

分数阶 PID 扭矩控制在边驱耦合轻轨车辆的应用研究

戚壮¹ 张文莲² 王美琪¹ 刘鹏飞¹ 刘永强¹

摘要 边驱耦合独立轮对 (Independently rotating wheelset, IRW) 技术是 100% 低地板轻轨车 (Low floor tram, LFT) 的关键技术之一, 边驱电机的扭矩控制策略直接影响轻轨车的动力学性能。本文基于 5 自由度独立轮对的轨行机理, 搭建了考虑边驱传动系统的单节轻轨车动力学模型。应用了一种分数阶 PID (Fractional order PID, FOPID) 扭矩控制策略, 优化了车辆的曲线通过性能。采用 Riemann-Liouville (RL) 分数阶微积分理论及 Oustaloup 滤波器数值逼近法构成 FOPID 控制器, 通过寻优运算对 FOPID 参数进行整定, 在 Simulink 平台下建立了整车的集成控制系统。通过扭矩控制器与整车动力学模型 s 函数联合仿真的方式, 开展了 100% 低地板轻轨车辆的直线与曲线运行特性研究, 并将计算结果与无控制的独立轮对模型、传统轮对模型进行了对比分析。研究结果表明, 在直线运行下, FOPID 控制下的轻轨车能够提高车辆的稳定性, 受控轮对的抗轨道不平顺激扰能力较强。在大半径曲线下, 无控制的独立轮对曲线通过性较差, 而受分数阶 PID 控制的独立轮对能够表现出与传统轮对一样优异的曲线通过性能; 在小半径曲线下, 分数阶 PID 扭矩控制策略能够使轻轨车获得足够的导向力, 曲线通过性能明显优于其他模型。

关键词 独立轮对, 分数阶 PID 控制器, 低地板轻轨车, 车辆动力学

引用格式 戚壮, 张文莲, 王美琪, 刘鹏飞, 刘永强. 分数阶 PID 扭矩控制在边驱耦合轻轨车辆的应用研究. 自动化学报, 2020, 46(3): 482–494

DOI 10.16383/j.aas.c190084

Study for the Application of Fractional Order PID Torque Control in Side-drive Coupled Tram

QI Zhuang¹ ZHANG Wen-Lian² WANG Mei-Qi¹ LIU Peng-Fei¹ LIU Yong-Qiang¹

Abstract Side-drive coupled independently rotating wheelset (IRW) is one of the key technologies for the 100% low floor tram (LFT). The torque control strategy of side-drive electrical motor directly affects the dynamics behaviors of the LFT. Based on the track running mechanism of the IRW with 5 degrees of freedom, the dynamics model of a single LFT was constructed taking the side-drive transmission system into consideration. A fractional order PID (FOPID) torque control strategy was applied to optimize the vehicle's curve negotiation performance. The FOPID controller, which was achieved by Riemann-Liouville (RL) fractional integration and the Oustaloup filter approximation and whose parameters were set by the evolutionary operation, was built in the Simulink platform. The 100% LFT's dynamics performance on tangent track and curve was studied by the co-simulation method between the torque controller and the s-function. The results were compared with the IRW model without controller and the traditional wheelset. The research indicates that, in the tangent track case, FOPID controller can improve the vehicle's stability and the controlled wheelset's robustness to track irregularity is stronger; in the large radius curve case, the curve negotiation performance of the IRW without controller is poor, while the IRW with FOPID controller can perform well like the traditional wheelset; in the small radius curve case, FOPID torque control strategy can provide enough leading force for the LFT on the small radius curve, which makes the curve negotiation performance of IRW with FOPID controller better than the other 2 models.

Key words Independently rotating wheelset (IRW), fractional order PID (FOPID), low floor tram (LFT), vehicle dynamics

Citation Qi Zhuang, Zhang Wen-Lian, Wang Mei-Qi, Liu Peng-Fei, Liu Yong-Qiang. Study for the application of fractional order PID torque control in side-drive coupled tram. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 482–494

收稿日期 2019-02-12 录用日期 2019-10-28

Manuscript received February 12, 2019; accepted October 28, 2019

国家自然科学基金 (11790282, 11702179), 河北省自然科学基金 (A2018210064), 河北省高等学校青年拔尖人才计划项目 (BJ2017001) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (11790282, 11702179), Natural Science Foundation of Hebei Province of China (A2018210064), and Program for the Top Young

Innovative Talents of Higher Learning Institutions of Hebei Province (BJ2017001)

本文责任编辑 阳春华

Recommended by Associate Editor YANG Chun-Hua

1. 石家庄铁道大学机械工程学院 石家庄 050043 2. 石家庄铁道大学电气工程学院 石家庄 050043

1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043 2. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043

为了解决日益拥堵的城市交通问题, 地铁、轻轨、磁悬浮等城市轨道交通系统得到了日新月异的发展。相对于地铁成本高、周期长、抗灾害性差等缺点, 轻轨系统具有灵活便捷、运量适中、美观环保等优势, 是一种有效城市通勤方案^[1]。近年来, 欧美各大城市已将轻轨系统作为城市交通的重要组成部分, 甚至很多城市将自己特有的轻轨车作为城市名片进行宣传^[2,3], 而我国则将发展重点放在了地铁上, 轻轨交通的应用范围不广, 轻轨车辆的研发力度不足。

作为轻轨系统广泛采用的运输载体, 边驱耦合 100% 低地板轻轨车以其载客量大、曲线通过性好、乘降便捷而备受青睐。区别于传统的轮对系统, 100% 低地板车普遍采用独立轮对 (Independently rotating wheel, IRW), 以降低整车地板面高度^[4]。边驱耦合是独立轮对的牵引特点, 即将左右两侧的前后两个车轮分别作为一个牵引单元, 由转向架两侧的电机提供驱动扭矩^[5]。边驱耦合转向架的牵引形式及其特殊的动力学特性, 长期成为国内外学者研究的焦点。文献 [6–10] 探讨了独立旋转车轮的耦合方式及转向架的自对中与自导向能力。文献 [11–12] 建立了双轴独立轮对转向架的多体动力学模型, 指出独立轮对即使在直线上也会出现轮缘连续接触的现象, 在轻轨车通过小半径曲线时该现象会更严重。文献 [13] 基于独立轮对的静态导向特征, 通过轮轨接触约束下的重心轨迹提出了一种新的车轮踏面设计方法, 根据在 Simpack 下的动力学数值计算结果, 指出优化后的横向复原力可正比于横向位移。文献 [14] 开展了时速 80 km/h 以上、通过最小曲线半径为 25 m 的低地板车辆转向架的设计工作, 通过设计试验优化了主动导向所需的半主动悬挂参数, 将低地板车运行品质提高了约 7%。

根据轮轨蠕滑理论^[15], 独立轮对在无牵引力的状态下是没有纵向蠕滑导向力的, 这将导致车辆的曲线通过能力变差^[16]。近年来, 随着控制技术的发展, 国内外学者开始研究如何通过控制牵引电机的输出扭矩来提高独立轮对的导向能力, 进而达到优化低地板车通过曲线时动态性能的目的。文献 [17] 针对低地板车通过小半径曲线的工况, 对横向位移复原力控制开展了研究, 并在缩尺模型上验证了控制方法的可行性。文献 [18–19] 以车轮相对转速、轨道曲率以及轮对摇头角作为反馈信号, 同时采用了一种鲁棒主动导向控制器来提高独立轮对的导向能力, 通过 Simpack 与 MATLAB 联合仿真, 验证了该控制器能够同时提高车辆的运行性能, 并显著降低车辆在直线与曲线上的轮轨磨耗。文献 [20] 指出, 独立轮对需要比传统轮对响应更快、精度更高的牵

引控制策略, 设计并建立了一种准半闭环的时隙结构模型, 进而提高转向架的复原扭矩控制性能。文献 [21–22] 以轮毂永磁同步电机为研究对象, 基于左右车轮的转速差反馈, 研究了独立旋转车轮的扭矩脉动效应并得到了主动导向控制的边界条件, 同时优化了车轮踏面。文献 [23] 针对轻轨车辆普遍采用的内部永磁同步电机, 设计了一种鲁棒控制策略, 并提出了一种开环测试方法以验证扭矩控制性能。

作为对可靠性要求极高的公共交通系统, 100% 低地板轻轨车适合采用技术最成熟、应用最广泛的 PID 控制方法^[24]。分数阶微积分运算具有记忆特性, 且可使控制器设计方法更加灵活, 将分数阶计算与控制器参数整定相结合, 是目前十分活跃的研究方向^[25–26]。本文尝试将分数阶 PID 控制方法应用于 100% 低地板轻轨车的扭矩控制中, 并分析车辆在控制系统作用下的动态特性。

1 轻轨车动力学模型

1.1 驱动扭矩作用下独立轮对受力分析

鉴于独立轮对在无驱动(或制动)扭矩作用下无纵向蠕滑力产生, 导向力较弱, 故在进行轻轨车扭矩控制研究时需要建立考虑驱动扭矩的独立轮对动力学模型^[1]。该模型考虑独立轮对的 5 个自由度: 伸缩运动 u_x 、横摆运动 u_y 、摇头运动 ψ 以及左右车轮的点头运动 φ_L, φ_R 。独立轮对在轨道上运行时的受力如图 1 所示, 其中 r_L, r_R 为左右车轮的滚动圆半径, s_L, s_R 为左右滚动圆到轮对中心的距离, δ_L, δ_R 为左右轮轨接触角, T_L, T_R 为施加在左右车轮的驱动扭矩。

在稳定轨行状态下, 独立轮对左右两侧车轮线速度保持一致, 则需要满足

$$r_L \dot{\varphi}_L = r_R \dot{\varphi}_R \quad (1)$$

若将踏面简化为锥形踏面, 踏面等效锥度为 λ , 车轮名义滚动圆半径为 r_0 , 左右车轮的平均角速度为 $\dot{\varphi}$, 转速差之半为 $d\dot{\varphi}$, u_y 表示轮对横移量, 则式 (1)

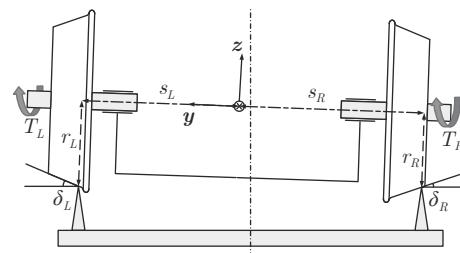


图 1 独立轮对受力

Fig. 1 Force diagram of IRW

可变为

$$\begin{aligned} (r_0 + \lambda u_y)(\dot{\varphi} - d\dot{\varphi}) &= (r_0 - \lambda u_y)(\dot{\varphi} + d\dot{\varphi}) \\ \lambda u_y \dot{\varphi} &= r_0 d\dot{\varphi} \end{aligned} \quad (2)$$

轮轨间的蠕滑力是由于轮轨蠕滑运动产生的, 蠕化率 ζ 的定义为

$$\zeta = \frac{v_r - v_w}{v_f}$$

其中, v_r 表示接触斑在轨道上的速度, v_w 表示接触斑在车轮上的速度, v_f 表示名义前进速度。

结合式(2), 可推导出左右车轮的纵向蠕化率 ζ_{1L}, ζ_{1R} 、横向蠕化率 ζ_{2L}, ζ_{2R} 与自旋蠕化率 ζ_{3L}, ζ_{3R} 分别为

$$\zeta_{1L} = \frac{\dot{u}_x}{v} + \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} - \frac{s_L \dot{\psi}}{v} \quad (3)$$

$$\zeta_{1R} = \frac{\dot{u}_x}{v} - \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} + \frac{s_R \dot{\psi}}{v} \quad (4)$$

$$\zeta_{2L} = \zeta_{2R} = \frac{\dot{u}_y}{v} - \psi + \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} \psi \quad (5)$$

$$\zeta_{3L} = -\frac{\delta_L}{r_0} \quad (6)$$

$$\zeta_{3R} = -\frac{\delta_R}{r_0} \quad (7)$$

根据 Kalker 线性蠕滑理论, 蠕化率和蠕滑力的关系可表达为^[15]

$$\begin{pmatrix} F_{xL} \\ F_{xR} \\ F_{yL} \\ F_{yR} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -f_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -f_{22} & 0 & -f_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -f_{22} & 0 & -f_{23} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \zeta_{1L} \\ \zeta_{1R} \\ \zeta_{2L} \\ \zeta_{2R} \\ \zeta_{3L} \\ \zeta_{3R} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中, f 为蠕滑系数, 由轮轨接触斑形状、弹性模量与 Kalker 系数计算得到。

联立式(3)~(8), 可推导出独立轮对各自由度的运动微分方程。

左轮点头为

$$\begin{aligned} J_{ywL} \ddot{\phi}_L &= -F_{xL} r_L + T_L = \\ T_L - f_{11} \times &\left(\frac{\dot{u}_x}{v} + \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} - \frac{s_L \dot{\psi}}{v} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

右轮点头为

$$\begin{aligned} J_{ywR} \ddot{\phi}_R &= -F_{xR} r_R + T_R = \\ T_R - f_{11} \times &\left(\frac{\dot{u}_x}{v} - \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} - \frac{s_R \dot{\psi}}{v} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

轮对伸缩为

$$\begin{aligned} m_{ws} \ddot{u}_x &= F_{xL} + F_{xR} = \\ -2f_{11} \times &\left(\frac{\dot{u}_x}{v} + \frac{u_y \dot{\psi}}{v} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

轮对横摆为

$$\begin{aligned} m_{ws} \ddot{u}_y &= K_g u_y + F_{yL} + F_{yR} = \frac{Q\lambda}{s} u_y - \\ 2f_{22} \times &\left(\frac{\dot{u}_y}{v} - \psi + \frac{\lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi}}{v} \psi \right) + f_{23} \frac{2u_y \lambda}{r_0 s} \end{aligned} \quad (12)$$

轮对摇头为

$$\begin{aligned} J_{zws} \ddot{\psi} &= -K_\psi \psi - F_{xL} s_L + F_{xR} s_R = -Q \lambda s \psi + \\ 2 \frac{f_{11}}{v} \times &\left(s \lambda u_y \mathbf{d}\dot{\varphi} - s^2 \dot{\psi} - u_y \dot{u}_x - u_y^2 \dot{\psi} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, J_{ywL}, J_{ywR} 分别为左右车轮的点头转动惯量; m_{ws} 为轮对质量; K_g, K_ψ 分别为轮对的重力刚度与重力角刚度; Q 为静轴重; S 为左右车轮滚动圆跨距之半。

1.2 单节车动力学模型

本研究以单节低地板轻轨车为研究对象, 其中主要包括一个车体、两个转向架以及一、二系悬挂力元。由于要考虑驱动扭矩控制, 模型中建立了包括电机、联轴器、传动轴以及锥齿轮在内的传动系统。单节低地板轻轨车动力学拓扑结构如图 2 所示。

若忽略各构件的弹性变形, 该多刚体系统的运动微分方程的一般形式可表达为

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (14)$$

其中, $\{u\}$ 为系统的状态量; $\{F(t)\}$ 为与时间相关的外部激扰力; $[M], [C], [K]$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵以及刚度矩阵。其中质量矩阵与阻尼矩阵一般为对角线矩阵, 而刚度矩阵需考虑弹性力元在各个方向变形下的耦合作用。某弹性力元的刚度矩阵 $[K]$ 的一般形式为

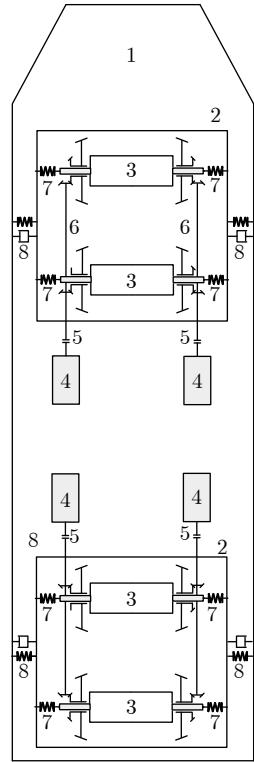


图 2 单节车动力学拓扑结构

Fig. 2 Topological structure of a single vehicle

图例: 1. 车体 2. 转向架构架 3. 独立轮对 4. 电机 5. 联轴器
6. 传动轴 7. 一系悬挂 8. 二系悬挂

Legend: 1. carbody 2. bogie frame 3. IRW
4. electromotor 5. coupler 6. drive shaft 7. primary
suspension 8. secondary suspension

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_x H}{2} & 0 \\ 0 & K_y & 0 & \frac{K_y H}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_y H}{2} & 0 & K_\theta & 0 & 0 \\ -\frac{K_x H}{2} & 0 & 0 & 0 & K_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\psi \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中, H 为弹性力元高度; 下标 $x, y, z, \theta, \varphi, \psi$ 分别表示弹性力元的纵向、横向、垂向以及侧滚、点头、摇头运动方向的刚度。

在多体动力学平台 UM 环境下对该轻轨车模型进行搭建, 计算中采用的主要动力学参数如表 1 所示, 所搭建的单节车动力学模型如图 3 所示。在后续的扭矩控制研究中, 将该模型编译为 s 函数导入到 Simulink 中, 实现 UM 与 Simulink 的联合仿真计算。

表 1 主要动力学参数

Table 1 Main dynamics parameters

项目	数值	单位
车辆定距	10	m
转向架架距	1.8	m
名义滚动圆半径	0.3	m
等效踏面锥度	0.15	-
一系悬挂垂向刚度	1.6	MN/mm
一系悬挂水平刚度	5.0	MN/mm
二系悬挂垂向刚度	0.24	MN/mm
二系悬挂水平刚度	0.17	MN/mm
横向减振器阻尼	58.8	kN·s/m
车体质量	13	t
车体转动惯量(侧滚/点头/摇头)	30/150/150	t·m ²
构架质量	1.4	t
构架转动惯量(侧滚/点头/摇头)	0.7/1.4/2.0	t·m ²
锥齿轮传动比	2	-

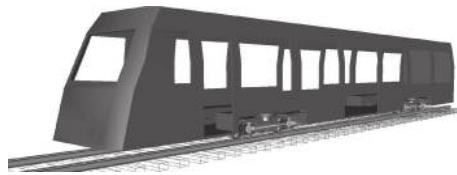


图 3 单节车动力学模型

Fig. 3 Dynamics model of a single vehicle

2 控制系统与参数整定

2.1 分数阶微积分理论与逼近方法

分数阶微积分为复杂的非线性工程系统提供了更加完善的数学工具^[24]。应用较为广泛的分数阶微积分定义主要有三类: Riemann-Liouville (RL)、Grünwald-Letnikov (GL) 与 Caputo 定义。其中 RL 与 GL 定义基本等效, 可较便捷地通过滤波近似的方法实现数值计算, 为本研究所采用。若分数阶的阶次为 α , 微积分范围为 $[t_0, t]$, 设分数阶操作算子为 ${}_0 D_t^\alpha$, 则 GL 分数阶微积分的定义为

$${}_0 D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{t-t_0}{h} \rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (16)$$

其中, $(-1)^j \binom{\alpha}{j} = \frac{(-1)^j \Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)}$; $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取最接近的整数。

为了能够高精度求解分数阶微积分方程, 采用 Oustaloup 滤波器设计的方法对式 (16) 进行数值逼近。Oustaloup 滤波器的基本思想为, 假设系统的有

效频段为 (ω_b, ω_h) , 则可以用图 4 中给出的一组整数阶微积分的折线去逼近分数阶微积分的直线特性. 该组折线均由整数阶传递函数的零点与极点生成, 使得幅频特性渐近线的频率交替变化, 进而让系统的频域响应特性很好地逼近分数阶幅频特性.

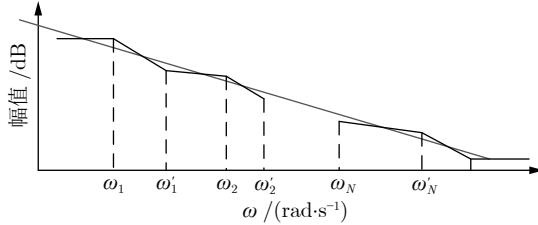


图 4 对分数阶系统的分段折线逼近

Fig. 4 Piecewise polyline approximation for a fractional order system

Oustaloup 滤波器的标准形式为

$$G(s) = K \prod_{k=1}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (17)$$

式中的零点、极点和增益可如下计算:

$$\begin{cases} K = \omega_h^\alpha \\ \omega_k = \omega_b \omega_u^{\frac{2k-1+\alpha}{N}} \\ \omega'_k = \omega_b \omega_u^{\frac{2k-1-\alpha}{N}} \\ \omega_u = \sqrt{\frac{\omega_h}{\omega_b}} \end{cases}$$

若 Oustaloup 滤波器的参数选择合适, 则经过该滤波器的输出信号可认为是该信号的 GL 分数阶导数或积分, 即达到了对分数阶微积分计算的逼近效果.

2.2 控制系统的数值实现

传统的 PID 控制器已经广泛应用于工业控制中, 而分数阶算子的引入能够使 PID 控制器的设计方法更加灵活. 若假定积分器的阶次为 λ , 微分器的阶次为 μ , 则典型的 $PI^\mu D^\lambda$ 控制器的数学形式为

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (18)$$

由式(18)可知, 分数阶 PID 控制器多了两个参数 λ 和 μ , 一般取值范围为 $(0, 2)$. 若将 PID 类控制器的分子与分母阶次设置为坐标系的两个轴, 则整数阶 PID 类控制器只不过是该坐标系下几个特殊点, 而分数阶 PID 控制器则为一个平面, 如图 5 阴影区域所示. 因此, 分数阶 PID 控制器的参数可调范围更广, 形式更加灵活, 有望得到更好的控制效果. 本文将分数阶 PID 控制器应用于边驱耦合转向架的扭矩控制中, 以转向架左右两侧车轮的转速差为

输入, 以左右两侧电机需要调整的扭矩差为输出, 达到控制车辆直线稳定运行与曲线智能通过的目的.

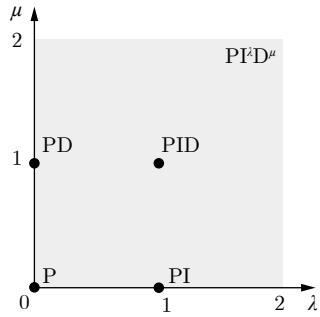


图 5 PID 控制器示意图

Fig. 5 Schematic diagram of PID controller

将第 1.2 节中的整车动力学模型作为 s 函数导入至 Simulink 中, 为了降低高频噪声干扰, 前后两转向架左右车轮的转速差通过低通滤波器作为输出; 转速差信号与目标信号进行对比, 将误差信号作为输入传递至分数阶 PID 控制器中; 为了限制过大的峰值扭矩对电机的电气系统造成破坏, 将分数阶 PID 输出的扭矩差信号通过一饱和器; 转向架左右两侧电机根据扭矩差信号自动调节输出扭矩, 进而调整左右车轮转速, 实现车辆的智能动态响应; 针对后转向架增设一信号延迟模块, 以实现不同转向架处在不同线路条件下的分别控制.

此外, 为了对分数阶控制器参数进行整定, 优化控制性能, 将两转向架转速差误差信号之和 $e(t)$ 通过时间乘以误差绝对值积分 (Integrated time absolute error, ITAE) 准则进行评判. ITAE 的评判指标为

$$J_{ITAE} = \int_0^\infty t |e(t)| dt \quad (19)$$

城轨车辆多采用交 - 直 - 交传动系统, 牵引系统主要包括变压器、整流器、逆变器、牵引电机等电气部件. 机电混合的复杂系统将导致分析效率过低, 基于扭矩控制的角度, 本文仅考虑电机的扭矩输出作用, 故将整体牵引系统简化为扭矩比例控制单元. 将上述控制系统集成在 Simulink 平台下, 如图 6 所示.

2.3 参数整定

针对分数阶 PID 扭矩控制系统, 需要对 5 个参数进行整定: 比例系数 K_p 、积分系数 K_i 、微分系数 K_d 、积分器阶次 λ 以及微分器阶次 μ . 若同时对上述 5 个参数进行整定, 则很难达到理想的控制效果. 目前分数阶 PID 参数整定的方法较多, 特别在参数

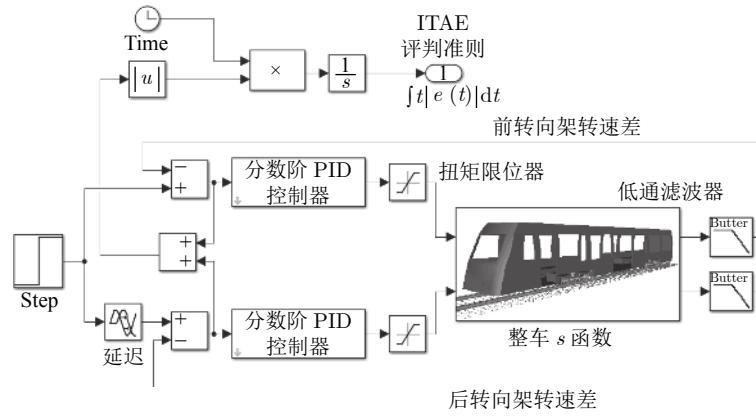


图 6 PID 控制器示意图

Fig. 6 Schematic diagram of PID controller

寻优中可应用不同的优化策略,如文献[27-28]分别采用了模糊神经算法和粒子群算法整定其控制器参数。

在本研究中,将5个参数分为两组:PID系数组和分数阶阶次组。以ITAE准则为目标函数,在每个参数组中开展固定循环次数的寻优运算,优化方法采用MATLAB工具箱中自带的遗传算法进行寻优,两组寻优循环完成后,再重新进行大循环寻优计算。记PID系数组的循环次数为*i*;分数阶阶次组的循环次数为*j*;大循环的循环次数为*k*,则参数整定的流程如图7所示。

若给定 $[K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu]$ 的初始参数为 $[100, 100, 100, 1, 1]$,则10次大循环得到的每组控制器参数变化如图8所示。

将控制器的初始参数、整定参数及其对应的ITAE值列于表2中。

将整定后的分数阶PID控制器与整数阶PID控制器作用下系统的阶跃响应进行对比,如图9所示。由图可知,在整数阶PID控制器作用下,系统在瞬态时有明显的谐波振荡,且该振荡不易被抑制,而分数阶PID控制器能够有效地抑制瞬态谐波振荡;就控制效果来看,在分数阶PID控制器下的系统响应速度与稳态误差均要明显优于整数阶PID控制器。

3 轻轨车直线运行特性分析

为了便于对比研究,后续计算中主要采用三类模型:A) 分数阶PID控制下的轻轨车模型;B) 无控制策略的独立轮对轻轨车模型;C) 传统轮对的轻轨车模型。

3.1 稳定性对比

在动力学分析中,轨道车辆的稳定性一般以临

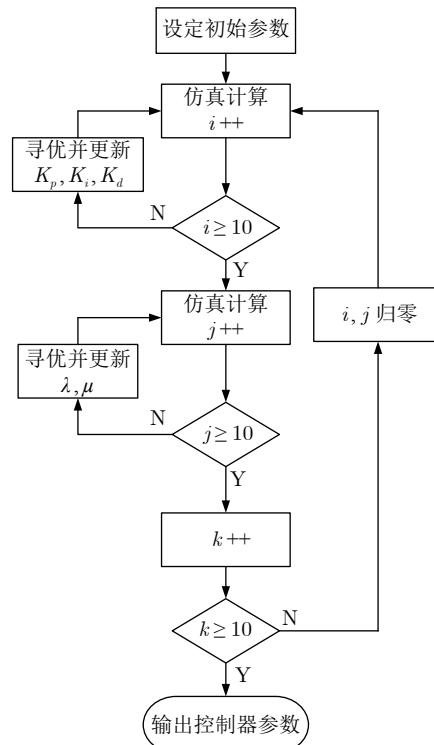


图 7 控制器参数整定流程图

Fig. 7 Flow chart of parameters setting of controller

界速度作为评判指标。临界速度指车辆不出现蛇行运动的最大速度。计算非线性临界速度的一般方法为^[7]:在轨道初始设置一定的激扰,使轨道不平顺最大幅值达到15 mm左右,后续为无限长理想光滑轨道,令轨道车辆以一定的初速度通过该段激扰后,观察其轮对横移量是否收敛。首先对模型A(分数阶PID控制下的轻轨车)进行稳定性计算,以5 m/s为一个速度级进行临界速度校核。当车辆以50 m/s通过不平顺后,独立轮对的横移振荡能够收敛,表明车辆在50 m/s车速以下是稳定的;但当车辆以

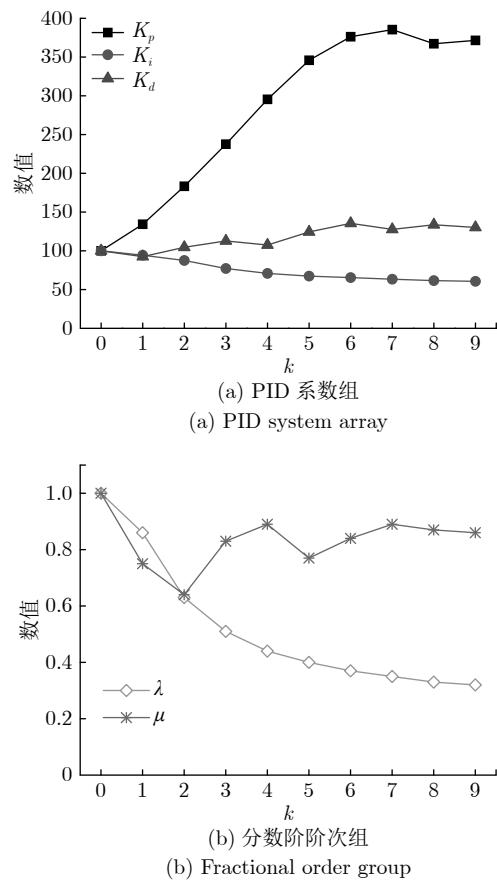


图 8 控制器参数在整定过程中的变化

Fig. 8 Flow chart of parameters setting of controller

表 2 控制器参数

Table 2 Parameters of controllers

参数	初始控制器	整定后控制器	整数阶控制器
K_p	100	371.52	371.52
K_i	100	60.61	60.61
K_d	100	130.18	130.18
λ	1	0.32	1
μ	1	0.86	1
ITAE	0.5678	0.1086	0.2183

55 m/s 速度通过不平顺后, 虽然独立轮对的大幅振荡收敛, 但小幅振荡无法收敛, 当车辆以 75 m/s 速度通过不平顺后, 独立轮对的大幅振荡也无法收敛, 结果如图 10 所示。

为了研究引起独立轮对小幅振荡的原因, 将分数阶 PID 的输出扭矩差和独立轮对左右车轮的转速差作为输出, 如图 11 所示。由图可知, 当车速达到 55 m/s, 分数阶 PID 控制器输出的扭矩差会在饱和区间大幅振荡, 且左右车轮转速差也会因输出扭矩的波动而发生高频振荡。由于目前轻轨车的普遍最高运行速度为 80 km/h (约 22.2 m/s), 分数

阶 PID 控制器在 [0, 50] m/s 的可用区间已远大于轻轨车对最高速度的应用要求。因此, 分数阶 PID 控制器的这种失稳特性对其工程应用的影响不大。

上述计算结果表明, 车速大于 50 m/s 时, 虽不发生蛇行失稳, 但控制器会发生失稳, 导致独立轮对出现小幅振荡, 该现象会造成控制单元损坏、轮

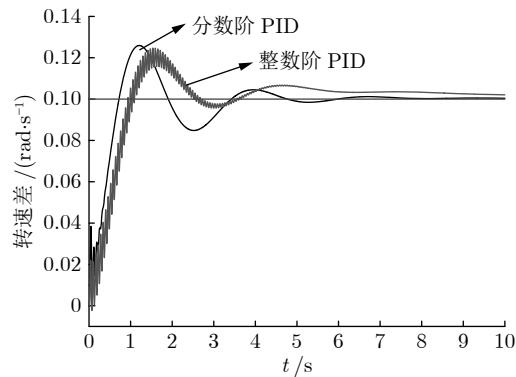


图 9 分数阶与整数阶 PID 控制器作用下系统阶跃响应对比

Fig. 9 System step response under fractional order PID controller and integral order PID controller

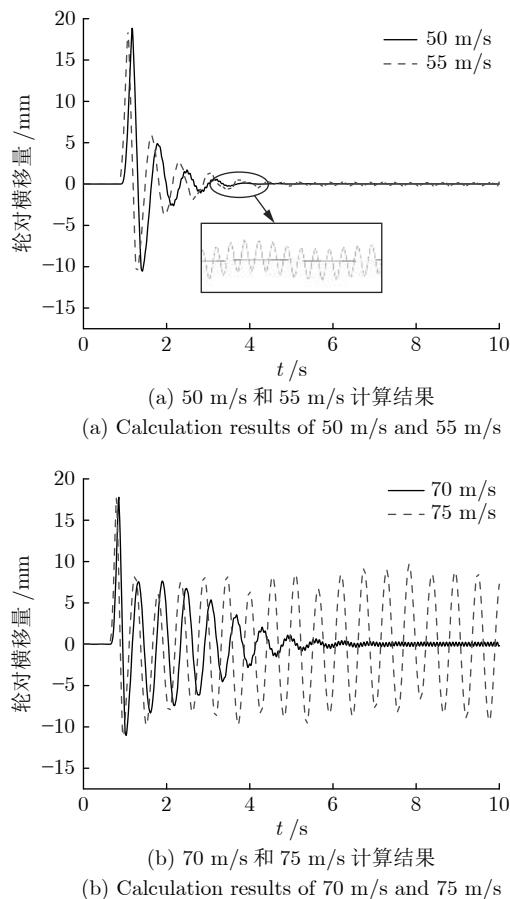


图 10 临界速度计算结果

Fig. 10 Results of critical velocity

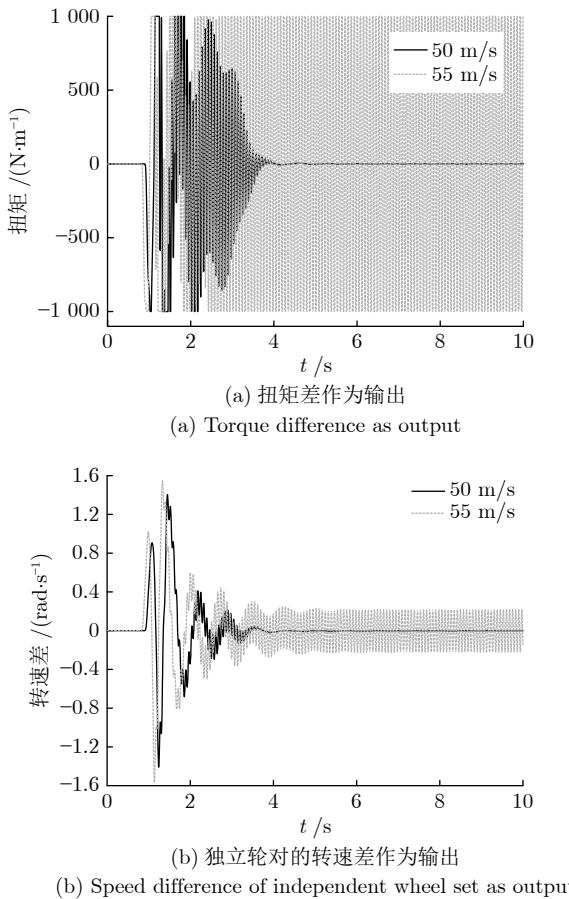


图 11 控制器的失稳现象

Fig. 11 Instability phenomenon of controller

轨磨耗加剧, 也应避免; 车速小于 50 m/s 时, 轻轨车能够在分数阶 PID 扭矩控制策略下稳定运行。

为便于对比, 首先以 50 m/s 的车速对模型 B (无控制策略的独立轮对轻轨车模型) 进行临界速度校核, 之后车速以 5 m/s 的速度级逐渐增加, 如图 12 所示。计算结果显示, 模型 B 在 50 m/s 车速下不会发生失稳, 但独立轮对不易对中; 车辆在 110 m/s 车速下才会发生失稳, 但此时独立轮对的大幅振荡不应看做为蛇行运动, 因为独立旋转车轮是不会出现蛇行运动的, 而此时轮对的振荡多为高速下轮缘与钢轨间的周期性相互碰撞产生。

最后再针对模型 C (传统轮对的轻轨车) 进行临界速度校核, 计算结果如图 13 所示。由计算结果可知, 传统轮对的轻轨车在 30 m/s 的车速下即发生了蛇行运动, 临界速度要远低于模型 A 和模型 B。产生这种现象的原因主要与左右车轮旋转的耦合度有关, 模型 C 为强耦合, 临界速度最低; 模型 B 无耦合, 临界速度最高; 模型 A 为控制器耦合, 临界速度介于模型 B 和 C 之间。以上分析说明, 分数阶 PID 控制下的轻轨车既能够提高车辆的稳定性,

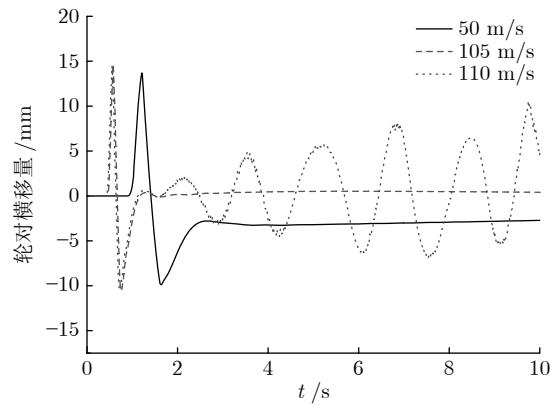


图 12 无控制策略的独立轮对临界速度校核

Fig. 12 Critical velocity for the IRW without controller

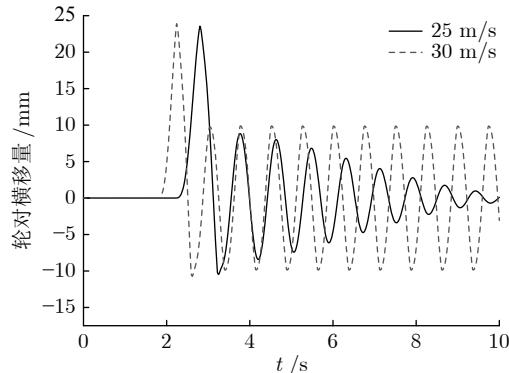


图 13 传统轮对的临界速度校核

Fig. 13 Critical velocity for the traditional wheelset

性, 又能够消除独立轮对的不易对中特性。

3.2 轨道不平顺下车辆的动态响应

实际线路存在轨道不平顺, 本研究以美国 V 级谱为算例, 研究分数阶 PID 扭矩控制策略下轻轨车的动态响应。对美国线路谱密度函数进行傅里叶逆变换, 得到左右两侧钢轨的垂向和横向轨道不平顺如图 14 所示。

根据轨道车辆动力学相关标准, 以轮重减载率、脱轨系数、轮轨横向力与磨耗功率 4 个指标评判车辆的动力学性能。针对 A、B、C 三类模型, 当轻轨车以 20 m/s 的车速通过一段美国 V 级谱轨道不平顺直线线路时, 上述 4 个指标的时域响应如图 15 所示。

由以上计算结果可知, 三种模型的轮重减载率指标在轨道不平顺下的响应基本一致, 说明三种车轮耦合方式下轮轨垂向力的特性相仿; 但针对其他动力学指标, 模型 A 和模型 B 的动态响应基本一致, 且明显优于模型 C, 说明独立轮对的抗轨道激扰能力较强; 在直线工况下, 分数阶 PID 控制器在

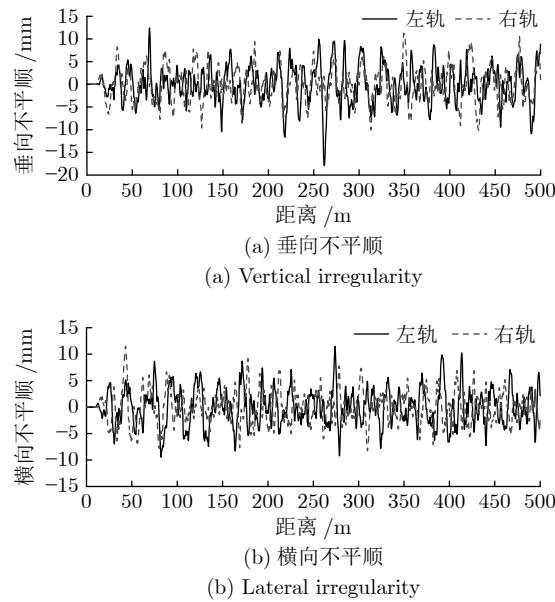


图 14 轨道不平顺

Fig. 14 Track irregularity

轨道不平顺激扰下未发生失稳，且其对左右两侧车轮的耦合作用不明显。

4 轻轨车曲线通过特性

4.1 曲线通过的控制机理

大铁路的最小曲线半径一般为 300 m，而城轨线路的最小曲线半径只有 25 m，因此独立轮对轻轨车的曲线通过性能至关重要。由于左右车轮转速信号易于采集、物理量明确、控制效果直接，故转速差反馈控制在文献 [8, 21–22] 中得到了应用。本研究依然采用左右车轮的转速差信号作为分数阶 PID 控制器的反馈信号，根据转速差反馈信号与目标信号的误差，控制器计算需要调整的左右边驱电机输出扭矩差，进而达到控制左右车轮转速、以使车辆顺利通过曲线的目的。目标信号的获取方法可通过车载 GPS、轨边信号发生器、轨道图像识别等方法获得，已超出本研究范围，本文不再具体阐述，模型中默认外部提供的线路信息是已知的。

若设置曲线半径为 R ，轨距为 g ，则独立轮对在理想状态下通过曲线的方式如图 16 所示。传统轮对通过曲线的理想状态为轮对位于纯滚线位置，但由于独立轮对需要通过的曲线半径更小，应使其在通过曲线的过程中始终处于轨道中心线的位置。在车轮踏面锥度的作用下，传统轮对能够以左右车轮相同的转速顺利通过半径较大的曲线，而当曲线半径较小时，踏面锥度的作用将无法保证外侧车轮较

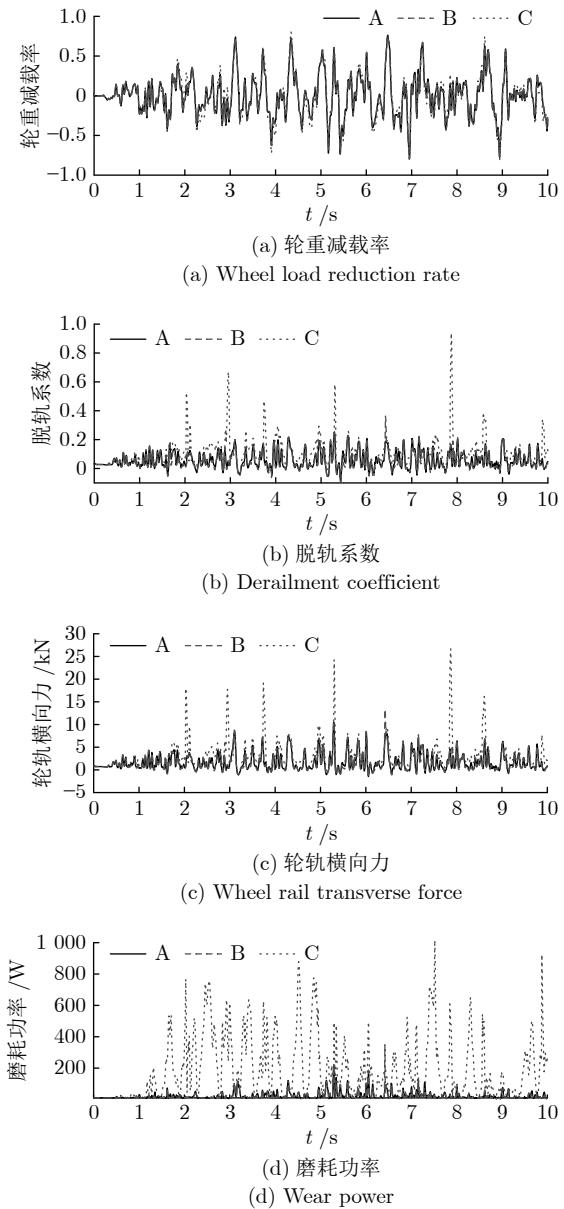


图 15 轨道不平顺下的动态响应

Fig. 15 Dynamic response under track irregularity

大的行程需要，容易发生轮缘贴靠；而受控的独立轮对则可以通过调整左右车轮转速差，在小半径曲线上，也能够达到轮对处于轨道中心线的状态。若要保持该状态，则左右车轮转速差与曲线半径的关系为

$$\frac{d\dot{\phi}}{\dot{\phi}} = \frac{g}{2R} \quad (20)$$

通过式 (20)，可建立起曲线半径与目标转速差之间的关系。将实际转速差反馈信号与目标转速差信号之间的误差传递至分数阶 PID 控制器，通过调整电机的输出扭矩来保证式 (20)，即可保证独立车轮在通过曲线时尽量处于理想状态，进而使轻轨车

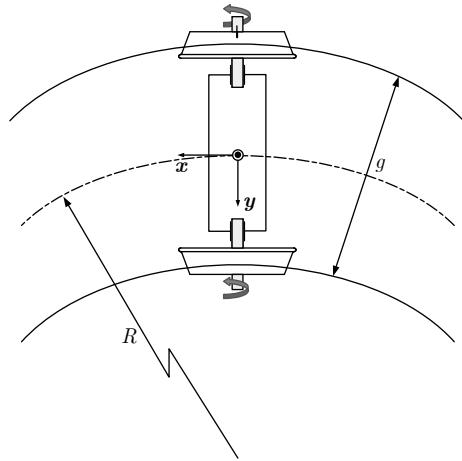


图 16 理想曲线通过状态

Fig. 16 Ideal condition of curve negotiation

具有平稳通过曲线的特性.

4.2 通过小半径曲线的时域响应

以半径 100 m 曲线为算例, 设置线路为 10 m 直线+20 m 缓和曲线+70 m 圆曲线, 不设置外轨超高和轨道不平顺. 令车辆以 10 m/s 的车速通过该曲线, 根据式 (20), 得到理想通过曲线的目标转速差为 0.4977 rad/s. 依然针对第 3 节中所述的三类模型进行曲线通过计算, 采用车轮转速差、脱轨系数、轮轨横向力、磨耗功率、轮对冲角 5 个物理量进行对比. 三类模型通过曲线时各个物理量的时域响应分别如图 17(a)~(e) 所示. 由计算结果可知, 该扭矩控制方法未带来过大的滞后效应, 独立轮对的转速差能够在通过缓和曲线时及时进行调整, 系统滞后对整车曲线通过性影响不大.

由图 17(a) 可知, 轮对在刚进入缓和曲线时会受到冲击, 产生较大的转速差波动; 未受控的独立旋转车轮在通过小半径曲线时无法达到理想通过曲线时的转速差; 而分数阶 PID 控制器下的独立轮对的转速差能够基本达到理想通过曲线的转速差要求. 由图 17(d) 可知, 模型 A 通过曲线的磨耗功率介于模型 B 与模型 C 之间, 这主要是由于控制器输出的扭矩会造成一定的纵向蠕滑导向力, 进而导致磨耗量增加. 针对脱轨系数、轮轨横向力、轮对冲角三个曲线通过安全性指标, 模型 A 最优、模型 C 最差, 说明传统轮对在通过小半径曲线时会造成导向力不足, 而受控的独立轮对能够在控制器输出扭矩的作用下更加顺利地通过曲线.

4.3 不同半径下曲线通过性对比

令车辆仍以 10 m/s 的车速通过不同半径的曲线, 包括 100~600 m 半径的 6 种曲线, 其他线路条

件与第 4.2 节相同. 取脱轨系数、轮轨横向力、磨耗功率、轮对冲角 4 项曲线通过性指标的稳态值进行对比, 计算结果如图 18 所示.

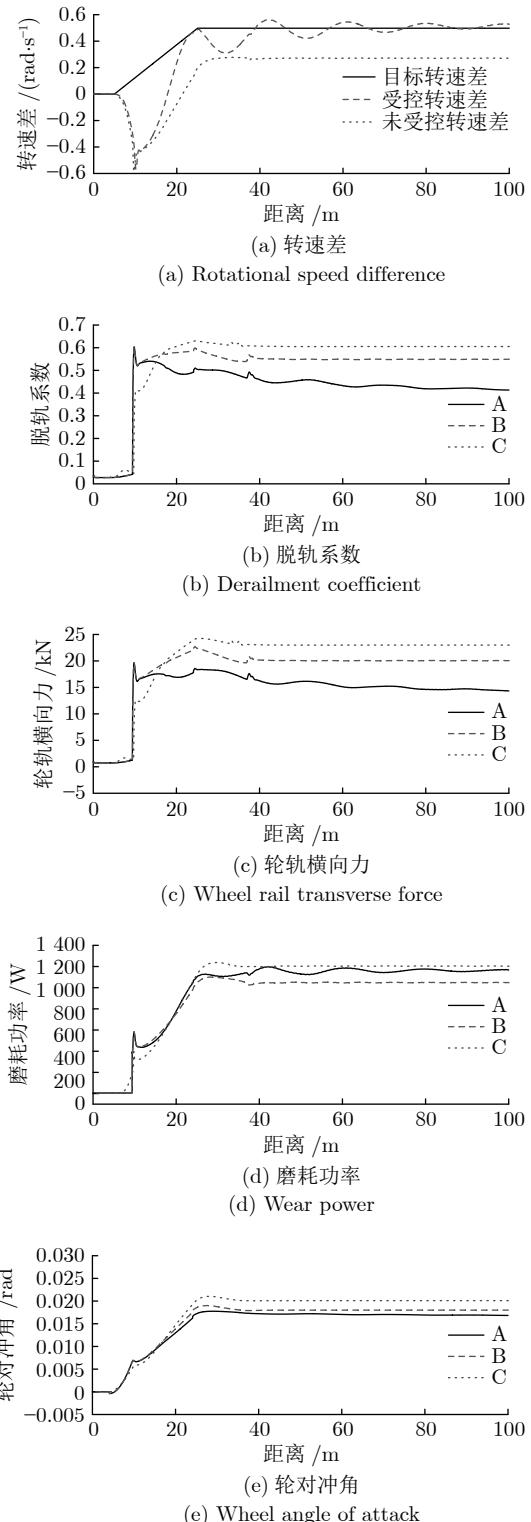


图 17 车辆通过曲线的时域响应
Fig. 17 History response of vehicle curve negotiation

由计算结果可知, 在 $R \geq 300$ m 的曲线下, 受分数阶 PID 控制的独立轮对与传统轮对的曲线通过性能相似, 均优于无控制的独立轮对; 在 $R \leq 200$ m 的小半径曲线下, 传统轮对由于导向力不足, 曲线通过性能较差, 而受分数阶 PID 控制的独立轮对的曲线通过性能明显优于其他两类模型: 无控制的独立轮对由于没有纵向导向力, 小半径曲线下的磨耗功率最低, 而大半径曲线下三类模型的磨耗功率差异不大。由上述分析可知, 受分数阶 PID 控制的独立轮对既能够在大半径曲线下表现出与传统轮对一样优异的曲线通过性能, 又能够在小半径曲线下获得足够的导向力, 以最低的安全性指标顺利通过曲线。

5 结论

本研究建立了考虑边驱传动系统的 100% 低地板车的动力学模型, 通过 Oustaloup 滤波器实现了分数阶微积分计算的数值逼近, 并采用双循环流程对分数阶 PID 参数进行了整定。将车辆动力学模型

与控制器模型通过 s 函数的方式进行联合仿真, 对比分析了三类低地板车模型的动力学特性, 主要得到以下结论:

1) 分数阶 PID 控制下独立轮对的临界速度介于独立轮对和传统轮对之间, 在 55~70 m/s 速度区间时控制器会出现失稳, 导致轮对的小幅振荡, 而车速 ≥ 75 m/s 时, 轻轨车会发生蛇行运动。

2) 在轨道不平顺激扰下, 有无控制的独立轮对会表现出较一致的动态特性, 各项动力学指标均优于传统轮对。

3) 由左右车轮的转速差反馈与线路信息相结合, 在分数阶 PID 扭矩控制策略下能够实现独立轮对轻轨车通过曲线的性能优化, 时域响应的计算结果表明受分数阶 PID 控制的轻轨车能够顺利通过小半径曲线。

4) 在大半径曲线下, 受控独立轮对能够表现出与传统轮对一样优异的曲线通过性能, 在小半径曲线下, 受控独立轮对能够获得足够的导向力, 曲线通过性能优于不受控的独立轮对与传统轮对。

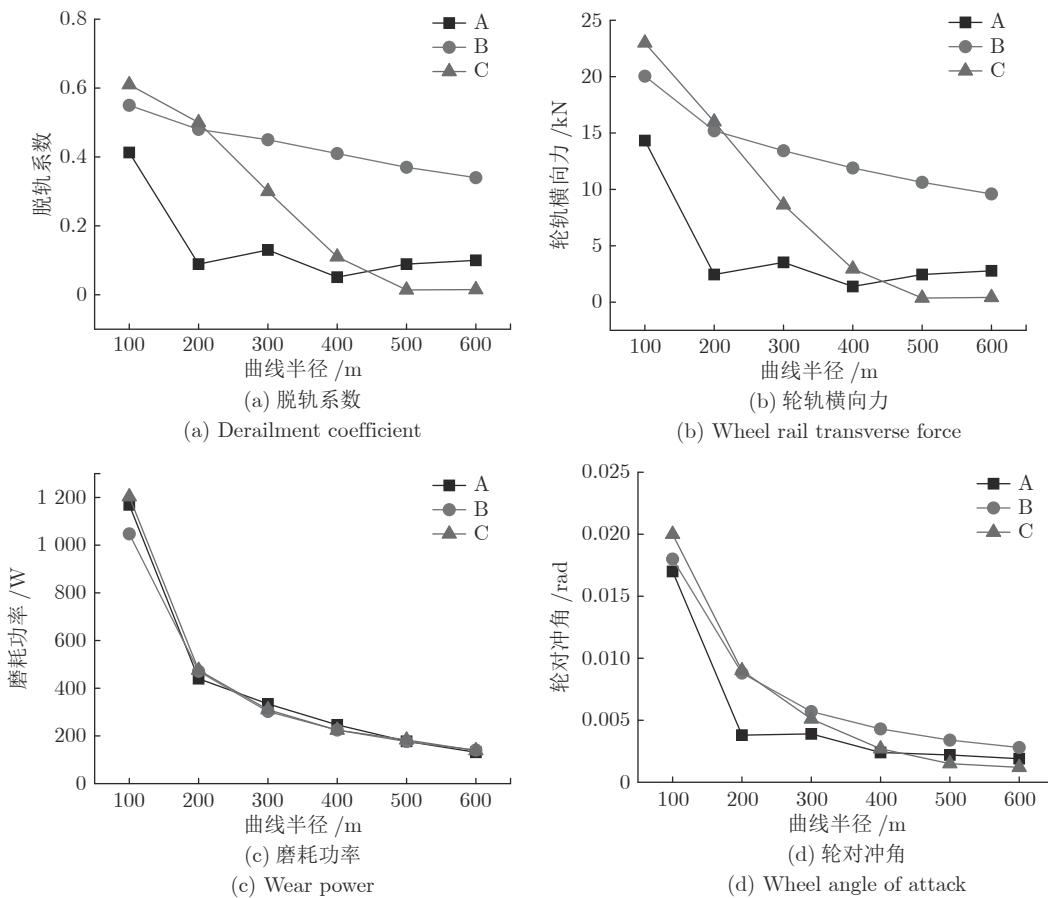


图 18 通过不同半径曲线的稳态性能对比

Fig. 18 Comparison of steady performance in different radius curves

References

- 1 Li Fu, Zhang Li-Ping, Huang Yun-Hua. The development and prospect of application of light rail vehicles. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2002, **37**(2): 111–116
(李芾, 张丽平, 黄运华. 城市轻轨车辆发展及其应用前景. 西南交通大学学报, 2002, **37**(2): 111–116)
- 2 Novales M, Gerezo J A G, Ortega R. Light rail in alicante, spain improving the use of existing railway lines. *Transportation Research Record*, 2013, **2353**: 69–81
- 3 Currie G, Delbosco A, Forbes P. World transit research trends in need, supply, and use. *Transportation Research Record*, 2012, **2276**: 1–8
- 4 Kuba T, Lugner P. Dynamic behaviour of tramways with different kinds of bogies. *Vehicle System Dynamics*, 2012, **50**: 277–289
- 5 Pérez J, Busturia J M, Mei T X, Vinolas J. Combined active steering and traction for mechatronic bogie vehicles with independently rotating wheels. *Annual Reviews in Control*, 2004, **28**(2): 207–217
- 6 Liang B, Iwnicki S D, Swift F J. Simulation of the behavior of a railway vehicle with independently driven wheels. *IFAC Proceedings Volumes*, 2002, **35**(2): 755–759
- 7 Huang Yun-Hua, Li Fu. Research on gauge-changeable bogie based on independently rotating wheel. *China Railway Science*, 2004, **25**(2): 139–141
(黄运华, 李芾. 基于独立旋转车轮的变轨距转向架研究. 中国铁道科学, 2004, **25**(2): 139–141)
- 8 Zhang Ji-Min, Kou Jie, Zhou He-Chao, Zhou Jun-Hua. Curving performance of the differential-coupled wheelset vehicle. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, **53**(10): 94–99
(张济民, 寇杰, 周和超, 周俊华. 差速器耦合轮对车辆曲线通过性能. 机械工程学报, 2017, **53**(10): 94–99)
- 9 Wang W, Suda Y, Michitsuji Y. Running performance of steering truck with independently rotating wheel considering traction and braking. *Vehicle System Dynamics*, 2008, **46**: 899–909
- 10 Andrea B, Gianluca M. Contact mechanics issues of a vehicle equipped with partially independently rotating wheelsets. *Wear*, 2016, **366–367**: 233–240
- 11 Sugiyama H, Matsumura R, Suda Y, Ezaki H. Dynamics of independently rotating wheel system in the analysis of multibody railroad vehicles. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2011, **6**(1): 1–8
- 12 Cho Y, Kwak J. Development of a new analytical model for a railway vehicle equipped with independently rotating wheels. *International Journal of Automotive Technology*, 2012, **13**(7): 1047–1056
- 13 Wang, W J. Design of the wheel profile of an independently rotating wheel with inverse tread conicity by considering the trajectory of the center of gravity. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F—Journal of Rail and Rapid Transit*, 2016, **230**(3): 672–680
- 14 Jeong N T, Choi S U, Lee H Y, Baek K H, Han S Y, Kim W K, Suh M W. A study on the optimum design of high-speed low-floor bogie with independently rotating wheels. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2017, **31**(5): 2105–2115
- 15 Kalker J J. Contact mechanical algorithms. *Communications in Applied Numerical Methods*, 1988, **4**(1): 25–32
- 16 Zhang Li-Ping, Li Fu. Research on the creepages of independently rotating wheels. *China Railway Science*, 2002, **23**(4): 18–23
(张丽平, 李芾. 独立旋转车轮轮轨蠕滑率研究. 中国铁道科学, 2002, **23**(4): 18–23)
- 17 Ahn H, Lee H, Go S, Cho Y, Lee J. Control of the lateral displacement restoring force of irws for sharp curved driving. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, 2016, **11**: 1042–1048
- 18 Lu Z G, Yang, Z, Huang Q, Wang X C. Robust active guidance control using the mu-synthesis method for a tramcar with independently rotating wheelsets. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F—Journal of Rail and Rapid Transit*, 2019, **233**: 33–48
- 19 Lu Z G, Sun X J, Yang J Q. Integrated active control of independently rotating wheels on rail vehicles via observers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F—Journal of Rail and Rapid Transit*, 2017, **231**(3): 295–305
- 20 Oh Y J, Liu H C, Cho S, Won J H, Lee H, Lee J. Design, modeling, and analysis of a railway traction motor with independently rotating wheelsets. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2018, **54**(11): 1–5
- 21 Ji Y J, Ren L H, Zhou J S. Boundary conditions of active steering control of independent rotating wheelset based on hub motor and wheel rotating speed difference feedback. *Vehicle System Dynamics*, 2018, **56**(12): 1883–1898
- 22 Ji Yuan-Jin, Li Rui, Ren Li-Hui. Influence factors of active steering control of independent wheel set based on hub motor and speed difference feedback. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, **54**(8): 48–56
(季元进, 李锐, 任利惠. 基于轮毂电机和转速差反馈的独立车轮对主动导向控制的影响因素. 机械工程学报, 2018, **54**(8): 48–56)
- 23 Oh Y J, Cho Y, Kim I G, Lee J, Lee H. Restoring torque control strategy of IPMSM for the independently rotating wheelsets in wireless trams. *Journal of Electrical Engineering and Technology*, 2017, **12**(4): 1683–1689
- 24 Xue Ding-Yu, Zhao Chun-Na. Fractional order PID controller design for fractional order system. *Control Theory and Applications*, 2007, **24**(5): 771–776
(薛定宇, 赵春娜. 分数阶系统的分数阶 PID 控制器设计. 控制理论与应用, 2007, **24**(5): 771–776)
- 25 Zhang Dong-Li, Tang Yin-Gan, Guan Xin-Ping. Optimum design of fractional order PID controller for an AVR system using an improved artificial bee colony algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(5): 973–980
(张冬丽, 唐英干, 关新平. 用改进的人工蜂群算法设计 AVR 系统最优分数阶 PID 控制器. 自动化学报, 2014, **40**(5): 973–980)
- 26 Gao Zhe. Stabilization criterion for a class of interval fractional-order systems using fractional-order PI^λ controllers. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(11): 1993–2002
(高哲. 一类采用分数阶 PI^λ 控制器的分数阶系统可镇定性判定准则. 自动化学报, 2017, **43**(11): 1993–2002)
- 27 Farahani G, Rahmani K. Speed control of a separately excited dc motor using new proposed fuzzy neural algorithm based on fopid controller. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2019, **30**(5): 728–740
- 28 Wei Li-Xin, Wang Hao, Mu Xiao-Wei. Control of revolving inverted pendulum based on PSO-FOPID controller. *Control En-*

gineerig of China, 2019, **26**(2): 196–201

(魏立新, 王浩, 穆晓伟. 基于粒子群算法倒立摆分数阶 PID 参数优化. 控制工程, 2019, **26**(2): 196–201)



戚壮 博士, 讲师, 本科和博士期间就读于西南交通大学, 并于法国里昂中央理工大学获硕士学位, 现任石家庄铁道大学车辆工程系主任. 长期从事高速列车动力学、城轨车辆动力学及刚柔耦合动力学研究, 目前主持及参与国家级、省部级及横向课题共计 10 余项. 本文通信作者.

E-mail: qizhuang@stdu.edu.cn

(QI Zhuang Ph.D., Lecturer, graduated from Southwest Jiaotong University with Ph.D. and bachelor degrees and postgraduate studied at Ecole Centrale de Lyon, France. Currently, he is the director of Vehicle Engineering Department of Shijiazhuang Tiedao University. He has been engaged in the research of high-speed train dynamics, urban rail vehicle dynamics and rigid-flexible coupling dynamics and presided over and participated in more than 10 national, provincial and ministerial level projects. Corresponding author of this paper.)



张文莲 石家庄铁道大学电气与电子工程学院助教. 获西安交通大学硕士学位. 主要研究方向为电子科学与技术, 超大规模集成电路设计.
E-mail: wl_zhang@stdu.edu.cn
(ZHANG Wen-Lian Assistant at the School of Electrical and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University. She received her master degree from Xi'an Jiaotong University. Her research interest covers electronic technology and VLSI circuit design.)



王美琪 石家庄铁道大学机械工程学院讲师, 现任机械电子工程系主任. 获燕山大学学士学位与博士学位. 主要研究方向为非线性动力学, 重载列车纵向动力学及神经网络算法.

E-mail: wangmeiqi@stdu.edu.cn

(WANG Mei-Qi Lecturer at the School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University. He received his bachelor degree and Ph.D. degree from Yanshan University. He is the director of the Mechatronic Engineering Department. His research interest covers nonlinear dynamics, longitudinal dynamics of heavy haul trains and neural network algorithm.)



刘鹏飞 石家庄铁道大学车辆工程系副教授. 主要研究方向为列车纵向动力学及车辆 – 轨道耦合动力学.

E-mail: pfliu@stdu.edu.cn

(LIU Peng-Fei Associate professor at the Vehicle Engineering Department, Shijiazhuang Tiedao University. His research interest covers train longitudinal dynamics and vehicle-tracked coupled dynamics for a long time.)



刘永强 石家庄铁道大学教授. 主要研究方向为车辆动力学与控制, 旋转机械故障诊断.

E-mail: liuyq@stdu.edu.cn

(LIU Yong-Qiang Professor at Shijiazhuang Tiedao University. He received his bachelor degree and master degree from Shijiazhuang Tiedao University and received his Ph.D. degree from Beijing Jiaotong University. His research interest covers vehicle dynamics and control, rotating machinery fault diagnosis.)