

一类带有输入饱和的随机系统抗干扰控制

张慧凤¹ 董乐伟¹ 魏新江¹

摘要 针对一类带有多样异质干扰和输入饱和的随机系统, 研究了其精细抗干扰控制问题. 系统中的多样异质干扰同时包含白噪声, H_2 范数有界干扰以及外源系统生成的带有状态与干扰耦合的部分信息已知干扰. 针对部分信息已知的干扰, 构建随机干扰观测器对其进行估计. 基于干扰估计, 结合 H_∞ 控制方法, 提出基于干扰观测器的精细抗干扰控制策略, 从而实现高精度抗干扰控制. 最后, 仿真结果验证了所提策略的正确性与有效性.

关键词 随机系统, 多样异质干扰, 干扰观测器, H_∞ 控制

引用格式 张慧凤, 董乐伟, 魏新江. 一类带有输入饱和的随机系统抗干扰控制. 自动化学报, 2021, 47(6): 1453–1459

DOI 10.16383/j.aas.c180761

Anti-disturbance Control for a Class of Stochastic Systems With Input Saturation

ZHANG Hui-Feng¹ DONG Le-Wei¹ WEI Xin-Jiang¹

Abstract The problem of elegant anti-disturbance control are discussed for a class of stochastic systems with multiple heterogeneous disturbances and input saturation. The multiple heterogeneous disturbances simultaneously include white noise, H_2 -norm bounded disturbance and the disturbance with partially-known information which with the coupling of the disturbance and state. To estimate the disturbance with partially-known information, a stochastic disturbance observer (SDO) is constructed. Based on the SDO, a disturbance observer-based elegant anti-disturbance control scheme is proposed by combining disturbance observer based control (DOBC) with H_∞ control, such that higher control accuracy can be achieved. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words Stochastic system, multiple heterogeneous disturbances, disturbance observer, H_∞ control

Citation Zhang Hui-Feng, Dong Le-Wei, Wei Xin-Jiang. Anti-disturbance control for a class of stochastic systems with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(6): 1453–1459

多样异质干扰广泛存在于实际工程系统中, 并在一定程度上严重影响系统的稳定性. 为了消除干扰的影响, 基于干扰观测器的控制 (Disturbance observer based control, DOBC) 已被广泛应用于随机系统^[1-6]. 在文献 [1] 中, 作者首次将 DOBC 方法应用于一类带有多样干扰的随机系统, 运用极点配置理论和线性矩阵不等式方法, 设计了一种基于干扰观测器的抗干扰控制策略, 使系统实现均方渐近有界. 文献 [2] 针对一类带有故障和多样干扰的随机系统, 提出了一种基于干扰观测器的复合控制

策略. 文献 [3] 研究了一类带有部分已知转移概率的随机马尔科夫跳变系统, 提出了一种基于干扰观测器的干扰抑制和抵消策略.

众所周知, 控制器饱和对系统的性能具有很大影响, 甚至会导致系统不稳定^[7-9]. 近几年, 学者们针对带有输入饱和的随机系统提出了相应的控制策略. 文献 [10] 研究了一类带有输入饱和的随机非线性系统, 提出了一种自适应模糊输出反馈跟踪控制方法. 文献 [11] 研究了一类具有输入饱和和全状态约束的随机非线性纯反馈系统, 提出了一种自适应神经网络控制方法. 然而, 现有的随机系统的饱和控制策略大多仅仅针对单一干扰或者将多样干扰整合为单一等价干扰来处理, 对于不同干扰的特征及其对系统性能的影响没有给予足够的重视^[10-11].

本文针对一类带有多样异质干扰和输入饱和的随机系统, 结合 DOBC 与 H_∞ 控制方法, 提出了一种基于干扰观测器的精细抗干扰控制策略. 该策略可以充分利用干扰的信息, 实现更高的抗干扰控制精度. 本文主要贡献有如下两点: 1) 将现有 DOBC

收稿日期 2018-11-14 录用日期 2019-08-22

Manuscript received November 14, 2018; accepted August 22, 2019

国家自然科学基金 (61973149) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61973149)

本文责任编辑 魏庆来

Recommended by Associate Editor WEI Qing-Lai

1. 鲁东大学数学与统计科学学院 烟台 264025 2. 鲁东大学信息与电气工程学院 烟台 264025

1. School of Mathematics and Statistical Science, Ludong University, Yantai 264025 2. School of Information and Electrical Engineering, Ludong University, Yantai 264025

工作拓展到一类带有多源异质干扰和输入饱和的随机系统. 2) 将干扰由谐波干扰推广至既包含白噪声又包含范数有界的多源异质干扰, 拓宽了干扰的描述范围.

1 预备知识与问题描述

考虑如下带有输入饱和的随机系统:

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + H[u(t) + D_0(t)] + H_1D_1(t) + B_0\xi_1(t) + B_1x(t)\xi_2(t) \tag{1}$$

其中, $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ ($m < n$) 分别为系统状态和控制输入. $D_1(t) \in \mathbf{R}^p$ 表示系统外部的未知干扰, 且满足 H_2 范数有界. $D_0(t) \in \mathbf{R}^m$ 为由外源系统生成的干扰. $\xi_1(t) \in \mathbf{R}$, $\xi_2(t) \in \mathbf{R}$ 为白噪声. A_0, H, H_1, B_0, B_1 为相应维数的系数矩阵.

假设 1. 干扰 $D_0(t)$ 由如下外源系统生成

$$\begin{cases} D_0(t) = D_{01}(t) + D_{02}(t) + D_{03}(t) \\ D_{01}(t) = Vz(t) \\ \dot{z}(t) = Gz(t) + B_2x(t)\xi_3(t) \\ D_{02}(t) = S\xi_4(t), D_{03}(t) = H_2\delta(t) \end{cases} \tag{2}$$

$\xi_3(t) \in \mathbf{R}$, $\xi_4(t) \in \mathbf{R}$ 分别为乘性白噪声和加性白噪声. $\delta(t) \in \mathbf{R}^r$ 代表一类 H_2 范数有界干扰, 源于系统的振动和参数不确定性. V, G, B_2, S, H_2 为相应维数的系数矩阵.

注 1. 在实际工程中, 比如前端调速式风力发电机系统^[12], 风力发电机组的并网过程和转子转动会产生谐波干扰、扰动与系统状态耦合现象, 可由式 (2) 中的 $D_{01}(t)$ 表示. 在发电机运行时, 由于内部复杂的电磁环境, 影响发电机电流和转速的随机电磁扰动是必然存在的, 可以表示为式 (2) 中的 $D_{02}(t)$. 考虑实际工程中干扰存在不确定性, 由外源系统的不确定性产生的干扰信号可以表示为式 (2) 中的 $D_{03}(t)$.

将式 (2) 代入式 (1), 得

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + B_0\xi_1(t) + B_1x(t)\xi_2(t) + Hu(t) + HVz(t) + HS\xi_4(t) + HH_2\delta(t) + H_1D_1(t) \tag{3}$$

令 $\zeta(t) = [\xi_1^T(t), \xi_4^T(t)]^T$, $F = [B_0, HS]$, 有

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + Hu(t) + HVz(t) + H_1D_1(t) + HH_2\delta(t) + F\zeta(t) + B_1x(t)\xi_2(t) \tag{4}$$

由 $\frac{dw_1(t)}{dt}$ 代替 $\zeta(t)$, $\frac{dw_2(t)}{dt}$ 代替 $\xi_2(t)$, $\frac{dw_3(t)}{dt}$ 代替 $\xi_3(t)$ ^[13], 于是, 系统 (1) 和 (2) 等价于:

$$dx(t) = [A_0x(t) + Hu(t) + HH_2\delta(t) + HD_{01}(t) + H_1D_1(t)]dt + Fdw_1(t) + B_1x(t)dw_2(t) \tag{5}$$

$$\begin{cases} D_{01}(t) = Vz(t) \\ dz(t) = Gz(t)dt + B_2x(t)dw_3(t) \end{cases} \tag{6}$$

$w_i(t) \in \mathbf{R}$ ($i = 1, 2, 3$), 是定义在完备概率空间 $(\Omega; F; P)$ 上的独立标准 Wiener 过程.

假设 2. (A_0, H) 是能控的, (G, HV) 是能观的.

考虑如下随机系统

$$dx(t) = f(x(t); t)dt + g(x(t); t)dB(t), \tag{7}$$

其中: $B(t)$ 是 m 维独立标准 Wiener 过程; Borel 可测函数 $f: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^n$ 和 $g: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^{n \times m}$ 局部有界, 且在 $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 上局部 Lipschitz 连续, 并且对所有 $t \geq 0$, 有 $f(0; t) = 0; g(0; t) = 0$.

定义 1^[14]. 对于随机系统 (5), 考虑其参考输入为 $y(t) = Cx(t)$, C 为已知矩阵. 令 $D(t) = [D_1(t) \delta(t)]^T$, 在输入饱和的情况下, 如存在函数 $J(t)$ 满足

$$J(t) = E \int_0^t [y^T(s)y(s) - \gamma^2 D^T(s)D(s)]ds \leq 0 \tag{8}$$

且

$$\|y(t)\|_{H_2} < \gamma \|D(t)\|_{H_2} \tag{9}$$

则随机系统 (5) 依均方渐近有界. 其中 $\|\cdot\|_{H_2}$ 代表 H_2 范数, $\|y(t)\|_{H_2} = (E \int_0^\infty |y(t)|^2 dt)^{\frac{1}{2}}$, $\gamma > 0$ 为待设计的 H_∞ 干扰抑制指标.

下面给出引理 1 (文献 [15], P157, 定理 5.2 及文献 [1] 中引理 1).

引理 1. 假设存在 $V \in C^{2,1}(\mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+)$, $\kappa \in K_\nu \subset K_\infty$ 和正数 p, β, λ , 对于所有的 $(x, t) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}_+$, 满足

$$\kappa(|x|^p) \leq V(x, t) \text{ 和 } LV(x, t) \leq -\lambda V(x, t) + \beta \tag{10}$$

其中, $x(t)$ 代表系统的状态, x_0 代表系统状态的初始值. 则有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} E|x(t; t_0, x_0)|^p \leq \kappa^{-1} \left(\frac{\beta}{\lambda} \right) \tag{11}$$

即系统 (7) 是依 p 阶矩渐近有界的. 且当 $p = 2$ 时, 系统 (7) 满足依均方渐近有界.

2 主要结果

本文针对一类随机系统研究三类干扰同时存在时系统的精细抗干扰控制问题. 三类干扰分别为: 由外源系统生成的带有状态与干扰耦合的部分信息已知的干扰, H_2 范数有界干扰和白噪声. 假设系统

状态 $x(t)$ 可测的. 首先设计随机干扰观测器估计部分信息已知的干扰, 基于干扰的估计值, 在前馈通道中给予补偿; 然后通过反馈控制对乘性白噪声进行反馈镇定, 同时对加性白噪声设定界限进行限制^[1]; 最后基于 H_∞ 控制方法, 对 H_2 范数有界干扰进行抑制; 以上抗干扰控制过程通过对干扰进行分类处理, 从而可以充分利用干扰信息实现高精度的抗干扰控制, 即: 精细抗干扰控制. 基本结构如图 1 所示:

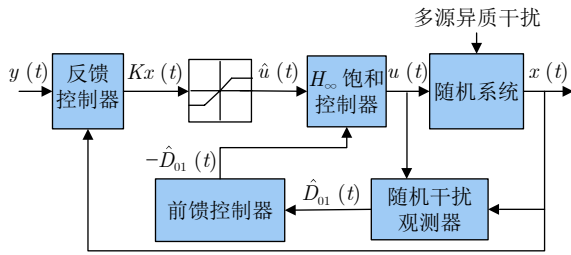


图 1 精细抗干扰控制结构

Fig.1 Structure of elegant anti-disturbance control

2.1 随机干扰观测器 (SDO)

基于文献 [1], 设计如下随机干扰观测器

$$\begin{cases} \hat{D}_{01}(t) = V\hat{z}(t) \\ \hat{z}(t) = v(t) - Lx(t) \\ dv(t) = \{(G + LHV)[v(t) - Lx(t)] + \\ L[A_0x(t) + Hu(t)]\}dt \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\hat{D}_{01}(t)$ 是外部干扰 $D_{01}(t)$ 的估计值, $v(t)$ 为干扰观测器的中间辅助变量, L 为干扰观测器的增益矩阵.

令 $e_z(t) = z(t) - \hat{z}(t)$, 由式 (5)、(6) 和 (12) 得:

$$de_z(t) = [(G + LHV)e_z(t) + LHH_2\delta(t) + LH_1D_1(t)]dt + LB_1x(t)dw_2(t) + LFdw_1(t) + B_2x(t)dw_3(t) \quad (13)$$

因为 (G, HV) 能观, 所以可以根据极点配置理论来调整 L , 从而使干扰观测器具有很好的干扰估计性能.

2.2 基于干扰观测器的饱和控制 (DOBSC)

设计如下饱和控制器

$$\begin{cases} u(t) = -\hat{D}_{01}(t) + \hat{u}(t) \\ \hat{u}(t) = \text{sat}(\Upsilon(t)) \\ \Upsilon(t) = 2Kx(t) \end{cases} \quad (14)$$

其中, K 是控制器增益矩阵. $\text{sat}(\Upsilon(t)) = [\text{sat}(\Upsilon_1(t)) \cdots \text{sat}(\Upsilon_m(t))]^T$ 为非线性函数, 满足

$$\text{sat}(\Upsilon_i(t)) = \begin{cases} \underline{\Upsilon}, & \Upsilon_i(t) \leq \underline{\Upsilon} < 0 \\ \Upsilon_i(t), & \underline{\Upsilon} < \Upsilon_i(t) < \bar{\Upsilon} \\ \bar{\Upsilon}, & \Upsilon_i(t) \geq \bar{\Upsilon} > 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中, $i = 1, \dots, m$. $\underline{\Upsilon}$, $\bar{\Upsilon}$ 是由实际系统的物理特性设定的常数.

将式 (13)~(14) 代入式 (5) 得

$$dx(t) = [(A_0 + HK)x(t) + HVe_z(t) + H\theta(t) + HH_2\delta(t) + H_1D_1(t)]dt + Fdw_1(t) + B_1x(t)dw_2(t) \quad (16)$$

其中, $\theta(t) = \text{sat}(2Kx(t)) - Kx(t)$ 为辅助变量. 且满足

$$\theta^T(t)\theta(t) \leq x^T(t)K^TKx(t) \quad (17)$$

由式 (13) 及 (16) 得

$$\begin{cases} d\bar{x}(t) = [A\bar{x}(t) + \bar{H}_1\theta(t) + \bar{H}D(t)]dt + \\ \bar{B}_0dw_1(t) + \bar{B}_1\bar{x}(t)dw_2(t) + \\ \bar{B}_2\bar{x}(t)dw_3(t) \\ y(t) = C\bar{x}(t) \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ e_z(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_0 + HK & HV \\ 0 & G + LHV \end{bmatrix} \\ D(t) &= \begin{bmatrix} D_1(t) \\ \delta(t) \end{bmatrix}, \bar{H}_1 = \begin{bmatrix} H_1 & HH_2 \\ LH_1 & LHH_2 \end{bmatrix} \\ \bar{H} &= \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{B}_0 &= \begin{bmatrix} F \\ LF \end{bmatrix}, \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ LB_1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

$y(t) = C\bar{x}(t)$ 为系统的参考输出, 这里, $C = [C_1 \ C_2]$, C_1, C_2 为已知矩阵.

下面设计基于干扰观测器的精细抗干扰控制策略, 使复合系统 (18) 的所有信号满足依均方渐近有界. 根据引理 1 及定义 1, 得到如下结论.

定理 1. 考虑带有干扰 (6) 的随机系统 (5), 在满足假设 1~2 的条件下, 如果存在常数 $\alpha > 0$, $\gamma > 0$, 矩阵 $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$ 和 R 满足

$$\Delta = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 & Q_1 B_1^T & M_3 & 0 & Q_1 B_2^T & Q_1 K^T & H & Q_1 C_1^T & H_1 & H H_2 \\ * & M_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_2 C_2^T & L H_1 & L H H_2 \\ * & * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\alpha^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\alpha I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

其中

$$\begin{aligned} M_1 &= A_0 Q_1 + Q_1^T A_0^T + H R + R^T H^T \\ M_2 &= H V Q_2, \quad M_3 = Q_1 B_1^T L^T \\ M_4 &= G Q_2 + Q_2^T G^T + L H V Q_2 + Q_2^T V^T H^T L^T \end{aligned}$$

则通过设计带有观测增益 L 的 SDO (12) 和带有控制增益 $K = R Q_1^{-1}$ 的饱和控制器 (14), 使得当干扰 $D(t) = 0$ 以及干扰 $D(t) \neq 0$ 且 $\|y(t)\|_{H_2} < \gamma \|D(t)\|_{H_2}$ 时, 复合系统 (18) 均满足依均方渐近有界.

证明. 对于复合系统 (18),

i) 当 $D(t) = 0$ 时, 选取如下 Lyapunov 函数

$$V(\bar{x}(t), t) = \bar{x}^T(t) P \bar{x}(t) \tag{21}$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1^{-1} & 0 \\ 0 & Q_2^{-1} \end{bmatrix} > 0 \tag{22}$$

基于式 (21)、(22), 得

$$\begin{aligned} LV(\bar{x}(t)) &= \frac{\partial V}{\partial \bar{x}} [A \bar{x}(t) + \bar{H} \theta(t)] + \text{tr}(\bar{B}_0^T P \bar{B}_0) + \\ &\text{tr}(\bar{x}^T(t) \bar{B}_1^T P \bar{B}_1 \bar{x}(t)) + \text{tr}(\bar{x}^T(t) \bar{B}_2^T P \bar{B}_2 \bar{x}(t)) \leq \\ &\bar{x}^T(t) (P A + A^T P + \bar{B}_1^T P \bar{B}_1 + \bar{B}_2^T P \bar{B}_2) \bar{x}(t) + \\ &\alpha \theta^T(t) \theta(t) + \alpha^{-1} \bar{x}(t) P \bar{H} \bar{H}^T P \bar{x}(t) + \text{tr}(\bar{B}_0^T P \bar{B}_0) \leq \\ &\bar{x}^T(t) (P A + A^T P + \bar{B}_1^T P \bar{B}_1 + \bar{B}_2^T P \bar{B}_2 + \\ &\alpha K^T K + \alpha^{-1} P \bar{H} \bar{H}^T P) \bar{x}(t) + \text{tr}(\bar{B}_0^T P \bar{B}_0) = \\ &\bar{x}^T(t) \Delta_0 \bar{x}(t) + \text{tr}(\bar{B}_0^T P \bar{B}_0) \end{aligned} \tag{23}$$

其中

$$\Delta_0 = P A + A^T P + \bar{B}_1^T P \bar{B}_1 + \bar{B}_2^T P \bar{B}_2 + \alpha K^T K + \alpha^{-1} P \bar{H} \bar{H}^T P$$

取

$$\psi(t) = \text{tr}(\bar{B}_0^T P \bar{B}_0) \tag{24}$$

对于式 (24), 因为 P 和 \bar{B}_0 是有界矩阵, 故存在常数 $\beta \geq 0$, 使得 $0 \leq \psi(t) \leq \beta$. 故有

$$LV(\bar{x}(t), t) \leq \bar{x}^T(t) \Delta_0 \bar{x}(t) + \psi(t) \leq \bar{x}^T(t) \Delta_0 \bar{x}(t) + \beta \tag{25}$$

如果 $\Delta_0 < 0$ 成立, 则存在常数 $\tau > 0$ 使得

$$\Delta_0 < 0 \Rightarrow \Delta_0 + \tau I < 0 \tag{26}$$

基于式 (21)、(23)、(26), 分别选取 $\sigma = \frac{\tau}{\lambda_{\max}(P)}$, $p = 2$ 和函数 $\kappa = \lambda_{\min}(P) |\bar{x}|^p$, 使得

$$\kappa(|\bar{x}|^p) = \lambda_{\min}(P) |\bar{x}|^2 \leq \bar{x}^T(t) P \bar{x}(t) = V(\bar{x}(t), t) \tag{27}$$

于是, 有

$$LV(\bar{x}(t), t) \leq -\sigma V(\bar{x}(t)) + \beta \tag{28}$$

基于式 (21)、(28) 和引理 1, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup E |\bar{x}(t; t_0, \bar{x}_0)|^2 \leq \kappa^{-1} \left(\frac{\beta}{\sigma} \right) \tag{29}$$

根据引理 1, 复合系统 (18) 在 $D(t) = 0$ 时满足依均方渐近有界.

ii) 接下来证明当 $D(t) \neq 0$ 时, 复合系统 (18) 依然满足依均方渐近有界.

选取如下辅助函数

$$J_1(t) = E \int_0^t [y^T(s) y(s) - \gamma^2 D^T(s) D(s)] ds \tag{30}$$

从而有

$$\begin{aligned} J_1(t) &= E \left\{ \int_0^t [y^T(s) y(s) - \gamma^2 D^T(s) D(s) + \right. \\ &LV(\bar{x}(s), s)] ds \left. \right\} - EV(\bar{x}(t), t) \leq \\ &E \left\{ \int_0^t [y^T(s) y(s) - \gamma^2 D^T(s) D(s) + \right. \\ &LV(\bar{x}(s), s)] ds \left. \right\} \end{aligned} \tag{31}$$

基于 (18)、(19)、(23)、(24) 选取

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} \Delta_0 + C^T C & P \bar{H} \\ \bar{H}^T P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \tag{32}$$

则

$$J_1(t) \leq E \int_0^t \begin{bmatrix} \bar{x}(s) \\ D(s) \end{bmatrix}^T \Delta_1 \begin{bmatrix} \bar{x}(s) \\ D(s) \end{bmatrix} ds \tag{33}$$

接下来证明 $\Delta < 0 \Leftrightarrow \Delta_1 < 0$.

1) 证明 $\Delta_1 < 0 \Leftrightarrow \Delta_2 < 0$.

根据式 (19)、(33) 和 Schur 补引理, $\Delta_1 < 0$ 等价于 $\Delta_2 < 0$, 其中

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & P_1 B_1^T & \Pi_3 & 0 & B_2^T & K^T & P_1 H & C_1^T & P_1 H_1 & \Pi_4 \\ * & \Pi_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_2^T & P_2 L H_1 & \Pi_6 \\ * & * & -P_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -P_2^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -P_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -P_2^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\alpha^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\alpha I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{34}$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= P_1 A_0 + A_0^T P_1 + P_1 H K + K^T H^T P_1 \\ \Pi_2 &= P_1 H V, \quad \Pi_3 = P_1 B_1^T L^T \\ \Pi_4 &= P_1 H H_2, \quad \Pi_5 = P_2 L H H_2 \\ \Pi_6 &= P_2 G + G^T P_2 + P_2 L H V + V^T H^T L^T P_2 \end{aligned}$$

2) 证明 $\Delta_2 < 0 \Leftrightarrow \Delta_3 < 0$. 将 $\Delta_2 < 0$ 分别左乘和右乘 $\text{diag}\{Q_1, Q_2, I, I, I, I, I, I, I, I, I\}$, 得

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & Q_1 B_1^T & N_3 & 0 & Q_1 B_2^T & Q_1 K^T & H & Q_1 C_1^T & H_1 & H H_2 \\ * & N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_2 C_2^T & L H_1 & L H H_2 \\ * & * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\alpha^{-1} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\alpha I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{35}$$

其中

$$\begin{aligned} N_1 &= A_0 Q_1 + Q_1^T A_0^T + H K Q_1 + Q_1^T K^T H^T \\ N_2 &= H V Q_2, \quad N_3 = Q_1 B_1^T L^T \\ N_4 &= G Q_2 + Q_2^T G^T + L H V Q_2 + Q_2^T V^T H^T L^T \end{aligned} \tag{36}$$

3) 证明 $\Delta_3 < 0 \Leftrightarrow \Delta < 0$.

在式 (35) 中, 取 $K = R Q_1^{-1}$, 于是有 $\Delta_3 < 0 \Leftrightarrow \Delta < 0$.

根据步骤 1)~3), $\Delta < 0 \Leftrightarrow \Delta_3 < 0 \Leftrightarrow \Delta_2 < 0 \Leftrightarrow \Delta_1 < 0$. 结合式 (33) 知, 若 $\Delta < 0 \Leftrightarrow \Delta_1 < 0$, 则 $J_1(t) < 0$. 选择合适的 $\gamma > 0$, 于是根据式 (30) 有 $\|y(t)\|_{H_2} < \gamma \|D(t)\|_{H_2}$. 由定义 1 知复合系统 (18) 依均方渐近有界.

3 仿真算例

考虑随机系统 (1) 带有如下系数矩阵

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} 0.9994 & 0.3209 \\ 0 & 0.9837 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} -0.34365 \\ 0.47573 \end{bmatrix} \\ B_0 &= \begin{bmatrix} 0.0199 \\ 0.0426 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 \\ 0.60 & 0.42 \end{bmatrix} \\ H_1 &= \begin{bmatrix} 0.018 \\ 0.01 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

干扰 $D_0(t)$ 具有如下系统参数

$$\begin{aligned} G &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ -0.01 & 0.012 \end{bmatrix} \\ H_2 &= [0.02, 0.01]^T, S = 0.5 \end{aligned}$$

设 $y(t) = C \bar{x}(t)$, 其中 $C = [C_1 \ C_2]$, $C_1 = [1 \ 0]$, $C_2 = [1 \ 0]$. $x(0) = [-2, 3]^T$, $\xi_i(t)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 为有界白噪声. 假设 $\alpha = 1, \gamma = 10$. 将式 (13) 中的极点配置到 $[-4, -5]$, 得到干扰观测增益矩阵

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1.7960 & -2.4863 \\ 1.5964 & -2.2100 \end{bmatrix}$$

根据定理 1, 得

$$\begin{aligned} R &= [1.4964 \quad -2.0770] \times 10^3 \\ K &= [-1.0320 \quad -0.8268] \times 10^3 \end{aligned}$$

仿真图像为: 图 2 是无控时的系统状态响应曲线; 图 3 为干扰估计误差曲线. 由图 3 可以看出本文所设计的随机干扰观测器是有效的; 在图 4 中, 通过与 DOBC 和 H_∞ 控制方法相对比, 说明本文所提出的精细抗干扰控制策略具有更高的抗干扰控制精度.

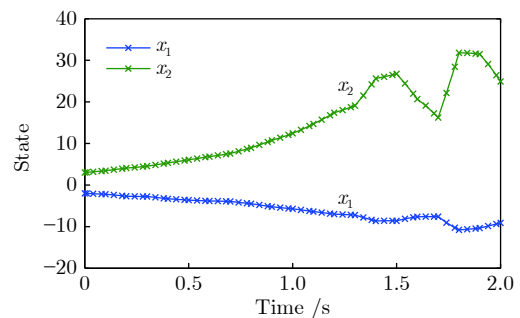


图 2 无控下的系统状态响应曲线

Fig.2 Curves of system states without controller

4 结论

本文研究了一类带有多样异质干扰和输入饱和

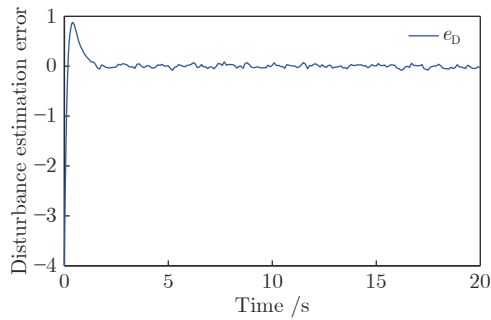


图 3 干扰估计误差响应曲线

Fig. 3 The response of disturbance estimation errors

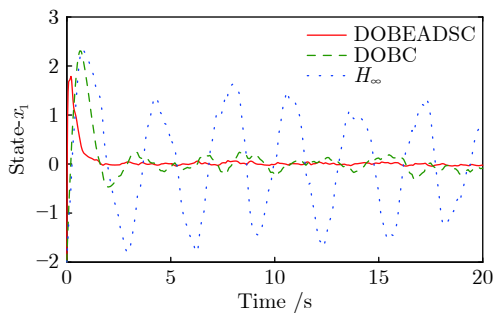
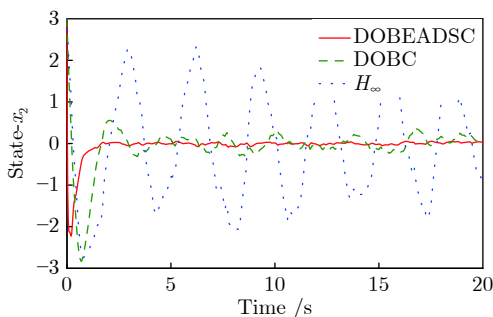
(a) 系统状态 x_1 在复合 DOBC 与饱和控制, DOBC, H_∞ 控制下的响应曲线(a) The response of system state x_1 with composite DOBC with input control, DOBC, H_∞ control(b) 系统状态 x_2 在复合 DOBC 与饱和控制, DOBC, H_∞ 控制下的响应曲线(b) The response of system state x_2 with composite DOBC with input control, DOBC, H_∞ control

图 4 系统状态对比曲线

Fig. 4 Comparison curves of system states

的随机系统精细抗干扰控制问题. 通过与 DOBC 和 H_∞ 控制方法相对比, 可以看出本文提出的精细抗干扰控制策略具有更高的抗干扰控制精度. 下一步将针对一类带有未知频率干扰的随机系统, 提出一种新的精细抗干扰控制策略.

References

1 Wei X J, Wu Z J, Hamid R K. Disturbance observerbased dis-

turbance attenuation control for a class of stochastic systems. *Automatica*, 2016, **63**: 21–25

2 Wei Xin-Jiang, Sun Shi-Xiang, Zhang Hui-Feng. Faulttolerant control based on disturbance observer for stochastic systems with multiple disturbances. *Control and Decision*, 2019, **34**(3): 668–672

(魏新江, 孙式香, 张慧凤. 随机多源干扰系统的复合 DOBC 和容错控制. *控制与决策*, 2019, **34**(3): 668–672)

3 Li Y K, Chen M, Cai L, Wu Q X. Resilient control based on disturbance observer for nonlinear singular stochastic hybrid system with partly unknown Markovian jump parameters. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, **355**(5): 2243–2265

4 Wei X J, Sun S X. Elegant anti-disturbance control for discrete-time stochastic systems with nonlinearity and multiple disturbances. *International Journal of Control*, 2017, **91**(3): 706–714

5 Wei X J, Zhang H F, Sun S X, Hamid R K. Composite hierarchical anti-disturbance control for a class of discretetime stochastic systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, **28**(9): 3292–3302

6 Zong G D, Li Y, Sun H B. Composite anti-disturbance resilient control for Markovian jump nonlinear systems with general uncertain transition rate. *Science China Information Sciences*, 2019, **62**(2): 101–118

7 Si Wen-Jie, Dong Xun-De, Wang Cong. Adaptive neural tracking control design for a class of uncertain switched nonlinear systems with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(8): 1383–1392

(司文杰, 董训德, 王聪. 输入饱和的一类切换系统神经网络跟踪控制. *自动化学报*, 2017, **43**(8): 1383–1392)

8 Lin An-Hui, Jiang De-Song, Zeng Jian-Ping. Underactuated ship formation control with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(8): 1496–1504

(林安辉, 蒋德松, 曾建平. 具有输入饱和的欠驱动船舶编队控制. *自动化学报*, 2018, **44**(8): 1496–1504)

9 Wang Meng, Sun Lei, Yin Wei, et al. Series elastic actuator torque control approach for interaction application. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(8): 1319–1328

(王萌, 孙雷, 尹伟, 等. 面向交互应用的串联弹性驱动器力矩控制方法. *自动化学报*, 2017, **43**(8): 1319–1328)

10 Sui S, Tong S, Li Y. Observer-based fuzzy adaptive prescribed performance tracking control for nonlinear stochastic systems with input saturation. *Neurocomputing*, 2015, **158**: 100–108

11 Si W, Dong X, Si W, et al. Adaptive neural control for MIMO stochastic nonlinear purefeedback systems with input saturation and full-state constraints. *Neurocomputing*, 2018, **275**(31):298–307

12 Dong L W, Wei X J, Zhang H F. Anti-disturbance control based on nonlinear disturbance observer for a class of stochastic systems. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019, **41**(6): 1665–1675

13 Bernt K O. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications, Berlin: Springer-Verlag, 2002.

- 14 Kozin F. A survey of stability of stochastic systems. *Automatica*, 1969, 5(1): 95–112
- 15 Mao X R, Yuan C G. *Stochastic Differential Equations with Markovian Switching*. London: Imperial College Press, 2006, 157–158



张慧凤 鲁东大学数学与统计科学学院讲师. 主要研究方向为鲁棒控制, 非线性控制, 基于干扰观测器的抗干扰控制. 本文通信作者.

E-mail: zhanghui Feng05@163.com

(ZHANG Hui-Feng Lecturer at the School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University. Her research interest covers robust control, nonlinear control and disturbance observer-based anti-disturbance control. Corresponding author of this paper.)



董乐伟 鲁东大学数学与统计科学学院硕士研究生. 2002 年获得鲁东大学数学与统计科学学院学士学位. 主要研究方向为非线性系统控制, 随机系统, 抗干扰控制.

E-mail: alic899@163.com

(DONG Le-Wei Master student at the School of Mathematics and Statistical Sciences, Ludong University. He received his bachelor degree from School Ludong University in 2002. His research interest covers nonlinear system control, stochastic system and anti-disturbance control.)



魏新江 鲁东大学数学与统计科学学院教授. 主要研究方向为随机系统控制, 非线性控制, 基于干扰观测器的抗干扰控制.

E-mail: weixinjiang@163.com

(WEI Xin-Jiang Professor at the School of Mathematics and Statistical Sciences, Ludong University. His research interest covers stochastic system control, nonlinear control, and disturbance observer-based anti-disturbance control.)