC Fellow, and Academician of the International Eurasian Academy of Sciences. His research interest covers adaptive control, intelligent decoupling control, as well as theories, methods and technology of integrated automation of process industry.)



卢绍文 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室教授. 主要研究方向为工业过程建模与仿真. 目前主要研究多尺度随机建模方法和可视化方法.

E-mail: lusw@mail.neu.edu.cn

(LU Shao-Wen Professor at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. His research interest covers industrial process modeling and simulation. His most recent research has been in the area of multi-scale modeling, working with both stochastic simulation and visualization methods.)



崔东亮 东北大学讲师. 主要研究方向为多目标优化, 列车调度优化, 数据分析.

E-mail: cuidongliang@mail.neu.edu.cn

(CUI Dong-Liang Lecturer at Northeastern University. His research interest covers multi-objective optimization, train scheduling optimization, and data analysis.)