

传感器饱和的非线性网络化系统模糊 H_∞ 滤波

李秀英^{1,2} 尹帅¹ 孙书利¹

摘要 研究了基于 T-S 模糊模型描述的非线性网络化系统 H_∞ 滤波器设计问题. 由于网络诱导时滞的存在, 使得一个采样周期内, 到达接收端的数据可能是一个或多个, 也可能没有任何数据. 提出传感器冗余策略解决由于饱和而引起的传感器失效的问题. 为降低结果的保守性, 选择模糊规则依赖的 Lyapunov 函数对滤波误差系统进行稳定性分析, 给出使滤波误差系统均方渐近稳定且具有指定 H_∞ 性能的充分条件, 滤波器参数通过求解一组线性矩阵不等式 (Linear matrix inequalities, LMIs) 得到. 仿真研究结果表明算法的有效性.

关键词 网络系统, T-S 模糊模型, 传感器饱和, H_∞ 滤波, 丢包, 时延

引用格式 李秀英, 尹帅, 孙书利. 传感器饱和的非线性网络化系统模糊 H_∞ 滤波. 自动化学报, 2021, 47(5): 1149–1158

DOI 10.16383/j.aas.c180778

Fuzzy H_∞ Filtering for Nonlinear Networked Systems Subject to Sensor Saturations

LI Xiu-Ying^{1,2} YIN Shuai¹ SUN Shu-Li¹

Abstract The H_∞ filter design problem is investigated for T-S fuzzy-model-based nonlinear networked systems. The existing of transmission delay makes that there may be one or multiple data, even no data arriving at the receiver side within one sampling period. A redundant strategy is proposed to solve the problem of sensor failure caused by sensor saturation. In order to reduce the conservatism, the fuzzy-dependent-basis Lyapunov function is chosen to analyze the stability of filtering error systems and a sufficient condition is given to make the filtering error system mean-square asymptotically stable with a specified H_∞ performance. The parameters of the filter are obtained by solving a set of linear matrix inequalities (LMIs). The simulation results illustrate the effectiveness of the algorithm.

Key words Networked system, T-S fuzzy model, sensor saturation, H_∞ filter, packet dropout, time delay

Citation Li Xiu-Ying, Yin Shuai, Sun Shu-Li. Fuzzy H_∞ filtering for nonlinear networked systems subject to sensor saturations. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(5): 1149–1158

随着通信技术和计算机技术的飞速发展, 网络控制系统 (Networked control system, NCS) 已广泛应用于远程医疗、智能交通、航空航天等领域^[1]. 网络的引入在给系统带来便利的同时, 由于网络拥挤、信道衰减等原因, 使得数据包在传输过程中出现了许多不确定性, 如丢包、延迟以及乱序等. 丢包现象如果处理不当, 最终可能导致系统整体性能的急剧

下降甚至崩溃, 因此如何克服丢包带来的不利影响成为学者们普遍关注的问题^[2–5]. 目前主要有 4 种策略: 1) 零输入策略^[2]; 2) 保持输入策略^[3]; 3) 预报补偿策略^[4]; 4) 多包补偿策略^[5–6]. 所谓多包补偿是指利用缓存器中的多个数据包来补偿丢失的数据. 文献 [5] 基于一时滞和丢包的模型设计了滤波器、预报器和平滑器. 文献 [6] 针对多步时滞和丢包的系统设计了满足 H_∞ 性能指标的滤波器. 但是, 文献 [5] 处理的只是线性系统, 而文献 [6] 虽然考虑了非线性干扰, 但系统模型仍然是线性的.

控制工程中非线性对象普遍存在. Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型^[7] 可以任意精度逼近定义在紧集上的非线性函数, 已成功应用于复杂非线性系统的建模中^[8–10]. 文献 [8] 基于采样数据研究了网络化模糊 T-S 系统 H_∞ 输出跟踪控制问题. 文献 [9] 针对一类带有双端丢包的 T-S 模糊非线性系统提出一种丢包补偿策略. 文献 [10] 基于时滞分解技术, 提出一种新的矩阵解耦方法设计了 T-S 模糊系统的滤波器. 然而, 以上文献在选择 Lyapunov 函数

收稿日期 2018-11-21 录用日期 2019-03-25
Manuscript received November 21, 2018; accepted March 25, 2019

国家自然科学基金 (61503126), 黑龙江省自然科学基金 (F2018024), 黑龙江省高等学校基本科研业务费黑龙江大学专项基金 (RCYJTD201806) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61503126), Heilongjiang Province Fund (F2018024), and Basic Research Fund of Heilongjiang University (RCYJTD201806)

本文责任编辑 王占山

Recommended by Associate Editor WANG Zhan-Shan

1. 黑龙江大学电子工程学院自动化系 哈尔滨 150080 2. 上海应用技术大学电气与电子工程学院 上海 201418

1. Department of Automation, School of Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin 150080 2. School of Electrical and Electronic Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418

时都是独立于模糊规则的,这使得结果具有一定的保守性.

此外,工程上使用的传感器由于原理、制造技术以及使用安全等诸多因素限制,均无法识别或者提供幅值过大的信号,因而产生传感器的饱和特性^[11-15].文献[11-13]和[14-15]分别研究了带有传感器饱和 NCS 的 H_∞ 滤波和控制问题.对于某些类型的传感器,如霍尔传感器,频繁发生的饱和现象会造成器件损坏,失去测量的意义,不能再用于测量了.如何解决由于传感器饱和而导致的传感器失效时信号来源的问题也应引起重视.

基于上述分析,本文研究带有传感器饱和的 T-S 型模糊非线性系统的 H_∞ 滤波器设计问题.主要创新点如下:1) 采用多包补偿策略克服数据传输过程中因丢失对系统性能产生的不利影响;2) 针对传感器饱和而使器件损坏的问题提出传感器冗余方式解决信号来源问题;3) 为减小设计的保守性,利用基于模糊规则依赖的 Lyapunov 函数来分析系统的稳定性,得到使滤波误差系统渐近稳定,同时满足指定 H_∞ 性能指标的滤波器参数线性矩阵不等式 (Linear matrix inequalities, LMIs) 形式的解.仿真研究验证算法的有效性.

1 问题描述

1.1 非线性对象的 T-S 模糊模型描述

考虑如下的非线性离散时间系统

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + B\mathbf{w}_k \quad (1)$$

假设 1. $f(\mathbf{x}_k)$ 是一个光滑函数,满足条件 $f(0) = 0$, 其中 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态向量.

假设 2. 外部干扰输入 $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^q$ 是能量有限信号,即 \mathbf{w}_k 属于平方可和的 $l_2[0, \infty)$ 空间.

假设 3. B 是已知矩阵,描述干扰对状态的影响.

对于非线性对象(1),用 p 个 T-S 型模糊规则去逼近.设第 i 条模糊规则如下:

规则 i : 如果 θ_k^1 为 W_{i1}, \dots , 且 θ_k^p 为 W_{ip} , 则

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = A_i\mathbf{x}_k + B_i\mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_k = L_i\mathbf{x}_k \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\theta_k = [\theta_k^1 \ \theta_k^2 \ \dots \ \theta_k^p]$ 为前件变量, W_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, p$) 为模糊集合, $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 是待估计信号, A_i, B_i, L_i 是适当维数的已知矩阵.

注 1. 这里引入待估计信号 \mathbf{z}_k 更具有一般性.当 L_i 为单位阵时,待估状态即为 \mathbf{x}_k ; 当 L_i 为一般向量时,待估状态为 \mathbf{x}_k 的某个分量或其线性组合.

利用中心平均解模糊器、乘积模糊推理,单点模糊器,可以得到模糊系统(2)的全局动态模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \sum_{i=1}^p h_i(A_i\mathbf{x}_k + B_i\mathbf{w}_k) \\ \mathbf{z}_k = \sum_{i=1}^p h_i(L_i\mathbf{x}_k) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $h_i = h_i(\theta_k) = \mu_i(\theta_k) / \sum_{j=1}^p \mu_j(\theta_k)$, $\mu_i(\theta_k) = \prod_{j=1}^p W_{ij}(\theta_k^j)$, $W_{ij}(\theta_k^j)$ 是 θ_k^j 在模糊集 W_{ij} 中的隶属度.显然,有 $h_i \geq 0$, $\sum_{j=1}^p h_j = 1$.

注 2. 隶属度函数的选择没有统一的方法,可以根据需要适当选取.如果想要所选择的隶属度函数最优,可以引入智能优化方法(如粒子群算法、蚁群算法等)来优化隶属度函数中的参数.

1.2 饱和传感器的冗余策略

当传感器检测的信号幅值过大时,会产生饱和特性(如差压传感器、霍尔传感器).若传感器长时间处于饱和状态,会容易损坏,测量结果失去意义.为解决传感器饱和时信号来源问题,我们提出传感器冗余策略^[16-17].输出 $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^r$ 采用如下模型进行刻画

$$\mathbf{y}_k = \sum_{i=1}^p h_i(\delta_k g(C_{1i}\mathbf{x}_k) + (1 - \delta_k)\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k)) \quad (4)$$

其中, Bernoulli 分布的随机变量 δ_k 用来表示主传感器和备用传感器之间的切换,且满足 $\text{Prob}\{\delta_k = 1\} = \bar{\delta}$, $\text{Prob}\{\delta_k = 0\} = 1 - \bar{\delta}$, 即 $\delta_k = 1$ 时表示主传感器工作, $\delta_k = 0$ 时表示主传感器失效,此时启用备用传感器工作.传感器饱和用非线性函数 $g(C_{1i}\mathbf{x}_k)$ 和 $\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k)$ 来描述,满足

$$\begin{aligned} (g(C_{1i}\mathbf{x}_k) - M_1 C_{1i}\mathbf{x}_k)^T (g(C_{1i}\mathbf{x}_k) - M_2 C_{1i}\mathbf{x}_k) &\leq 0 \\ (\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k) - \bar{M}_1 C_{2i}\mathbf{x}_k)^T (\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k) - \bar{M}_2 C_{2i}\mathbf{x}_k) &\leq 0 \end{aligned}$$

其中, M_1, M_2 ($M_2 > M_1 \geq 0$), \bar{M}_1, \bar{M}_2 ($\bar{M}_2 > \bar{M}_1 \geq 0$) 是常矩阵.为分析方便,将 $g(C_{1i}\mathbf{x}_k)$ 和 $\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k)$ 分成线性部分和非线性部分来处理^[13], 即

$$g(C_{1i}\mathbf{x}_k) = g_n(C_{1i}\mathbf{x}_k) + M_1 C_{1i}\mathbf{x}_k \quad (5)$$

$$\phi(C_{2i}\mathbf{x}_k) = \phi_n(C_{2i}\mathbf{x}_k) + \bar{M}_1 C_{2i}\mathbf{x}_k \quad (6)$$

其中,非线性部分 $g_n(C_{1i}\mathbf{x}_k)$ 和 $\phi_n(C_{2i}\mathbf{x}_k)$ 分别属于 $\Omega_n = \{g_n(C_{1i}\mathbf{x}_k) : g_n^T(C_{1i}\mathbf{x}_k)(g_n(C_{1i}\mathbf{x}_k) - M C_{1i}\mathbf{x}_k) \leq 0\}$ 和 $\Phi_n = \{\phi_n(C_{2i}\mathbf{x}_k) : \phi_n^T(C_{2i}\mathbf{x}_k) \times (\phi_n(C_{2i}\mathbf{x}_k) - \bar{M} C_{2i}\mathbf{x}_k) \leq 0\}$. 而 $M = M_2 - M_1 > 0$, $\bar{M} = \bar{M}_2 - \bar{M}_1 > 0$.

1.3 网络传输诱导现象的刻画

假设 4. 传感器是时钟驱动.

假设 5. 接收端设置缓存器.

网络环境下, 无论是采用 TCP 协议还是 UDP 协议, 时滞和丢包现象不可避免^[18]. 由于随机时滞的存在, 使得在一个采样周期内, 接收端接收到的数据可能是一个或是多个, 也可能没有接收到任何数据, 根据文献 [19], 采用如下模型来描述接收端的数据

$$\tilde{y}_k = \xi_k^{(0)} y_k + (1 - \xi_k^{(0)}) \xi_k^{(1)} y_{k-1} + \cdots + \prod_{i=0}^{d-1} (1 - \xi_{k-d+i}^{(i)}) \xi_k^{(d)} y_{k-d} + D_i v_i \quad (7)$$

其中, $\mathbf{v}_k \in \mathbf{R}^q$ 是属于平方可和 $l_2[0, \infty)$ 空间的观测噪声, d 是最大时滞; $\xi_k^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, d$) 是相互独立的 Bernoulli 分布的随机变量, 且满足统计特性: $\text{Prob}\{\xi_k^{(i)} = 1\} = \bar{\xi}_i$, $\text{Prob}\{\xi_k^{(i)} = 0\} = 1 - \bar{\xi}_i$.

注 3. 当 $\xi_k^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, d$) 取不同值时, 可以同时描述数据的丢失和 d 步时滞的情况. 易知, 数据包正常接收的概率为 $\bar{\xi}_0$, d 步时滞的概率为 $\prod_{i=0}^{d-1} (1 - \bar{\xi}_i) \bar{\xi}_d$, 丢包的概率为 $1 - \bar{\xi}_0 - \sum_{l=1}^d \prod_{i=0}^{l-1} (1 - \bar{\xi}_i) \bar{\xi}_d$.

1.4 模糊滤波器设计

针对 T-S 模糊模型 (2) 描述的非线性系统 (1), 利用并行分布补偿技术, 设计如下形式的满阶滤波器:

规则 i : 如果 θ_k^1 为 W_{i1}, \dots , 且 θ_k^p 为 W_{ip} , 则

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = A_{fi} \hat{\mathbf{x}}_k + B_{fi} \tilde{\mathbf{y}}_k \\ \hat{\mathbf{z}}_k = C_{fi} \hat{\mathbf{x}}_k \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbf{R}^n$ 是估计的状态, $\hat{\mathbf{z}}_k \in \mathbf{R}^m$ 是滤波器输出, A_{fi}, B_{fi}, C_{fi} 是待设计的滤波器参数.

同样, 可以得到滤波器的全局模型为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \sum_{i=1}^p h_i (A_{fi} \hat{\mathbf{x}}_k + B_{fi} \tilde{\mathbf{y}}_k) \\ \hat{\mathbf{z}}_k = \sum_{i=1}^p h_i (C_{fi} \hat{\mathbf{x}}_k) \end{cases} \quad (9)$$

注 4. 也可以采用状态增广的方法设计滤波器, 即引入状态 $\mathbf{X}_k = [\mathbf{x}_k^T \ \mathbf{x}_{k-1}^T \ \cdots \ \mathbf{x}_{k-d}^T]^T$, 然后为 \mathbf{X}_k 设计滤波器 $\hat{\mathbf{X}}_k$. 显然, 增广方法会引起维数的增加. 此处设计的满阶滤波器可以避免维数增加.

定义 $\xi_k^{(0)} = \alpha_k^{(0)}$, $\prod_{i=0}^{d-1} (1 - \xi_{k-d+i}^{(i)}) \xi_k^{(i)} = \alpha_k^{(i)}$, $\alpha_k^{(i)} \delta_{k-i} = \sigma_k^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, d$). 则有如下统计特性: $E\{\sigma_k^{(i)}\} = \text{Prob}\{\sigma_k^{(i)} = 1\} = \bar{\alpha}_i \bar{\delta} = \bar{\sigma}_i$, $E\{\alpha_k^{(i)}\} = \text{Prob}\{\alpha_k^{(i)} = 1\} = \bar{\alpha}_i$, $E\{(\sigma_k^{(i)} - \bar{\sigma}_i)^2\} = \bar{\alpha}_i \bar{\delta} (1 - \bar{\alpha}_i \bar{\delta}) = \bar{\rho}_i^2$, $E\{(\alpha_k^{(i)} - \bar{\alpha}_i)^2\} = \bar{\alpha}_i (1 - \bar{\alpha}_i) = \bar{\rho}_i^2$, $E\{(\sigma_k^{(i)} - \bar{\sigma}_i)(\alpha_k^{(i)} - \bar{\alpha}_i)\} = \bar{\alpha}_i \bar{\delta} (1 - \bar{\alpha}_i) = \bar{\rho}_i^2$.

为了叙述方便, 令 $\sum_{a_1, a_2, \dots, a_s=1}^p h_{a_1} h_{a_2} \cdots h_{a_s} = \sum_{a_1}^p h_{a_1} \sum_{a_2}^p h_{a_2} \cdots \sum_{a_s}^p h_{a_s}$ ($\forall s \geq 0$).

由式 (2) ~ (4), (6), (7), 可得滤波误差系统为

$$\begin{cases} \zeta_{k+1} = \sum_{i,j=1}^p h_i h_j \left[\sum_{l=0}^d (\bar{A}_{ij}^{(l)} + \tilde{\sigma}_{l,k} \tilde{A}_{ij}^{(l)} + \tilde{\alpha}_{l,k} \check{A}_{ij}^{(l)}) \zeta_{k-l} + \sum_{l=0}^d (\bar{B}_{ij}^{(l)} + \tilde{\sigma}_{l,k} \tilde{B}_{ij}^{(l)} + \tilde{\alpha}_{l,k} \check{B}_{ij}^{(l)}) \bar{g}_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) + \bar{D}_{ij} \tilde{\mathbf{w}}_k \right] \\ \mathbf{e}_k = \sum_{i,j=1}^p h_i h_j \bar{L}_{ij} \zeta_k \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} \zeta_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^T & \hat{\mathbf{x}}_k^T \end{bmatrix}^T, \quad \tilde{\mathbf{w}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^T & \mathbf{v}_k^T \end{bmatrix}^T \\ \bar{A}_{ij}^{(l)} &= \bar{\sigma}_l B_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) + \bar{\alpha}_l B_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} \\ \bar{A}_{ij}^{(0)} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ \bar{A}_{ij}^{(0)} & A_{fj} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_{ij}^{(l)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{A}_{ij}^{(l)} & 0 \end{bmatrix}, \quad (l \neq 0) \\ \tilde{A}_{ij}^{(l)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \\ \check{A}_{ij}^{(l)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k \\ \bar{B}_{ij}^{(l)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{\sigma}_l B_{fj} & (\bar{\alpha}_l - \bar{\sigma}_l) B_{fj} \end{bmatrix} \\ \tilde{B}_{ij}^{(l)} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fj} & -B_{fj} \end{bmatrix}, \quad \check{B}_{ij}^{(l)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & B_{fj} \end{bmatrix} \\ \bar{g}_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) &= \begin{bmatrix} g_n(H_{1i} \zeta_{k-l}) \\ \phi_n(H_{2i} \zeta_{k-l}) \end{bmatrix}, \quad (l = 0, 1, \dots, d) \\ \bar{D}_{ij} &= \begin{bmatrix} B_i & 0 \\ 0 & B_{fj} D_i \end{bmatrix}, \quad \bar{L}_{ij} = \begin{bmatrix} L_i & -C_{fj} \end{bmatrix} \\ H_{1i} &= \begin{bmatrix} C_{1i} & 0 \end{bmatrix}, \quad H_{2i} = \begin{bmatrix} C_{2i} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

问题描述: 针对基于 T-S 模糊模型 (2) 描述的非线性系统 (1), 考虑传感器件的饱和特性以及观测数据到达接收端时可能发生的随机丢包和多步时滞的情况, 设计形如式 (8) 的滤波器参数 A_{fi}, B_{fi}, C_{fi} , 使得滤波误差系统 (10) 满足如下两个条件:

i) 渐近稳定性. 在外部扰动 $\tilde{\mathbf{w}}_k = 0$ 时, 滤波误差系统 (14) 是均方意义下渐近稳定的, 即对所有初始条件 $\zeta_0 \in \mathbf{R}^{2n}$ 使得下式成立

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\|\zeta_k\|^2\} = 0$$

ii) H_∞ 性能. 在零初始条件下, 对于所有的非零 $\tilde{\mathbf{w}}_k \in l_2[0, \infty)$ 和指定的 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 滤

波误差 \mathbf{e}_k 满足如下 H_∞ 范数指标

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E} \left\{ \|\mathbf{e}_k\|^2 \right\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E} \left\{ \|\tilde{\mathbf{w}}_k\|^2 \right\} \quad (11)$$

引理 1^[20]. 对于对称正定矩阵 S 和任意适当维数的实矩阵 X_{ij} , 有

$$\sum_{i,j,s,t=1}^p h_i h_j h_s h_t X_{ij}^T S X_{st} \leq \sum_{i,j=1}^p h_i h_j X_{ij}^T S X_{ij}$$

2 滤波性能分析

定理 1. 考虑基于 T-S 模糊模型 (2) 描述的离散时间非线性系统 (1), 假设滤波器参数 A_{fi} , B_{fi} , C_{fi} 已知, 则滤波误差系统 (10) 是均方意义下渐近稳定的, 且当 $\tilde{\mathbf{w}}_k \neq 0$ 时, 系统 (10) 满足指定 H_∞ 性能指标 γ , 如果存在模糊规则依赖的正定对称矩阵 $P_q > 0$, $Q_j > 0$ ($q = j = 1, 2, \dots, d$) 及标量 $\varepsilon_i > 0$ ($i = 0, 1, \dots, 2d + 1$), 使得如下矩阵不等式成立

$$Z_{ij}^T \hat{P}_q Z_{ij} + \sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{ij}^{(d)} + \sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{ij}^{(d)} + \hat{Z}_{ij}^T \hat{Z}_{ij} + \bar{P}_{ii} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & (Z_{ij} + Z_{ji})^T \hat{P}_q (Z_{ij} + Z_{ji}) + \sum_{d=1}^2 (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)})^T \bar{P}_q (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)}) + \\ & \sum_{d=1}^2 (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)})^T \bar{P}_q (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)}) + (\hat{Z}_{ij} + \hat{Z}_{ji})^T (\hat{Z}_{ij} + \hat{Z}_{ji}) + 2(\bar{P}_{ii} + \bar{P}_{jj}) < 0 \\ & 1 \leq i < j = q \leq p \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij}^{(0)} & \cdots & \bar{A}_{ij}^{(d)} & \bar{B}_{ij}^{(0)} & \cdots & \bar{B}_{ij}^{(d)} & \bar{D}_{ij} \\ \bar{L}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{Z}_{ij}^{(A1)} &= \text{diag} \left\{ \tilde{\rho}_0 \tilde{A}_{ij}^{(0)}, \dots, \tilde{\rho}_d \tilde{A}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(B1)} &= \text{diag} \left\{ \tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{ij}^{(0)}, \dots, \tilde{\rho}_d \tilde{B}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(A2)} &= \text{diag} \left\{ \check{\rho}_0 \check{A}_{ij}^{(0)}, \dots, \check{\rho}_d \check{A}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(B2)} &= \text{diag} \left\{ \check{\rho}_0 \check{B}_{ij}^{(0)}, \dots, \check{\rho}_d \check{B}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(1)} &= \left[\bar{Z}_{ij}^{(A1)}, \bar{Z}_{ij}^{(B1)}, 0 \right], \bar{Z}_{ij}^{(2)} = \left[\bar{Z}_{ij}^{(A2)}, \bar{Z}_{ij}^{(B2)}, 0 \right] \\ \bar{Z}_{ij}^{(A1)} &= \text{diag} \left\{ \bar{\rho}_0 \bar{A}_{ij}^{(0)}, \dots, \bar{\rho}_d \bar{A}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(B1)} &= \text{diag} \left\{ \bar{\rho}_0 \bar{B}_{ij}^{(0)}, \dots, \bar{\rho}_d \bar{B}_{ij}^{(d)} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{ij}^{(1)} &= v \begin{bmatrix} \bar{Z}_{ij}^{(A1)} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_{ij}^{(B1)} & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{Z}_{ij}^{(A2)} &= \text{diag} \left\{ \bar{\rho}_0 \check{A}_{ij}^{(0)}, \dots, \bar{\rho}_d \check{A}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(B2)} &= \text{diag} \left\{ \bar{\rho}_0 \check{B}_{ij}^{(0)}, \dots, \bar{\rho}_d \check{B}_{ij}^{(d)} \right\} \\ \bar{Z}_{ij}^{(2)} &= v \begin{bmatrix} \bar{Z}_{ij}^{(A2)} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_{ij}^{(B2)} & 0 \end{bmatrix} \\ \hat{Z}_{ij}^{(1)} &= \text{diag} \left\{ \varepsilon_0 M C_{1i}, \dots, \varepsilon_d M C_{1i} \right\} \\ \hat{Z}_{ij}^{(2)} &= \text{diag} \left\{ \varepsilon_{d+1} \bar{M} C_{2i}, \dots, \varepsilon_{2d+1} \bar{M} C_{2i} \right\} \\ \hat{Z}_{ij} &= \begin{bmatrix} \hat{Z}_{ij}^{(1)} & 0 \\ \hat{Z}_{ij}^{(2)} & 0 \end{bmatrix}, \hat{P}_q = \text{diag} \{ P_q, I \} \\ \bar{P}_q &= I_2 \otimes P_q, \bar{P}_q = I_4 \otimes P_q, v = \sqrt{2}, \check{P}_{is} = \\ & \text{diag} \{ P_q - \sum_{l=1}^d Q_j^{(l)}, Q_j^{(1)}, \dots, Q_j^{(d)}, \varepsilon_0 I, \dots, \varepsilon_{2d+1} I \} \\ \bar{P}_{is} &= \text{diag} \{ -\check{P}_{is}, -\gamma^2 I \}, \tilde{\rho}_d^2 = \bar{\alpha}_d \bar{\delta} (1 - \bar{\alpha}_d \bar{\delta}) \\ \check{\rho}_d^2 &= \bar{\alpha}_d (1 - \bar{\alpha}_d), \bar{\rho}_d^2 = \bar{\alpha}_d \bar{\delta} (1 - \bar{\alpha}_d) \end{aligned}$$

证明. 选取如下模糊规则依赖的 Lyapunov 函数

$$V_{1k}(\zeta_k) = \zeta_k^T \left(\sum_{i=1}^p h_i P_i \right) \zeta_k \quad (14)$$

$$V_{2k}(\zeta_k) = \sum_{l=1}^d \sum_{i=k-l}^{k-1} \zeta_i^T \left(\sum_{j=1}^p h_j Q_j^{(l)} \right) \zeta_i \quad (15)$$

那么

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \Delta V_{1k} \} &= \mathbb{E} \left\{ \zeta_{k+1}^T \left(\sum_{i=1}^p h_i^+ P_i \right) \zeta_{k+1} - \right. \\ & \left. \zeta_k^T \left(\sum_{i=1}^p h_i P_i \right) \zeta_k \right\} \end{aligned}$$

将滤波误差系统 (10) 代入上式, 有

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \Delta V_{1k} \} &= \sum_{i,j,q,s,t=1}^p h_i h_j h_q^+ h_s h_t \left[-\zeta_k^T P_i \zeta_k + \right. \\ & \sum_{l=0}^d \zeta_{k-l}^T (\bar{A}_{ij}^{(l)T} P_q \bar{A}_{st}^{(l)} + \tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{A}_{st}^{(l)} + \\ & \check{\rho}_l^2 \check{A}_{ij}^{(l)T} P_q \check{A}_{st}^{(l)} + 2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \check{A}_{st}^{(l)}) \zeta_{k-l} + \\ & \sum_{l=0}^d g_n^T (H_{ij} \zeta_{k-l}) (\bar{B}_{ij}^{(l)T} P_q \bar{B}_{st}^{(l)} + \\ & \check{\rho}_l^2 \tilde{B}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)} + \check{\rho}_l^2 \check{B}_{ij}^{(l)T} P_q \check{B}_{st}^{(l)} + \\ & \left. 2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{B}_{ij}^{(l)T} P_q \check{B}_{st}^{(l)}) g_n (H_{st} \zeta_{k-l}) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2 \sum_{\tau=0}^{d-1} \sum_{\iota=\tau+1}^d \zeta_{k-\tau}^T \bar{A}_{ij}^{(\tau)T} P_q \bar{A}_{st}^{(\iota)} \zeta_{k-\iota} + \\
 & 2 \sum_{\tau=0}^{d-1} \sum_{\iota=\tau+1}^d g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-\tau}) \bar{B}_{ij}^{(\tau)T} \times \\
 & P_q \bar{B}_{st}^{(\iota)} g_n(H_{st} \zeta_{k-\iota}) + \\
 & 2 \sum_{\tau=0}^{d-1} \sum_{\iota=\tau+1}^d \zeta_{k-\tau}^T \bar{A}_{ij}^{(\tau)T} P_q \bar{B}_{st}^{(\iota)} g_n(H_{st} \zeta_{k-\iota}) + \\
 & 2 \sum_{l=0}^d \zeta_{k-l}^T \bar{A}_{ij}^{(l)T} P_q \bar{D}_{st} \tilde{\mathbf{w}}_k + \tilde{\mathbf{w}}_k^T \bar{D}_{ij}^T P \bar{D}_{st} \tilde{\mathbf{w}}_k + \\
 & 2 \sum_{l=0}^d g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l}) \bar{B}_{ij}^{(l)T} P_q \bar{D}_{st} \tilde{\mathbf{w}}_k + \\
 & 2 \sum_{\tau=0}^{d-1} \sum_{\iota=\tau+1}^d g_n^T(H_{st} \zeta_{k-\tau}) \bar{B}_{ij}^{(\tau)T} P_q \bar{A}_{st}^{(\iota)} \zeta_{k-\iota} + \\
 & 2 \sum_{l=0}^d \zeta_{k-l}^T (\bar{A}_{ij}^{(l)T} P_q \bar{B}_{st}^{(l)} + \tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)} + \\
 & \tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)} + 2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)}) g_n(H_{st} \zeta_{k-l}) \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E\{\Delta V_{2k}\} &= E\left\{ \sum_{l=1}^d \sum_{i=k+1-l}^k \zeta_i^T \left(\sum_{j=1}^p h_j^+ Q_j^{(l)} \right) \times \right. \\
 & \left. \zeta_i - \sum_{l=1}^d \sum_{i=k-l}^{k-1} \zeta_i^T \left(\sum_{j=1}^p h_j Q_j^{(l)} \right) \zeta_i \right\} = \\
 & \sum_{j=1}^p h_j^+ \sum_{l=1}^d \left(\zeta_k^T Q_j^{(l)} \zeta_k - \zeta_{k-l}^T Q_j^{(l)} \zeta_{k-l} \right) \quad (17)
 \end{aligned}$$

考虑到传感器饱和的限制条件 $g_n^T(C_{1i} \mathbf{x}_k) \times (g_n(C_{1i} \mathbf{x}_k) - M C_{1i} \mathbf{x}_k) \leq 0$, 由不等式 $2a^T b \leq a^T a + b^T b$, 可以得到

$$\begin{aligned}
 & 2g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l})(g_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) - M H_{ij} \zeta_{k-l}) = \\
 & 2g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l})g_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) - \\
 & 2g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l})M H_{ij} \zeta_{k-l} \leq \\
 & g_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l})g_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) - \\
 & \zeta_{k-l}^T H_{ij}^T M^T M H_{ij} \zeta_{k-l} \leq 0, \\
 & \quad \quad \quad l = 0, 1, \dots, d
 \end{aligned}$$

同样, 由 $2\phi_n^T(C_{2i} \mathbf{x}_k)(\phi_n(C_{2i} \mathbf{x}_k) - \bar{M} C_{2i} \mathbf{x}_k) \leq 0$, 得 $\phi_n^T(H_{ij} \zeta_{k-l})\phi_n(H_{ij} \zeta_{k-l}) - \zeta_{k-l}^T H_{ij}^T \bar{M}^T \bar{M} H_{ij} \zeta_{k-l} \leq 0, l = 0, 1, \dots, d$.

类似地, 将不等式关系 $2a^T b \leq a^T a + b^T b$ 应用到交叉项 $2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{A}_{st}^{(l)}$, $2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{B}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)}$,

$2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)}$ 和 $2\tilde{\rho}_l^2 \tilde{A}_{ij}^{(l)T} P_q \tilde{B}_{st}^{(l)}$ 中. 为表示方便, 定义如下变量

$$\begin{aligned}
 \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k &= [\zeta_k^T \cdots \zeta_{k-d}^T \bar{g}_n^T(H_{ij} \zeta_k) \cdots \bar{g}_n^T(H_{ij} \zeta_{k-d})]^T \\
 \Gamma_{ij} &= [\bar{A}_{ij}^{(0)} \cdots \bar{A}_{ij}^{(d)} \bar{B}_{ij}^{(0)} \cdots \bar{B}_{ij}^{(d)}] \\
 \bar{\Gamma}_{ij}^{(1)} &= [\bar{Z}_{ij}^{(A1)} \bar{Z}_{ij}^{(B1)}] \\
 \bar{\Gamma}_{ij}^{(2)} &= [\bar{Z}_{ij}^{(A2)} \bar{Z}_{ij}^{(B2)}] \\
 \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(1)} &= v \text{diag}\{\bar{\bar{Z}}_{ij}^{(A1)} \bar{\bar{Z}}_{ij}^{(B1)}\} \\
 \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(2)} &= v \text{diag}\{\bar{\bar{Z}}_{ij}^{(A2)} \bar{\bar{Z}}_{ij}^{(B2)}\} \\
 \hat{\Gamma}_{ij}^{(1)} &= \text{diag}\{\varepsilon_0 M H_{ij} \cdots \varepsilon_d M H_{ij}\} \\
 \hat{\Gamma}_{ij}^{(2)} &= \text{diag}\{\varepsilon_{d+1} \bar{M} H_{ij} \cdots \varepsilon_{2d+1} \bar{M} H_{ij}\} \\
 \hat{\Gamma}_{ij} &= \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_{ij}^{(1)} & 0 \\ \hat{\Gamma}_{ij}^{(2)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta}_k = [\tilde{\boldsymbol{\eta}}_k^T \tilde{\mathbf{w}}_k^T]^T
 \end{aligned}$$

首先证明当 $\tilde{\mathbf{w}}_k = 0$ 时滤波误差系统 (10) 是均方意义下渐近稳定的, 有

$$\begin{aligned}
 E\{\Delta V_k\} &\leq \sum_{i,j,q,s,t=1}^p h_i h_j h_q^+ h_s h_t \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k^T \left(\check{P}_{is} + \right. \\
 & \hat{\Gamma}_{ij}^T \hat{\Gamma}_{st} + \Gamma_{ij}^T P_q \Gamma_{st} + \sum_{d=1}^2 \bar{\Gamma}_{ij}^{(d)T} \hat{P}_q \bar{\Gamma}_{st}^{(d)} + \\
 & \left. \sum_{d=1}^2 \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{\bar{\Gamma}}_{st}^{(d)} \right) \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k \leq \\
 & \sum_{i,j,q=1}^p h_i h_j h_q^+ \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k^T \left(\Gamma_{ij}^T P_q \Gamma_{ij} + \sum_{d=1}^2 \bar{\Gamma}_{ij}^{(d)T} \hat{P}_q \bar{\Gamma}_{ij}^{(d)} + \right. \\
 & \left. \sum_{d=1}^2 \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)} + \hat{\Gamma}_{ij}^T \hat{\Gamma}_{ij} + \check{P}_{ii} \right) \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k = \\
 & \sum_{i,q=1}^p h_i^2 h_q^+ \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k^T \left(\Gamma_{ij}^T P_q \Gamma_{ij} + \sum_{d=1}^2 \bar{\Gamma}_{ij}^{(d)T} \hat{P}_q \bar{\Gamma}_{ij}^{(d)} + \right. \\
 & \left. \sum_{d=1}^2 \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)} + \hat{\Gamma}_{ij}^T \hat{\Gamma}_{ij} + \check{P}_{ii} \right) \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k + \\
 & \frac{1}{2} \sum_{i,j,q=1, i < j}^p h_i h_j h_q^+ \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k^T \left[(\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji})^T P_q (\Gamma_{ij} + \Gamma_{ji}) + \right. \\
 & \left. \sum_{d=1}^2 (\bar{\Gamma}_{ij}^{(d)} + \bar{\Gamma}_{ji}^{(d)})^T \hat{P}_q (\bar{\Gamma}_{ij}^{(d)} + \bar{\Gamma}_{ji}^{(d)}) + \right. \\
 & \left. \sum_{d=1}^2 (\bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)} + \bar{\bar{\Gamma}}_{ji}^{(d)})^T \bar{P}_q (\bar{\bar{\Gamma}}_{ij}^{(d)} + \bar{\bar{\Gamma}}_{ji}^{(d)}) + \right. \\
 & \left. (\hat{\Gamma}_{ij} + \hat{\Gamma}_{ji})^T (\hat{\Gamma}_{ij} + \hat{\Gamma}_{ji}) + 2(\check{P}_{ii} + \check{P}_{jj}) \right] \tilde{\boldsymbol{\eta}}_k
 \end{aligned}$$

由 Schur 补引理可得, $E\{\Delta V_k\} < 0$ 当且仅当不等式 (12) 和 (13) 成立. 根据 Lyapunov 稳定性理论可知, 当 $\tilde{w}_k = 0$ 时, 滤波误差系统 (10) 是均方渐近稳定的. 接下来, 为分析滤波误差系统 (10) 的 H_∞ 性能, 引入目标函数

$$J_n = E \left\{ \sum_{k=0}^n (\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k - \gamma^2 \tilde{w}_k^T \tilde{w}_k) \right\}$$

显然, 为证明 H_∞ 性能指标 (11) 成立, 即要证明在零初始条件下有 $J_n < 0$ 成立. 于是, 有

$$\begin{aligned} J_n &= E \left\{ \sum_{k=0}^n (\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k - \gamma^2 \tilde{w}_k^T \tilde{w}_k + \Delta V_k) \right\} - E\{V_{n+1}\} \leq \\ &E \left\{ \sum_{k=0}^n (\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k - \gamma^2 \tilde{w}_k^T \tilde{w}_k + \Delta V_k) \right\} \leq \\ &\sum_{i,j,q,s,t=1}^p h_i h_j h_q^+ h_s h_t \boldsymbol{\eta}_k^T \left(\bar{P}_{is} + Z_{ij}^T \hat{P}_q Z_{st} + \right. \\ &\sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{st}^{(d)} + \\ &\left. \sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{st}^{(d)} + \hat{Z}_{ij}^T \hat{Z}_{st} \right) \boldsymbol{\eta}_k \end{aligned}$$

类似于前面的推导过程, 可得

$$\begin{aligned} J_n &\leq \sum_{i,q=1}^p h_i^2 h_q^+ \boldsymbol{\eta}_k^T \left(Z_{ij}^T \hat{P}_q Z_{ij} + \sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{ij}^{(d)} + \right. \\ &\sum_{d=1}^2 \bar{Z}_{ij}^{(d)T} \bar{P}_q \bar{Z}_{ij}^{(d)} + \hat{Z}_{ij}^T \hat{Z}_{ij} + \bar{P}_{ii} \left. \right) \boldsymbol{\eta}_k + \\ &\frac{1}{2} \sum_{i,j,q=1,i < j}^p h_i h_j h_q^+ \boldsymbol{\eta}_k^T \left[(Z_{ij} + Z_{ji})^T \hat{P}_q (Z_{ij} + \right. \\ &Z_{ji}) + \sum_{d=1}^2 (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)})^T \bar{P}_q (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)}) + \\ &\sum_{d=1}^2 (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)})^T \bar{P}_q (\bar{Z}_{ij}^{(d)} + \bar{Z}_{ji}^{(d)}) + \\ &\left. (\hat{Z}_{ij} + \hat{Z}_{ji})^T (\hat{Z}_{ij} + \hat{Z}_{ji}) + 2(\bar{P}_{ii} + \bar{P}_{jj}) \right] \boldsymbol{\eta}_k \end{aligned}$$

由式 (12) 和式 (13) 可知 $J_n < 0$. 令 $n \rightarrow \infty$, 易得

$$\sum_{k=0}^{\infty} E \left\{ \|\mathbf{e}_k\|^2 \right\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E \left\{ \|\tilde{w}_k\|^2 \right\}$$

□

3 H_∞ 滤波器设计

定理 2. 考虑基于 T-S 模糊模型 (2) 描述的离散时间非线性系统 (1), 在传感器饱和及数据包丢失和时滞存在的情况下, 对于给定标量 $\gamma > 0$, 存在一个 H_∞ 滤波器使得滤波误差系统均方意义下渐近稳定, 且当 $\tilde{w}_k \neq 0$ 时, H_∞ 性能指标 (11) 成立, 如果存在模糊规则依赖的矩阵 $P_q > 0, Q_j > 0 (q = j = 1, 2, \dots, d)$, 矩阵 $R = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_2 \end{bmatrix}, \tilde{A}_{fj}, \tilde{B}_{fj}, \tilde{C}_{fj}$ 和标量 $\varepsilon_i > 0 (i = 0, 1, \dots, 2d + 1)$, 使得如下 LMIs 成立

$$\begin{bmatrix} \check{P}_{ii} & * & * & * \\ \Psi_{ii} & -\Phi & * & * \\ \bar{\Psi}_{ii} & 0 & -\bar{\Phi} & * \\ \hat{\Gamma}_{ii} & 0 & 0 & -\check{\Phi} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} 2(\check{P}_{ii} + \check{P}_{jj}) & * & * & * \\ \Psi_{ij} + \Psi_{ji} & -\Phi & * & * \\ \bar{\Psi}_{ij} + \bar{\Psi}_{ji} & 0 & -\bar{\Phi} & * \\ \hat{\Gamma}_{ij} + \hat{\Gamma}_{ji} & 0 & 0 & -\check{\Phi} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

其中

$\Psi_{ij} =$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11ij} & \cdots & \Psi_{12ij} & \Psi_{13ij} & \cdots & \Psi_{14ij} & \Psi_{15ij} \\ \Psi_{21ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Psi_{31ij} & 0 & 0 & \Psi_{33ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{42ij} & 0 & 0 & \Psi_{44ij} & 0 \\ \Psi_{51ij} & 0 & 0 & \Psi_{53ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{62ij} & 0 & 0 & \Psi_{64ij} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Psi}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{ij}^{(1)} & 0 \\ \bar{\Psi}_{ij}^{(2)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{(1)} = \text{diag}\{\bar{\Psi}_{ij11}, \dots, \bar{\Psi}_{ij22}, \bar{\Psi}_{ij33}, \dots, \bar{\Psi}_{ij44}\}$$

$$\bar{\Psi}_{ij}^{(2)} = \text{diag}\{\bar{\Psi}_{ij51}, \dots, \bar{\Psi}_{ij62}, \bar{\Psi}_{ij73}, \dots, \bar{\Psi}_{ij84}\}$$

$$\check{\Psi}_{ij}^{(l)} = \bar{\sigma}_l \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) + \bar{\alpha}_i \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i}$$

$$\Psi_{11ij} = \begin{bmatrix} R_i A_i + \check{\Psi}_{ij}^{(0)} & \tilde{A}_{fj} \\ R_i A_i + \check{\Psi}_{ij}^{(0)} & \tilde{A}_{fj} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{12ij} = \begin{bmatrix} \check{\Psi}_{ij}^{(d)} & 0 \\ \check{\Psi}_{ij}^{(d)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{13ij} &= \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_0 \tilde{B}_{fj} & (\bar{\alpha}_0 - \bar{\sigma}_0) \tilde{B}_{fj} \\ \bar{\sigma}_0 \tilde{B}_{fj} & (\bar{\alpha}_0 - \bar{\sigma}_0) \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{14ij} &= \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_d \tilde{B}_{fj} & (\bar{\alpha}_d - \bar{\sigma}_d) \tilde{B}_{fj} \\ \bar{\sigma}_d \tilde{B}_{fj} & (\bar{\alpha}_d - \bar{\sigma}_d) \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{15ij} &= \begin{bmatrix} R_1 B_i & \tilde{B}_{fj} D_i \\ R_3 B_i & \tilde{B}_{fj} D_i \end{bmatrix} \\ \Psi_{21ij} &= \begin{bmatrix} L_i & -\tilde{C}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{31ij} &= \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \\ \tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \\ \Psi_{33ij} &= \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & -\tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \\ \tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & -\tilde{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{44ij} &= \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & -\tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \\ \tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & -\tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{42ij} &= \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \\ \tilde{\rho}_d \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \\ \Psi_{51ij} &= \begin{bmatrix} \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \\ \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \end{bmatrix} \\ \Psi_{53ij} &= \begin{bmatrix} \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \\ \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & \check{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \Psi_{62ij} &= \begin{bmatrix} \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \\ \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \end{bmatrix} \\ \Psi_{64ij} &= \begin{bmatrix} \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \\ \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & \check{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{11ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \\ \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{22ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \\ \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} (M_1 C_{1i} - \bar{M}_1 C_{2i}) & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{33ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & -\bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \\ \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} & -\bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{44ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & -\bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \\ \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} & -\bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{51ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \\ \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{62ij} &= v \begin{bmatrix} \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \\ \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \bar{M}_1 C_{2i} & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\Psi}_{73ij} &= v \begin{bmatrix} 0 & \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \\ 0 & \bar{\rho}_0 \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{84ij} &= v \begin{bmatrix} 0 & \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \\ 0 & \bar{\rho}_d \tilde{B}_{fj} \end{bmatrix} \\ \bar{P}_q &= R + R^T - P_q, \quad \bar{\Phi} = I_{4d+1} \otimes \bar{P}_q \\ \bar{\Phi} &= \text{diag}\{\bar{P}_q, I, \underbrace{\bar{P}_q, \dots, \bar{P}_q}_{2(d+1)}\} \\ \bar{\Phi} &= \text{diag}\{\varepsilon_0 I, \varepsilon_1 I, \dots, \varepsilon_{2d+1} I\} \end{aligned}$$

若不等式 (18) 和 (19) 存在可行解, 则滤波器参数为

$$A_{fj} = R_2^{-1} \tilde{A}_{fj}, \quad B_{fj} = R_2^{-1} \tilde{B}_{fj}, \quad C_{fj} = \tilde{C}_{fj} \quad (20)$$

证明. 由 Schur 补引理, 可以将定理 1 中的矩阵不等式 (12) 和 (13) 写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} \check{P}_{ii} & * \\ \Sigma_{ii} & -\Xi \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} 2(\check{P}_{ii} + \check{P}_{jj}) & * \\ \Sigma_{ij} + \Sigma_{ji} & -\Xi \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

其中, $\Xi = \text{diag}\{P_q^{-1}, I, \underbrace{P_q^{-1}, \dots, P_q^{-1}}_{6(d+1)}, \underbrace{I, \dots, I}_{2(d+1)}\}$

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} Z_{ij}^T & \bar{Z}_{ij}^{(1)T} & \bar{Z}_{ij}^{(2)T} & \bar{\bar{Z}}_{ij}^{(1)T} & \bar{\bar{Z}}_{ij}^{(2)T} & \hat{Z}_{ij}^T \end{bmatrix}^T,$$

引入矩阵 $R = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_2 \end{bmatrix}$, 并假设 R_2 是非奇异的. 对不等式 (21), (22) 进行全等变换 $J = \text{diag}\{\underbrace{I, \dots, I}_{3(d+1)}, \underbrace{R, I, R, \dots, R}_{6(d+1)}, \underbrace{I, \dots, I}_{2(d+1)}\}$. 由于 $(P_q - R)P_q^{-1}(P_q - R)^T \geq 0$, 可得 $-RP_q^{-1}R^T \leq P_q - R - R^T$, 因此有不等式 (23) 和 (24) 成立.

$$\begin{bmatrix} \check{P}_{ii} & * \\ \bar{R}\Sigma_{ii} & -\bar{\Xi} \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} 2(\check{P}_{ii} + \check{P}_{jj}) & * \\ \bar{R}(\Sigma_{ij} + \Sigma_{ji}) & -\bar{\Xi} \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

其中, $\bar{R} = \text{diag}\{R, I, \underbrace{R, \dots, R}_{6(d+1)}, \underbrace{I, \dots, I}_{2(d+1)}\}$, $\bar{\Xi} =$

$\text{diag}\{\Phi, \bar{\Phi}, \tilde{\Phi}\}$. 定义 $\tilde{A}_{fj} = R_2 A_{fj}$, $\tilde{B}_{fj} = R_2 B_{fj}$, $\tilde{C}_{fj} = C_{fj}$. 可以得到式 (18) 和 (19). 于是, 有 $A_{fj} = R_2^{-1} \tilde{A}_{fj}$, $B_{fj} = R_2^{-1} \tilde{B}_{fj}$, $C_{fj} = \tilde{C}_{fj}$, 即式 (20) 成立. \square .

注 5. 由不等式 (18) 和 (19), 通过求解如下凸优化问题 1

$$\begin{aligned} & \min \quad \varpi \\ & P_q > 0, Q_j > 0 \quad (q=j=1, 2, \dots, p) \\ & \tilde{A}_{fj}, \tilde{B}_{fj}, \tilde{C}_{fj}, \varepsilon_i > 0 \quad (i=0, \dots, 2d+1) \\ & \text{s.t.} \quad (18), (19) \text{ with } \varpi = \gamma^2 \end{aligned}$$

可以得到系统的最优 H_∞ 性能指标为 $\gamma^* = \sqrt{\varpi^*}$, 其中 ϖ^* 为 ϖ 的最优值.

注 6. 在一些场合下, 基于模糊模型 (2) 对非线性系统 (1) 的建模会存在一定的建模误差. 考虑近似误差后, 非线性系统 (1) 可以等价于如下系统

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^p h_i(A_i x_k + B_i w_k) + \Delta f_k$$

其中, $\Delta f_k = f(x_k) - \sum_{i=1}^p h_i(A_i x_k + B_i w_k)$ 是建模误差, 对建模误差的处理是本文后续的研究方向.

4 仿真例子

为验证本文所提算法的有效性, 考虑文献 [21] 中的一个非线性倒立摆系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{g \sin(x_1(t)) + \frac{2b}{lm} x_2(t)}{\frac{4l}{3} - aml \cos^2(x_1(t))} + \frac{\frac{aml}{2} x_2^2(t) \sin(2x_1(t))}{\frac{4l}{3} - aml \cos^2(x_1(t))} + 10w(t) \end{aligned}$$

其中, $x_1(t)$ 表示倒立摆与垂直方向的角度, $x_2(t)$ 是角速度, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 是重力加速度, m 是倒立摆的质量, $a = 1/(m + M)$, M 是小车的质量, $2l$ 是倒立摆的长度, b 是倒立摆与轴之间的阻尼系数, $w(t)$ 是干扰输入. 根据文献 [21], 取 $m = 2 \text{ kg}$, $M = 8 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$ 以及 $b = 0.5 \text{ Nm/s}$. 将系统在原点以及 $x = (\pm 60^\circ, 0)$ 处线性化, 以采样周期 $T = 0.01 \text{ s}$ 离散化, 可得该系统的离散时间 T-S 模糊模型为

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0.9921 & 0.0098 \\ -0.1702 & 0.9748 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.9927 & 0.0098 \\ -0.0577 & 0.9773 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ C_{11} &= \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}, C_{12} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 \end{bmatrix} \\ C_{21} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, C_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ L_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, D_1 = 1, D_2 = 1 \end{aligned}$$

在仿真中, 假设最大延时 $d = 1$. 取 $\bar{\xi}_0 = 0.3$, $\bar{\xi}_1 = 0.2$, $\bar{\delta} = 0.6$, 即观测数据按时接收的概率为 0.3, 一步延时接收的概率为 0.14, 丢失的概率为 0.56. 表 1 举例给出了当 $\xi_k^{(i)}$ ($i = 0, 1$) 取不同值的时候, 接收端接收的数据情况. 从表 1 中可以看出, 当 $k = 1, 2$ 时, 数据正常接收; 当 $k = 3$ 时, 数据丢包; 当 $k = 4$ 时, 数据延迟一步接收; 当 $k = 5$ 时, 接收端同时接收到两个数据.

表 1 接收端接收数据情况举例

Table 1 An example case of the received data at the receiver side

k	$\xi_k^{(0)}$	$\xi_k^{(1)}$	\tilde{y}_k
1	1	0	y_1
2	1	1	y_2
3	0	0	0
4	0	1	y_3
5	1	1	$y_5 + y_4$

通过求解问题 1, 可以得到最优的 $\gamma^* = 5.7774$, 滤波器参数为

$$\begin{aligned} A_{f1} &= \begin{bmatrix} 0.9834 & 0.0088 \\ -0.1658 & 0.9648 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} -0.0012 \\ -0.0130 \end{bmatrix} \\ A_{f2} &= \begin{bmatrix} 0.9896 & 0.0103 \\ -0.0585 & 0.9653 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} -0.0026 \\ -0.0120 \end{bmatrix} \\ C_{f1} &= \begin{bmatrix} 0.0252 & -1.0167 \end{bmatrix} \\ C_{f2} &= \begin{bmatrix} -0.0436 & -0.9814 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

选取隶属度函数为 $h_1 = \frac{1}{1 + e^{-2x_{1k}}}$, $h_2 = 1 - h_1$, 传感器饱和函数为 $g(C_{1i}x_k) = \frac{M_1 + M_2}{2} C_{1i}x_k + \frac{M_2 - M_1}{2} \times \sin(C_{1i}x_k)$, $\phi(C_{2i}x_k) = \frac{\bar{M}_1 + \bar{M}_2}{2} C_{2i}x_k + \frac{\bar{M}_2 - \bar{M}_1}{2} \times \sin(C_{2i}x_k)$, $i = 1, 2$, 其中 $M_1 = 0.3$, $M_2 = 0.4$, $\bar{M}_1 = 0.6$, $\bar{M}_2 = 0.8$, 外部干扰 $w_k = 1.2 \sin k \times e^{-0.2k}$, $v_k = 1.2 \sin k \times e^{-0.2k}$, 初始值为 $x_0 = [0.1 \ 0.1]^T$, $\hat{x}_0 = [-0.25 \ -0.2]^T$. 仿真结果如图 1 所示, 从中可以看出本文提出的滤波器是有效的.

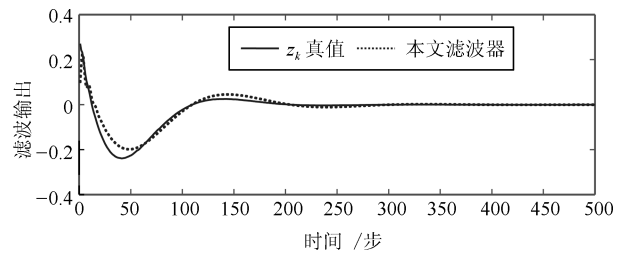


图 1 z_k 真实值和 H_∞ 滤波值
Fig. 1 True value of z_k and its filter

为说明基于模糊规则依赖思想所设计的滤波器可以降低保守性, 将本文与模糊规则独立方法 (即选取 Lyapunov 函数时 Lyapunov 矩阵与模糊规则无关) 进行比较. 参数 $\bar{\xi}_1 = 0.2$, $\bar{\delta} = 0.6$ 保持不变, 令 $\bar{\xi}_0$ 从 0.1 到 0.9 变化, 所得的最优 H_∞ 性能指标 γ^* 结果如表 2 所示. 从表 2 中可以看出, 模糊规则依赖的方法所得的 γ^* 要小于模糊规则独立的方法, 即可以有效降低设计的保守性. 同时, 随着数据包正常接收的概率增大 (即 $\bar{\xi}_0$ 变大), H_∞ 性能指标 γ^* 减小, 系统的抗干扰能力增强.

表 2 模糊规则依赖与模糊规则独立的 γ^* 比较Table 2 Comparison of γ^* between fuzzy-basis-dependent and fuzzy-basis-independent methods

$\xi_k^{(0)}$	模糊规则依赖情况	模糊规则独立情况
0.1	5.8237	7.7774
0.3	5.7774	7.2734
0.5	5.1049	6.0407
0.7	4.1155	4.6130
0.9	3.2347	3.4826

我们进一步分析了主传感器和冗余传感器对系统性能的影响. 当 $\bar{\xi}_0$ 和 $\bar{\xi}_1$ 不变, 而 $\bar{\delta}$ 从 0.2 变到 1 时, 所得的最优 H_∞ 性能指标 γ^* 由表 3 给出. 由表 3 可知, 随着 $\bar{\delta}$ 的增大, γ^* 也随之增大. 即备用传感器的性能较主传感器的性能更好.

表 3 最优 H_∞ 性能指标与传感器饱和发生概率 $\bar{\delta}$ 的关系
Table 3 Relation between optimal H_∞ performance and the sensor saturation occurrence rate

$\bar{\delta}$	γ^*
0.2	5.6159
0.4	5.7171
0.6	5.7774
0.8	5.8047
1	5.8116

为了说明时滞概率与丢包概率对系统性能的影响, 我们分别给出最大时滞为一步与最大时滞为两步时的仿真结果, 如表 4 所示. 从表 4 中可以看出, 在正常接收概率相同的前提下, 当丢包概率相同, 最大时滞为一步时的最优 H_∞ 性能指标 γ^* 较最大时滞为两步时的要小, 即随着系统的时滞变大, 系统性能变差. 同时, 当系统正常接收的概率变大, 随着系统丢包概率的减小, γ^* 也随之减小, 系统的干扰抑制性能变好.

表 4 最大时滞为一步与两步时的 γ^* 比较Table 4 Comparison of γ^* between one-step and two-step maximum delays

$\bar{\xi}_0/\bar{\xi}_1/\bar{\xi}_2$	P_{1d}	P_{2d}	P_{drop}	γ^*
0.2/0.3	0.24	0	0.56	5.8221
0.2/0.1/0.2222	0.08	0.16	0.56	16.6811
0.4/0.3	0.21	0	0.42	5.7386
0.4/0.1/0.2222	0.07	0.14	0.42	13.6758
0.6/0.3	0.12	0	0.28	4.8987
0.6/0.1/0.2222	0.04	0.08	0.28	10.2688
0.8/0.3	0.06	0	0.14	3.7947
0.8/0.1/0.2222	0.02	0.04	0.14	8.2085

最后, 我们在表 5 中给出了与文献 [22] 的仿真比较结果. 文献 [22] 考虑的是带有传感器饱和的

NCS 模糊 H_∞ 滤波器设计, 但接收端只有一个数据用于滤波器设计. 为了比较, 令本文算法中 $\bar{\delta} = 0$, 文献 [22] 中的最大时滞为 $d = 1$ (即数据被正常接收, 延时一步接收, 或者丢失). 在相同的正常接收概率和一步时滞概率的前提下, 我们比较了最优 H_∞ 性能 γ^* . 从表 5 中可以看出, 本文方法所得 γ^* 的结果比文献 [22] 的要小. 原因主要有两个方面: 一是本文采用的是多包补偿策略, 二是在设计时选用的模糊规则依赖的方法.

表 5 与文献 [22] 中方法的 γ^* 比较Table 5 Comparison of γ^* with the method in [22]

$\bar{\xi}_0/\bar{\xi}_1$	本文	文献 [22]
0.2/0.4	5.8443	7.3637
0.3/0.4	5.8356	7.3509
0.6/0.7	5.8143	6.5984
0.7/0.9	5.8023	5.9142

5 结论

网络控制系统中的被控对象通常是非线性的, 而负责采集数据的传感器也会出现饱和和非线性现象. 本文针对带有传感器饱和的 T-S 模糊模型描述的非线性系统, 对于传感器饱和可能带来的器件损坏问题, 提出冗余策略来解决信号来源问题, 并利用多包补偿策略改善丢包对系统的影响. 基于模糊规则依赖的思想, 利用随机分析方法得到了使滤波误差系统均方渐近稳定且满足指定 H_∞ 性能的一个充分条件, 利用 LMI 技术得到滤波器参数的解. 仿真分析结果表明, 模糊规则依赖的方法比模糊规则独立方法可以获得较小的保守性, 同时随着系统时滞的增大, 系统的性能变差. 本文所采用的 T-S 模型可以很好地逼近系统的非线性, 但在实际中, 系统的不确定性也是广泛存在的. 针对系统不确定性的处理, 可以有两种方法: 一是采用区间 2 型 T-S 模糊模型^[23], 该模型利用隶属度函数的上界和下界来刻画系统的不确定性; 二是设计自适应模糊系统^[24-25], 即通过适当的方法来在线调整系统参数, 以适应系统的不确定性. 这两个问题将是作者后续研究的主要方向.

References

- Zhang D, Shi P, Wang Q, Yu L. Analysis and synthesis of networked control systems: A survey of recent advances and challenges. *ISA Transactions*, 2017, **66**(1): 376–392
- Song Y, Wei G, Yang G. Distributed filtering for a class of sensor networks with uncertain rates of packet losses. *Signal Processing*, 2014, **104**(11): 143–151
- Qiu J, Feng G, Gao H. Asynchronous output-feedback control of networked nonlinear systems with multiple packet dropouts: T-S fuzzy affine model-based approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, **19**(6): 1014–1030

- 4 Wang T, Qiu J, Gao H, Wang C. Network-based fuzzy control for nonlinear industrial processes with predictive compensation strategy. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(8): 2137–2147
- 5 Zhu C, Xia Y, Xie L, Yan L. Optimal linear estimation for systems with transmission delays and packet dropouts. *IET Signal Processing*, 2013, **7**(9): 814–823
- 6 Li X, Sun S. H_∞ filtering for network-based systems with delayed measurements, packet losses, and randomly varying nonlinearities. *IEEE Sensor Journal*, 2016, **16**(12): 4909–4918
- 7 Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, **15**(1): 116–132
- 8 Xiao Hui-Qin, He Yong, Wu Min, Xiao Shen-Ping. H_∞ output tracking control for sampled-data networked control systems in T-S fuzzy model. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 661–668
(肖会芹, 何勇, 吴敏, 肖伸平. 基于 T-S 模糊模型的采样数据网络控制系统 H_∞ 输出跟踪控制. 自动化学报, 2015, **41**(3): 661–668)
- 9 Han F, Feng G, Wang Y, Qiu J, Zhang C. A novel dropout compensation scheme for control of networked T-S fuzzy dynamic systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 2014, **235**(1): 44–61
- 10 Su Y, Zhou Q, Gao F. A new delay-range-dependent H_∞ filter design for T-S fuzzy nonlinear systems. *Journal of The Franklin Institute*, 2014, **351**(6): 3305–3321
- 11 Wang Z, Shen B, Liu X. H_∞ filtering with randomly occurring sensor saturations and missing measurements. *Automatica*, 2012, **48**(3): 556–562
- 12 Wu Y, Su H, Wu Z. H_∞ filtering for discrete fuzzy stochastic systems with randomly occurred sensor nonlinearities. *Signal Processing*, 2015, **108**(3): 288–296
- 13 Wu Z, Shi P, Su H, Chu J. Asynchronous l_2-l_∞ filtering for discrete-time stochastic Markov jump systems with randomly occurred sensor nonlinearities. *Automatica*, 2014, **50**(1): 180–186
- 14 Ma L, Wang Z, Lam H. Event-triggered mean-square consensus control for time-varying stochastic multi-agent system with sensor saturations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(7): 3524–3531
- 15 Liang J, Wang Z, Liu X. H_∞ control for 2-D time-delay systems with randomly occurring nonlinearities under sensor saturation and missing measurements. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**(3): 1007–1030
- 16 Zhang L, Ning Z, Wang Z. Distributed filtering for fuzzy time-delay systems with packet dropouts and redundant channels. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, **46**(4): 559–572
- 17 Zhu Y, Zhang L, Zheng W. Distributed H_∞ filtering for a class of discrete-time Markov jump Luré systems with redundant channels. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(3): 1876–1885
- 18 Wang Li-Yuan, Guo Ge, Zhuang Yan. Transmission power allocation for networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(8): 1350–1357
(王丽媛, 郭戈, 庄严. 网络控制系统发送功率分配问题研究. 自动化学报, 2017, **43**(8): 1350–1357)
- 19 Sun S, Wang G. Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses. *Systems and Control Letters*, 2014, **73**(12): 6–16
- 20 Yang F, Wang Z, Hung Y, Gani M. H_∞ control for networked systems with random communication delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(3): 511–518
- 21 Zhang C, Feng G, Gao H, Qiu J. H_∞ filtering for nonlinear discrete-time systems subject to quantization and packet dropouts. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, **19**(2): 353–365
- 22 Li X, Xu Y, Sun S. H_∞ filtering for T-S fuzzy systems with random multiple delays and packet dropouts subject to sensor saturations. In: Proceedings of the 16th International Conference on Control, Automation, and Systems. Korea: Gyeongju, 2016. 1061–1066
- 23 Tang Xiao-Ming, Deng Li, Yu Ji-Min, Qu Hong-Chun. Output feedback model predictive control for interval type-2 T-S fuzzy networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, **45**(3): 604–616
(唐晓铭, 邓梨, 虞继敏, 屈洪春. 基于区间二型 T-S 模糊模型的网络控制系统的输出反馈预测控制. 自动化学报, 2019, **45**(3): 604–616)
- 24 Sun K K, Mou S S, Qiu J B, Wang T, Gao H J. Adaptive fuzzy control for nontriangular structural stochastic switched nonlinear systems with full state constraints. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, **27**(8): 1587–1601
- 25 Qiu J, Sun K, Wang T, Gao H. Observer-based fuzzy adaptive event-triggered control for pure-feedback nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, **27**(11): 2152–2162

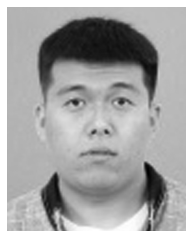


李秀英 上海应用技术大学电气与电子工程学院副教授. 主要研究方向为网络化系统的鲁棒滤波和控制.

E-mail: xiuxiu4480@sina.com

(**LI Xiu-Ying** Associate professor at the School of Electrical and Electronic Engineering, Shanghai Institute of Technology. Her research interest

covers networked systems filtering and robust control.)



尹帅 黑龙江大学电子工程学院硕士研究生. 主要研究方向为网络控制系统的 H_∞ 无穷滤波.

E-mail: ys944083357@163.com

(**YIN Shuai** Master student at the School of Electronic Engineering, Heilongjiang University. His main research interest is H_∞ filter design of the networked systems.)



孙书利 黑龙江大学电子工程学院教授. 主要研究方向为网络系统滤波, 多传感器信息融合. 本文通信作者.

E-mail: sunsl@hlju.edu.cn

(**SUN Shu-Li** Professor at the School of Electronic Engineering, Heilongjiang University. His research interest covers networked systems filter-

ing and multi-sensor fusion. Corresponding author of this paper.)