

# 基于一致性的分布式变结构多模型方法

王昱淇<sup>1</sup> 卢宙<sup>1</sup> 蔡云泽<sup>1</sup>

**摘要** 本文针对由雷达与红外组成的分布式传感器网络, 研究基于一致性的分布式变结构多模型方法 (Distributed variable structure multiple model, DVSM). 首先, 使用无迹信息滤波 (Unscented information filter, UIF) 解决系统非线性的问题, 然后, 将变结构交互式多模型 (Variable structure interacting multiple model, VSMM) 方法进行改进, 提出一类可应用于分布式状态估计的分布式变结构多模型 DVSM 方法. 仿真实验结果验证了该方法的有效性.

**关键词** 机动目标跟踪, 分布式状态估计, 分布式交互式多模型方法

**引用格式** 王昱淇, 卢宙, 蔡云泽. 基于一致性的分布式变结构多模型方法. 自动化学报, 2021, 47(7): 1548–1557

**DOI** 10.16383/j.aas.c190091

## Consensus-based Distributed Variable Structure Multiple Model

WANG Yu-Qi<sup>1</sup> LU Zhou<sup>1</sup> CAI Yun-Ze<sup>1</sup>

**Abstract** This paper proposed a distributed variable structure multiple model (DVSM) algorithm based on consensus theory in a distributed radar and infrared sensor system. Firstly, the unscented information filter (UIF) for nonlinear system is introduced. Secondly, according to improving the variable structure interacting multiple model (VSMM), the algorithm about consensus-based distributed variable structure multiple model is proposed to be applied in distributed sensor networks. The simulation results reveal that the DVSM is effective.

**Key words** Maneuvering target tracking (MTT), distributed estimation, distributed interacting multiple model

**Citation** Wang Yu-Qi, Lu Zhou, Cai Yun-Ze. Consensus-based distributed variable structure multiple model. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(7): 1548–1557

机动目标跟踪 (Maneuvering target tracking, MTT) 是状态估计领域的重要研究方向之一, 广泛应用于雷达跟踪、飞行目标监测、导航等领域. 目前机动目标跟踪方法的研究主要基于卡尔曼滤波 (Kalman filter, KF). 卡尔曼滤波是一种基于先验模型的估计方法, 要求先验模型准确, 即目标运动模式已知. 然而, 机动目标的机动性就体现在其运动模式未知且剧烈变化, 因此单模型方法难以有效解决机动目标跟踪问题. 基于多模型的跟踪方法是目前机动目标跟踪的重要研究领域. 以交互式多模型 (Interacting multiple model, IMM)<sup>[1]</sup> 为代表的多模型机动目标跟踪方法结合隐马尔科夫模型 (Hidden Markov models, HMM), 利用模型转移概率提高对机动目标的状态估计精度. IMM 方法采用模型集, 但 Li 认为实际模式空间与模型集合不一

定匹配, 且模型集合应适应外界条件变化, 并提出变结构多模型方法 (Variable structure multiple model, VSMM)<sup>[2–5]</sup>. 由于其良好的状态估计效果和灵活性, VSMM 方法被国内外学者广泛关注.

随着传感器、计算机和通信技术发展, 多传感器信息融合逐渐成为研究热点, 可分为集中式 (Centralized)、分布式 (Distributed) 与混合式 (Hierarchical) 三种融合架构<sup>[6]</sup>. 基于一致性的分布式融合架构无需融合中心, 具有通信带宽要求低、通信能量损耗低、且对复杂网络适应性强等优点, 日益受到国内外学者关注. 基于一致性的分布式状态估计包括多种实现形式, 例如卡尔曼一致滤波 (Kalman consensus filter, KCF)<sup>[7–9]</sup>、信息一致滤波 (Information consensus filter, ICF)<sup>[10–11]</sup> 等.

目前对一致性滤波的研究主要基于单模型方法, 主要关注传感器网络内丢包<sup>[12]</sup>、时延<sup>[13]</sup>、动态网络拓扑<sup>[14]</sup>、自适应一致性滤波<sup>[15]</sup>、网络能量优化<sup>[16]</sup> 以及带牵引控制<sup>[17]</sup> 等问题. 近年来, 考虑到多模型方法比单模型方法有更好的机动目标跟踪效果, Chisci 等学者结合多模型思想, 提出分布式交互式多模型估计方法 (Distributed interacting multiple model, DIMM)<sup>[18–20]</sup>. 虽然变结构交互式多模型比交互式多模型具有更好的跟踪精度, 但由于 VSMM 方法中

收稿日期 2019-02-18 录用日期 2019-12-02

Manuscript received February 18, 2019; accepted December 2, 2019

国家自然科学基金重大科研仪器研制项目 (61627810) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61627810)

本文责任编辑 朱纪洪

Recommended by Associate Editor ZHU Ji-Hong

1. 上海交通大学智能信息控制实验室 上海 200240

1. Intelligent Information Control Laboratory, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240

模型集随时可能扩增或删减, 难以直接应用于基于一致性的分布式估计方法, 因此目前已发表的相关研究成果不多。

本文重点研究如何将变结构多模型方法有效地引入分布式非线性状态估计方法, 具体研究内容如下: 首先为了解决量测方程非线性的问题, 研究了一类无迹信息滤波方法 (Unscented information filter, UIF); 通过对变结构多模型方法进行改进, 提出基于可能模型集的期望模式扩增方法 (Expected-mode augmentation based on likely model-set, EMA-LMS), 进而将 VSMM 应用于分布式状态估计, 提出分布式变结构多模型方法 (Distributed variable structure multiple model, DVSM). 仿真实验结果验证了本文提出方法的有效性。

## 1 问题模型

本节介绍分布式传感器网络的图论表示以及雷达和红外传感器的量测模型。

### 1.1 传感器网络模型

通常用图  $G = (V, E)$  对传感器网络建模。顶点集  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  表示网络中的传感器节点。如果传感器节点  $i$  和  $j$  可以通信, 则认为图中这两个节点之间存在边, 即  $(i, j) \in E$ 。邻接矩阵  $\mathbf{A}$  是  $n$  行  $n$  列的布尔矩阵, 记  $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ , 如式 (1) 所示:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \text{ or } i = j \end{cases} \quad (1)$$

记  $N_i = \{j : (v_i, v_j) \in E\}$  为传感器节点  $i$  可以通信的节点集,  $J_i = N_i \cup \{i\}$ 。如图 1 所示: 包含 6 节点的分布式传感器网络。

该传感器网络对应的邻接矩阵如式 (2) 所示:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 1.2 量测模型

本文研究二维平面内直接坐标系中的机动目标跟踪问题。记视线与直角坐标系  $x$  轴正方向的夹角记为方位角  $\theta$ , 传感器与目标的距离记为  $\rho$ 。雷达可获得目标距离  $\rho$  与方位角  $\theta$  量测值, 而红外传感器仅获得目标方位角  $\theta$ , 如图 2 所示。

构造极坐标  $(\rho, \theta)$  与二维平面上直角坐标描述  $(x, y)$  一一映射, 如式 (3) 所示, 方位角的范围须为

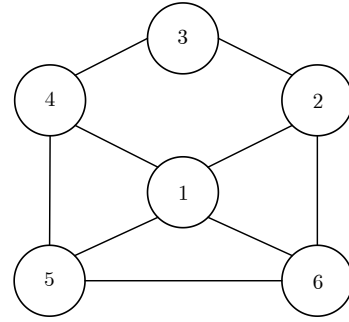


图 1 用无向图表示的传感器网络

Fig.1 A sensor network expressed by undirected graph

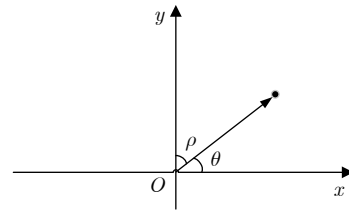


图 2 雷达和红外传感器量测模型

Fig.2 Measurement model of radar and infrared

$\theta \in [0, 2\pi)$  或  $\theta \in (-\pi, \pi]$ :

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

当  $\theta \in [0, 2\pi)$  时, 直角坐标  $(x, y)$  转换为极坐标  $(\rho, \theta)$  的映射关系如式 (4) 所示。

$$\rho = \sqrt{(x_t - x_s)^2 + (y_t - y_s)^2}$$

$$\theta = \begin{cases} \arctan \frac{y_t - y_s}{x_t - x_s}, & x_t - x_s > 0, y_t - y_s \geq 0 \\ \arctan \frac{y_t - y_s}{x_t - x_s} + 2\pi, & x_t - x_s > 0, y_t - y_s < 0 \\ \arctan \frac{y_t - y_s}{x_t - x_s} + \pi, & x_t - x_s < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x_t - x_s = 0, y_t - y_s > 0 \\ \frac{3\pi}{2}, & x_t - x_s = 0, y_t - y_s < 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $x_t$  和  $y_t$  表示目标位置;  $x_s$  和  $y_s$  表示传感器位置。式 (4) 中的映射关系不具有连续性, 即存在一组由奇异点构成射线  $y = 0, x > 0$ 。且目标方位角在该射线两侧发生突变, 导致目标方位角误差增大, 影响滤波器的状态估计结果。

为避免由反正切函数不连续引起的误差, 需判断映射关系是否奇异。

首先计算相邻两个时刻目标方位角的顺时针变

量  $\Delta\theta_{acw}$  与逆时针变量  $\Delta\theta_{cw}$ , 构造具有连续性的映射关系, 如式 (5) 所示, 计算方位角的变化量.

$$\theta_1 - \theta_2 = \begin{cases} 0, & \theta_1 - \theta_2 = 0 \\ \Delta\theta_{acw}, & \Delta\theta_{cw} > \Delta\theta_{acw} \\ -\Delta\theta_{cw}, & \Delta\theta_{cw} < \Delta\theta_{acw} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1 - \theta_2, & |\theta_1 - \theta_2| \leq \pi \\ 2\pi - |\theta_1 - \theta_2|, & \theta_1 - \theta_2 < -\pi \\ |\theta_1 - \theta_2| - 2\pi, & \theta_1 - \theta_2 > \pi \end{cases} \quad (5)$$

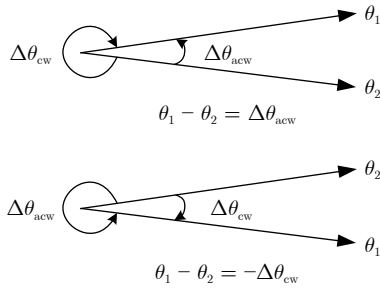


图 3  $\theta_1 - \theta_2$  的定义

Fig.3 Definition of  $\theta_1 - \theta_2$

## 2 无迹信息滤波

本节介绍下一节中 DVSM 方法所采用的无迹信息滤波 UIF<sup>[21]</sup> 原理. 无迹信息滤波与无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman filter, UKF) 均通过 Sigma 点采样计算状态向量的一阶矩与二阶矩, 区别在于 UIF 采用信息矩阵与信息状态向量进行量测更新.

设  $x$  为  $n$  维随机向量, 其均值和协方差分别为  $\bar{x}$  和  $P_x$ .  $f(\cdot)$  为非线性函数:

1) 计算  $2n+1$  个 Sigma 点  $\xi^i$ :

$$\begin{cases} \xi^i = \bar{x}, i = 0 \\ \xi^i = \bar{x} + (\sqrt{(n+\lambda)P_x})_i, i = 1, \dots, n \\ \xi^i = \bar{x} - (\sqrt{(n+\lambda)P_x})_{i-n}, i = n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\lambda$  为尺度参数;  $(\sqrt{(n+\lambda)P_x})_i$  表示用  $(n+\lambda)P_x$  平方根的第  $i$  行或第  $i$  列来构造 Sigma 点<sup>[22-24]</sup>.

2) 每个 Sigma 点通过非线性函数传播, 得到  $y^i$ :

$$y^i = f(\xi^i), \quad i = 0, \dots, 2n \quad (7)$$

3) 计算  $y$  的均值  $\bar{y}$  和协方差  $P_y$ .

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} W_s^i y^i$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{2n} W_c^i (y^i - \bar{y})(y^i - \bar{y})^T \quad (8)$$

式中,  $W_s^i$  和  $W_c^i$  为加权系数<sup>[22-23]</sup>.

设离散时间非线性系统的状态方程和量测方程如式 (9) 所示:

$$\begin{aligned} x_k &= f_{k-1}(x_{k-1}) + w_k \\ z_k &= h_k(x_k) + v_k \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $x_k$  表示目标状态向量;  $z_k$  表示传感器量测向量;  $f_k(\cdot)$  和  $h_k(\cdot)$  分别表示非线性的状态函数和量测函数;  $w_k \sim N(0, Q_k)$  表示过程噪声;  $v_k \sim N(0, R_k)$  表示量测噪声.

假设上一时刻的状态估计  $\hat{x}_{k-1|k-1}$  和估计协方差矩阵  $P_{k-1|k-1}$  已知, 状态向量维度为  $L$ , 量测向量维度为  $M$ . 则 UIF 的一步状态预测与量测更新过程如下:

1) 一步状态预测

由式 (6), 计算  $\hat{x}_{k-1|k-1}$  周围的 Sigma 点  $x_{k-1|k-1}^i$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2L$ . 计算  $x_{k-1|k-1}^i$  经过状态转移函数  $f_{k-1}(\cdot)$  传递后的  $x_{k|k-1}^i$ . 由式 (10) 计算状态预测  $\hat{x}_{k|k-1}$  和状态预测协方差  $P_{k|k-1}$ :

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_s^i x_{k|k-1}^i$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_c^i (x_{k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1})(x_{k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_k \quad (10)$$

计算先验信息向量  $\hat{y}_{k|k-1}$  和对应的信息矩阵  $Y_{k|k-1}$ :

$$\hat{y}_{k|k-1} = P_{k|k-1}^{-1} \hat{x}_{k|k-1}$$

$$Y_{k|k-1} = P_{k|k-1}^{-1} \quad (11)$$

2) 量测更新

计算  $x_{k|k-1}^i$  在量测函数下的映射  $g_k^i$ :

$$g_k^i = h_k(x_{k|k-1}^i), \quad i = 0, 1, \dots, 2L \quad (12)$$

计算量测预测  $\hat{z}_k$ :

$$\hat{z}_k = \sum_{i=0}^{2L} W_s^i g_k^i \quad (13)$$

计算量测预测和状态-量测协方差矩阵:

$$P_{z_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i (g_k^i - \hat{z}_k)(g_k^i - \hat{z}_k)^T + R_k$$

$$P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_c^i (x_{k|k-1}^i - \hat{x}_{k|k-1})(g_k^i - \hat{z}_k)^T \quad (14)$$

引入伪测量矩阵计算信息状态贡献  $i_k$  和对应的信息矩阵  $I_k$ <sup>[21]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{P}_{x_k z_k} \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{P}_{x_k z_k}^{\top} \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \\ i_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1} \mathbf{P}_{x_k z_k} \mathbf{R}_k^{-1} \left( z_k - \hat{z}_k + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{P}_{x_k z_k}^{\top} \left( \mathbf{P}_{k|k-1}^{\top} \right)^{-1} \hat{x}_{k|k-1} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

通过  $i_k$  和  $\mathbf{I}_k$  计算后验信息向量  $\hat{y}_{k|k}$  和对应的信息矩阵  $\mathbf{Y}_{k|k}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{k|k} &= \mathbf{Y}_{k|k-1} + \mathbf{I}_k \\ \hat{y}_{k|k} &= \hat{y}_{k|k-1} + i_k \end{aligned} \quad (16)$$

由式 (17) 计算状态估计  $\hat{x}_{k|k}$  和状态估计协方差  $\mathbf{P}_{k|k}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{Y}_{k|k}^{-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \mathbf{Y}_{k|k}^{-1} \hat{y}_{k|k} \end{aligned} \quad (17)$$

考虑到第 1.2 节所述的方位角突变的问题, 需要按照如下两个步骤修改 UIF:

将式 (13) 改为直接用  $\hat{x}_{k|k-1}$  来计算  $\hat{z}_k$ :

$$\hat{z}_k = h_k(\hat{x}_{k|k-1}) \quad (18)$$

将式 (14)、(15) 中  $g_k^i - \hat{z}_k$  和  $z_k - \hat{z}_k$  中的方位角相减都用式 (5) 的角度相减代替。

### 3 分布式变结构多模型方法

本节将分析变结构多模型方法应用在分布式状态估计所面临的关键问题。通过结合期望模式扩增方法和可能模型集方法, 提出基于可能模型集的期望模式扩增方法 EMA-LMS 与分布式变结构多模型跟踪方法 DVSM。M。

#### 3.1 VSMM 方法在分布式估计的关键问题

在 DIMM<sup>[18-20]</sup> 方法框架下, 将每个模型对应的预测信息或传感器后验估计信息与通信邻域中其他传感器对应模型中的信息进行一致性加权融合, 如图 4 所示:

图 4 中, 每个传感器具有相同的交互式多模型集, 且模型数量为  $M$ 。假设传感器  $s$  和  $j$  相邻, 本地传感器与相邻传感器进行一致性加权融合, 其变量可分为三类: 1) 本地先验信息向量  $\hat{y}_{k|k-1}$  及其对应的信息矩阵  $\mathbf{Y}_{k|k-1}$ ; 2) 本地信息状态贡献  $i_k$  和对应的信息矩阵  $\mathbf{I}_k$ <sup>[18]</sup>; 3) 本地后验信息向量  $\hat{y}_{k|k}$  和对应的信息矩阵  $\mathbf{Y}_{k|k}$ <sup>[19]</sup>。此外, 分布式交互式多模型方法将对每个模型下的模型似然对数与相邻传感器对应模型下的模型似然对数进行一致性加权融合<sup>[18]</sup>。

但上述 DIMM 方法框架并不适用于分布式变结构交互式多模型方法。VSMM 方法中不同时刻模型集的种类与数量可能不同。即在每个方法周

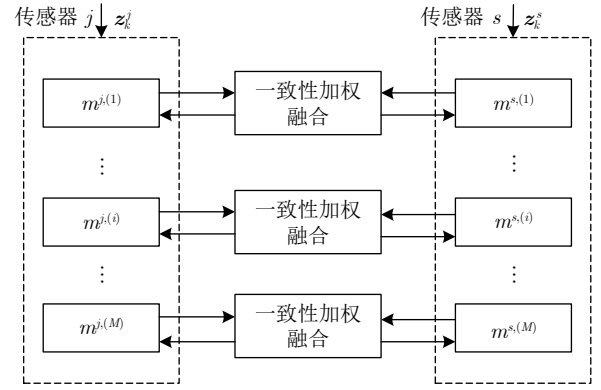


图 4 交互模型预测信息的 DIMM 方法示意图  
Fig.4 Diagram of DIMM with mode-matched PDFs

期内, 每个传感器所使用的模型可能不一样。因此实现分布式 VSMM 方法主要有面临两个难点:

1) 信息滤波器中先验及后验的信息向量  $y_k$ 、对应的信息矩阵  $\mathbf{Y}_k$  和多模型方法中的模型似然都依赖于模型和传感器本地量测向量  $z_k$  来计算。由于 VSMM 方法每个时刻使用的模型种类和数量都在变化, 因此无法像分布式 IMM 方法那样对每个模型对应的这些信息使用一致性加权融合。

2) 在线性系统中与非线性系统中, 信息状态贡献  $i_k$  和对应的信息矩阵  $\mathbf{I}_k$  的计算不但依赖于本地量测  $z_k$ , 也依赖于模型。

如图 5 所示, 每个传感器每个时刻所交互的模型不同 (VSMM 方法核心特点), 因此无法采用 DIMM 方法的思路实现分布式状态估计。

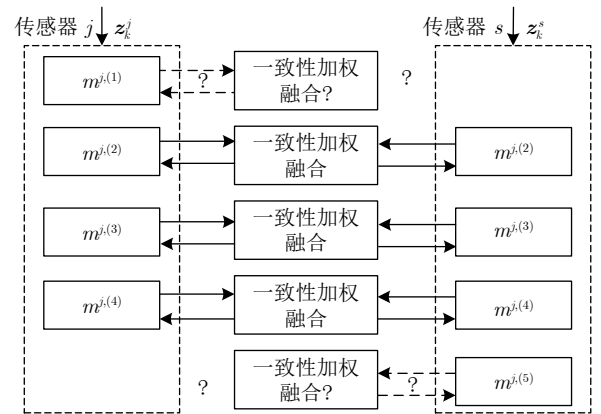


图 5 分布式变结构多模型方法面临难题  
Fig.5 The difficulty in achieving DVSM

#### 3.2 分布式变结构多模型方法

由于 VSMM 方法在不同时刻选用不同的模型集进行交互, 因此难以在相邻传感器之间直接交互模型的信息向量和信息矩阵。为解决这一问题, 本

文对 Li 提出的 VSMM 方法结合无迹信息滤波 UIF 进行改进, 提出分布式变结构多模型跟踪方法 (DVSMM). 通过在相邻传感器之间直接传递量测向量, 并在每个传感器内部平行计算采用不同模型的 UIF 对应的信息向量、信息矩阵和模型似然函数, 最后进行一致性加权融合. DVSMM 具体方法如下:

假设本地传感器为传感器  $s$ , 通过 MSA 方法可得  $k$  时刻本地用于状态估计的新模型集合  $M_k^s$ . 假设每个方法周期开始时, 每个传感器已经向相邻的传感器发送本时刻自身的本地量测  $z_k$  和位置  $p_k$ , 且每个传感器可知其他传感器量测向量来自的传感器类型 (雷达或红外). 记  $J_s = N_s \cup \{s\}$ , 则传感器  $s$  在本方法周期可用的传感器量测为  $\{z_k^m\}, m \in J_s$ .

对模型  $i$ , 目标的状态转移方程为:

$$x_k = f_{k-1}^{(i)}(x_{k-1}) + w_k^{(i)} \quad (19)$$

式中,  $w_k^{(i)}$  为过程噪声,  $w_k^{(i)} \sim N(0, Q_k^{(i)})$ .

传感器  $s$  的量测方程为:

$$z_k^s = h_k^s(x_k) + v_k^s \quad (20)$$

式中,  $v_k^s$  为量测噪声,  $v_k^s \sim N(0, R_k^s)$ .

假设  $k-1$  时刻基于  $M_{k-1}^s$  的本地目标状态估计  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{s,(j)}$ 、状态估计误差协方差  $P_{k-1|k-1}^{s,(j)}$  模型概率  $\mu_{k-1}^{s,(j)}$ ,  $m^{(j)} \in M_{k-1}^s$  均已知. 分布式变结构多模型方法的模型集合  $[M_k^s, M_{k-1}^s]$  包括  $J_s = \{N_s \cup s\}$  中所有传感器的量测信息  $\{z_k^m\}, m \in J_s$ , 以及一致性加权融合过程.

在  $k$  时刻, 传感器  $s$  内模型集合  $[M_k^s, M_{k-1}^s]$  的一步预测和量测更新方法流程如下 ( $\pi_{ij}$  为模型转移概率):

1) 模型交互 (对  $\forall m^{(i)} \in M_k^s$ )

计算模型预测概率:

$$\mu_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{m^{(j)} \in M_{k-1}^s} \pi_{ji} \mu_{k-1|k-1}^{(j)} \quad (21)$$

计算交互权重:

$$\mu_{k-1}^{j|i} = \pi_{ji} \frac{\mu_{k-1|k-1}^{(j)}}{\mu_{k|k-1}^{(i)}} \quad (22)$$

计算交互估计和方差:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k-1|k-1}^{s,(i)} &= \sum_{m^{(j)} \in M_{k-1}^s} \hat{x}_{k-1|k-1}^{s,(j)} \mu_{k-1}^{s,j|i} \times \\ \bar{P}_{k-1|k-1}^{s,(i)} &= \sum_{m^{(j)} \in M_{k-1}^s} \mu_{k-1}^{j|i} \left[ P_{k-1|k-1}^{s,(j)} + \right. \\ &\quad \left. \left( \bar{x}_{k-1|k-1}^{s,(i)} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{s,(j)} \right) \left( \bar{x}_{k-1|k-1}^{s,(i)} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{s,(j)} \right)^T \right] \quad (23) \end{aligned}$$

2) 模型条件滤波 (对  $\forall m^{(i)} \in M_k^s$ )

分布式变结构多模型的模型集合  $[M_k^s, M_{k-1}^s]$  使用了  $J_s$  中所有传感器的量测信息  $\{z_k^m\}, m \in J_s$ .

状态预测:

由式 (6), 计算  $\bar{x}_{k-1|k-1}^{s,(i)}$  的 Sigma 点  $x_{k-1|k-1}^{s,l,(i)}$  ( $l = 0, 1, \dots, 2L$ ,  $L$  为状态向量维度). 然后计算 Sigma 点  $x_{k-1|k-1}^{s,l,(i)}$  经过状态函数  $f_{k-1}^{(i)}$  传递后得到的  $x_{k|k-1}^{s,l,(i)}$ . 于是可以如式 (10) 计算得到模型  $i$  下的状态预测  $\hat{x}_{k|k-1}^{s,(i)}$  和状态预测协方差  $P_{k|k-1}^{s,(i)}$ . 然后得到模型  $i$  下先验信息向量  $\hat{y}_{k|k-1}^{s,(i)}$  和对应的信息矩阵  $Y_{k|k-1}^{s,(i)}$ .

量测更新:

利用多个传感器量测  $\{z_k^m\}, m \in J_s$  进行量测更新. 分别计算这些来自不同传感器的量测向量对应每个模型的信息状态贡献、信息矩阵以及模型似然函数, 然后进行一致性加权融合. 具体步骤如下:

对每个  $\{z_k^m\}, m \in J_s$  计算  $x_{k|k-1}^{s,l,(i)}$  经过量测函数  $h_k^m(\cdot)$  传播后的 Sigma 点  $g_{k|k-1}^{s,m,l,(i)}$ , 由式 (14) 得到  $P_{z_k z_k}^{s,m,(i)}$  和  $P_{x_k z_k}^{s,m,(i)}$ . 然后计算量测预测  $\hat{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)}$  和残差  $\tilde{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)}$ :

$$\begin{aligned} \hat{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)} &= h_k^m(\hat{x}_{k|k-1}^{s,(i)}) \\ \tilde{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)} &= z_k^{s,m} - \hat{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)} \quad (24) \end{aligned}$$

计算可得量测  $z_k^m$  和模型  $m^{(i)}$  对应的信息状态贡献与信息矩阵:

$$\begin{aligned} i_k^{s,m,(i)} &= \left( P_{k|k-1}^{s,(i)} \right)^{-1} P_{x_k z_k}^{s,m,(i)} (R_k^m)^{-1} \times \\ &\quad \left( \tilde{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)} + \left( P_{x_k z_k}^{s,m,(i)} \right)^T \left( P_{k|k-1}^{s,(i)} \right)^{-T} \hat{x}_{k|k-1}^{s,(i)} \right) \\ I_k^{s,m,(i)} &= \left( P_{k|k-1}^{s,(i)} \right)^{-1} P_{x_k z_k}^{s,m,(i)} (R_k^m)^{-1} \times \\ &\quad \left( P_{x_k z_k}^{s,m,(i)} \right)^T \left( P_{k|k-1}^{s,(i)} \right)^{-T} \quad (25) \end{aligned}$$

计算量测  $z_k^m$  和模型  $m^{(i)}$  下的模型似然函数:

$$L_k^{s,m,(i)} = \frac{\exp \left( \frac{-\left( \tilde{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)} \right)^T \left( P_{z_k z_k}^{s,m,(i)} \right)^{-1} \tilde{z}_{k|k-1}^{s,m,(i)}}{2} \right)}{\sqrt{(2\pi)^{N^m} |P_{z_k z_k}^{s,m,(i)}|}} \quad (26)$$

式中,  $N^m$  为传感器  $m$  的量测向量维度;  $|\cdot|$  表示矩阵的行列式.

对模型似然求对数

$$\Lambda_k^{s,m,(i)} = \ln \left( L_k^{s,m,(i)} \right) \quad (27)$$

至此, 获得模型  $m^{(i)}$  下, 关于  $J_s$  内的所有量测数据  $\{z_k^m\}, m \in J_s$  的信息状态贡献、对应的信息矩

阵和模型似然的对数  $\{i_k^{s,m,(i)}, I_k^{s,m,(i)}, \Lambda_k^{s,m,(i)}\}_{m \in J_s}$ .

进行一致性加权融合:

$$i_k^{s,(i)} = i_k^{s,s,(i)} - \sum_{n \in N_s} w_{sn} (i_k^{s,s,(i)} - i_k^{s,n,(i)})$$

$$I_k^{s,(i)} = I_k^{s,s,(i)} - \sum_{n \in N_s} w_{sn} (I_k^{s,s,(i)} - I_k^{s,n,(i)})$$

$$\Lambda_k^{s,(i)} = \Lambda_k^{s,s,(i)} - \sum_{n \in N_s} w_{sn} (\Lambda_k^{s,s,(i)} - \Lambda_k^{s,n,(i)}) \quad (28)$$

式中,  $w$  为一致性加权系数. 常用的一致性加权系数有最大度加权和 Metropolis 加权<sup>[25]</sup>, 本文采用 Metropolis 加权系数.

恢复模型似然函数  $L_k^{s,(i)} = \exp(\Lambda_k^{s,(i)})$ .

更新每个模型下的信息向量和信息矩阵更新:

$$\hat{y}_{k|k}^{s,(i)} = \hat{y}_{k|k-1}^{s,(i)} + i_k^{s,(i)}$$

$$Y_{k|k}^{s,(i)} = Y_{k|k-1}^{s,(i)} + I_k^{s,(i)} \quad (29)$$

进而得到每个模型下的状态估计和状态估计协方差:

$$P_{k|k}^{s,(i)} = (Y_{k|k}^{s,(i)})^{-1}$$

$$\hat{x}_{k|k}^{s,(i)} = (Y_{k|k}^{s,(i)})^{-1} \hat{y}_{k|k}^{s,(i)} \quad (30)$$

至此, DVSM 方法具有明确的输入和输出结构与递推公式:

$$[M_k^s, M_{k-1}^s] : \left\{ \hat{x}_{k|k}^{i|M_k^s}, P_{k|k}^{i|M_k^s}, L_k^{i|M_k^s}, \mu_{k|k-1}^{i|M_k^s} \right\} =$$

$$\left( \hat{x}_{k-1|k-1}^{i|M_{k-1}^s}, P_{k-1|k-1}^{i|M_{k-1}^s}, \mu_{k-1|k-1}^{i|M_{k-1}^s}, \{z_k^m\}_{m \in J_s} \right) \quad (31)$$

每个传感器通过与临近传感器交互量测信息及传感器位置, 通过计算  $[M_k^s, M_{k-1}^s]$  和  $[M_k^{s,1}, M_k^{s,2}; M_{k-1}^s]$ <sup>[9]</sup>, 即可将各种单传感器下的 VSMM 机动目标跟踪方法迁移到传感器网络中, 进行分布式状态估计.

DVSM 更新模型集方法流程如图 6 所示.

### 3.3 基于可能模型集的期望模式扩增方法

VSMM 方法所使用的模型集合随时可能扩增和删减, 其核心在于模型集自适应方法 (Model-set adaptation, MSA)<sup>[3]</sup> 和基于模型集序列状态估计方法 (Model-set sequence conditioned estimation, MSE)<sup>[2, 25]</sup>. 目前, 模型集自适应方法包括可能模型集 (Likely-model set, LMS) 方法<sup>[4]</sup>、期望模式扩增 (Expected-mode augmentation, EMA) 方法<sup>[5]</sup>等. 其中, LMS 方法根据模型概率, 在一个包含较多模型的模型集中选择部分模型来参与滤波估计, 能够减少每个方法周期参与滤波的模型数量, 降低多模型方法的计算量. EMA 方法适用于模型具有可加性, 模式空间连续的情况. 它在每个方法周期对已有的模型求加权和 (权值为模型概率), 计算得到期望模型, 并把期望模型扩增到模型集中参与滤波估计. 当目标的运动模式不落在基础模型上时, 能够显著改善跟踪效果. 而当目标的运动模式恰好落在基础模型上时, 跟踪效果相较于 IMM 方法有所下降. EMA 方法取决于模型集的准确程度, 若目标运动模式恰好符合模型集, EMA 方法跟踪效果. 然而, 考虑到实际条件下目标真实运动模式未知且难

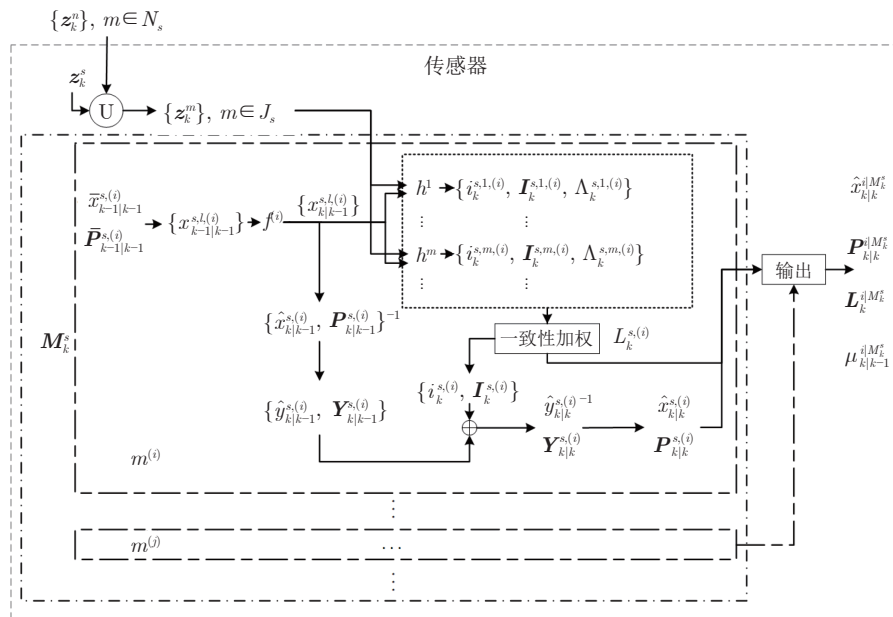


图 6 DVSM 更新模型集方法流程图  
Fig.6 Diagram of DVSM updating model set

以预测, 大部分情况下目标真实运动模式并不符合 EMA 模型集.

针对目标真实运动模式未知且难以预测的问题, 本节提出基于可能模型集的期望模式扩增方法 EMA-LMS, 并通过仿真分析及仿真实验结果说明分布式 DVSM 方法框架的通用性和易于实现的特点.

EMA-LMS 方法的优点在于, 既能够达到 EMA 方法跟踪精度, 又能降低每个时刻参与滤波的模型数量, 即降低运算时间复杂度. 本文提出的 DVSM 方法通过拓展 VSMM 的输入, 将本地传感器的量测信息拓展为通信邻域内其他传感器的所有量测信息, 并进行一致性融合估计.

EMA-LMS 方法流程如下:

1) 当  $k+1$  时刻, 首先计算模型概率  $\{\mu_{k|k-1}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M_{k-1}}$  与  $E_k = [M_{k-1}; M^1, \dots, M^q]$  扩展后的模型集, 并计算  $\{\hat{x}_{k|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in E_k}$ . 令  $M^f = M_{k-1} - E_{k-1}$ , 由  $[M^f, M_{k-1}]$  计算可得  $\{\hat{x}_{k|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M^f}$ .

2) 根据  $\{\mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M^f}$ , 将模型  $M^f$  分为可能模型  $M_p$  ( $\mu_{k|k}^{(i)} > t_2$ )、重要模型  $M_s$  ( $t_1 \leq \mu_{k|k}^{(i)} \leq t_2$ )、不太可能模型  $M_u$  ( $\mu_{k|k}^{(i)} \leq t_1$ ). 统计与  $M_p$  毗邻 (转移概率不为 0) 的模型集合  $M_a$ , 令本时刻需要删除的候选基础模型为  $M_d = M_u \cup \bar{M}_a$ .

3) 统计与  $M_p$  毗邻 (转移概率不为 0) 的模型集合  $M_a$ , 得到本时刻需要添加的基础模型  $M_n = M_a \cap \bar{M}_k$ . 本时刻需要删除的候选基础模型  $M_d = M_u - M_a$ .

4) 若  $M_n = \emptyset$ , 转到第 5) 步. 否则计算  $[M_n, M_{k-1}]$ , 得到  $M_n$  各模型状态估计值、协方差和模型概率:  $\{\hat{x}_{k|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M_n}$ . 然后进行期望模型的再次更新, 计算估计融合  $[M^f, M_n, E_k; M_{k-1}]$ , 由得到的模型概率计算新的期望模型  $E'_k$ . 再计算一致性融合估计  $[M^f, M_n, E'_k; M_{k-1}]$ , 得到本算法周期的总体估计结果  $\{\hat{x}_{k|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in (M^f \cup M_n \cup E'_k)}$ . 并令  $M_k = M^f \cup M_n \cup E'_k$ , 且记  $E_k = E'_k$ .

5) 输出本时刻的估计融合结果  $\{\hat{x}_{k|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k}^{(i)}, \mu_{k|k}^{(i)}\}_{m^{(i)} \in M_k}$ . 若  $M_d = \emptyset$ , 返回 S1; 否则, 令  $M_{k+1} =$

$M_k$ , 并从  $M_{k+1}$  中删掉  $M_d$  中具有更小概率的那些模型, 直到  $M_d$  中所有模型被删完或  $|M_{k+1}| = K$ .

## 4 仿真分析

本节通过仿真分析说明本文提出的 DVSM 方法的有效性. 考虑一个雷达和红外传感器网络, 所有传感器在仿真过程中始终能观察到目标.

通过 4 种方法验证本文提出的分布式 VSMM 框架的有效性. DIMM1 和 DIMM2 分别使用了文献 [18] 和 [19] 的分布式 IMM 方法框架. DIMM3 表示用本文提出的 DVSM 框架实现的分布式 IMM 方法. DEMA-LMS 为用本文提出的 DVSM 框架实现的分布式 EMA-LMS.

假设目标为二维平面机动目标, 目标的状态变量为  $x = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]^T$ ,  $x$  与  $y$  分别表示目标在  $x$  轴、 $y$  轴方向上的位置,  $\dot{x}$  与  $\dot{y}$  分别表示目标在  $x$  轴、 $y$  轴方向上的速度. 目标状态转移方程如式 (32) 所示:

$$x_{k+1} = \mathbf{F}_k x_k + \mathbf{G}_k u_k + \mathbf{\Gamma}_{k+1} w_{k+1} \quad (32)$$

式中,  $u_k = [a_x \ a_y]^T$  为目标加速度, 可以进行阶跃变化;  $w_k$  为过程噪声,  $w_k \sim N(0, Q_k)Q_k$ ;  $\mathbf{F}_k$  表示状态转移矩阵;  $\mathbf{G}_k$  为加速度输入矩阵;  $\mathbf{\Gamma}_k$  为噪声传递矩阵.

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_{2 \times 2} \otimes \mathbf{F}, \quad \mathbf{G}_k = \mathbf{\Gamma}_k = \mathbf{I}_{2 \times 2} \otimes \mathbf{G}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中,  $T$  为采样周期;  $\mathbf{I}_{2 \times 2}$  表示二阶单位矩阵;  $\otimes$  表示矩阵的直积.

目标初始状态  $x_0 = [0 \ 1500 \ 0 \ 1500]^T$ , 过程噪声方差  $Q_k = \text{diag}\{0.01, 0.01\}$ . 仿真时长为 300s,  $T = 1$  s. 目标运动加速度输入如表 1 所示:

仿真中使用的基础模型集均为文献 [4] 中包含 13 个模型的基础模型集, 是具有固定加速度输入的二维 CV 模型. 对于模型  $j$ , 目标状态转移方程为:

$$x_{k+1} = \mathbf{F}_k^{(j)} x_k + \mathbf{G}_k^{(j)} u_k^{(j)} + \mathbf{\Gamma}_k^{(j)} w_k^{(j)} \quad (34)$$

式中,  $\mathbf{F}_k^{(j)}$ 、 $\mathbf{G}_k^{(j)}$ 、 $\mathbf{\Gamma}_k^{(j)}$  的含义与式 (33) 相同. 模型之间的区别只在于加速度输入  $u_k^{(j)}$  不同. 基础模型集中不同模型的加速度输入如式 (35) 和图 7 所示:

仿真中在基础模型集中使用的模型转移概率矩阵  $\mathbf{G}_k^{(j)}$  如式 (36) 所示:

表 1 目标运动模式的变化  
Table 1 Target mode switching

时间 $k$	1 ~ 50	50 ~ 100	100 ~ 150	150 ~ 200	200 ~ 250	250 ~ 300
加速度 $u_k$	$[0, 0]^T$	$[0, -20]^T$	$[0, 0]^T$	$[10, 10]^T$	$[-10, -10]^T$	$[10, 10]^T$





$$\hat{x}_{k|k}^{av} = \frac{1}{N} \sum_{i \in V} \hat{x}_{k|k}^i, \hat{x}_{k|k}^{av} = \frac{1}{N} \sum_{i \in V} \hat{x}_{k|k}^i$$

$$\hat{y}_{k|k}^{av} = \frac{1}{N} \sum_{i \in V} \hat{y}_{k|k}^i, \hat{y}_{k|k}^{av} = \frac{1}{N} \sum_{i \in V} \hat{y}_{k|k}^i \quad (39)$$

进行 50 次蒙特卡洛重复试验, 三种方法的一致性权值都使用 Metropolis 加权. 仿真结果如图 9 ~ 图 12 所示:

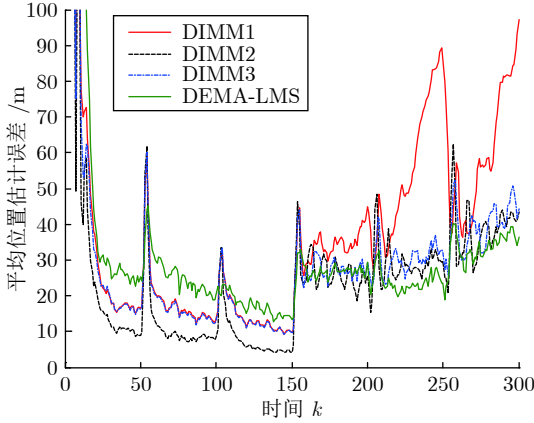


图 9 平均位置估计误差

Fig.9 Average position estimation error

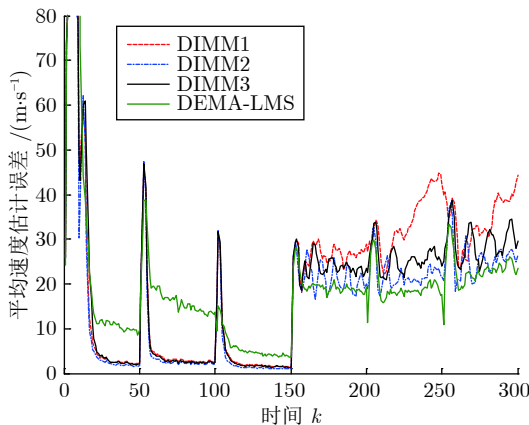


图 10 平均速度估计误差

Fig.10 Average velocity estimation error

在图 9 ~ 12 中所示仿真实验结果中, 当  $k < 150$  时, 目标运动模式突变前后均符合 EMA 方法 13 个基础模型. 而当  $150 < k < 300$  时, 目标运动模式不符合 EMA 基础模型. 对比上述 4 种分布式跟踪方法, 结论如下:

1) 尽管 EMA-LMS 方法比较复杂, 包含很多的模型扩增和删除步骤, 但还是能非常方便地将其应用于分布式状态估计中, 说明了本文提出的分布式 VSMM 方法的有效性;

2) 当目标的运动模式落在基础模型上时, 通过 DVSSMM 实现的分布式 IMM 与信息状态贡献和对

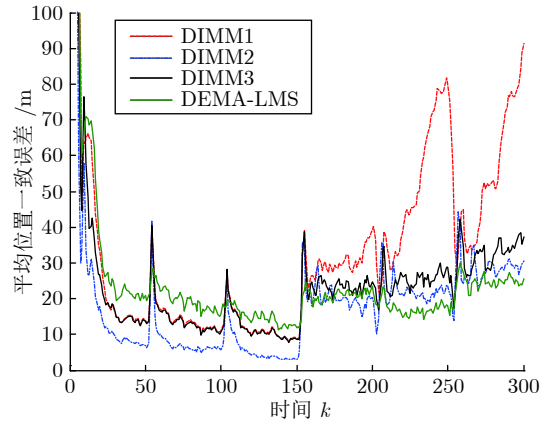


图 11 平均位置估计一致性误差

Fig.11 Average position estimation consensus error

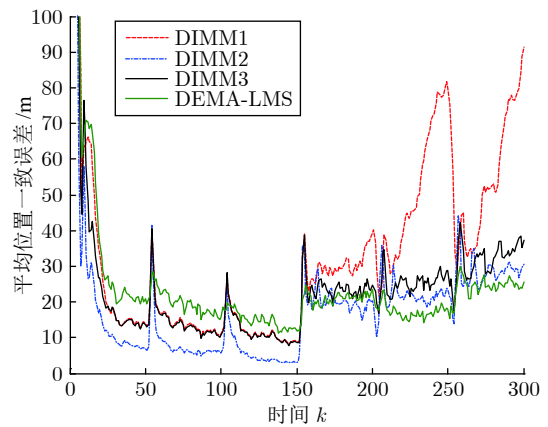


图 12 平均速度估计一致性误差

Fig.12 Average velocity estimation consensus error

应的信息矩阵一致的分布式 IMM 方法效果类似;

3) 当目标的运动模式落在基础模型间隙时, 使用 DVSSMM 方法实现的分布式 IMM 在运动模式位于基础模型间隙时效果比两种分布式 IMM 方法更好;

4) EMA-LMS 方法运用在分布式状态估计中, 效果显著, 体现在当目标的运动模式落在基础模型间隙时, 具有高于另外三种方法的状态估计准确性和一致性.

通过上述仿真实验结果与分析, 验证了本文提出的分布式 VSMM 方法的有效性. 相比于分布式 IMM 方法, 分布式 VSMM 能够根据需要灵活调整模型集结构, 具备更好的适应性和状态估计效果.

## 5 结论

本文根据一致性理论, 对变结构交互式多模型方法进行改进, 与无迹信息滤波相结合, 提出基于一致性的分布式变结构多模型状态估计方法框架.

本文方法能够在基于一致性的分布式状态估计中引入各种已有的变结构多模型方法, 具有良好的跟踪精度和状态估计一致性。

## References

- 1 Blom H A P. An efficient filter for abruptly changing systems. In: Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, USA, 1984. 656–658
- 2 Li X R. Model-set sequence-conditioned estimation for variable-structure MM estimation. In: Proceedings of Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, United States, 1998. 546–558
- 3 Li X R. Multiple-model estimation with variable structure. II. Model-set adaptation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(11): 2047–2060
- 4 Li X R, Zhang Y M. Multiple-model estimation with variable structure. V. Likely-model set algorithm. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, **36**(2): 448–466
- 5 Li X R, Jilkov V P, Ru J. Multiple-model estimation with variable structure - Part VI: Expected-mode augmentation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(3): 853–867
- 6 Xiong N, Svensson P. Multi-sensor management for information fusion: issues and approaches. *Information fusion*, 2002, **3**(2): 163–186
- 7 Carli R, Chiuso A, Schenato L. Distributed Kalman filtering based on consensus strategies. *IEEE Journal on Selected Areas In Communications*, 2008, **26**(4): 622–633
- 8 Olfati-Saber R. Distributed Kalman filtering for sensor networks. In: Proceedings of 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 2007. 5492–5498
- 9 Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, Seville, Spain, 2005. 8179–8184
- 10 Casbeer D W, Beard R. Distributed information filtering using consensus filters. In: Proceedings of American Control Conference, Saint Louis, USA, 2009. 1882–1887
- 11 Casbeer D W, Beard R. Multi-static radar target tracking using information consensus filters. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, USA, 2009. 6223–6232
- 12 Stanković S S, Stanković M S, Stipanović D M. Consensus based overlapping decentralized estimation with missing observations and communication faults. *Automatica*, 2009, **45**(6): 1397–1406
- 13 Lin P, Jia Y, Li L. Distributed robust  $H_\infty$  consensus control in directed networks of agents with time-delay. *Systems & Control Letters*, 2008, **57**(8): 643–653
- 14 Spanos D P, Olfati-Saber R, Murray R M. Dynamic consensus on mobile networks. In: Proceedings of International Federation of Automatic Control, Prague, Czech Republic, 2005. 1–6
- 15 Xi Feng, Liu Zhong. Distributed Kalman filter with information matrix weighted consensus strategies. *Information and Control*, 2010, **39**(2): 194–199
- 16 Shi L, Johansson K H, Murray R M. Change sensor topology when needed: How to efficiently use system resources in control and estimation over wireless networks. In: Proceedings of 46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 2007. 5478–5485
- 17 Yu W, Chen G, Wang Z. Distributed consensus filtering in sensor networks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics*, 2009, **39**(6): 1568–1577
- 18 Li W, Jia Y. Consensus-based distributed multiple model UKF for jump Markov nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **57**(1): 227–233
- 19 Ding Z, Liu Y, Liu J. Adaptive interacting multiple model algorithm based on information-weighted consensus for maneuvering target tracking. *Sensors*, 2018, **18**(7): 2012–2035
- 20 Fantacci C, Battistelli G, Chisci L. Multiple-model algorithms for distributed tracking of a maneuvering target. In: Proceedings of 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, Singapore, 2012. 1028–1035
- 21 Lee D J. Nonlinear estimation and multiple sensor fusion using unscented information filtering. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, **15**: 861–864
- 22 Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 477–482
- 23 Wan E A, Van D M R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In: Proceedings of Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium, Lake Louise, Canada, 2000. 153–158
- 24 Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1255–1321
- 25 Xiao L, Boyd S, Lall S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus. In: Proceedings of International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, Boise, USA, 2005. 63–70



**王昱淇** 上海交通大学电子信息与电器工程学院智能信息控制实验室博士研究生。主要研究方向为分布式多传感器网络, 机动目标跟踪。

E-mail: wangyuqi@sjtu.edu.cn

(**WANG Yu-Qi** Ph.D. candidate at the Intelligent Information Control

Laboratory (IIC Lab), School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers distributed multi-sensor networks and maneuvering target tracking.)



**卢宙** 上海交通大学电子信息与电器工程学院智能信息控制实验室硕士研究生。主要研究方向为非线性滤波与机动目标跟踪。

E-mail: luzhou\_sjtu@163.com

(**LU Zhou** Master student at the Intelligent Information Control Laboratory (IIC Lab), School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. His research interest covers nonlinear system estimation and maneuvering target tracking.)



**蔡云泽** 上海交通大学电子信息与电器工程学院研究员。主要研究方向为机动目标跟踪, 复杂网络滤波, 信息融合与计算机视觉。本文通信作者。

E-mail: fuhp@sjtu.edu.cn

(**CAI Yun-Ze** Professor at the School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. Her research interest covers target tracking, estimation in complex networks, information fusion, and computer vision. Corresponding author of this paper.)