

# 基于高斯过程的多机动扩展目标跟踪

郭云飞<sup>1</sup> 李勇<sup>1</sup> 任昕<sup>1</sup> 彭冬亮<sup>1</sup>

**摘要** 针对杂波环境下多机动扩展目标跟踪问题,提出一种基于高斯过程的变结构多模型联合概率数据关联方法.首先,采用期望模型扩展方法构建自适应模型集,并对各个扩展目标状态进行初始化.其次,基于高斯过程建立联合跟踪门以选择有效量测,形成联合关联矩阵.然后,拆分联合关联矩阵得到可行关联矩阵并求解关联事件概率.最后,利用联合概率数据关联滤波器更新各个扩展目标的状态和协方差,并将更新的状态进行融合,得到最终的状态估计.仿真验证了所提方法的有效性.

**关键词** 高斯过程,多机动扩展目标,期望模型扩展,变结构多模型,联合概率数据关联

**引用格式** 郭云飞,李勇,任昕,彭冬亮.基于高斯过程的多机动扩展目标跟踪.自动化学报,2020,46(11):2392–2403

**DOI** 10.16383/j.aas.c180849

## Multiple Maneuvering Extended Target Tracking Based on Gaussian Process

GUO Yun-Fei<sup>1</sup> LI Yong<sup>1</sup> REN Xin<sup>1</sup> PENG Dong-Liang<sup>1</sup>

**Abstract** Aiming at the problem of multiple maneuvering extended target tracking in clutter, a variable structure multiple model joint probabilistic data association method based on Gaussian process is proposed. Firstly, the adaptive model set is constructed by the expecting model augmentation method, and each extended target state is initialized. Secondly, based on the Gaussian process, the joint validation gate of extended target is established to select the valid measurements and to form the joint association matrix. Then, the joint association matrix is splitted to obtain the feasible association matrix and the probabilities of association events are calculated. Finally, the joint probabilistic data association filter is used to update the state and covariance of each extended target, and the updated states are fused to obtain the final state estimation. Simulation result verifies the effectiveness of the algorithm.

**Key words** Gaussian process, multiple maneuvering extended target, expecting model augmentation, variable structure multiple model, joint probabilistic data association

**Citation** Guo Yun-Fei, Li Yong, Ren Xin, Peng Dong-Liang. Multiple maneuvering extended target tracking based on Gaussian process. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(11): 2392–2403

随着传感器技术的飞速发展,传感器分辨率越来越高,扩展目标跟踪技术逐渐引起国内外学者的关注,并相继展开了研究.由于实际情况中大部分目标具有强机动性,多机动扩展目标跟踪技术具有重要的研究意义.

多机动扩展目标跟踪技术的难点在于如何解决多个扩展目标的数据关联问题和扩展目标机动性问题.针对以上问题,文献[1]建立了一类线性跳跃马尔科夫系统模型,提出了一种基于高斯混合的概率假设密度(Gaussian mixture probability hypothesis density, GM-PHD)方法以跟踪多个扩展目标.该方法采用了BFG<sup>[2]</sup>(Best fitting Gaussian)近似

法表达模型的动态性,有效解决了扩展目标机动性问题,提高了对机动扩展目标的跟踪精度.文献[3]在GM-PHD的框架下,引入了修正的输入估计算法,能够有效地跟踪多个机动扩展目标,并在此基础上引入高斯分量标记方法,实现对多机动扩展目标的航迹管理,但该方法无法估计扩展目标的轮廓状态.针对多机动椭圆目标跟踪问题,文献[4]建立了一种非线性跳变马尔科夫系统模型,提出了一种新的基于高斯混合的概率假设密度多机动扩展目标跟踪方法,提高了多机动扩展目标的跟踪精度,同时该方法利用椭圆形代替扩展目标形态,依然无法估计扩展目标轮廓状态.文献[5]提出了一种基于高斯过程递归的多机动扩展目标跟踪方法,该方法采用高斯过程递归模型对扩展目标轮廓进行建模,并引入了多目标跟踪的权值参数,实现了多机动扩展目标跟踪,有效估计了各个扩展目标的轮廓状态,但降低了跟踪精度.文献[6]将高斯过程与标记多伯努利滤波器相结合,成功解决了多扩展目标跟踪问题.然而,实际情况中,目标常常具有强机动性,使得之前的扩展目标跟踪方法的跟踪性能下降.

收稿日期 2018-12-24 录用日期 2019-05-23  
Manuscript received December 24, 2018; accepted May 23, 2019  
浙江省自然科学基金重点项目(LZ20F010002),国家自然科学基金(61871166)资助  
Supported by the Zhejiang Provincial Natural Science Foundation (LZ20F010002) and National Natural Science Foundation of China (61871166)  
本文责任编辑 赖剑煌  
Recommended by Associate Editor LAI Jian-Huang  
1. 杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018  
1. School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018

为了解决杂波环境下多机动扩展目标跟踪问题, 本文提出了一种基于高斯过程的变结构多模型联合概率数据关联方法 (Gaussian process based variable structure multiple model joint probability data association, GP-VSMM-JPDA). 该方法利用高斯过程在线学习未知函数的能力, 将高斯过程与联合概率数据关联滤波器相结合, 解决了多个扩展目标的数据关联问题, 能够在杂波环境下同时对多个扩展目标的运动状态和轮廓状态进行联合估计, 提高了扩展目标轮廓估计精度, 有利于目标的识别与分类. 此外, 为了能够有效跟踪机动的扩展目标, 引入了变结构多模型方法, 通过期望模型扩展方法, 实时更新模型集, 提高了跟踪精度.

## 1 问题描述

### 1.1 运动模型

假设在雷达探测范围内存在  $N$  个扩展目标. 假设时刻系统模型集  $M_l = \{m_k^i, i = 1, 2, \dots, r\}$  中存在  $r$  个运动模型. 若扩展目标  $n$  于  $(k, k+1]$  时间段内, 模型  $m_k^j$  ( $m_k^j \in M_k$ ) 有效, 则该事件表示为  $m_k^j(n)$ .

在高斯过程框架下, 扩展目标状态由两部分组成: 运动状态和轮廓状态<sup>[7]</sup>. 对于假设模型  $m_k^j \in M_k$ , 扩展目标  $n$  的状态演化模型如下:

$$\mathbf{x}_{k+1}(n) = F_k^j(n) \mathbf{x}_k(n) + \mathbf{v}_k^j(n) \quad (1)$$

其中  $F_k^j(n) = \text{diag}\{F_k^j(n), F_k^{f,j}(n)\}$  表示  $k$  时刻扩展目标  $n$  于模型  $m_k^j$  的状态转移矩阵.

$\mathbf{v}_k^j(n) = \left[ (\mathbf{v}_k^j(n))^T, (\mathbf{v}_k^{f,j}(n))^T \right]^T$  表示白高斯噪声, 白高斯噪声的均值为零, 相应的噪声协方差为  $Q_k^j(n) = \text{diag}\{\vartheta_k^j(n), \vartheta_k^{f,j}(n)\}$ . 假设事件遵循已知模型转移概率的马尔科夫过程, 即  $p_{ji} = P\{m_{k+1}^j(n) | m_k^i(n)\}, 1 \leq i, j \leq r$ .

扩展目标状态  $\mathbf{x}_k =: \left[ (\mathbf{X}_k)^T, (\mathbf{X}_k^f)^T \right]^T$  包含运动状态  $\mathbf{X}_k$  和轮廓状态  $\mathbf{X}_k^f$  两部分. 运动状态  $\mathbf{X}_k = \left[ x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \phi_k, \dot{\phi}_k \right]^T$  描述扩展目标中心点运动特征, 其中  $[x_k, y_k]^T$  和  $[\dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$  分别表示扩展目标中心点位置向量和速度向量,  $\phi_k$  和  $\dot{\phi}_k$  分别表示扩展目标的航向角和航向角速度. 轮廓状态  $\mathbf{X}_k^f = [f_k(\theta_1), f_k(\theta_2), \dots, f_k(\theta_{N_t})]^T$  描述扩展目标的轮廓特征, 其中  $\{(\theta_i, f_k(\theta_i))\}_{i=1}^{N_t}$  表示局部极坐标系下的  $N_t$  个轮廓点<sup>[8]</sup>,  $\theta_i$  和  $f_k(\theta_i)$  分别为局部极坐标系下第  $i$  ( $1 \leq i \leq N_t$ ) 个轮廓点与扩展目标中心点之间的夹角和距离.

在扩展目标跟踪中, 由于无法提前获得关于目标轮廓的信息, 轮廓角  $\theta_i$  可表示为  $\theta_i = \frac{2\pi(i-1)}{N_t}, 1 \leq$

$i \leq N_t$ , 相应的轮廓角向量  $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_t}]^T$ , 扩展目标的轮廓函数  $f_k(\theta_i)$  未知. 为了在线估计扩展目标轮廓状态, 本文采用高斯过程方法, 将轮廓函数  $f_k(\theta)$  近似为高斯分布, 形式如下<sup>[9]</sup>:

$$f_k(\theta) \sim GP(u(\theta), \sigma(\theta, \theta')) \quad (2)$$

上式轮廓函数的期望  $u(\theta) =: E[f_k(\theta)]$ , 协方差  $\sigma(\theta, \theta') =: E((f_k(\theta) - u(\theta))(f_k(\theta') - u(\theta')))$ , 通常将期望  $u(\theta) = 0$ , 协方差  $\sigma(\theta, \theta')$  则由下列修改的平方指数协方差函数得<sup>[10]</sup>:

$$\sigma(\theta, \theta') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{2\sin^2\left(\frac{|\theta - \theta'|}{2}\right)}{l^2}\right) + \sigma_r^2 \quad (3)$$

其中  $\sigma_r$  和  $\sigma_f$  分别表示均值半径和轮廓半径函数的先验变量,  $l$  表示平方指数协方差函数的尺度参数.

### 1.2 测量模型

假设  $k$  时刻传感器接收到  $m_k$  个位置测量  $z_k =: \{z_k^q\}_{q=1}^{m_k}$ , 由于测量源位置不确定, 则每一个测量可能源于扩展目标或者杂波. 假设第  $q$  个测量  $z_k^q, 1 \leq q \leq m_k$  源于扩展目标  $n$  通过高斯过程模型建立扩展目标  $n$  的测量模型<sup>[7]</sup>:

$$z_k^q = \mathbf{X}_k^{\text{pos}}(n) + s_k^q \mathbf{p}_k^q(n) f_k(\beta_k^{q,L}(n)) + \mathbf{w}_k \quad (4)$$

其中  $\mathbf{X}_k^{\text{pos}}(n)$  表示  $k$  时刻扩展目标  $n$  的中心点位置,  $\mathbf{w}_k \sim N(0, R)$  表示测量噪声, 噪声协方差  $R = \text{diag}\{\sigma_z^2, \sigma_z^2\}$ ; 假设杂波在探测范围内均匀分布, 杂波个数服从参数为  $\lambda_c$  的泊松分布. 另外,  $s_k^q \in [0, 1]$  表示随机尺度因子, 假设散射点在扩展目标范围内均匀分布<sup>[11]</sup>, 则  $s_k^q$  服从高斯分布, 即  $s_k^q \sim N(u_s, \sigma_s^2)$ <sup>[12]</sup>;  $\beta_k^{q,L}(n)$  表示局部坐标系下测量  $z_k^q$  与扩展目标  $n$  中心点之间的夹角, 旋转因子  $\mathbf{p}_k^q$  定义为:

$$\mathbf{p}_k^q(n) = \frac{z_k^q - \mathbf{X}_k^{\text{pos}}(n)}{\|z_k^q - \mathbf{X}_k^{\text{pos}}(n)\|} = [\cos(\beta_k^{q,G}(n)), \sin(\beta_k^{q,G}(n))]^T \quad (5)$$

其中  $\|\cdot\|_2$  为欧几里德范数,  $\beta_k^{q,G}(n)$  表示全球坐标系下测量  $z_k^q$  与扩展目标  $n$  中心点之间的夹角. 由于扩展目标  $n$  的轮廓半径函数未知, 通过下列基于高斯过程模型的公式替换未知的轮廓半径函数<sup>[7]</sup>:

$$f_k(\beta_k^{q,L}(n)) = D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n) + \mathbf{e}_k^{f,q}(n) \quad (6)$$

$$D_k^{f,q}(n) = \sum (\beta_k^{q,L}(n), \Theta) \left[ \sum (\Theta, \Theta) \right]^{-1} \quad (7)$$

其中  $\sum(\cdot, \cdot)$  表示平方指数协方差函数矩阵,  $\mathbf{e}_k^{f,q}(n) \sim N(0, R_k^{f,q}(n))$  表示扩展目标  $n$  的轮廓测量噪声, 具体定义如下:

$$R_k^{f,q}(n) = \sigma(\beta_k^{q,L}(n), \beta_k^{q,L}(n)) - \sum(\beta_k^{q,L}(n), \boldsymbol{\Theta}) \cdot \left[ \sum(\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\Theta}) \right]^{-1} \sum(\boldsymbol{\Theta}, \beta_k^{q,L}(n)) \quad (8)$$

$$\sum(A, B) = \begin{bmatrix} \sigma(A_1, B_1) & \cdots & \sigma(A_1, B_{N_B}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma(A_{N_A}, B_1) & \cdots & \sigma(A_{N_A}, B_{N_A}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

将式 (6) 代入式 (4) 中得:

$$\mathbf{z}_k^q = \begin{cases} h_k^q(\boldsymbol{\chi}_k(n)) + \mathbf{w}_k^q(n), & \text{源于目标} \\ \mathbf{u}_{c,k}^q, & \text{源于杂波} \end{cases} \quad (10)$$

$$h_k^q(\boldsymbol{\chi}_k(n)) =: \mathbf{X}_k^{pos}(n) + u_s \mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n) \quad (11)$$

$$\mathbf{w}_k^q(n) = (s_k^q - u_s) \mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n) + s_k^q \mathbf{p}_k^q(n) \mathbf{e}_k^{f,q}(n) + \mathbf{w}_k \quad (12)$$

上述式中, 由于  $s_k^q$  与  $\mathbf{e}_k^{f,q}(n)$  相互独立, 则  $\mathbf{w}_k^q$  的期望  $E[\mathbf{w}_k^q(n)] = 0$ . 根据文献 [13] 中的概率理论得  $\mathbf{w}_k^q$  的协方差  $R_k^q(n)$ :

$$R_k^q(n) = \text{Var}[(s_k^q - u_s) \mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n) + s_k^q \mathbf{p}_k^q(n) \mathbf{e}_k^{f,q}(n) + \mathbf{w}_k] = \text{Var}[s_k^q (\mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n) + \mathbf{p}_k^q(n) \mathbf{e}_k^{f,q}(n))] + R = (u_s^2 + \sigma_s^2) \mathbf{p}_k^q(n) R_k^{f,q}(n) (\mathbf{p}_k^q(n))^T + \sigma_s^2 (\mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n)) \times (\mathbf{p}_k^q(n) D_k^{f,q}(n) \mathbf{X}_k^f(n))^T + R \quad (13)$$

当散射点沿着扩展目标轮廓分布时, 则  $s_k^q = 1$ . 这种情况下,  $u_s = 1, \sigma_s = 0$ . 则式 (13) 简化成如下形式:

$$R_k^q(n) = \mathbf{p}_k^q(n) R_k^{f,q}(n) (\mathbf{p}_k^q(n))^T + R \quad (14)$$

因此, 在高斯过程模型的基础上, 建立了上述的扩展目标模型和测量模型, 目的是通过测量集序列  $Z^k = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k\}$  对各个扩展目标的运动状态  $\mathbf{X}_k$  和轮廓状态  $\mathbf{X}_k^f$  进行联合估计.

## 2 GP-VSMM-JPDA 算法

为了解决杂波环境下多机动扩展目标联合跟踪问题, 提出了一种基于高斯过程的变结构多模型联合概率数据关联算法, 具体步骤如下:

**步骤 1.** 递归条件: 假设  $k$  时刻扩展目标  $n$  于模型  $m_k^j, m_k^j \in M_k$  的状态估计和协方差分别为  $\hat{\boldsymbol{\chi}}_k^j(n)$  和  $P_k^j(n)$ , 事件  $m_k^j(n) m_k^j(n)$  的条件模型概率率为  $u_k^j(n)$ .

**步骤 2.** 模型集扩展: 假设  $k$  时刻系统模型集为  $M_k$ , 且  $M_k^1, \dots, M_k^e$  为模型集  $M_k$  的  $e$  个模型子集, 通过期望模型扩展方法<sup>[14]</sup> 得到  $k+1$  时刻系统模型集  $M_{k+1}$ .

$$M_{k+1} = E_{k+1} \cup (M_k - E_k) \quad (15)$$

其中模型集  $E_k$  和  $E_{k+1}$  分别表示  $k$  时刻和  $k+1$  时刻的期望模型集, 具体形式如下:

$$E_{k+1} = E[M_k : M_k^1 : \dots : M_k^e] = \{\bar{m}_{k+1}^1, \dots, \bar{m}_{k+1}^e\} \quad (16)$$

式中  $E[\cdot]$  表示期望,  $\bar{m}_{k+1}^i$  表示  $k+1$  时刻模型子集  $M_k^i$  的期望模型, 具体如下:

$$\bar{m}_{k+1}^i = \bar{m}_{k+1|k}^{M_k^i} = E[L_{k+1} | L_{k+1} \in M_{k+1}, M^k, Z^k] = \sum_{m_k^j \in M_k^i} m_k^j u_{k+1|k}^j \quad (17)$$

其中  $M^k = \{M_1, \dots, M_k\}$  表示模型集序列,  $Z^k = \{\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k\}$  表示测量集序列.  $m_k^j$  为子模型集  $M_k^i$  中的第  $j$  个模型,  $u_{k+1|k}^j$  为模型  $m_k^j$  的预测模型概率:

$$u_{k+1|k}^j = P\{L_{k+1} = m_{k+1}^j | L_{k+1} \in M_{k+1}, M^k, Z^k\} = \sum_{m_k^i \in M_k} p_{j|i} u_k^i \quad (18)$$

系统模型集  $M_{k+1}$  由子模型集  $M_k^1, \dots, M_k^e$  决定, 当  $e > 1$  时, 通常  $M_k^i$  选择模型概率最大的若干个模型或者模型概率与  $\bar{m}_k^1$  相接近的. 当  $e = 1$  时,  $E_{k+1} = \bar{m}_{k+1}^1 = \sum_{m_k^j \in M_k} m_k^j u_{k+1|k}^j$ .

**步骤 3.** 初始化: 假设  $k$  时刻扩展目标  $n$  于模型  $m_k^j$ , 则相应的初始化过程如下<sup>[13]</sup>:

模型概率预测:

$$u_{k+1}^{j-}(n) = P\{m_{k+1}^j(n) | M_{k+1}, M_k, Z^k\} = \sum_{m_k^i \in M_k} p_{j|i} u_k^i(n) \quad (19)$$

权值交互:

$$u_k^{i|j}(n) = P\{m_k^i(n) | m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} = \frac{p_{j|i} u_k^i(n)}{u_{k+1}^{j-}(n)} \quad (20)$$

状态交互:

$$\hat{\chi}_k^{0j}(n) = \mathbb{E} [\chi_k(n) | m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k] = \sum_{m_k^i \in M_k} u_k^{i|j}(n) \hat{\chi}_k^i(n) \quad (21)$$

协方差交互:

$$P_k^{0j}(n) = \mathbb{E} \left[ \left( \chi_k(n) - \hat{\chi}_k^{0j}(n) \right) \left( \chi_k(n) - \hat{\chi}_k^{0j}(n) \right)^T | m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k \right] = \sum_{m_k^i \in M_k} u_k^{i|j}(n) \left\{ P_k^i(n) + \left[ \hat{\chi}_k^i(n) - \hat{\chi}_k^{0j}(n) \right] \left[ \hat{\chi}_k^i(n) - \hat{\chi}_k^{0j}(n) \right]^T \right\} \quad (22)$$

**步骤 4.** 状态预测和测量预测: 当扩展目标  $n$  于模型  $m_k^j$  时, 预测状态和协方差分别为:

$$\hat{\chi}_{k+1|k}^j(n) = \mathbb{E} [\chi_{k+1}(n) | m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k] = F_k^j(n) \hat{\chi}_k^{0j}(n) \quad (23)$$

$$P_{k+1|k}^j(n) = \mathbb{E} \left[ \left( \chi_{k+1}(n) - \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n) \right) \left( \chi_{k+1}(n) - \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n) \right)^T | m_{k+1}^j(n), M_k, X^k \right] = F_k^j(n) P_k^{0j}(n) (F_k^j(n))^T + Q_k^j(n) \quad (24)$$

由于扩展目标表面的散射点未知且随时间变化, 我们不能直接预测各个扩展目标的测量. 在高斯过程框架下, 利用当前时刻测量和扩展目标的预测状态对各个扩展目标的测量进行预测, 并得到相应的测量新息协方差. 即对于测量  $Z_k^q, 1 \leq q \leq m_{k+1}$ , 与模型  $m_k^j$  相匹配的预测测量  $\hat{z}_{k+1|k}^{j,q}(n)$  为:

$$\hat{z}_{k+1|k}^{j,q}(n) = h_k^q \left( \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n) \right) =: \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,pos}(n) + u_s \hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n) \hat{D}_{k+1}^{j,f,q}(n) \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,f}(n) \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_k^{j,q}(n) = [\cos(\hat{\beta}_{k+1}^{j,q,L}(n) + \hat{\phi}_{k+1|k}^j(n)), \sin(\hat{\beta}_{k+1}^{j,q,L}(n) + \hat{\phi}_{k+1|k}^j(n))]^T \quad (26)$$

$$\hat{\beta}_{k+1}^{j,q,L}(n) = \hat{\beta}_{k+1}^{j,q,G}(n) - \hat{\phi}_{k+1}^j(n) = \angle(z_{k+1}^q - \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,pos}(n)) - \hat{\phi}_{k+1}^j(n) \quad (27)$$

其中  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,pos}(n)$  和  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,f}(n)$  分别表示  $k+1$  时刻扩展目标  $n$  的预测中心点位置和预测轮廓状态. 预

测测量  $\hat{z}_{k+1|k}^{j,q}(n)$  的新息协方差为:

$$S_{k+1}^{j,q}(n) = H_{k+1}^{j,q}(n) P_{k+1|k}^j(n) (H_{k+1}^{j,q}(n))^T + \hat{R}_{k+1|k}^{j,q}(n) \quad (28)$$

其中:

$$H_{k+1}^{j,q}(n) = \frac{\partial h_k^q}{\partial \chi_{k+1}} \Big|_{\chi_{k+1} = \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n)} \quad (29)$$

$$\hat{R}_{k+1}^{j,q}(n) = (u_s^2 + \sigma_s^2) \hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n) \hat{R}_{k+1}^{j,f,q}(n) (\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n))^T + \sigma_s^2 (\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n) \hat{D}_{k+1}^{j,f,q}(n) \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,f}(n)) \cdot (\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n) \hat{D}_{k+1}^{j,f,q}(n) \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}^{j,f}(n))^T + R \quad (30)$$

$$\hat{R}_{k+1}^{j,f,q}(n) = \sigma \left( \hat{\beta}_k^{j,q,L}(n), \hat{\beta}_k^{j,q,L}(n) \right) - \sum (\hat{\beta}_k^{j,q,L}(n), \boldsymbol{\theta}) \left[ \sum (\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta}) \right]^{-1} \sum (\boldsymbol{\theta}, \hat{\beta}_k^{j,q,L}(n)) \quad (31)$$

$H_{k+1}^{j,q}(n)$  表示函数  $h_k^q(\cdot)$  在  $\hat{\chi}_{k+1|k}^j(n)$  处的雅可比矩阵<sup>[7]</sup>;  $\hat{R}_{k+1}^{j,q}(n)$  表示扩展目标  $n$  的预测测量噪声协方差;  $\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^{j,q}(n)$  和  $\hat{D}_{k+1}^{j,f,q}(n)$  分别对应上述式 (5) 和式 (7).

**步骤 5.** 扩展目标跟踪门: 为了选择扩展目标的有效量测, 对于每一个扩展目标, 均构建  $m_{k+1}$  个子跟踪门. 如果测量  $z_{k+1}^q$  落入到扩展目标  $n$  的第  $q$  ( $q \in m_k$ ) 个子跟踪门内, 则测量  $z_{k+1}^q$  为有效测量.

$$\Omega_{k+1}^q(n) = \left\{ z_{k+1}^q : [\tilde{z}(n)]^T [S_{k+1}^{j,max,q}(n)]^{-1} [\tilde{z}(n)] \leq g_0^2 \right\} \quad (32)$$

其中:

$$\tilde{z}(n) = \tilde{z}_{k+1|k}^{j,max,q}(n) =: z_{k+1}^q - \hat{z}_{k+1|k}^{j,max,q}(n) \quad (33)$$

$$j_{max} = j_{max}(n) =: \arg \max_j \left\{ \sum_{q=1}^{m_{k+1}} |S_{k+1}^{j,q}(n)| \right\} \quad (34)$$

其中  $\Omega_{k+1}^q(n)$  表示扩展目标  $n$  的第  $q$  ( $q \in m_{k+1}$ ) 个子跟踪门,  $g_0$  表示跟踪门参数.

将扩展目标  $n$  的  $m_{k+1}$  个子跟踪门合并得到联合跟踪门  $\Omega_{k+1}(n) = \cup_{i=1}^{m_{k+1}} \Omega_{k+1}^i(n)$ . 然后再将所有扩展目标的联合跟踪门合并得到总体跟踪门  $\Omega_{k+1} =: \cup_{n=1}^N \Omega_{k+1}(n)$ , 总体跟踪门面积的近似值为  $V_{k+1} = \sum_{n=1}^N V_{k+1}(n)$ , 其中  $V_{k+1}(n)$  表示扩展目标  $n$  的跟踪门面积, 具体计算公式如下:

$$V_{k+1}(n) \approx \sum_{q=1}^{m_{k+1}} V_{k+1}^q(n) = m_{k+1} \pi (\sigma_z g_0)^2 \quad (35)$$

**步骤 6.** 枚举关联事件: 假设  $k + 1$  时刻总体跟踪门  $\Omega_{k+1}$  内包含  $\bar{m}_{k+1}$  个有效测量, 有效测量集表示为  $Y_{k+1} =: \{y_{k+1}^q\}_{q=1}^{\bar{m}_{k+1}}$ . 基于 JPDA<sup>[13]</sup> 框架, 当第  $q$  ( $1 \leq q \leq \bar{m}_{k+1}$ ) 个有效测量  $y_{k+1}^q$  来源于扩展目标  $n$  时, 则边缘关联事件  $A_{qn}$  发生. 当所有边缘关联事件同时发生时, 则联合事件  $A = \bigcap_{q=1}^{\bar{m}_{k+1}} A_{qn}$  有效. 联合事件由下列二进制有效矩阵表示:

$$\hat{\Xi}(A) = [\hat{\omega}_{qn}(A)], q = 1, \dots, \bar{m}_{k+1}, n = 0, \dots, N \quad (36)$$

当边缘关联事件  $A_{qn}$  发生, 则  $\hat{\omega}_{qn}(A) = 1$ , 否则  $\hat{\omega}_{qn}(A) = 0$ . 根据文献 [15] 相关定义, 测量相关指示器和目标探测指示器定义为:

$$\tau_q(A) = \sum_{n=1}^N \hat{\omega}_{qn}(A), \quad 1 \leq q \leq \bar{m}_{k+1} \quad (37)$$

$$\delta(a) = \sum_{q=1}^{\bar{m}_{k+1}} \hat{\omega}_{qn}, \quad 0 \leq n \leq N \quad (38)$$

其中  $\delta_0(A)$  表示事件  $A$  中的杂波个数. 然后, 通过以下假设由事件  $A$  枚举关联事件:

- 1) 扩展目标均为不规则形状, 探测概率为  $P_D$ .
- 2) 各个扩展目标表面随机分布多个散射点, 各个散射点至多产生一个测量.
- 3) 同一个测量至多只有一个来源, 即源于杂波或者扩展目标.

假设  $k + 1$  时刻存在  $N_A$  个关联事件, 对于第  $a$  个关联事件  $A_a =: A_{a,k+1}$ , 对应的测量相关指示器和目标探测指示器分别为  $\tau_q(A_a) \leq 1, \forall q$  和  $0 \leq \delta_n(A_a) \leq \bar{m}_{k+1}$ . 所有的关联事件相互独立.

根据贝叶斯理论, 以事件  $m_{k+1}^j(n)$ , 有效测量集  $Y_{k+1}$  和测量集序列  $Z^k$  为条件, 计算关联事件的概率  $\gamma_{k+1}^{j,a}(n)$ <sup>[13, 16]</sup>:

$$\begin{aligned} \gamma_{k+1}^{j,a}(n) &= P\{A_a|Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} = \\ &= \frac{P\{Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} P_1}{P\{Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\}} = \\ &= \frac{P\{Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} P\{A_a\}}{\Lambda_{k+1}^j(n)} \end{aligned} \quad (39)$$

式中  $P_1 =: P\{A_a|Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\}$  表示对于关联事件  $A_a$ , 其有效测量的联合概率密度  $P\{A_a\}$  表示互联事件  $A_a$  的先验概率,  $1 \leq a \leq N_A, 1 \leq n \leq N$  以及事件  $m_{k+1}^j(n)$  中,  $m_{k+1}^j \in M_{k+1}$ ;  $\Lambda_{k+1}^j(n)$  为似然函数, 具体如下:

$$\Lambda_{k+1}^j(n) = P\{A_a|Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} = \sum_{a=1}^{N_A} P\{A_a|Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} P\{A_a\} \quad (40)$$

根据全概率定理<sup>[17]</sup> 推导式 (40) 中的第一项, 即  $P\{Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\}$ , 具体推导过程如下<sup>[15]</sup>:

$$\begin{aligned} P\{Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} &= \sum_{m_{k+1}^{j_1} \in M_{k+1}} \sum_{m_{k+1}^{j_{n-1}} \in M_{k+1}} \sum_{m_{k+1}^{j_{n+1}} \in M_{k+1}} \sum_{m_{k+1}^{j_N} \in M_{k+1}} \dots \\ &\left\{ Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), m_{k+1}^{j_n}(n), \right. \\ &\left. m_{k+1}^{j_{n+1}}(n+1), \dots, m_{k+1}^{j_N}(N), M_k, Z^k \right\} \\ &P\left\{ m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), m_{k+1}^{j_n}(n+1), \right. \\ &\left. \dots, m_{k+1}^{j_N}(N) | A_a, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

假设有效测量之间相互独立, 则式 (41) 右边的第一项为:

$$\begin{aligned} P\left\{ Y_{k+1}|A_a, m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), \right. \\ \left. m_{k+1}^{j_n}(n), m_{k+1}^{j_{n+1}}(n+1), \dots, m_{k+1}^{j_N}(N), \right. \\ \left. M_k, Z^k \right\} &= \prod_{q=1}^{\bar{m}_{k+1}} P\left\{ y_{k+1}^q | A_a, m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, \right. \\ &\left. m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), m_{k+1}^{j_n}(n), m_{k+1}^{j_{n+1}}(n+1), \dots, \right. \\ &\left. m_{k+1}^{j_N}(N), M_k, Z^k \right\} = \prod_{\Psi=0}^N P\left\{ Y_{k+1}^q(\Psi) | A_a, \right. \\ &\left. m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), m_{k+1}^{j_n}(n), \right. \\ &\left. m_{k+1}^{j_{n+1}}(n+1), \dots, m_{k+1}^{j_N}(N), M_k, Z^k \right\} = \\ &\prod_{\Psi=0}^N P\{Y_{k+1}^q(\Psi) | A_a, m_{k+1}^{j_\Psi}(\Psi), M_k, Z^k\} \end{aligned} \quad (42)$$

其中  $m_{k+1}^{j_0}(0)$  为空集, 在互联事件中, 来源于目标  $\Psi$  的有效测量集  $Y_{k+1}^a(\Psi) =: \{y_{k+1}^q\}_{\hat{\omega}_{qn}(A_a)=1}$ , 有效测量集  $Y_{k+1}^a(\Psi)$  中有效测量的个数为  $\delta_s(A_a)$ , 则  $P\{Y_{k+1}^q(\Psi) | A_a, m_{k+1}^{j_\Psi}(\Psi), M_k, Z^k\}$  计算如下:

$$P \{ Y_{k+1}^a(\Psi) | A_a, m_{k+1}^{j_\Psi}(\Psi), M_k, Z^k \} = \begin{cases} N(\tilde{Y}_{k+1}^{j_s, a}(\Psi); 0, \Psi_{k+1}^{j_s, a}(\Psi)), & \Psi > 0, \delta_s(A_a) > 0 \\ V_{k+1}^{-\delta_s(A_a)}, & \Psi = 0, \delta_s(A_a) > 0 \\ 1, & \delta_s(A_a) = 0 \end{cases} \quad (43)$$

$$P \{ m_{k+1}^{j_1}(1), \dots, m_{k+1}^{j_{n-1}}(n-1), m_{k+1}^{j_{n+1}}(n+1), \dots, m_{k+1}^{j_N}(N) | A_a, m_{k+1}^{j_n}(n), M_k, Z^k \} = \prod_{\Psi=1, \Psi \neq n}^N P \{ m_{k+1}^{j_s}(\Psi) | A_a, m_{k+1}^{j_n}(n), M_k, Z^k \} = \prod_{\Psi=1, \Psi \neq n}^N P \{ m_{k+1}^{j_s}(\Psi) | Z_k \} = \prod_{\Psi=1, \Psi \neq n}^N u_{k+1}^{j_s}(s) \quad (44)$$

其中  $\tilde{Y}_{k+1}^{j_s, a}(\Psi) =: Y_{k+1}^a(\Psi) - \hat{Y}_{k+1}^{j_s, a}(\Psi)$  是基于事件  $m_{k+1}^{j_\Psi}(\Psi)$  的测量新息矩阵,  $\Psi_{k+1}^{j_s, a}(\Psi)$  为相关的协方差矩阵. 对于扩展目标,  $Y_{k+1}^a(\Psi)$  可能包含多个测量, 即  $Y_{k+1}^a(\Psi) = \left[ (y_{k+1}^1)^T, \dots, (y_{k+1}^{\delta_s(A_a)})^T \right]^T$ . 假设不同模型之间相互独立, 则式 (41) 右边的第二个形式如式 (44) 所示.

将式 (42) 和式 (44) 代入到式 (41) 中, 得到式 (40) 的第一个形式. 现在继续推导式 (40) 的第二个形式. 在关联事件  $A_a$  中, 来源于目标  $\Psi$  的有效测量个数为  $\delta_\Psi =: \delta_\Psi(A_a)$ , 因此多集排列个数  $N_A$  如下:

$$N_A = C_{\bar{m}_{k+1}}^{\delta_1} C_{\bar{m}_{k+1} - \delta_1}^{\delta_2} \dots C_{\bar{m}_{k+1} - \delta_1 - \dots - \delta_{N-1}}^{\delta_N} = \frac{\bar{m}_{k+1}!}{\prod_{\Psi=1}^N \delta_\Psi!} \quad (45)$$

然后, 式 (40) 的第二个形式由下列得:

$$P\{A_a\} = \frac{\prod_{\Psi=1}^N \delta_\Psi!}{\bar{m}_{k+1}!} \prod_{\Psi > 0, \delta_\Psi > 0} P_D \prod_{\Psi > 0, \delta_\Psi = 0} (1 - P_D) \cdot \frac{e^{-\lambda_C V_{k+1}} (\lambda_C V_{k+1})^{\delta_0}}{\delta_0!} \quad (46)$$

式中  $P_D$  表示探测到至少一个来源于扩展目标测量的概率.

**步骤 7.** 更新状态和协方差: 扩展目标  $n$  于  $k+1$  时刻的模型  $m_{k+1}^j$  ( $m_{k+1}^j \in M_{k+1}$ ) 概率计算

如下:

$$u_{k+1}^j(n) = \frac{\Lambda_{k+1}^j(n) u_{k+1}^{j-}(n)}{\sum_{m_{k+1}^j \in M_{k+1}} \Lambda_{k+1}^j(n) u_{k+1}^{j-}(n)} \quad (47)$$

扩展目标  $n$  的状态估计如下:

$$\hat{\chi}_{k+1}^j(n) = E\{\chi_{k+1} | Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k\} = \int \chi_{k+1} p(\chi_{k+1} | Y_{k+1}, m_{k+1}^j(n), M_k, Z^k) d\chi_{k+1} =: \sum_{a=1}^{N_A} \hat{\chi}_{k+1}^{j,a}(n) \gamma_{k+1}^{j,a}(n) \quad (48)$$

其中  $\gamma_{k+1}^{j,a}$  由式 (39) 得,  $\hat{\chi}_{k+1}^{j,a}(n)$  表示扩展目标  $n$  状态的后验估计:

$$\hat{\chi}_{k+1}^{j,a}(n) = \hat{\chi}_{k+1}^j(n) + W_{k+1}^{j,a}(n) \tilde{Y}_{k+1}^{j,a}(n) \quad (49)$$

其中  $\tilde{Y}_{k+1}^{j,a}(n)$  表示关联事件  $A_a$  中扩展目标  $n$  的新息矩阵. 卡尔曼增益  $W_{k+1}^{j,a}(n)$  和  $\hat{\chi}_{k+1}^{j,a}(n)$  的协方差如下得:

$$W_{k+1}^{j,a}(n) = P_{k+1|k}^j(n) [H_{k+1}^{j,a}(n)]^T [S_{k+1}^{j,a}(n)]^{-1} \quad (50)$$

$$S_{k+1}^{j,a}(n) = H_{k+1}^{j,a}(n) P_{k+1|k}^j(n) [H_{k+1}^{j,a}(n)]^T + \hat{R}_{k+1}^{j,a}(n) \quad (51)$$

$$P_{k+1}^{j,a}(n) = [I - W_{k+1}^{j,a}(n) H_{k+1}^{j,a}(n)] P_{k+1}^j(n) \quad (52)$$

其中在关联事件  $A_a$  中扩展目标  $n$  测量矩阵  $H_{k+1}^{j,a}(n) = [(H_{k+1}^1(n))^T, \dots, (H^{\delta_n(A_a)}(n))^T]^T$ , 测量噪声协方差矩阵为  $\hat{R}_{k+1}^{j,a}(n) = \text{diag}\{\hat{R}_{k+1}^1(n), \dots, \hat{R}^{\delta_n(A_a)}(n)\}$ , 注意到当  $\delta_0(A_a) = 0$  时,  $\hat{\chi}_{k+1|k}^{j,a}(n) = \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n)$ ,  $P_{k+1|k}^{j,a}(n) = P_{k+1|k}^j(n)$ , 则估计的协方差如下:

$$P_{k+1}(n) = E \{ [\chi_{k+1} - \hat{\chi}_{k+1}^j(n)] \cdot [\chi_{k+1} - \hat{\chi}_{k+1}^j(n)]^T | m_{k+1}^j(n), M_k, Z^{k+1} \} \approx \sum_{a=1}^{N_a} r_{k+1|k}^{j,a}(n) \left[ P_{k+1|k}^{j,a}(n) + \hat{\chi}_{k+1|k}^{j,a}(n) (\hat{\chi}_{k+1|k}^{j,a}(n))^T \right] - \hat{\chi}_{k+1|k}^j(n) (\hat{\chi}_{k+1|k}^j(n))^T \quad (53)$$

**步骤 8.** 输出状态和协方差: 对扩展目标的状态估计和相关协方差进行交互, 输出最终的状态估计如下:

$$\hat{\chi}_{k+1}(n) = \sum_{m_{k+1}^j \in M_{k+1}} u_{k+1}^j(n) \hat{\chi}_{k+1}^j(n) \quad (54)$$

$$P_{k+1}(n) = \sum_{m_{k+1}^j \in M_{k+1}} u_{k+1}^j(n) \left[ P_{k+1}^j(n) + [\hat{\chi}_{k+1}^j(n) - \hat{\chi}_{k+1}(n)][\hat{\chi}_{k+1}^j(n) - \hat{\chi}_{k+1}(n)]^T \right] \quad (55)$$

### 3 仿真

为了验证本文所提算法的可行性和有效性, 本文针对两个不同的跟踪场景进行仿真验证.

#### 场景一

针对在无杂波环境中跟踪单个机动扩展目标, 将本文所提算法与基于随机矩阵的交互式多模型算法 (Interacting multiple model random matrix, IMM-RM)<sup>[18]</sup> 进行对比. 选择对比的性能指标分别为: 目标中心点位置估计和速度估计的均方根误差 (Root mean square error, RMSE).

具体场景参数如下: 假设雷达探测范围内存在一个扩展目标, 且扩展目标具有相同的不规则形状, 即扩展目标长为  $L = 20$  m, 宽为  $W = 6$  m, 面积约为  $V_t = 88$  m<sup>2</sup>, 扩展目标散射点服从泊松分布, 散射点密度为  $\lambda_t = 2 \times 10^{-2}$ /m<sup>2</sup>. 探测时间  $K = 100$  s, 探测间隔  $\Delta T = 1$  s, 检测概率  $P_D = 0.95$ , 测量噪声的标准差为  $\sigma_2 = 1$  m. 扩展目标的初始运动状态  $\mathbf{X}_1 = [100 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, 250 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, \pi/4 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s}]^T$ , 扩展目标在  $K = 0$  s 到  $K = 40$  s 内匀速直线运动,  $K = 41$  s 到  $K = 60$  s 内进行协同转弯运动, 转弯角度和角速度分别为  $\pi/2$  和  $w = \pi/40$  rad/s, 然后目标转为匀速直线运动直到  $K = 100$  s.

实验数据建立: 根据第 2 节的运动模型, 建立各个扩展目标的航迹. 然后通过扩展目标的测量模型中式 (10)~(12) 获得各个扩展目标的测量, 各个扩展目标散射点个数服从泊松分布, 散射点密度为  $\lambda_t = 2 \times 10^{-2}$ /m<sup>2</sup>. 根据以上条件获得各个探测周期的扩展目标量测.

算法参数: 扩展目标轮廓点个数  $N_t = 10$ , 均值半径函数和轮廓函数的先验变量分别为  $\sigma_r = 2$  和  $\sigma_f = 2$ , 尺寸参数  $l = \pi/4$ . 扩展目标的位置, 速度, 航向角, 角速度的初始估计误差的标准差分别为:  $\sigma_{pos} = 8$  m,  $\sigma_{vel} = 1$  m/s,  $\sigma_{hed} = 1$  rad 和  $\sigma_{rat} = 0.003$  rad/s. 另外, 扩展目标的初始轮廓为圆形, 其半径  $r = 2$  m, 跟踪门参数  $g_0 = 5$ , 门概率  $P_G = 0.99$ , 蒙特卡洛仿真次数为 100 次.

在每一采样时刻, 算法基于一个含有 3 个模型的集合进行状态估计, 包括 1 个 CV 模型和 2 个 CT 模型, 各 CT 模型之间的差异仅在于转动

速率  $w_j \in \{\frac{3}{40}, \frac{5}{40}\}$  rad/s. 本文所提算法中, 各时刻总共需要 4 个模型. 即  $k$  时刻系统模型集合  $M_k = M_b + \{\bar{m}_k\}$ ,  $M_b$  表示 3 个基本模型,  $\bar{m}_k$  表示期望模型. 初始模型概率  $u_0 = [0.7, 0.1, 0.1, 0.1]$  模型转移概率矩阵:

$$P_{j|i} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.85 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.85 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.85 \end{bmatrix}$$

IMM-RM 具体参数如下:  $A_k = I_d/\delta_k^{1/2}$ ,  $B_k = (\lambda \bar{X}_{k+1|k} + R_k)^{1/2} \bar{X}_{k+1|k}^{1/2}$ , 其中  $\lambda = 1/4$ ,  $I_d$  表示 2 维的单位矩阵,  $\bar{X}_{k+1|k}$  表示预测的目标形态,  $\delta_k$  表示自由度. 其他参数与 GP-VSMM-JPDA 算法参数一致. 计算机参数如下: Intel(R) Core(TM) i5 CPU M480@2.67 GHz, 内存 4.00 GB, 64 位操作系统, 仿真软件为 MATLAB2014a.

图 1 描述了扩展目标的真实轮廓和真实航迹, 同时展现了 GP-VSMM-JPDA 算法对扩展目标轮廓和航迹估计的单个运行效果. 由图可得, 本文所提方法能够有效估计非椭圆扩展目标的轮廓状态和航迹, 提高了目标形状的辨别能力, 有利于目标的识别与分类.

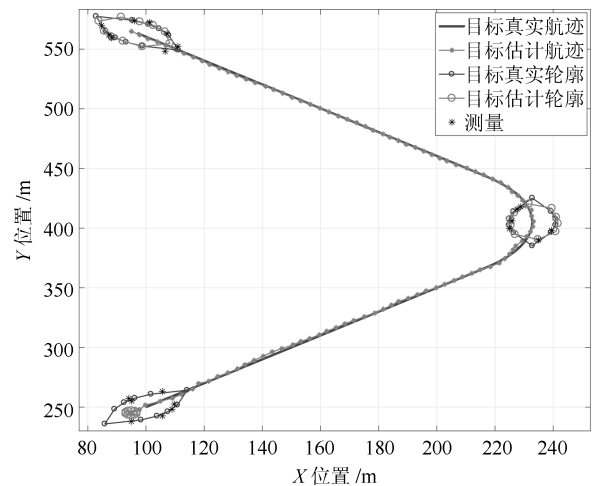


图 1 场景一中目标航迹和估计轨迹  
Fig. 1 True and estimated trajectories in the first scenario

图 2 和图 3 分别展现了本文所提方法和 IMM-RM 方法对扩展目标中心点位置估计和速度估计的 RMSE. 由图可得, 两种方法都能够有效估计扩展目标中心点位置和速度, 相比于 IMM-RM 方法, 本文所提方法对扩展目标中心点位置估计和速度估计的误差更小, 尤其在速度估计方面的优势明显.

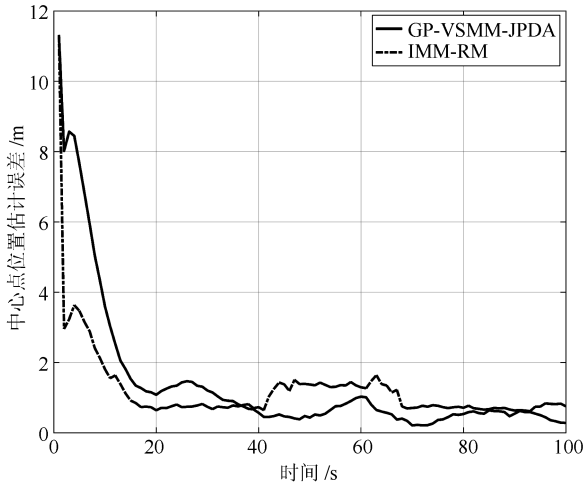


图 2 目标中心点位置估计的 RMSE  
Fig. 2 RMSE of centroid position estimate

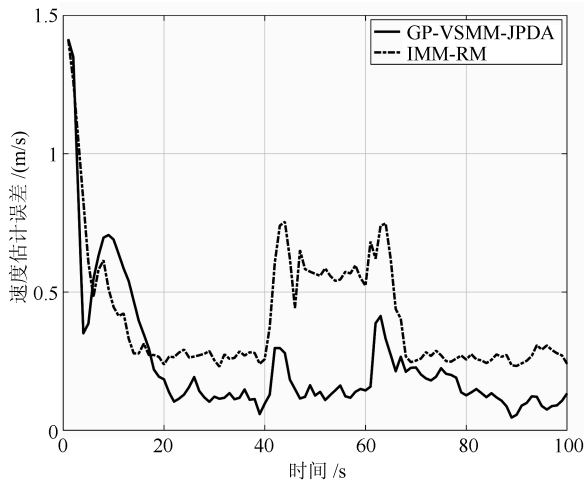


图 3 目标中心点速度估计的 RMSE  
Fig. 3 RMSE of velocity estimate

第  $k$  时刻平均轮廓位置估计的均方根误差定义如下:

$$X_{k, RMSE}^f = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} (f_k(\theta_i) - \hat{f}_k(\theta_i))^2}$$

图 4 和图 5 分别展现了扩展目标的平均轮廓点位置估计和航向角估计的均方根误差。由图 4 和图 5 得, 本文所提方法针对扩展目标的轮廓和航向角的估计具有良好的效果, 它将有助于提升目标识别的能力, 能够提供更为精确的目标信息。注意到 IMM-RM 方法不能够有效估计扩展目标航向角和真实轮廓。

为了进一步分析不同参数对两种方法跟踪性能的影响, 表 1 和表 2 分别给出了不同测量噪声标准差  $\sigma_z$  和探测概率  $P_D$  下, 两种方法对扩展目标中心

点位置估计和速度估计的误差均值, 其中误差均值定义为当 RMSE 趋于平稳时误差的平均值。

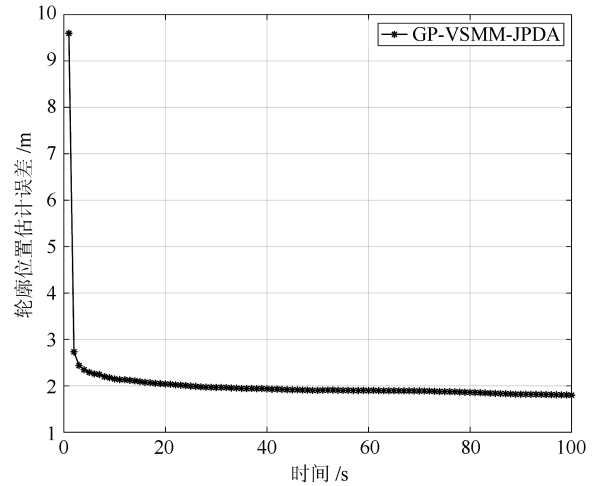


图 4 目标轮廓点位置估计的 RMSE  
Fig. 4 RMSE of contour position estimate

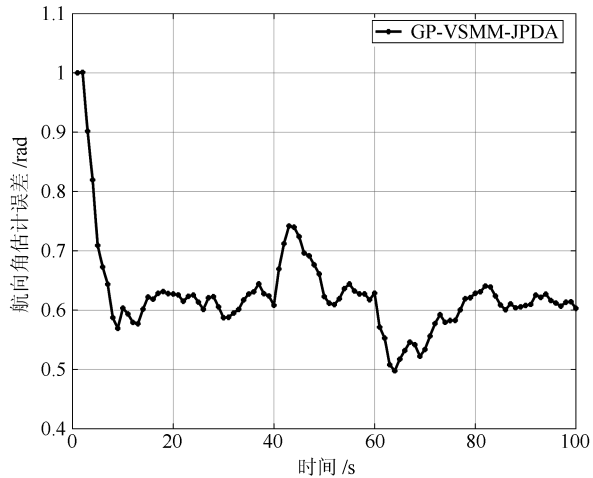


图 5 目标航向角估计的 RMSE  
Fig. 5 RMSE of heading estimate

表 1 不同参数下两种方法的位置估计误差 (m)  
Table 1 Position estimation error of two algorithms against different parameters (m)

参数	参数值	IMM-RM	GP-VSMM-JPDA
$P_D$	0.65	0.7890	0.6531
	0.80	0.4307	0.3358
	0.90	0.3189	0.2375
$\sigma_z$	1.0	0.3189	0.2375
	2.0	0.5735	0.4518
	4.0	0.8306	0.7331

由表 1 和表 2 可以看出随着  $\sigma_z$  的增加, 两种方法的目标位置和速度估计的误差均增加, 但所



提方法对目标位置和速度估计的误差均明显低于 IMM-RM 方法. 另外随着  $P_D$  增加, 两种方法对目标位置和速度估计的误差均减小, 但相同  $P_D$  条件下, 本文所提方法的估计误差明显低于 IMM-RM 方法, 说明 GP-VSMM-JPDA 方法能有效解决估计扩展目标中心点位置和速度. GP-VSMM-JPDA 和 IMM-RM 方法单次运行的平均时间为 5.37 s 和 3.21 s.

表 2 不同参数下两种方法的速度估计误差 (m/s)  
Table 2 Velocity estimation error of two algorithms against different parameters (m/s)

参数	参数值	IMM-RM	GP-VSMM-JPDA
$P_D$	0.65	0.7890	0.6531
	0.80	0.4307	0.3358
	0.90	0.3189	0.2375
$\sigma_2$	1.0	0.3189	0.2375
	2.0	0.5735	0.4518
	4.0	0.8306	0.7331

## 场景二

针对在杂波环境中同时跟踪多个机动扩展目标, 选择扩展目标中心点位置和速度估计的 RMSE 以及航迹正确率三个性能指标, 将本文所提方法与 GPR-MM-ETT<sup>[5]</sup> 和 ET-GM-PHD<sup>[19]</sup> 方法进行比较. 场景参数如下: 扩展目标 1 的初始状态  $\mathbf{X}_1 = [100 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, 250 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, \pi/4 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s}]^T$ , 目标在  $K = 0 \text{ s}$  到  $K = 20 \text{ s}$  内匀速直线行驶,  $K = 21 \text{ s}$  到  $K = 40 \text{ s}$  内进行协同转弯运动, 转弯角度和角速度分别为  $\pi/2$  和  $w = \pi/40 \text{ rad/s}$ , 然后转为匀速直线运动直到  $K = 60 \text{ s}$ ; 在  $K = 61 \text{ s}$  到  $K = 80 \text{ s}$  内再进行协同转弯运动最后转为匀速直线运动直到  $K = 100 \text{ s}$ , 扩展目标 2 的初始状态  $\mathbf{X}_2 = [100 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, 50 \text{ m}, 3 \text{ m/s}, \pi/4 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s}]^T$ , 扩展目标 2 的运动方式与场景一保持一致; 杂波密度为  $\lambda_t = 2 \times 10^{-2}/\text{m}^2$ , 整个探测范围的面积约为  $V_t = 9.35 \times 10^4 \text{ m}^2$ , 其余参数与场景一参数保持一致.

实验数据建立: 根据第 2 节的运动模型, 建立各个扩展目标的航迹. 然后通过扩展目标的测量模型中式 (10)~(12) 获得各个扩展目标的测量, 各个扩展目标散射点个数服从泊松分布, 散射点密度为  $\lambda_t = 2 \times 10^{-2}/\text{m}^2$ . 假设每一探测周期内, 杂波在探测范围内均匀分布, 且杂波个数服从参数为  $\lambda_t V_t$  的泊松分布, 利用上述条件获得各探测周期的测量.

算法参数设置: 扩展目标状态的初始估计误差的标准差分别为:  $\sigma_{pos} = 5 \text{ m}$ ,  $\sigma_{vel} = 1 \text{ m/s}$ ,  $\sigma_{hed} = 1 \text{ rad}$  和  $\sigma_{rat} = 0.001 \text{ rad/s}$ , 其他参数与场景一保持

一致. 其他两种算法的主要参数为: 扩展目标存活概率为  $P_s = 0.99$ , 生成密度权重  $W_b = 0.1$ , 其余参数与 GP-VSMM-JPDA 保持一致.

图 6 展现了各个扩展目标的真实轮廓和真实航迹, 同时展现了 GP-VSMM-JPDA 方法对多个扩展目标航迹和轮廓估计的单次运行结果, 由图可得, 本文所提方法能够同时估计多个机动非椭圆扩展目标的轮廓和航迹, 并具有良好的效果.

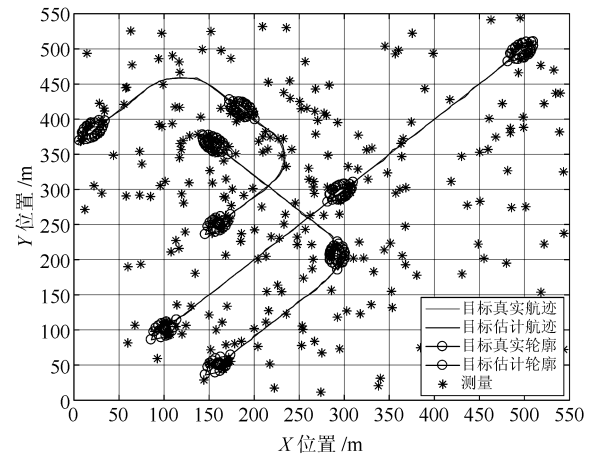


图 6 场景二中目标航迹和轮廓估计效果

Fig. 6 True and estimated trajectories in the second scenario

图 7 和图 8 展现了上述三种方法对两个扩展目标中心点位置估计的 RMSE, 由图可得, 三种方法均能够有效估计多个扩展目标中心点位置和速度, 但相比于其余两种方法, 本文所提方法对扩展目标中心点位置估计误差更小, 能够更加精确地估计扩展目标中心位置和速度.

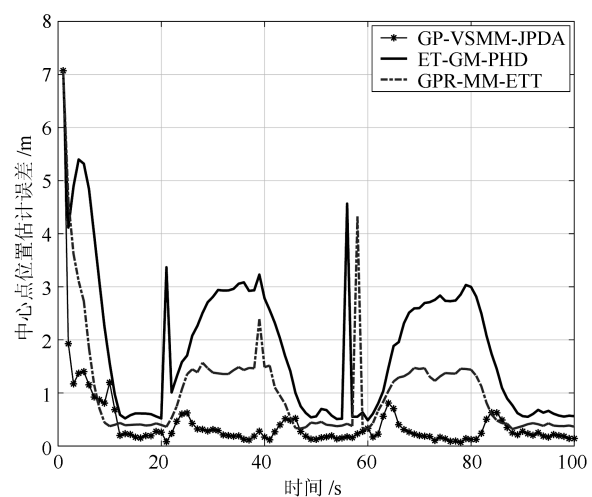


图 7 目标一中心点位置估计的 RMSE

Fig. 7 RMSE of centroid position estimate of Target 1

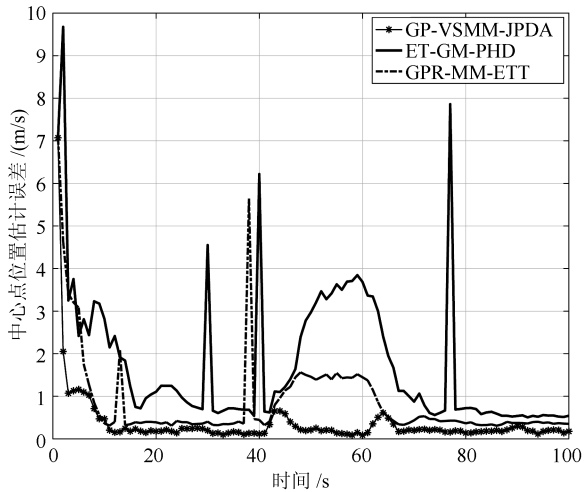


图 8 目标二中心点位置估计的 RMSE

Fig. 8 RMSE of centroid position estimate of Target 2

图 9 和图 10 展现了上述三种方法对扩展目标速度估计的 RMSE. 由图可得, 本文所提方法的速度估计误差均小于其余两种方法, 能够更为精确地估计扩展目标的速度.

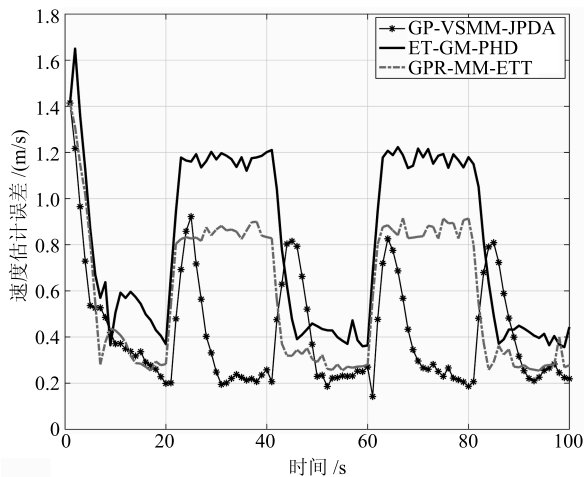


图 9 目标一中心点速度估计误差图

Fig. 9 RMSE of velocity estimate of Target 1

图 11 和图 12 分别展现了本文所提算法对扩展目标 3 轮廓位置和航向角估计的 RMSE, 由于 ET-GM-PHD 方法不能够有效估计扩展目标轮廓和航向角, 无法对比, 这里仅考虑本文所提方法. 由图可得, 本文所提方法能够有效估计扩展目标的航向角和轮廓, 有利于目标的跟踪与识别.

接下来分析不同参数对三种算法性能的影响, 考虑其中两个参数: 杂波密度  $\lambda_c$  和探测概率  $P_D$ . 注意到在分析其中一个参数影响时, 上述提及的其他参数保持不变.

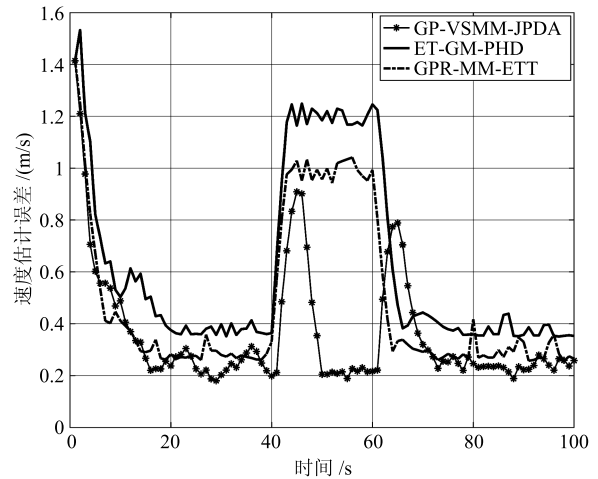


图 10 目标二中心点速度估计误差图

Fig. 10 RMSE of velocity estimate of Target 2

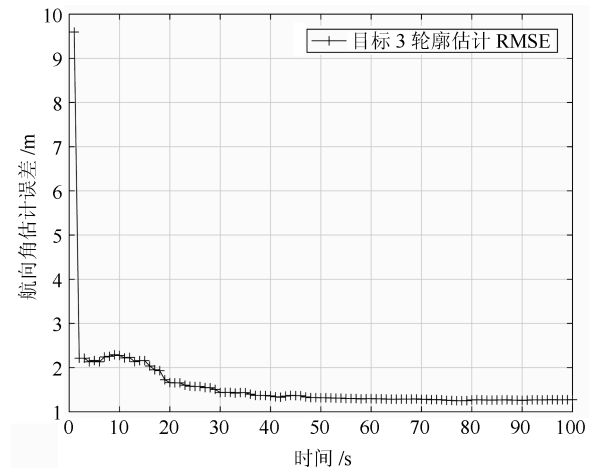


图 11 目标三轮廓位置估计误差图

Fig. 11 RMSE of contour position estimate of Target 3

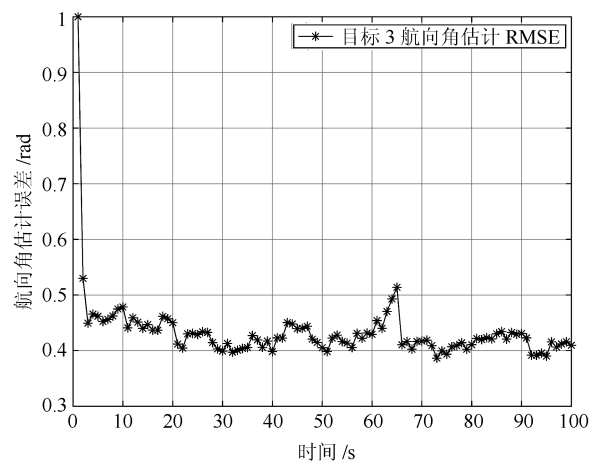


图 12 目标三航向角估计误差图

Fig. 12 RMSE of heading estimate of Target 3

表 3 和表 4 分别给出了不同杂波密度  $\lambda_c$  和探测概率  $P_D$  下上述三种方法对扩展目标中心点位置

估计和速度估计的误差均值,可以看出随着 $\lambda_c$ 的增加,三种方法对扩展目标中心点位置和速度的估计误差均增加,但所提方法的估计误差均明显低于其余两种方法.另外随着 $P_D$ 增加,三种方法对扩展目标中心点位置和速度的估计误差均减小,相同 $\lambda_c$ 和 $P_D$ 条件下,本文所提方法的估计误差相比其余两种方法更低.

表5展现了三种方法在不同杂波密度 $\lambda_c$ 和探测概率 $P_D$ 下对航迹正确率的影响,其中正确航迹的判断条件为扩展目标中心点位置估计的RMSE小于5m.可以看出,航迹正确率与杂波密度 $\lambda_c$ 成反比,与探测概率 $P_D$ 成正比,但在相同参数下,本文所提算法在相比于其他两种算法航迹正确率更高.GP-MM-JPDA方法,ET-GM-PHD方法和

GPR-MM-ETT方法单次运行的平均时间分别为20.75s、33.24s和37.56s.

#### 4 结论

本文在高斯过程基础上,通过融入变结构多模型和联合概率数据关联方法,实现了在杂波环境下跟踪多个不规则形状的扩展目标,相比传统的多机动扩展目标跟踪方法,GP-VSMM-JPDA方法不仅能够同时在杂波环境中同时对多个扩展目标的运动状态和轮廓状态进行联合估计,能够准确估计扩展目标的形状,提供更多目标信息,有利于目标的识别与分类.因此,GP-VSMM-JPDA具有的更为广泛的应用范围,更加适应信息化时代的需求.

表3 三种方法在不同参数下的中心点位置估计误差(m)

Table 3 Position estimation error of three algorithms against different parameters (m)

参数	参数值	ET-GM-PHD			GPR-MM-ETT			GP-VSMM-JPDA		
		目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3
$P_D$	0.65	1.3134	1.1359	1.1021	1.3025	0.9516	0.9383	0.9859	0.8447	0.8103
	0.80	0.7723	0.6106	0.5863	0.5517	0.4731	0.4419	0.4561	0.4091	0.3947
	0.95	0.6865	0.4563	0.4416	0.4330	0.3616	0.3501	0.2304	0.2197	0.2053
$\lambda_c/m^{-2}$	0.0001	0.5947	0.4132	0.3958	0.3245	0.2919	0.2767	0.2038	0.1825	0.1807
	0.0002	0.6865	0.4563	0.4331	0.4330	0.3616	0.3501	0.2304	0.2197	0.2053
	0.0004	1.1647	1.0537	0.9873	0.9107	0.8491	0.7904	0.7537	0.6735	0.6691

表4 三种方法在不同参数下的速度估计误差(m/s)

Table 4 Velocity estimation error of three algorithms against different parameters (m/s)

参数	参数值	ET-GM-PHD			GPR-MM-ETT			GP-VSMM-JPDA		
		目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3
$P_D$	0.65	0.8051	0.7340	0.7021	0.6418	0.5622	0.5141	0.5827	0.5136	0.4835
	0.80	0.5380	0.5027	0.4715	0.4135	0.3947	0.3691	0.3968	0.3429	0.3152
	0.95	0.4127	0.3901	0.3684	0.3241	0.3028	0.2731	0.2719	0.2708	0.2493
$\lambda_c/m^{-2}$	0.0001	0.3865	0.3310	0.3174	0.2907	0.2347	0.2109	0.2576	0.2178	0.1844
	0.0002	0.4127	0.3901	0.3684	0.3241	0.3028	0.2731	0.2719	0.2708	0.2493
	0.0004	0.7261	0.6317	0.5715	0.5108	0.4410	0.3947	0.4631	0.4147	0.3716

表5 三种方法在不同参数下的正确航迹率

Table 5 Correct track probability of three algorithms against different parameters

参数	参数值	ET-GM-PHD			GPR-MM-ETT			GP-VSMM-JPDA		
		目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3	目标1	目标2	目标3
$P_D$	0.65	0.65	0.73	0.79	0.76	0.85	0.88	0.81	0.85	0.87
	0.80	0.77	0.81	0.85	0.87	0.91	0.91	0.90	0.93	0.91
	0.95	0.82	0.84	0.90	0.91	0.94	0.93	0.93	0.96	0.95
$\lambda_c/m^{-2}$	0.0001	0.88	0.93	0.93	0.93	0.97	0.94	0.95	0.97	0.96
	0.0002	0.82	0.84	0.90	0.91	0.94	0.93	0.93	0.96	0.95
	0.0004	0.71	0.77	0.85	0.82	0.85	0.87	0.84	0.88	0.87

## References

- 1 Li W L, Jia Y M. Gaussian mixture PHD filter for multiple maneuvering extended targets tracking. In: Proceedings of Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando, FL, USA: IEEE, 2011. 2411–2415
- 2 Hernandez M L, Ristic B, Farina A. Performance measure for Markovian switching systems using best-fitting Gaussian distribution. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(2): 724–747
- 3 Mahler R. PHD filters for nonstandard targets, I: Extended targets. In: Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Piscataway, NJ, USA: 2009. 915–921
- 4 Tian Sen-Ping, Zhou Bo, Qi Qi-Feng. Gaussian mixture PHD filter based tracking multiple maneuvering extended targets. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2013, **44**(12): 4923–4929  
(田森平, 周波, 戚其丰. 基于高斯混合 PHD 滤波的多机动扩展目标跟踪. 中南大学学报: 自然科学版, 2013, **44**(12): 4923–4929)
- 5 Li Cui-Yun, Wang Jing-Yi, Ji Hong-Bing. Multiple maneuvering extended targets tracking with Gaussian process regression. *Journal of XIDIAN University: Science and Technology*, 2017, **44**(6): 1001–1007  
(李翠芸, 王精毅, 姬红兵. 高斯过程回归下的多机动扩展目标跟踪. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2017, **44**(6): 1001–1007)
- 6 Guo Y F, Li Y, Xue A K, Tharmarasa R, Kirubarajan T. Simultaneous tracking of a maneuvering ship and its wake using Gaussian process. *Signal Processing*, 2020, **172**: 107547
- 7 Wahlstrom N, Ozkan E. Extended target tracking using Gaussian processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(16): 4165–4178
- 8 Vermaak J, Ikoma N, Godsill S. Sequential Monte Carlo framework for extended object tracking. *IEEE Proceedings: Radar, Sonar and Navigation*, 2005, **152**(5): 353–363
- 9 Rasmussen C, Williams C. Gaussian Processes for Machine Learning. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2016.
- 10 Huber M F. Recursive Gaussian process: Online regression and learning. *Pattern Recognition Letters*, 2014, **45**: 12–19
- 11 Kirubarajan T, Bar-shalom Y. Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter. In: Proceedings of the IEEE. 2004. **92**(3): 536–557
- 12 Baum M, Hanebeck U. Extended object tracking with random hypersurface models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 149–159
- 13 Chen B, Tugnait J K. Tracking of multiple maneuvering targets in clutter using IMM/JPDA filtering and fixed lag smoothing. *Automatica*, 2001, **37**: 239–249
- 14 Li X R, Jilkov V P, Ru J. Multiple-model estimation with variable structure—Part VI: Expected-mode augmentation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(3): 853–867
- 15 Guo Y F, Li Y, Tharmarasa R, Kirubarajan T. GP-PDA for extended target tracking with measurement origin uncertainty. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, **55**(4): 1640–1655
- 16 Fortmann T E, Bar-shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1983, **8**(3): 173–184
- 17 Bar-shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. New York: Wiley, 2001.
- 18 Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix: New model and approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, **52**(6): 2973–2989
- 19 Granstrom K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using Gaussian mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(4): 3268–3286



郭云飞 杭州电子科技大学自动化学院教授。主要研究方向为目标跟踪与信息融合。本文通信作者。

E-mail: gyf@hdu.edu.cn

(GUO Yun-Fei Professor at the School at the Automation, Hangzhou Dianzi University. His research interest covers target tracking, information fusion. Corresponding author of this paper.)



李勇 杭州电子科技大学自动化学院硕士研究生。主要研究方向为扩展目标跟踪。E-mail: yong\_li.edu@163.com

(LI Yong Master student at the School of Automation, Hangzhou Dianzi University. His main research interest is extended target tracking.)



任昕 杭州电子科技大学自动化学院硕士研究生。主要研究方向为扩展目标跟踪。E-mail: 17816123703@163.com

(REN Xin Master student at the School of Automation, Hangzhou Dianzi University. Her main research interest is extended target tracking.)



彭冬亮 杭州电子科技大学自动化学院教授。主要研究方向为多传感器信息融合。E-mail: dlpeng@hdu.edu.cn

(PENG Dong-Liang Professor at the School of Automation, Hangzhou Dianzi University. His main research interest is multisensor information fusion.)