

基于共面圆的距离传感器与相机的相对位姿标定

王硕^{1,2} 祝海江¹ 李和平² 吴毅红²

摘要 近年来, 距离传感器与摄像机的组合系统标定在无人车环境感知中得到了广泛的研究与应用, 其中基于平面特征的方法简单易行而被广泛采用. 然而, 目前多数方法基于点匹配进行, 易错且鲁棒性较低. 本文提出了一种基于共面圆的距离传感器与相机的组合系统相对位姿估计方法. 该方法使用含有两个共面圆的标定板, 可以获得相机与标定板间的位姿, 以及距离传感器与标定板间的位姿. 此外, 移动标定板获取多组数据, 根据计算得到两个共面圆的圆心在距离传感器和相机下的坐标, 优化重投影误差与 3D 对应点之间的误差, 得到距离传感器与相机之间的位姿关系. 该方法不需要进行特征点的匹配, 利用射影不变性来获取相机与三维距离传感器的位姿. 仿真实验与真实数据实验结果表明, 本方法对噪声有较强的鲁棒性, 得到了精确的结果.

关键词 多传感器标定, 距离传感器与相机标定, 深度相机与相机标定, 激光与相机标定

引用格式 王硕, 祝海江, 李和平, 吴毅红. 基于共面圆的距离传感器与相机的相对位姿标定. 自动化学报, 2020, 46(6): 1154–1165

DOI 10.16383/j.aas.c190115

Relative Pose Calibration Between a Range Sensor and a Camera Using Two Coplanar Circles

WANG Shuo^{1,2} ZHU Hai-Jiang¹ LI He-Ping² WU Yi-Hong²

Abstract Relative pose calibration between a range sensor and a camera has been widely studied and applied in the environment perception of unmanned vehicles, of which the methods based on the planar features are greatly easy to be implemented. However, most of the current methods are based on point matching, which is easy to have errors and low robustness. In this paper, a relative pose calibration method between a range sensor and a camera from two coplanar circles is proposed. Using such a calibration object including two coplanar circles, the pose between the camera and the calibration object can be determined as well as the pose between the range sensor and the calibration object. Moreover, moving the calibration object to obtain more data, the center coordinates of two circles in the range sensor and camera coordinate system can be computed to refine the reprojection errors and 3D-3D correspondence point errors. Then, the pose between a range sensor and a camera can be estimated. The advantages of this method are as follows: matching among multiple points are not needed by using projective invariance. The simulation and real data experiments proved that this method has high accuracy and robustness.

Key words Multi-sensors calibration, ranger sensor and camera calibration, depth camera and camera calibration, laser and camera calibration

Citation Wang Shuo, Zhu Hai-Jiang, Li He-Ping, Wu Yi-Hong. Relative pose calibration between a range sensor and a camera using two coplanar circles. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(6): 1154–1165

目前, 距离传感器与相机结合的应用越来越广泛, 应用范围包括 3D 测量、导航、机器人路径规划

和无人驾驶等领域. 距离传感器主要包括 Kinect 等深度相机、三维激光传感器和二维激光传感器等. 距离传感器可以直接获得当前环境下点的距离和角度信息, 相机可以获得丰富的纹理信息与形状信息, 二者的优势结合可以建立周围环境更加丰富的信息, 提供更加精准的测量结果. 在应用距离传感器与相机系统之前, 一个必要的工作是标定距离传感器坐标系与相机坐标系之间的关系. 因为距离传感器的测量信息无法成像在图像上, 所以必须要寻找距离传感器坐标下的点、线或其他特征与相机坐标系下的对应特征之间的约束关系, 根据约束求解两个坐标系之间的关系.

对于二维激光传感器与相机之间的位姿标定方

收稿日期 2019-02-27 录用日期 2019-08-22

Manuscript received February 27, 2019; accepted August 22, 2019

国家自然科学基金 (61672084, 61572499, 61421004), 中央高校基本科研业务费专项基金 (XK1802-4) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61672084, 61572499, 61421004) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (XK1802-4)

本文责任编辑 孙健

Recommended by Associate Editor SUN Jian

1. 北京化工大学信息科学与技术学院 北京 100029 2. 中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100190

1. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029 2. National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

法, Ha^[1] 提出了用一个中间开一个等腰直角三角形孔的正方形棋盘标定板, 利用激光的距离不连续性和虚拟直线法求得四个对应点的坐标, 根据点的对应关系求得激光与相机位姿关系. Hoang 等^[2] 提出的方法与前面类似, 不同之处是根据点之间的长度关系计算得到对应点. 另一种思路是寻找二维激光点的位置符合的几何约束, 较早是由 Zhang 等^[3] 提出的利用棋盘标定板完成. 该方案先求得标定板在相机坐标系下的位姿, 然后根据点在平面上几何约束求取激光与相机位姿关系. Bok 等^[4-5]、Vasconcelos 等^[6]、胡钊政等^[7] 均在此基础上提出了改进方案, 获得了更加稳定的结果. 另一种方法是 Li 等^[8] 提出的, 利用一个黑色等腰直角三角形, 根据激光点在三角形边上, 可以优化得到激光坐标系与相机坐标系之间的位姿关系. 这些方案均存在一定的歧义性, 不能约束所有的位姿分量, 即使是这些改进方法^[4-5], 也只是减少而不能消除歧义性. 因此标定结果很大程度上依赖于优化过程中初始值的选取, 但是这些方案中均未提供初始值的计算方法, 影响了结果的稳定性与准确性.

对于三维距离传感器与相机之间的标定, Lee 等^[9] 提出了利用一个球来标定的方案, 根据三维激光数据拟合的球心与图像上求得的圆心的像之间存在一一对应关系, 优化重投影误差即可获得三维激光与相机坐标系之间的位姿关系. Dhall 等^[10] 提出了利用一个中间开正方形孔的正方形标定板, 同时获取正方形标定板角点在激光坐标系和图像上的坐标点, 优化重投影误差得到位姿. 同时还利用 ArUco 标志获得标定板角点在相机坐标下的坐标, 优化 3D-3D 对应点关系, 获得二者之间的位姿关系. Geiger 等^[11] 提出了在一个较大的空间中布置多个标定板, 仅用一幅图像获得标定板的位姿, 根据距离数据与相机数据下的标定板位姿, 获得深度传感器与相机之间的位姿关系, 达到了很高的精度, 对噪声有很好的鲁棒性. 以上方案标定时需要较大的场地与许多标定板, 不够简便, 限制了使用场景. 文献 [12-13] 提出用 4 个共平面圆来确定三维距离传感器与相机的大致位姿, 然后根据点云来优化位姿, 获得了精确的结果, 但初始值只是解析地提供了平移的初始值, 并没有旋转矩阵的初始值.

文献 [14-15] 讨论了两个共平面 (或平行平面) 圆的类仿射不变性, 并根据绝对二次曲线的像只与相机内参有关这一性质来进行相机的内参标定. 由平面上圆环点在绝对二次曲线以及无穷远直线上, 圆环点的像在二次曲线的像上, 同时也在无穷远直线的像上, 在求解相机内参的过程中, 借助无穷远直线的像确定了圆环点的像, 并以多幅图像

上圆环点的像构建最小二乘问题, 对相机内参进行了标定. 文献 [16] 在此基础上利用两个共面圆进行了无匹配相机位姿的估算, 取得了相当高的精度与稳定性. 本文在其研究的基础上, 提出了一种用两个共平面圆来标定深度传感器与相机之间的位姿关系的方法, 借助无穷远直线的像求得两个圆心的像, 并根据圆心的像与无穷远直线的像恢复出相机与三维距离传感器的位姿, 以及利用标定板的特殊放置来获取二维激光传感器的位姿, 解析地计算出距离传感器与相机之间的位姿关系. 为了减少噪声影响, 移动标定板, 获取不同位置下的数据, 利用不同坐标系下圆心之间的对应关系, 优化出传感器之间的位姿关系. 与已有方法相比, 本文提出的方法简化了标定板的规格, 不需要进行空间点与相应图像之间的匹配. 实验结果表明, 本方法是鲁棒和准确的.

1 基于共面圆的位姿估计方法

1.1 相机位姿估计

对于两个互相分离的共面圆, 文献 [14-15] 指出, 二者在欧几里得空间交于两对共轭复数点, 每对共轭复数点都确定了一条直线, 其中一条直线在两圆之间, 另一条直线就是该平面上的无穷远直线, 这两条线称为二圆的关联线, 如图 1 所示. L_1 与 L_0 即为两条关联直线, L_1 在二圆之间, L_0 即为该平面上的无穷远直线.

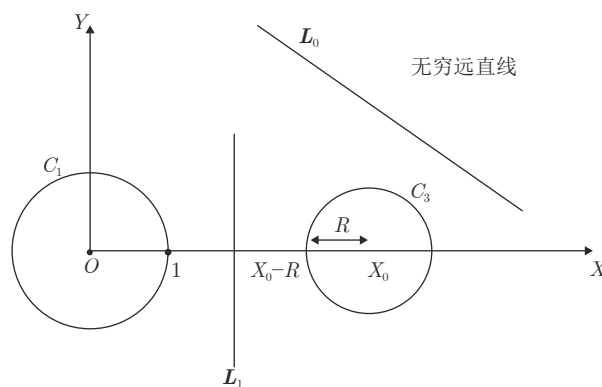


图 1 共平面圆及两条关联直线^[15]

Fig.1 Two coplanar circles and corresponding associated lines^[15]

由相机成像过程可知, 如果两个圆在图像上都可见, 则它们的像为两个椭圆, 并且两对共轭复数点的像仍然为共轭复数点, 两条关联直线成的像仍为两条直线, 每对共轭复数点的像均在对应的关联直线的像上. 记圆图像上一点的齐次坐标为 $(x, y, 1)^T$, 其所在的二次曲线表达式为

$$ax^2 + 2dxy + by^2 + 2ex + 2fy + c = 0 \quad (1)$$

矩阵

$$C = \begin{bmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{bmatrix} \quad (2)$$

表示这个二次曲线. 令两个椭圆的矩阵为 C_0, C_1 , 无穷远直线的像为 l_∞ , 两个圆心的像记为 m_0, m_1 . 那么

$$m_0 = C_0^{-1}l_\infty \quad (3)$$

$$m_1 = C_1^{-1}l_\infty \quad (4)$$

其中, C_0, C_1 的结果可以在提取椭圆轮廓上的点之后, 采用文献 [17] 中提出的几何距离拟合二次曲线方法求得.

选择共面圆标定板所在的平面为世界坐标系 XOY 平面, 左圆心为世界坐标系原点, 二圆心连线为 X 轴. 令标定板上两共面圆圆心之间距离为 L_x , 左圆心的齐次坐标为 $M_0(0, 0, 0, 1)^T$, 右圆心的齐次坐标为 $M_1(L_x, 0, 0, 1)^T$, 相机坐标系相对于世界坐标系的旋转矩阵为 $R_{CW} = (r_1, r_2, r_3)$, R_{CW} 是一个 3×3 的旋转矩阵, 其中 $r_1 = (r_{11}, r_{21}, r_{31})^T$, $r_2 = (r_{12}, r_{22}, r_{32})^T$ 和 $r_3 = (r_{13}, r_{23}, r_{33})^T$ 是旋转矩阵的三个分量. t_{CW} 是相机坐标系相对于世界坐标系的三维平移向量.

在相机内参 K 已知的情况下, 将图像进行内参数矩阵的逆变换, 即

$$m'_0 = K^{-1}m_0 \quad (5)$$

$$m'_1 = K^{-1}m_1 \quad (6)$$

$$l'_\infty = K^T l_\infty \quad (7)$$

根据成像的过程, 对左圆心成像, 可得

$$s_0 m'_0 = K[RM_0 + t] \quad (8)$$

将左圆心的齐次坐标与式 (5) 代入, 可得

$$t = s_0 m'_0 \quad (9)$$

对右圆心成像, 可得

$$s_1 m'_1 = K[RM_1 + t] \quad (10)$$

将右圆心的齐次坐标与式 (6) 和式 (9) 代入, 可得

$$s_1 m'_1 = L_x r_1 + s_0 m'_0 \quad (11)$$

根据世界坐标系的选取与射影几何的相交不变性, 可得

$$r_1 = \frac{(m'_0 \times m'_1) \times l'_\infty}{|(m'_0 \times m'_1) \times l'_\infty|} \quad (12)$$

根据两个消失点构成无穷远直线的性质, 可得

$$r_3 = \pm \frac{1}{\sqrt{l'^T_\infty l'_\infty}} l'_\infty = s_3 \frac{1}{\sqrt{l'^T_\infty l'_\infty}} l'_\infty = s_3 v \quad (13)$$

其中, s_0, s_1 以及 $s_3 = \pm 1$ 是尺度因子. 根据世界坐标系 Z 轴的指向与相机的位置关系可以确定 s_3 , 然后可以由式 (11) 确定 s_0, s_1 . 最后根据旋转矩阵的正交性质, 可以求得 $r_2 = r_3 \times r_1$, 至此相机位姿 R_{CW} 与 t_{CW} 即可全部得到.

在求得相机位姿后, 可以进一步求得两圆圆心在相机坐标系下的坐标. 移动标定板, 即可获得多组位姿数据和圆心坐标数据.

1.2 距离传感器位姿估计

当三维距离传感器获得共面圆标定板的三维距离数据后, 可以根据深度数据的不连续性筛选出位于圆上点的三维坐标, 并拟合出圆, 从而估计出圆心在距离传感器坐标系下的坐标. 为了使得位姿优化结果更加精确, 本文给出了一种虚拟成像的方法来确定距离传感器坐标系与世界坐标系位姿的方法. 在获得深度坐标下圆环上点的坐标后, 将其乘以一个虚拟内参, 虚拟内参可以是一起标定的相机的内参, 也可以是单位矩阵如

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

获得圆环的虚拟成像后, 可以根据第 1.1 节中的方法, 估计出距离传感器坐标系与世界坐标系之间的位姿关系, 并根据此位姿关系, 计算出距离传感器坐标系下两个共面圆圆心的坐标.

当利用二维激光传感器对共面圆标定板进行线扫描时, 其扫描区域为一个平面, 该平面与两个共面圆交于 4 个点. 为了能够求得二维激光下圆心的坐标, 要求标定板平面与地面垂直. 这样, 在二维激光扫描平面与地面平行的情况下, 扫描平面与圆环相交形成 4 个点, 如图 2 所示.

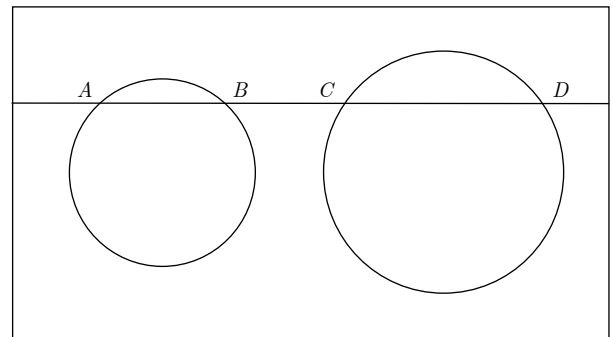


图 2 二维激光扫描平面与标定板相交的两段弦
Fig.2 Intersecting two chords of a 2D laser scan plane with a calibration board

由二维激光扫描数据可以筛选出点 A, B, C, D , 并且可以计算出线段 AB, CD 的长度. 因为激光坐标系与世界坐标系尺度一致, 并且两圆圆心必在 AB (或 CD) 连线的中垂线上, 位于连线的正下方 (或正上方, 取决于激光扫描平面与标定板圆心的相对高低), 因此, 可以计算出圆心在激光传感器坐标系下的坐标.

在制作标定板时, 若能保证标定板上两圆心连线与地面平行, 即与二维激光扫描平面平行, 那么世界坐标系与激光平面坐标系之间只有绕 Y 坐标轴的旋转, 即激光坐标系下一点为 $(x_1, 0, z_1)^T$, 对应于世界坐标系下一点为 $(x'_1, y'_1, 0)^T$, 那么二者之间的位姿关系可以表示为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & -r_{31} \\ 0 & 1 & 0 \\ r_{31} & 0 & r_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

因此仅需两对对应点即可求得二维激光坐标系与世界坐标系的位姿关系. 该位姿关系将为之后进行的优化提供初始值.

在二维激光扫描平面存在绕世界坐标系 X 轴的旋转, 或标定板平面与地面不垂直时, 都会导致二维激光扫描平面不垂直于标定板, 圆心在激光坐标系下的求解将会引入误差, 如图 3 所示.

图 3 是从激光坐标系 $O_L X$ 轴看进去的示意图, $O_L Z, O_L Y$ 是激光坐标系的坐标轴, 激光扫描平面为 $XO_L Z$ 平面. 点 E 是某段弦的中点, 点 M 是该弦所对应的圆心的实际位置, 点 M_L 是在激光扫描平面与标定板平面垂直的假设下求得的激光坐标系下圆心坐标, θ 是 EM 与 EM_L 之间的夹角. 设点 M 坐标为 $(x, y, z)^T$, 则点 M_L 的坐标为 $(x, y/\cos\theta, z + y\tan\theta)^T$. 当 θ 接近于 0 时, $\cos\theta$ 接近于 1 而 $\tan\theta$ 接近于 0, 对坐标求解的影响较小.

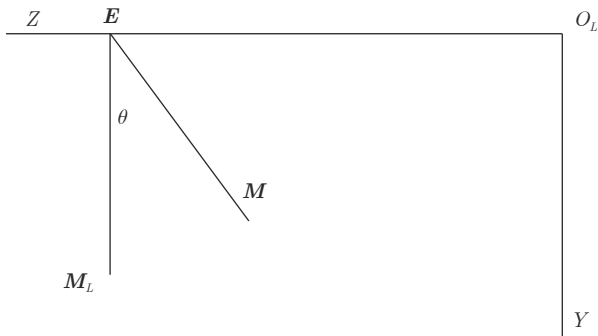


图 3 二维激光扫描平面与标定板不垂直的情况
Fig. 3 Laser scan plane is not perpendicular to calibration plane

在求解激光与相机的相对位姿时, 由于求得了相机坐标系下与激光坐标系下对应的圆心坐标, 因

此可以考虑采用已知对应点的迭代最近点 (Iterative closest point, ICP) 算法来分析该问题. 设在激光坐标系下的点的坐标为 $M_{Li} = (x_{Li}, y_{Li}/\cos\theta, z_{Li} + y_{Li}\tan\theta)^T$, 相机坐标系下对应的点的坐标为 $M_{Ci} = (x_{Ci}, y_{Ci}, z_{Ci})^T$, 二者的质心坐标为

$$M_L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{Li} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} x_{Li} \\ \frac{y_{Li}}{\cos\theta} \\ z_{Li} + y_{Li}\tan\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$M_C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{Ci} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} x_{Ci} \\ y_{Ci} \\ z_{Ci} \end{bmatrix} \quad (17)$$

去质心坐标为

$$M'_{Li} = M_{Li} - M_L \quad (18)$$

$$M'_{Ci} = M_{Ci} - M_C \quad (19)$$

记激光坐标系下没有 θ 偏差时的去质心坐标为 $(x'_{Li}, y'_{Li}, z'_{Li})^T$, 则

$$M'_{Li} = \left(x'_{Li}, \frac{y'_{Li}}{\cos\theta}, z'_{Li} + y'_{Li}\tan\theta \right)^T \quad (20)$$

构造最小二乘问题

$$e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |M'_{Ci} - (R_{CL}M'_{Li} + t_{CL})|^2 \quad (21)$$

文献 [18–19] 证明了 R_{CL} 可以通过奇异值分解求出. 定义矩阵

$$W = \sum_{i=1}^n M'_{Li} M'_{Ci}{}^T \quad (22)$$

对 W 进行奇异值分解, 可得

$$W = U\Sigma V^T \quad (23)$$

则

$$R = UV^T \quad (24)$$

$$t = M_C - RM_L \quad (25)$$

记没有角度偏差 θ 时,

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} \quad (26)$$

存在角度偏差时

$W =$

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ \frac{w_{21}}{\cos\theta} & \frac{w_{22}}{\cos\theta} & \frac{w_{23}}{\cos\theta} \\ w_{31} + w_{21}\tan\theta & w_{32} + w_{22}\tan\theta & w_{33} + w_{23}\tan\theta \end{bmatrix} \quad (27)$$

因此角度偏差对结果的影响在于 W 矩阵的奇异值分解的结果与质心计算的结果. θ 较小时 $\cos \theta \approx 1$ 而 $\tan \theta \approx 0$, 对结果影响较小. 在仿真实验部分, 将设定不同的 θ 值, 讨论 θ 的大小对标定结果的影响.

2 距离传感器与相机的相对位姿估计

令世界坐标系下某一点的非齐次坐标为 P_W , 对应的距离传感器坐标系和相机坐标系下的点坐标为 P_L , P_C , 世界坐标系到距离传感器坐标系的旋转矩阵与平移矩阵为 R_{LW} , t_{LW} , 世界坐标系到相机坐标系的旋转矩阵与平移矩阵为 R_{CW} , t_{CW} , 距离传感器坐标系到相机坐标系的旋转矩阵和平移矩阵为 R , t , 则它们之间存在如下关系:

$$P_L = R_{LW}P_W + t_{LW} \quad (28)$$

$$P_C = R_{CW}P_W + t_{CW} \quad (29)$$

$$P_C = RP_L + t \quad (30)$$

因为对于每一个标定板位置, 已经分别求得 $R_{LW}, t_{LW}, R_{CW}, t_{CW}$, 则 R, t 与它们之间的关系为

$$R = R_{CW}R_{LW}^{-1} \quad (31)$$

$$t = t_{CW} - R_{CW}R_{LW}^{-1}t_{LW} \quad (32)$$

因此可以求得相机坐标系与距离传感器坐标系之间的位姿关系. 考虑到距离数据存在的误差以及噪声等, 仅靠一个标定板位姿得到的标定结果是不准确的. 因此, 移动标定板获取多组数据, 得到不同标定板位姿下两个圆心在各个坐标系下的坐标, 根据它们之间的对应关系进行优化, 取标定板在某位置下求得的 R, t 作为优化函数的初始值.

构造优化问题如下:

$$\min \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} |u_i - \frac{1}{s_i} TP_{Li}|^2 + \frac{1}{2} |P_{Ci} - TP_{Li}|^2 \right) \quad (33)$$

其中, u_i 是某圆心在图像中的坐标, 即圆心的像, P_{Li} 是圆心在距离坐标系下的坐标, P_{Ci} 是圆心在相机坐标系下的坐标, s_i 为尺度因子, 最终使用 $g2o^{[20]}$ 方法获得最优解.

在相机内参已知的情况下, 距离传感器与相机之间的相对位姿估计算法如下:

步骤 1. 对于每幅图像, 提取位于两个圆像上的像素点;

步骤 2. 根据文献 [17] 的方法, 拟合两个圆像的二次曲线矩阵;

步骤 3. 利用文献 [14–15] 提出的准仿射不变

性, 计算圆环点的像和无穷远直线的像, 以及图像上圆心的坐标;

步骤 4. 根据第 1.1 节方法计算出相机坐标系相对于世界坐标系的位姿, 并计算出标定板上两圆圆心在相机坐标系下的坐标;

步骤 5. 对于每幅图像对应的距离数据, 提取出位于圆上的三维点数据;

步骤 6. 根据第 1.2 节的方法, 计算出距离传感器相对于世界坐标系的位姿, 并计算出标定板上两圆圆心在距离传感器坐标下的坐标;

步骤 7. 重复步骤 1~6, 得到多组相机和距离传感器下圆心的坐标;

步骤 8. 用某次估计的相机位姿和距离传感器位姿计算出二者相对位姿, 作为初始值, 优化函数 (33).

由此可以看出, 本文方法的优点在于, 无需特征点的匹配, 特征信息只用到了边缘信息. 在求解相机坐标系下点的坐标时, 仅仅使用 2 个共面圆即可求得, 简化了标定板的制作, 并且该标定板可同时用于二维激光传感器或三维距离传感器与相机之间的位姿标定, 不用分别制作标定板. 本文方法还给出了距离传感器和相机之间位姿关系的解析值, 既可以在只有一组数据的情况下求取位姿, 也可以在多组数据的情况下作为优化过程的初始值, 提高了结果的鲁棒性和准确性.

3 实验结果及分析

3.1 三维仿真数据实验

在三维距离传感器与相机的仿真数据实验中, 首先在空间中生成两组圆环点, 模拟相机成像过程与距离传感器扫描过程, 分别生成二者的数据. 为了使仿真实验更有实用性, 设置相机内参为使用中的 Kinect 相机的内参:

$$K = \begin{bmatrix} 570.2422 & 0 & 319.50 \\ 0 & 570.3422 & 239.50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

世界坐标系下, 设定二圆的方程为 (单位: m)

$$X^2 + Y^2 = 0.2^2 \quad Z = 0 \quad (35)$$

$$(X - 0.55)^2 + Y^2 = 0.25^2 \quad Z = 0 \quad (36)$$

每次实验的误差分为旋转误差 e_r 和平移误差 e_t 为

$$e_r = \angle(R^{-1}R_{\text{real}}) \quad (37)$$

$$e_t = |t - t_{\text{real}}| \quad (38)$$

其中, $R_{\text{real}}, t_{\text{real}}$ 为设定的真实值. R, t 为仿真实验求得的标定结果. 文献 [11, 13] 同样采用上述方法对结果进行评估, 因此本文提出方法计算得到的

误差将与其进行对比. 为了便于比较, 采用文献 [13] 中的激光相机位姿设定, 如表 1 所示.

表 1 仿真实验中所用的激光相机位姿参数

Table 1 Camera-Lidar transformation parameters in the simulator settings used for the experiments

设定	t_x (m)	t_y (m)	t_z (m)	ψ (rad)	θ (rad)	ϕ (rad)
1	-0.8	-0.1	0.4	0	0	0
2	0	0	0	0.5	0	0
3	0	0	0	0.3	0.1	0.2
4	-0.3	0.2	-0.2	0.3	-0.1	0.2
5	0	0	0	0	0.1	0
6	0	0	0	0	0	0.4
7	0	0	0	0	0	0

首先与文献 [11] 中的方法进行对比, 实验中保持与文献 [11] 中的噪声设定相一致. 对于图像数据, 假设其噪声为零均值、标准差为 0.5 像素的高斯噪声; 对于深度数据, 给每个点云坐标添加高斯噪声 $\mathcal{N}(0, \sigma^2 I_3)$, 其中, σ 分别为 0 m, 0.005 m, 0.01 m, 0.015 m, 0.02 m. 每次实验均设定 50 个不同的标定板位姿以获得 100 个圆心点的坐标. 根据第 2 节中提出的算法对距离传感器与相机之间的位姿进行标定, 误差结果如图 4 所示. 图中横坐标表示依次加入的标准差为 0.005 m, 0.01 m, 0.015 m, 0.02 m 的零均值高斯噪声. 图中每个矩形中间的横线表示中位数, 矩形上下短边线表示上四分位数和下四分位数, 矩形外上下短线表示极大值与极小值, 十字代表离群值. 文献 [11] 的仿真实验结果如图 5 所示. 通过比较实验结果, 可以看出: 在相同的噪声水平

下, 本方案的旋转误差远小于文献 [11] 中方法的误差, 出现的离群值较少且小, 这表明在估计位姿旋转时, 本文提出方法的准确性和鲁棒性都更好. 而对于平移误差, 在高斯噪声标准差为 0.005 m 和 0.01 m 时, 两种方法的标定误差水平大致相同; 在噪声增大后, 本文提出方法的误差要小于其他方法, 同样没有出现过大的离群值, 表明在平移估计方面, 本文的方法也有更好的准确性与鲁棒性.

文献 [13] 中提到的标定方法使用了 4 个共平面的圆, 并且也是由这些圆提供优化的初始值. 使用文献 [13] 中的噪声设定, 即对距离测量加入高斯噪声 $\mathcal{N}(0, (K\sigma_0)^2)$, 其中 $\sigma_0 = 0.008$ m, $K = 0, 1, 2$. 同样是采用表 1 的位姿设定, 每次实验均设定 50 个不同的标定板位姿以获得 100 个圆心点的坐标. 本文提出方法的标定结果误差与文献 [13] 中标定结果误差如图 6 和图 7 所示.

从图 6 和图 7 结果对比中可以发现, 除去个别离群值外, 本文提出方法得到的旋转误差与文献 [13] 中的方法大致处于同一水平, 平移误差较文献 [13] 稍微大些, 但是各个噪声系数下, 相应的平移误差的均值相差大约 1 cm 左右. 这表明了本文提出的方法基本达到了文献 [13] 的精度, 并且本文只用了 2 个共平面的圆环, 较文献 [13] 相比进一步简化了标定板的制作.

3.2 二维仿真数据实验

对于二维距离数据, 实验设定与三维仿真实验一致, 用相同的方法得到的误差水平如图 8 和图 9 所示. 从中可以看出, 二维标定结果的误差同样保

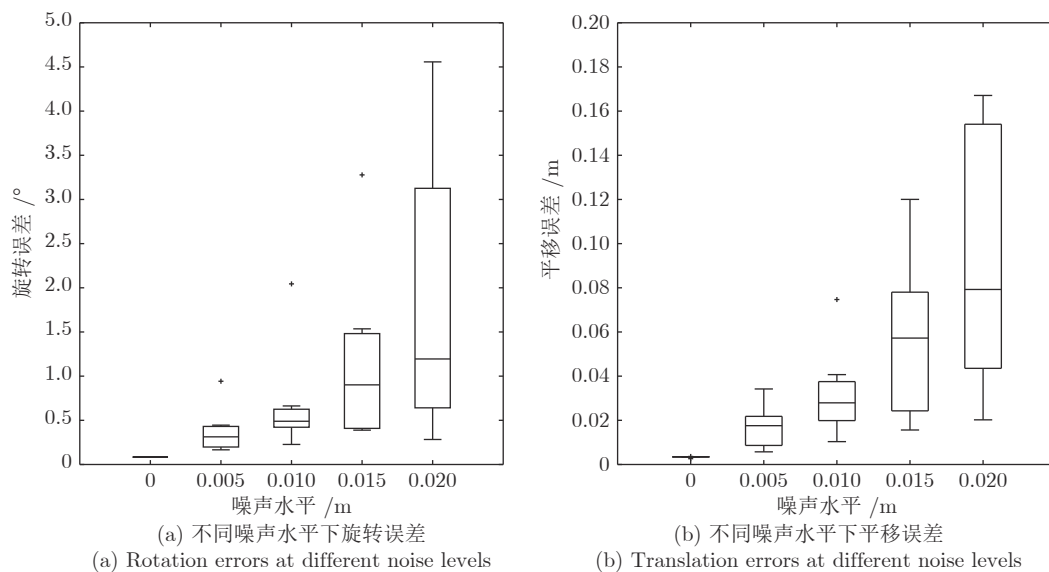


图 4 采用本文方法标定结果误差 (三维)

Fig.4 Calibration errors by the proposed method (3D)

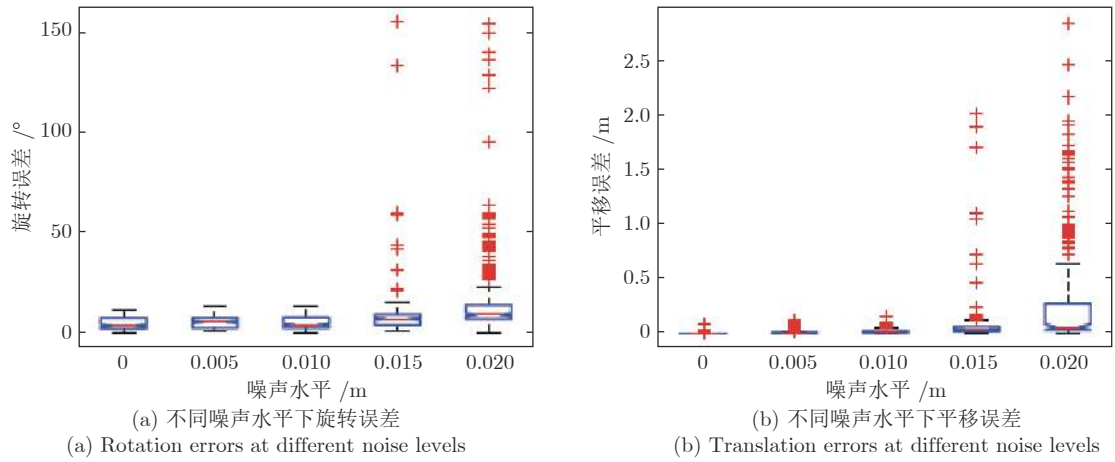


图 5 文献 [11] 标定结果误差
Fig.5 Calibration errors by [11]

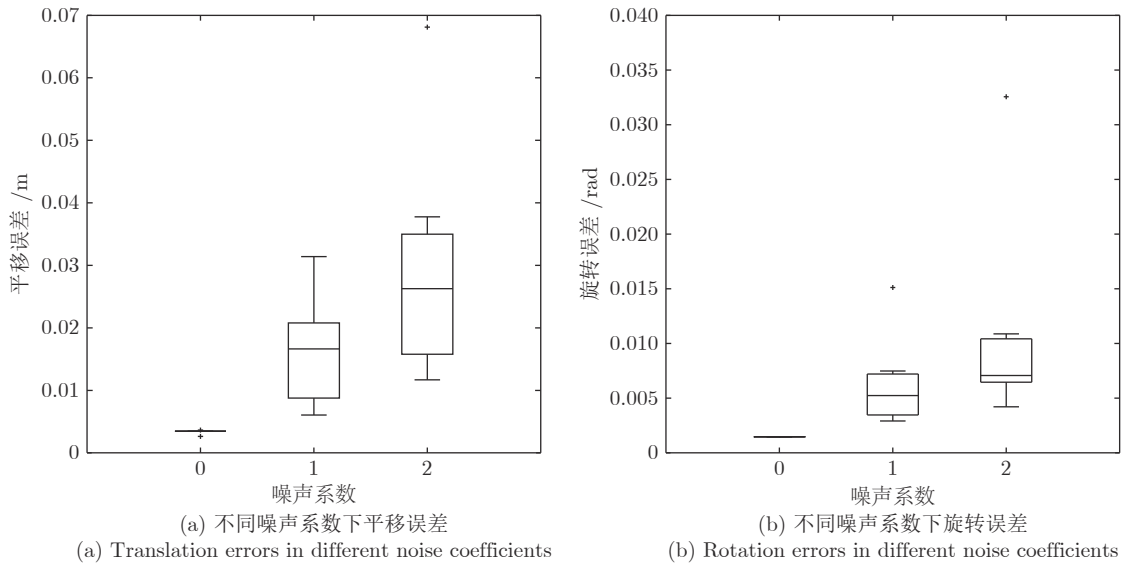


图 6 采用本文方法在不同噪声系数下的标定结果误差 (三维)
Fig.6 Calibration errors by the proposed method in different noise coefficients (3D)

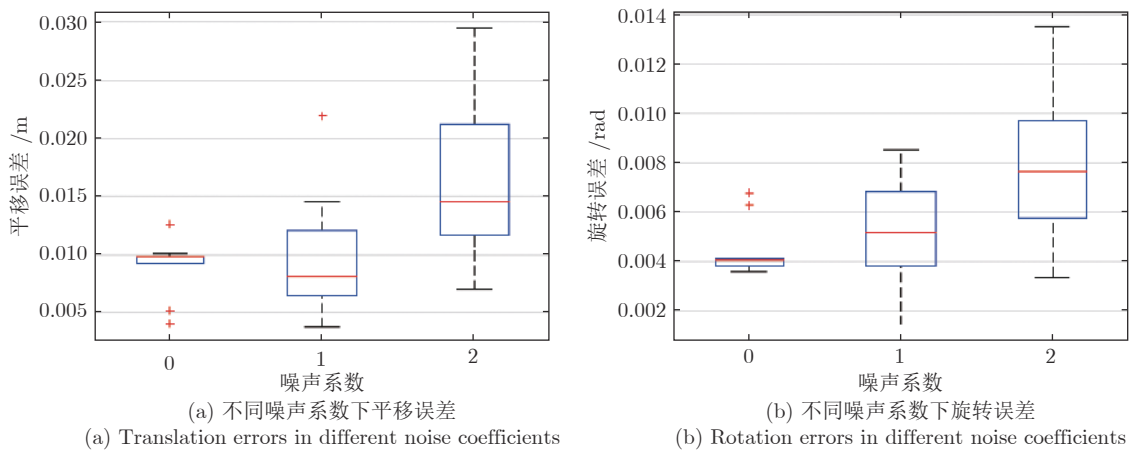


图 7 文献 [13] 标定结果误差
Fig.7 Calibration errors by [13]

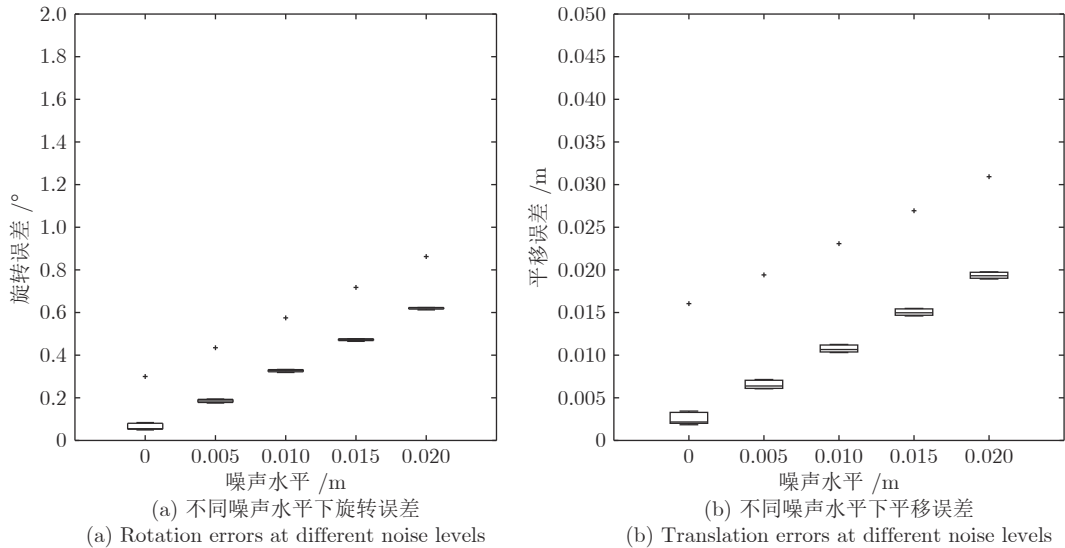


图 8 不同噪声水平下旋转误差与平移误差 (二维)

Fig.8 Rotation errors and translation errors at different noise levels (2D)

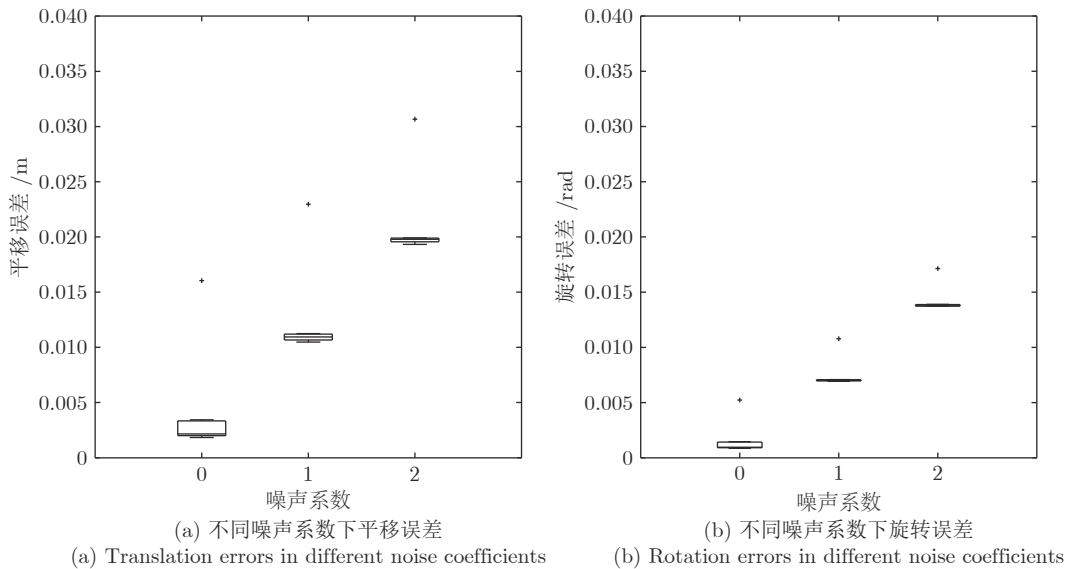


图 9 不同噪声系数下平移误差与旋转误差 (二维)

Fig.9 Translation errors and rotation errors in different noise coefficients (2D)

持在低水平, 说明本文提出的方法可以准确稳定地标定二维深度传感器与相机之间的位姿关系.

考虑到第 1.2 节中提到的角度偏差 θ 对标定结果造成的影响, 在下面的仿真实验中, 设定角度偏差从 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 变化, 相机噪声保持在 0.5 个像素标准差的零均值高斯噪声, 激光数据噪声为文献 [11] 中标准差为 0.005 m 的零均值高斯噪声, 每个角度和位姿设定下均设定 50 个不同的标定板位姿以获得 100 个对应的圆心坐标. 在不同的 θ 下, 标定的旋转误差与平移误差如图 10 和图 11 所示.

从图 10 和图 11 的结果可以看出, 角度偏差越大, 对标定结果的影响越大. 在偏差角度为 $\pm 6^\circ$ 时, 旋转误差和平移误差与没有角度偏差时几乎相同; 偏差角度为 $\pm 8^\circ$ 时, 平移误差与加入 0.02 m 的零均值高斯噪声处于同一水平; 偏差角度为 $\pm 15^\circ$ 时, 旋转误差与加入 0.02 m 的零均值高斯噪声处于同一水平. 在实际应用中, 会尽量使标定板平面垂直于二维激光扫描平面, 因此偏差角度 θ 不会太大, 对标定结果的影响也较小.

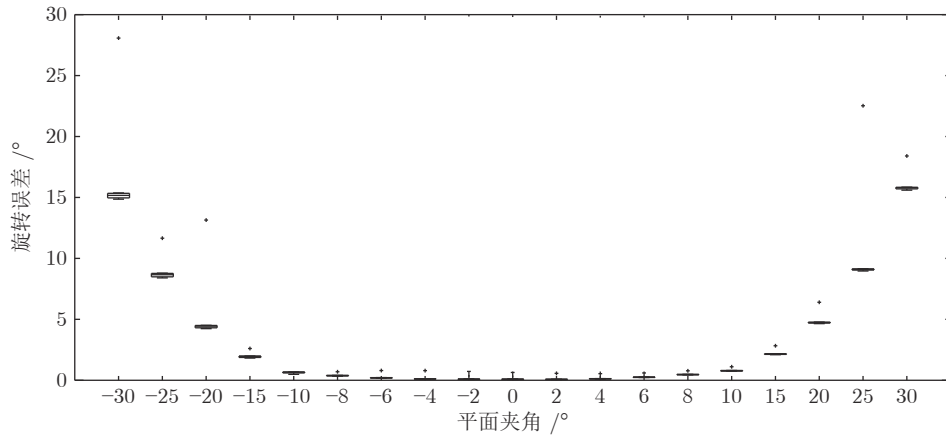


图 10 不同角度偏差下旋转误差

Fig.10 Rotation errors at different angel deviations

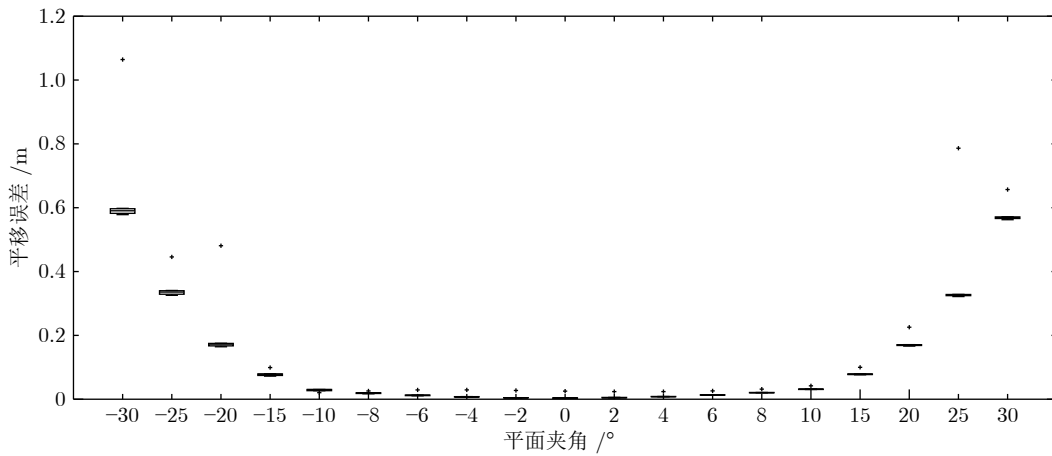
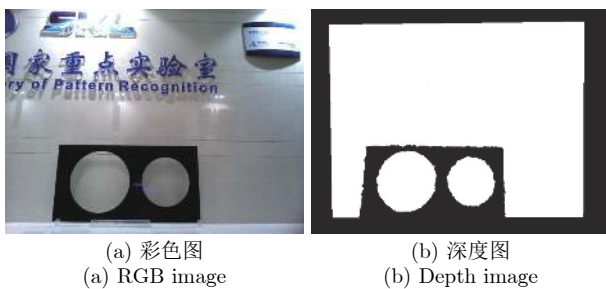


图 11 不同角度偏差下平移误差

Fig.11 Translation errors at different angel deviations

3.3 真实数据实验

在三维距离传感器与相机位姿标定实验中,使用 Kinect 采集彩色图与深度图分别作为相机数据与距离数据. 照片像素为 640×480 , 其中一幅彩色图与深度图如图 12 所示.



(a) 彩色图
(a) RGB image (b) 深度图
(b) Depth image

图 12 采集到的彩色图与深度图

Fig.12 RGB image and depth image

从图 12 中可以看到本次实验所用的标定板,上面有两个半径不一样大的共平面圆,较大圆半径为 0.25 m,较小圆半径为 0.2 m,圆心距 0.55 m. 在每组对应的彩色图与深度图中,提取圆的边缘像素,一共使用了 439 组图片,采用第 2 节中的算法进行标定. 利用得到的标定结果,将深度图与彩色图融合在一起,结果如图 13 所示(其中第 1 幅图为图 12(a) 和图 12(b) 的融合结果). 从中可以看到,深度图与彩色图较好地融合在一起,说明标定算法得到的结果是准确的.

为了定量地说明问题,可以按照重投影误差的方式计算误差,即

$$e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\left| \mathbf{u}_i - \frac{1}{s_i} T P_{Li} \right|^2} \quad (39)$$

即计算每一个距离传感器坐标系下圆心的坐标 P_{Li} ,按照标定的结果投影到图像上,与对应的图像上圆

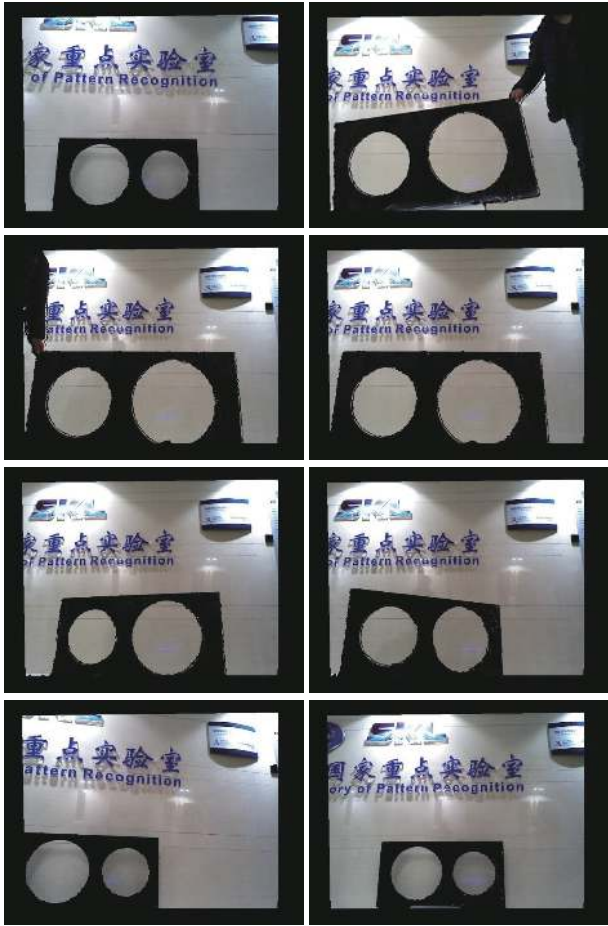


图 13 深度图与彩色图融合结果

Fig. 13 The fusion results of RGB images and depth images

心坐标 u_i 的距离. 利用本次实验结果

$$R_{CL} = \begin{bmatrix} 0.999991 & -0.000320558 & -0.00412867 \\ 0.000329359 & 0.999998 & 0.00213115 \\ 0.00412798 & -0.0021325 & 0.999989 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$t_{CL} = \begin{bmatrix} 0.316547 \\ -0.345225 \\ -1.40741 \end{bmatrix} \quad (41)$$

计算得到重投影误差 $e = 0.317096$. 表明每一个距离坐标系下的点按照标定结果投影到图像上后, 与对应的图像点的平均距离为 0.317096 像素.

在从 Kinect 读取数据时, 可以选择读取预对齐的数据. 这样读取的深度坐标系与相机坐标系之间的位姿变换为 $R = I$, $t = \mathbf{0}$. 若以此为真实值, 计算得到的旋转误差为 0.266863° , 平移误差为 1.4833 cm. 同样可以以此真实值计算重投影误差, 结果为 2.33373 像素. 这表明本文提出的方法达到了很高的准确度.

对于二维距离传感器, 使用二维激光得到的扫描数据作为二维深度数据. 将扫描得到的距离信息

和角度信息转化为点云, 提取出二维激光与标定板上二圆相交的 4 个点, 然后按照第 2 节中的方法标定出二维激光与相机之间的位姿关系. 实验一共使用了 588 组图片与对应的激光数据. 利用得到的标定结果, 将二维激光点投影到成像平面, 如图 14 所示.

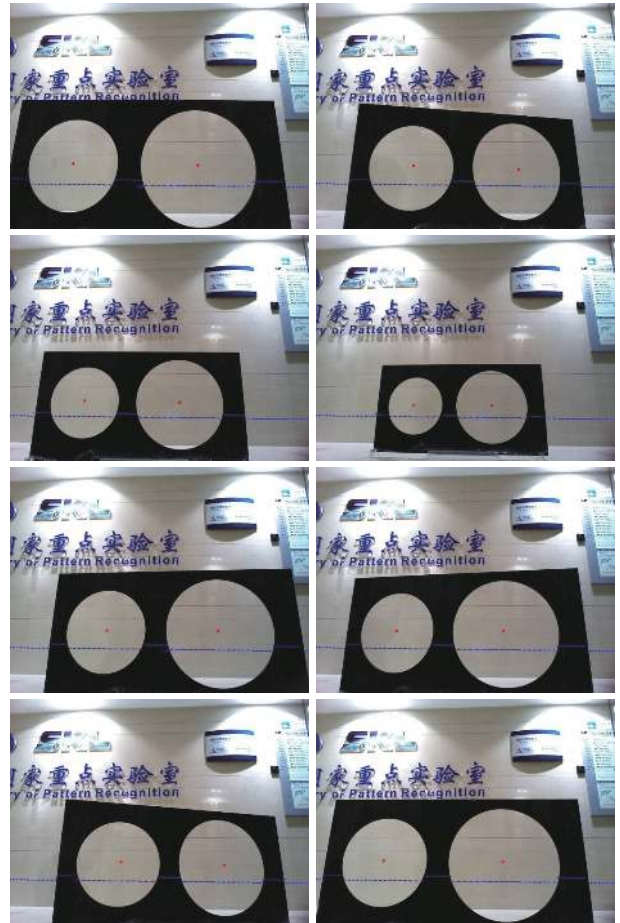


图 14 二维激光与图像融合结果

Fig. 14 The fusion results of 2D laser points and images

图 14 中, 位于共面圆下半部分形成直线的点是二维激光数据的点投影到图像上的像, 位于共面圆中心的点是根据二维激光数据计算得到的圆心数据投影到图像上的像. 由此可以看出, 标定结果准确地表示出二维激光与相机之间的位姿关系.

二维距离传感器与相机之间的标定结果为

$$R_{CL} = \begin{bmatrix} 0.999659 & -0.0147189 & 0.0215891 \\ 0.008704 & 0.966638 & 0.255999 \\ -0.0246369 & -0.255724 & 0.966436 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$t_{CL} = \begin{bmatrix} -2.47688 \\ -3.92014 \\ -2.94598 \end{bmatrix} \quad (43)$$

采用三维距离传感器与相机标定同样的误差计算方法, 计算得到 $e = 1.39722$. 即对于距离传感器中的点, 按照标定结果投影到图像上, 对应点之间的平均距离为 1.39722 像素.

4 结论

本文在共平面圆的类仿射不变性^[14-15]相关工作的基础上, 根据圆心与平面上无穷远直线的成像过程, 提出了一种基于共面圆的距离传感器与相机的相对位姿标定方法, 具有以下优点: 1) 获取圆心坐标的过程无需使用特征点的匹配, 使用的图像特征是边缘信息; 2) 在距离传感器与相机位姿的优化过程中, 提供了解析初始值; 3) 可以仅用一幅图像和一次距离数据获得解析标定结果; 4) 标定板易于制作, 可同时用于二维激光传感器或三维距离传感器与相机之间的相对位姿标定, 通用性好. 仿真数据实验和真实数据实验结果表明, 本文提出的方法对噪声有较好的鲁棒性, 标定结果的准确度较高. 在今后的工作中, 将继续探索二维距离传感器与相机之间位姿标定方法, 以消除达不到放置要求带来的误差.

致谢

感谢唐付林博士在程序编写上给予的指导, 感谢王泽宇硕士在激光传感器和机器人的使用以及数据解析上给予的帮助.

References

- 1 Ha J H. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder using a new calibration structure of a plane with a triangular hole. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2012, **10**(6): 1240-1244
- 2 Hoang V D, Cáceres Hernández D, Jo K H. Simple and efficient method for calibration of a camera and 2D laser rangefinder. In: Proceedings of the 2014 Asian conference on Intelligent Information and Database Systems (ACIIDS 2014). Lecture Notes in Computer Science. Bangkok, Thailand: Springer, Cham, 2014. 561-570
- 3 Zhang Q, Pless R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration). In: Proceedings of the 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Sendai, Japan: IEEE, 2004. 2301-2306
- 4 Bok Y, Jeong Y, Choi D G, Kweon I S. Capturing village-level heritages with a hand-held camera-laser fusion sensor. *International Journal of Computer Vision*, 2011, **94**(1): 36-53
- 5 Bok Y, Choi D G, Vasseur P, Kweon I S. Extrinsic calibration of non-overlapping camera-laser system using structured environment. In: Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014). Chicago, IL, USA: IEEE, 2014. 436-443
- 6 Vasconcelos F, Barreto J P, Nunes U. A minimal solution for the extrinsic calibration of a camera and a laser-rangefinder. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, **34**(11): 2097-2107
- 7 Hu Zhao-Zheng, Zhao Bin, Li Na, Xia Ke-Wen. Minimal solution to extrinsic calibration of camera and 2D laser rangefinder based on virtual trihedron. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(11): 1951-1960
(胡钊政, 赵斌, 李娜, 夏克文. 基于虚拟三面体的摄像机与二维激光测距仪外参数最小解标定新算法. 自动化学报, 2015, **41**(11): 1951-1960)
- 8 Li G H, Liu Y H, Dong L, Cai X P, Zhou D X. An algorithm for extrinsic parameters calibration of a camera and a laser range finder using line features. In: Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. San Diego, CA, USA: IEEE, 2007. 3854-3859
- 9 Lee G M, Lee J H, Park S Y. Calibration of VLP-16 lidar and multi-view cameras using a ball for 360 degree 3D color map acquisition. In: Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI 2017). Daegu, Korea: IEEE, 2017. 64-69
- 10 Dhall A, Chelani K, Radhakrishnan V, Krishna K M. LiDAR-camera calibration using 3D-3D point correspondences [Online], available: <https://arxiv.org/pdf/1705.09785.pdf>, January 9, 2019
- 11 Geiger A, Moosmann F, Car O, Schuster B. Automatic camera and range sensor calibration using a single shot. In: Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation. RiverCentre, Saint Paul, Minnesota, USA: IEEE, 2012. 3936-3943
- 12 Velas M, Španěl M, Materna Z, Herout A. Calibration of RGB camera with Velodyne LiDAR. In: Proceedings of the 2014 International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision (WSCG). Plzen, Czech: WSCG, 2014. 135-144
- 13 Guindel C, Beltrán J, Martín D, García F. Automatic extrinsic calibration for lidar-stereo vehicle sensor setups. In: Proceedings of the 20th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). IEEE, 2017.
- 14 Wu Y H, Zhu H J, Hu Z Y, Wu F C. Camera calibration from the quasi-affine invariance of two parallel circles. In: Proceedings of the 2004 European Conference on Computer Vision. Prague, Czech. 2004. 190-202
- 15 Wu Y H, Li X J, Wu F C, Hu Z Y. Coplanar circles, quasi-affine invariance and calibration. *Image and Vision Computing*, 2006, **24**(4): 319-326
- 16 Fan Rong-Rong, Tang Fu-Lin, Liu Qing-Shan. Effective camera localization from two coplanar circles without matching. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(5): 993-998
(范蓉蓉, 唐付林, 刘青山. 基于两个共面圆的无匹配相机位姿计算. 自动化学报, 2019, **45**(5): 993-998)
- 17 Wu Y H, Wang H R, Tang F L. Conic fitting: New easy geometric method and revisiting sampson distance. In: Proceedings of the 4th IAPR Asian Conference on Pattern Recognition. Nanjing, China. 2017.
- 18 Arun K S, Huang T S, Blostein S D. Least-squares fitting of two 3-d point sets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, **5**: 698-700
- 19 Pomerleau F, Colas F, Siegwart R. A review of point cloud registration algorithms for mobile robotics. *Foundations and Trends in Robotics (FnTROB)*, 2015, **4**(1): 1-104
- 20 Kümmerle R, Grisetti G, Strasdat H, Konolige K, Burgard W.

G2o: A general framework for graph optimization. In: Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Shanghai, China: IEEE, 2011.



王 硕 北京化工大学自动化系硕士研究生. 2017 年获得北京化工大学自动化专业学士学位. 主要研究方向为图像处理与计算机视觉.

E-mail: 2017200698@mail.buct.edu.cn
(**WANG Shuo** Master student in the Automation Department, Bei-

jing University of Chemical Technology. He received his bachelor degree in the Automation Department, Beijing University of Chemical Technology in 2017. His research interest covers image processing and computer vision.)



祝海江 北京化工大学信息科学与技术学院教授. 2004 年获得中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室博士学位. 主要研究方向为图像处理与计算机视觉. 本文通信作者.

E-mail: zhuhj@mail.buct.edu.cn

(**ZHU Hai-Jiang** Professor of the College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology. He received his Ph.D. degree from the National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences in 2004. His research interest covers image processing and computer vision. Corresponding author of this paper.)



李和平 中国科学院自动化研究所副研究员. 2007 年获得中国科学院自动化研究所模式识别与智能系统方向博士学位. 主要研究方向为机器人导航, 实时三维重建与应用.

E-mail: heping.li@ia.ac.cn

(**LI He-Ping** Associate professor at the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. He received his Ph.D. degree in pattern recognition and intelligent system from the Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, in 2007. His research interest covers robot navigation, realtime 3D reconstruction and its application.)



吴毅红 中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室研究员. 2001 年获得中国科学院系统科学研究所数学机械化研究中心应用数学博士学位. 主要研究方向为图像匹配, 相机标定, 相机位姿估计, 三维重建, 同时定位与地图构建.

E-mail: yhwu@nlpr.ia.ac.cn

(**WU Yi-Hong** Professor at the National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. She received her Ph.D. degree in applied mathematics from the Mathematics Mechanization of Research Center, Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences in 2001. Her research interest covers image matching, camera calibration, camera pose determination, 3D reconstruction, and simultaneous localization and mapping.)