

# PF-FICOTA-SENSE: 一种 MRI 快速重构方法

李建武<sup>1</sup> 康杨<sup>1</sup> 周金鹏<sup>1</sup>

**摘要** 如何实现快速磁共振成像 (Magnetic resonance imaging, MRI) 是 MRI 医学图像技术发展和应用的关键, 现有的快速 MRI 成像技术在成像速度及成像质量方面仍存在很大的提升空间. 本文基于 Contourlet 变换, 对磁共振图像进行稀疏表示, 并结合传统 PF-CS-SENSE 框架, 提出一种基于 Contourlet 变换的组合 MRI 重构方法, 即 PF-FICOTA-SENSE. 考虑到组合 MRI 采样模式、低频数据的对称性以及 Contourlet 能更好地拟合曲线轮廓等因素, 进一步提出一种快速组合 MRI 方法, 该方法通过将低频部分重建由 FICOTA 重建替换为直接填零的傅里叶重建, 来实现快速重建. 对比实验表明, 无论在 MRI 重构速度还是重构质量方面, 本文算法均能取得更好的性能.

**关键词** 压缩感知, 半傅里叶成像, 并行成像, PF-FICOTA-SENSE

**引用格式** 李建武, 康杨, 周金鹏. PF-FICOTA-SENSE: 一种 MRI 快速重构方法. 自动化学报, 2020, 46(5): 897–908

**DOI** 10.16383/j.aas.c180706

## PF-FICOTA-SENSE: An MRI Fast Reconstruction Method

LI Jian-Wu<sup>1</sup> KANG Yang<sup>1</sup> ZHOU Jin-Peng<sup>1</sup>

**Abstract** How to realize rapid magnetic resonance imaging (MRI) is the key to the development and applications of MRI. The existing rapid MRI imaging technology still has much room for improvement in imaging rate and imaging quality. Based on Contourlet which is used to transform the sparse representation of magnetic resonance images, this paper proposes a combined MRI reconstruction method named PF-FICOTA-SENSE that is combined with the traditional PF-CS-SENSE framework. Considering the combination of MRI sampling mode, the symmetry of the low frequency data and Contourlet's ability to express curve contours, a fast combined MRI method for direct zero-filled Fourier reconstruction of low-frequency parts is proposed based on the proposed PF-FICOTA-SENSE. The contrast experiments show that the proposed method can achieve better performance in terms of MRI reconstruction speed and reconstruction quality.

**Key words** Compressed sensing, partial Fourier imaging, parallel imaging, PF-FICOTA-SENSE

**Citation** Li Jian-Wu, Kang Yang, Zhou Jin-Peng. PF-FICOTA-SENSE: An MRI fast reconstruction method. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(5): 897–908

磁共振成像技术 (Magnetic resonance imaging, MRI)<sup>[1–2]</sup> 是临床医学影像检测中的主要手段之一, 其具备多方位及多层面成像、对软组织有高分辨力以及无放射性损害的优势, 但由于其信息量大而导致成像速度缓慢, 故此, MRI 技术发展和应用的关键研究方向之一是如何实现快速 MRI 成像并提高 MRI 成像质量.

基于  $K$  空间的快速磁共振成像技术<sup>[3]</sup> 已经获得了广泛的应用.  $K$  空间<sup>[4]</sup> 是寻常空间在傅里叶变换下的对偶空间, 主要应用于核磁共振成像的分析

中, 其值为复数形式. 在磁共振领域中,  $K$  空间中的数据包含空间定位编码信息, 是由磁共振采集而来, 故此,  $K$  空间又被称为空间频域. 在  $K$  空间技术中, 较常应用于快速磁共振成像领域的技术为半傅里叶成像 (Partial Fourier, PF)<sup>[5]</sup> 和并行成像 (Parallel imaging, PI)<sup>[6]</sup>. 这些技术通过降低采样数量来提高采样速率都是依赖于  $K$  空间数据的冗余性特点, 但无论是半傅里叶成像还是并行成像, 其加速效果均存在局限性, 例如, 半傅里叶成像仅支持大约两倍的提升, 而并行成像的加速因子受限于并行线圈的数量.

半傅里叶成像 (Partial Fourier, PF), 是一种基于  $K$  空间 Hermitian 共轭对称性的成像技术.  $K$  空间中的图像数据包含两部分, 即无对称性的高频数据和具备对称性的低频数据. 而高频数据的不对称性是由于在半傅里叶的采样过程中, 通过舍弃图像数据中近 50% 的高频数据, 仅采集剩余略高于一半的数据, 来实现图像数据的快速采集. 而额外采集的少量低频部分数据则在图像重建过程中用来实现

收稿日期 2018-11-08 录用日期 2019-03-19  
Manuscript received November 8, 2018; accepted March 19, 2019

国家自然科学基金 (61271374) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61271374)

本文责任编辑 桑农  
Recommended by Associate Editor SANG Nong

1. 北京理工大学计算机学院智能信息技术北京市重点实验室 北京 100081

1. Beijing Key Laboratory of Intelligent Information Technology, School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081

相位校正. 在此基础上, Doll 等于 1991 年对傅里叶成像技术进行改进, 提出了对低频和高频部分分别处理的 Homodyne 算法<sup>[7]</sup>. 同年, Haacke 等设计了通过迭代方式来预估半傅里叶采样丢弃高频数据的 POCS (Projection onto convex sets) 算法<sup>[8]</sup>.

并行成像 (Parallel imaging, PI), 是通过专门设计的多个线圈对数据进行并行采集的成像技术. 1999 年, Pruessmann 等在此基础上创新出一种基于图像域的并行重建算法, 即 SENSE<sup>[6]</sup> (Sensitivity encoding). 2002 年, Griswold 等提出一种基于  $K$  空间域的并行重建算法, 即 GRAPPA (Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions)<sup>[9]</sup>, 该方法由 SMASH、AUTO-SMASH 以及 VD-AUTO-SMASH 等技术创新所得.

与此同时, 压缩感知理论 (Compressed sensing, CS)<sup>[10]</sup> 依靠其自身的理论框架以及 MRI 应用的一些固有特点, 可以大大缩减核磁扫描所需时间, 令其在核磁共振成像领域具备着极大的应用潜力. Lustig 等于 2008 年对 CS-MRI 理论及应用进行了较为完善地阐述. 在磁共振领域中, 压缩感知理论 (CS) 的应用有两个关键<sup>[11]</sup>: 一是 MRI 扫描器是从原始采集的时域图像变换来的频域图像, 而非直接获取图像像素; 二是在某些合适的变换域中医学影像可以稀疏编码, 即具备可压缩性. 目前, 在磁共振领域研究较多的压缩感知稀疏化技术主要有小波变换<sup>[12]</sup>, Curvelet 变换<sup>[13]</sup> 以及 Contourlet 变换<sup>[14]</sup>. Contourlet 变换是一种具备多向性及各向异性等特征的方向性多分辨率图像表示方法, 由 Do 和 Vetterli 于 2002 年提出<sup>[14]</sup>. Contourlet 基的支撑区间是具备随尺度变化长宽比的矩形结构, 因此可以更好地拟合曲线的边缘轮廓. Contourlet 变换主要可分为两步: 第一步是多尺度分解, 即使用拉普拉斯变换对图像进行多尺度塔式分解, 获取各尺度下的奇异点, 并获得下采样的低通子带和带通子带; 第二步是方向分解, 即通过方向滤波器组 (Directional filter bank, DFB) 沿着各个方向的线结构对这些奇异点进行合成. 随着对 Contourlet 变换的深入研究, 性能佳、冗余低且局域化的改进型 Contourlet 变换不断被涌现出来. Lu 和 Do 于 2006 年提出了一种尖锐频率局部化的 Contourlet 变换 (Sharp frequency localization contourlet transform, SFLCT)<sup>[15]</sup>. 该方法主要创新在多尺度分解过程部分, 采用了一种可操作的新型塔式结构, 而方向分解部分仍旧采用方向滤波器组进行分解.

磁共振信息采集可编码的属性和磁共振图像的变换稀疏性令压缩感知技术在 MRI 领域内大放异彩, 其在临床 MRI 的应用亦日新月异, 例如: 高空间分辨率并行采集成像<sup>[16]</sup>, 利用压缩感知并行加速

MRI<sup>[17]</sup>, 加速欠采样 MRI 数据重构<sup>[18]</sup>, 加速 MR 电影成像<sup>[19]</sup>, 基于梯度域的卷积稀疏编码 MR 重建<sup>[20]</sup>, 利用生成对抗网络及压缩感知进行 MR 重建<sup>[21-22]</sup>, 并行 MRI 重建<sup>[23]</sup> 等. 在 MRI 重建领域, 除我们所提及的压缩感知技术外, 还有一些其他类型的成像技术也不断被提出. 例如, 2016 年 Wang 等首次将深度学习运用到 MRI 重建之中, 利用 CNN 网络建立 0 填充图像到 GT 图像之间的映射关系<sup>[24]</sup>; 随后 Schlemper 等于 2017 年利用级联的方法将 CNN 网络进行级联, 然后重构 MRI 图像<sup>[25]</sup>; Min 等也提出在欠采样的  $K$  空间加入了一些低频噪声这样有利于进行异常点准确重建<sup>[26]</sup>. 由此观之, MRI 重构技术仍在不断地快速发展中.

半傅里叶成像、并行成像技术和压缩感知技术降低采样数据量都是基于磁共振图像冗余性这个特点, 故三者相互结合会实现更快的采样速度. 其中由于并行成像技术和半傅里叶成像技术相较于压缩感知更早被提出, 关于两者相互结合的组合 MRI (PFPI) 的研究也更为完善, King 等 2000 年给出了并行成像与半傅里叶成像的有效结合<sup>[27]</sup>, 如图 1 所示.

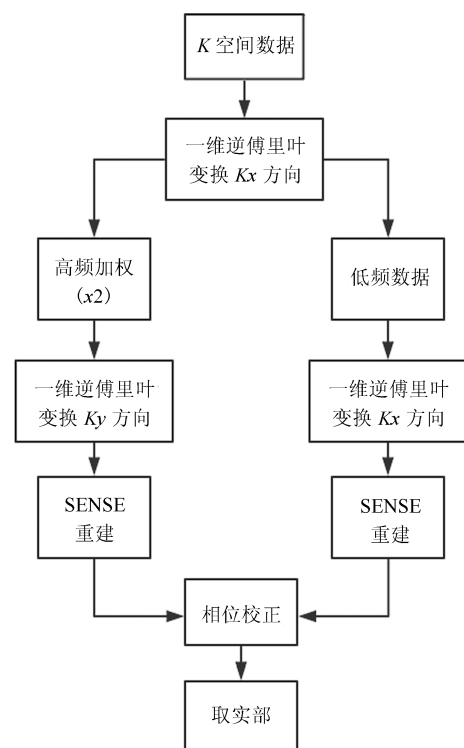


图 1 PFPI 流程

Fig. 1 PFPI process

在结合的过程中, 实际数据的非共轭对称性会导致少量伪影和噪声的产生, 而且这些干扰在图像并行重建时会被进一步放大, 导致的结果就是重建图像会出现混叠伪影. 所以, 如何减少噪声伪影的干

扰成为了 PFPI 研究的一个关键, 迄今的研究中, 通过引入了约束重建技术, 利用合适的约束条件将并行成像和半傅里叶成像结合起来: 如基于鲁棒性<sup>[28]</sup>和基于正则化方法<sup>[29]</sup>的方法等.

自 CS 理论被提出之后, 压缩感知与并行成像以及半傅里叶成像的结合研究逐渐深入. King 和 Liu 等于 2008 年给出了并行成像和压缩感知的结合应用 (SparseSENSE)<sup>[30-31]</sup>; 以此为基础, Liang 等于 2009 年针对并行成像和压缩感知的结合提出了一种效果更优的组合 MRI (CS-SENSE)<sup>[32]</sup>; 针对 PF 与 CS 的结合也由 Doneva 等于 2010 年实现<sup>[33]</sup>; 2011 年 Liu 等提出了将压缩感知、并行成像以及半傅里叶成像技术三者结合的组合 MRI 重建框架 (PF-CS-SENSE)<sup>[34]</sup>, 该框架相较于之前的模型能够极大地提升采样速度及重建质量.

CS-SENSE<sup>[32]</sup> 在采样和重建过程中将并行采样和压缩感知重建分为两个步骤. 对于采样过程: 首先,  $K$  空间数据通过并行采样部分获取, 被用来产生部分 FOV 的混叠图像; 然后, 最终采集数据由  $K$  空间数据通过随机采样获得. 对于重建过程: 首先, 每个线圈的混叠图像是 CS-SENSE 利用 CG 算法对上述采样结果进行压缩感知重建而得; 然后, 利用 SENSE 技术对这些图像进行展开从而得到最终重建结果, 如图 2 所示.

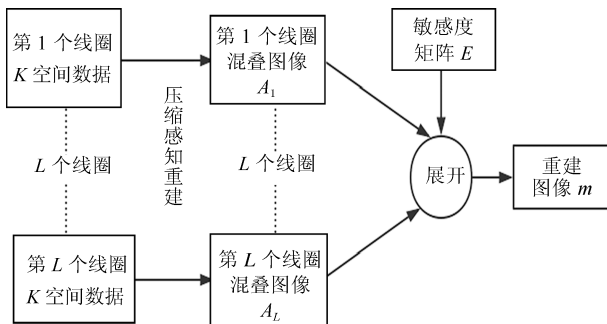


图 2 CS-SENSE 流程

Fig. 2 CS-SENSE process

以 PFPI 和 CS-SENSE 模型为基础, 关于半傅里叶成像、并行成像和压缩感知之间的组合研究初步证实了三者的结合能够在确保重建质量的前提下极大地压缩采样时间<sup>[34]</sup>. 然而现有的组合 MRI 无论在重建质量方面, 还是在重建时间方面, 都存在极大的改进空间.

如何压缩 MRI 重建时间和提高 MRI 重建质量, 对于 MRI 的应用及发展意义深远. 本文结合压缩感知技术与 Contourlet 变换建立 PF-CS-SENSE 模型, 使用该模型对 MRI 进行快速重构成像. 实验结果表明, 该方法能有效提高 MRI 的重建质量以及成像速度. 本文的主要贡献包括: 1) 对已有压缩感

知、半傅里叶成像及并行成像的组合算法进行分析, 提出一种基于 Contourlet 变换并利用快速迭代收缩阈值算法 (Fast iterative contourlet thresholding algorithm, FICOTA)、SENSE 及 Homodyne 算法的更加高效的组合重建 MRI 模型; 2) 以我们已提出的组合重建 MRI 模型 PF-FICOTA-SENSE 为基础, 更换低频数据的压缩感知重建为直接填零的傅里叶重建, 在确保重建质量损失极其微小的前提下得到一种更加快速的组合重建 MRI 模型.

## 1 相关工作

压缩感知、半傅里叶成像技术以及并行成像技术降低采样数据都是基于磁共振图像的冗余性特点, 经研究分析及实验结论得出, 这三种技术相互结合产生的组合 MRI 模型能有效降低磁共振采样所需时间, 大大提高采样速率. 其中, 主要应用的半傅里叶成像算法是 Homodyne 算法, 并行算法是 SENSE 算法.

### 1.1 Homodyne 算法

Homodyne 算法<sup>[7]</sup> 对于采集到的  $K$  空间数据  $M_{pf}(k_x, k_y)$ , 对其非对称高频数据 and 对称低频数据进行分别处理, 然后重建图像利用相位校正来实现, 该重建结果取校正结果的实数部分. 对于非对称高频数据部分, 首先进行高频加权, 整个  $K$  空间数据在加权后可表示为  $M_{pf}(k_x, k_y) \cdot \omega(x, y)$ , 然后利用傅里叶成像技术对上述结果进行图像重建  $m_{pf}(x, y)$ , 再取重建图像结合相位信息  $p^*(x, y)$  相位校正后的实部结果, 将该结果作为最终的重建结果  $m(x, y)$ :

$$m(x, y) = \text{Re} \{ p^*(x, y) m_{pf}(x, y) \} \quad (1)$$

对于对称低频数据部分, 首先低分辨率图像  $m_l(x, y)$  通过傅里叶重建获取, 然后图像相位信息  $p^*(x, y)$  通过低通滤波统计获得:

$$p^*(x, y) = \exp(-i \cdot \angle m_l(x, y)) \quad (2)$$

以  $K$  空间  $y$  方向上的采样为例, Homodyne 算法为简化计算过程, 首先使用一维逆傅里叶变换在  $K$  空间  $x$  方向上对采样结果进行变换处理; 然后对数据使用低通滤波器, 将其分为两个部分, 其中低频数据不进行处理, 而高频数据由于存在未采样部分, 所以需要进行高频加权对其估算; 然后在  $K$  空间  $y$  方向上对高频数据和低频数据进行一维逆傅里叶变换, 获得两幅不同的图像; 最后通过对这两幅图像进行校正合并, 取结果的实数部分作为重建图像, 如图 3 所示.

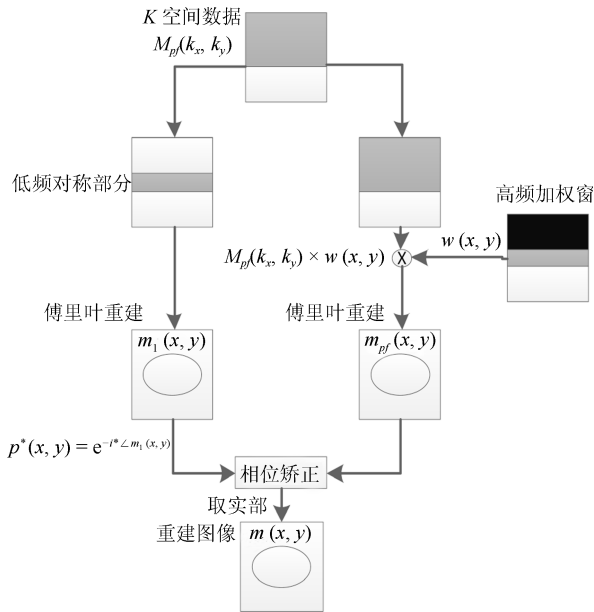


图 3 半傅里叶成像 Homodyne 算法流程

Fig. 3 Semi-Fourier imaging homodyne algorithm process

### 1.2 SENSE 算法

SENSE 算法先使用傅里叶变换对各个线圈采集到的  $K$  空间数据进行重建, 从而获取来自于每个线圈的混叠图像, 然后再将这些混叠图像依照线圈的敏感度信息进行展开, 由此重建出一个无混叠的全 FOV 图像<sup>[6]</sup>.

混叠图像、重建图像和线圈敏感度信息的关系可以线性表达为:

$$A = mE \quad (3)$$

其中,  $A$  代表混叠图像向量,  $m$  代表重建图像,  $E$  代表敏感度信息.

该线性公式可以用方程组的形式更为具体地表示混叠展开的关系:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1(x, y) & \cdots & E_1(x, y + (R-1)t) \\ E_2(x, y) & \cdots & E_2(x, y + (R-1)t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_L(x, y) & \cdots & E_L(x, y + (R-1)t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m(x, y) \\ m(x, y + t) \\ \vdots \\ m(x, y + (R-1)t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $A_i$  代表第  $i$  个线圈重建产生的混叠图像,  $L$  代表线圈总数量,  $(x, y)$  代表  $K$  空间中像素位置的坐标,  $R$  代表加速因子,  $t = \frac{n}{R}$ , 代表展开步长,  $n$  为重建图像在  $K$  空间  $y$  方向上的大小.

SENSE 算法要求该方程组中线圈数量大于加速因子, 即  $L > R$ , 满足该条件的方程组被称为超定方程组, 其重建图像的解为:

$$m = (E^H \psi^{-1} E)^{-1} E^H \psi^{-1} A \quad (5)$$

其中  $\psi$  代表通道中线圈所能允许的噪声值, 通常使用单位矩阵来表示  $\psi$ .

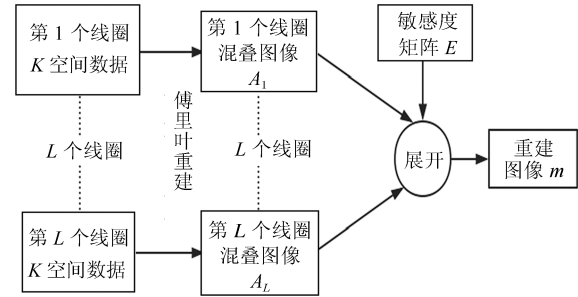


图 4 并行成像 SENSE 算法

Fig. 4 Parallel imaging SENSE algorithm

磁共振图像在 SENSE 技术的应用下能显著降低其扫描时间, 并且其重建分辨率的结果较好. 然而线圈敏感度及线圈结构在很大程度上对 SENSE 算法有着一定决定性作用, SENSE 算法的重建结果与采样过程的加速因子成反比, 并且其信噪比相对较小, 因此 SENSE 采样的加速因子取值较小.

### 1.3 CS-MRI 重建

作为一种新兴的信号处理理论, 压缩感知理论已经被证实可以成功应用于 MRI 并可以显著提高 MRI 采样速率<sup>[35-36]</sup>.

定义 MR 重建图像的原始图像为  $x$ , 下采样傅里叶变换矩阵为  $\mathcal{F}_u$ , 则下采样公式可表示为  $y = \mathcal{F}_u m$ . 由于磁共振图像具有可压缩性, 结合 CS 理论可得到由公式  $y$  重构的 MR 图像  $x$ . 重建模型可以表述为无约束正则化问题:

$$\arg \min_x \left\{ \|\mathcal{F}_u x - y\|_2^2 + \lambda_1 \|\psi x\|_1 + \lambda_2 \|x\|_{TV} \right\} \quad (6)$$

其中,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别代表  $L_1$  范数权重和全变分 (Total variation, TV) 权重,  $\psi$  代表小波变换.

### 1.4 基于 FICOTA 算法的 CS-MRI

Contourlet 由于其对图像曲线的拟合表示以及 MRI 的数据冗余使其在图像稀疏表示领域的关注度日益提升, 而 CS-MRI 理论是以磁共振图像的可压缩性和稀疏性为基础, 因此研究基于 Contourlet 的 CS-MRI 成为近年来的一个备受关注的研究方向. 其中, 基于 SFLCT 的迭代阈值 CS-MRI 提出了将 SFLCT 与压缩感知重建算法相结合的方法, 该方法

可以更好地拟合磁共振图像的曲线轮廓<sup>[37]</sup>, 并且能加快压缩感知迭代算法的重建速度, 以此为基础, 基于 SFLCT 的快速迭代收缩阈值算法 (FICOTA)<sup>[38]</sup> 被提出。

FICOTA 是一种 FISTA 算法在 Contourlet 变换上的实现, 它对核磁图像进行 Contourlet 稀疏表示, 并依照图像稀疏表示后的结构调整压缩感知迭代过程中的收缩处理:

$$\hat{x} = \arg \min_x \left\{ \frac{1}{2} \|\mathcal{F}_u x - y\|_2^2 + \lambda_1 \|\phi x\|_1 \right\} \quad (7)$$

其中,  $\phi$  是 Contourlet 变换矩阵。

### 算法 1. FICOTA

初始化:  $\rho = 1/L_f$ ,  $\beta$ ;  $x^0 = r^1$ ;  $t^1 = 1$ ;

for  $k = 1 : \max Iter$

$$x_g = r^k - \rho \nabla f(r^k);$$

$$x^k = \text{prox}_\rho(2\beta \|\phi x\|_1)(x_g);$$

$$x^k = \text{project}(x^k, [l, u]);$$

$$t^{k+1} = (1 + \sqrt{1 + 4(t^k)^2})/2;$$

$$r^{k+1} = x^k + \frac{t^k - 1}{t^{k+1}}(x^k - x^{k-1});$$

end

算法 1 中, 数据一致函数  $f(r^k) = \frac{1}{2} \|\mathcal{F}_u r^k - y\|_2^2$ , 函数  $f(r^k) = \mathcal{F}_u^*(\mathcal{F}_u r^k - y)$  提供  $f$  在  $r^k$  处的梯度值.  $\rho$  和  $L_f$  是两个正数, 依照文献 [39] 中的赋值.  $x^0$  初始化为和  $y$  大小一致的零矩阵. 最后引入一个 *project* 函数来对图像的像素值规范化处理. 该  $L_1$  正规化问题可由一个近端映射<sup>[40]</sup> 解决:

$$\text{prox}_\rho(g)(x) = \arg \min_u \left\{ g(u) + \frac{1}{2\rho} \|u - x\|_2^2 \right\} \quad (8)$$

其中,  $g(x)$  是一个连续凸函数。

## 1.5 CS、PF 及 PI 的组合 MRI

由于压缩感知、并行成像以及半傅里叶成像降低采样数量从而压缩采样时间都是基于磁共振图像的冗余性这个特点, 故此, 研究三者的组合应用也成为近年来 MRI 快速成像领域的一个研究热点。

Liu 等于 2012 年以 CS-SENSE 以及 PFPI 为基础, 提出了一种更为高效的组合 MRI 框架, PF-CS-SENSE<sup>[34]</sup>. 相较于原先的组合框架, 该框架以 CS-SENSE 为基础, 对其采样结果再一次采集略大于一半的数据, 即在采样过程中增添了半傅里叶采样. 对于重建过程, PF-CS-SENSE 在重建图像时分为如下三个主要步骤: 首先, 利用 CG 算法分别对每个线圈数据的非对称高频部分和对称低频部分进行压缩感知重建得到两组混叠图像, 其中在压缩感知重建之前需要对非对称高频数据做加权处理; 然后,

两幅全 FOV 图像是之前的混叠图像通过 SENSE 技术展开所得, 且其分别源自对称低频数据和所有采样数据; 最后, 利用 Homodyne 算法进行相位校正重建图像, 取校正结果的实数部分为最终重建结果, 如图 5 所示。

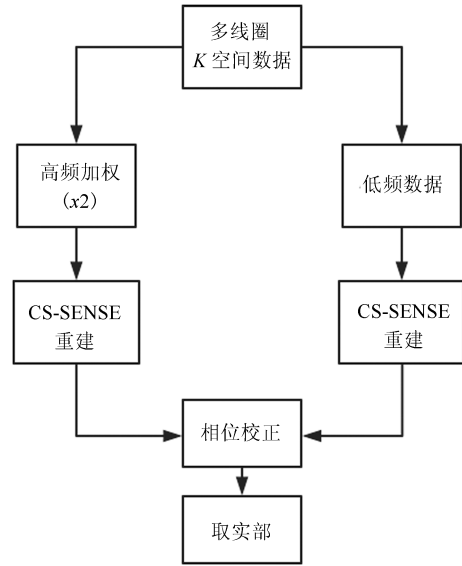


图 5 PF-CS-SENSE 流程

Fig. 5 PF-CS-SENSE process

## 2 基于 Contourlet 变换的 PF-FICOTA-SENSE

### 2.1 基于 Contourlet 的组合 MRI

在 FICOTA 的基础上, 我们提出一种利用 Homodyne、FICOTA 和 SENSE 算法进行组合重建的组合 MRI 方法 PF-FICOTA-SENSE, 该方法对磁共振图像进行 SFLCT-Contourlet 稀疏表示, 然后在图像的重建质量过程中采用 FICOTA 算法来改进其效果. 此外, 在对比实验中, 考虑到组合 MRI 采样模式、低频数据的对称性以及 Contourlet 能更好地拟合曲线轮廓等因素, 我们进一步提出一种快速组合 MRI 方法, 该方法通过将低频部分重建由 FICOTA 重建替换为直接填零的傅里叶重建, 来实现快速重建. 我们通过实验验证结果, 证实了该快速组合 MRI 方法能够在保持原有框架重建质量的前提下, 极大地压缩模型的计算时间。

SFLCT 是一种具备减弱噪声干扰和良好局域性表现的新型 Contourlet 变换<sup>[15]</sup>, 其采用了一种新型多尺度塔式结构, 该塔式结构与拉普拉斯变换完全不同. SFLCT<sup>[15]</sup> 还利用一系列相异的高通滤波器和低通滤波器对不同层进行处理, 这对减少 Contourlet 变换的方向滤波器组 (DFB) 的频域伪影有着至关重要的作用。

SFLCT 定义频域内的低通滤波器  $L_i(\omega) = L_i^{1d}(\omega_1) \cdot L_i^{1d}(\omega_2)$ , 其中  $L_i^{1d}(\omega)$  是一个具有平滑过渡带的一维低通滤波器:

$$L_i^{1d}(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_{p,i} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{(|\omega| - \omega_{p,i})\pi}{\omega_{s,i} - \omega_{p,i}} \right), & \omega_{p,i} < |\omega| < \omega_{s,i} \\ 0, & \omega_{s,i} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $|\omega| \leq \pi$  且  $i = 0, 1$ ,  $\omega_{s,i}$  表示阻带频率,  $\omega_{p,i}$  表示通带频率.

假使能够彻底清除下采样操作产生的图像伪影现象, 那么, 我们能够得到多尺度金字塔完美重建的简化条件如下式所示.

$$|L_i(\omega)|^2 + |D_i(\omega)|^2 \equiv 1, \text{ for } i = 0, 1 \quad (10)$$

由此可知, 高通滤波器  $D_i(\omega)$  依赖于低通滤波器  $L_i(\omega)$ , 故定义好低通滤波器, 即可保证图像的完美重建.

此外, 为了控制 Contourlet 的冗余度, 提供了一种下采样参数  $d$  的使用机制, 各种的 Contourlet 配置设定便是基于这点实现的. Lu 和 Do 通过实验<sup>[15]</sup> 给出了各种配置下的 Contourlet 冗余度数据和下采样参数  $d$ : 若需下采样操作  $L_0(\omega)$ , 则应设定  $d = 1.5$  或  $d = 2$ , 此时 Contourlet 的冗余度为 1.60 或 1.33; 若无需下采样操作第一层的低通滤波器  $L_0(\omega)$ , 则应设定  $d = 1$ , 此时对应的 Contourlet 的冗余度为 2.33.

表 1 SFLCT 不同配置下的冗余度数据  
Table 1 SFLCT redundancy data in different configurations

$d$	$\omega_{p,0}$	$\omega_{s,0}$	$\omega_{p,1}$	$\omega_{s,1}$	冗余度
1	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	2.33
1.5	$\frac{5\pi}{14}$	$\frac{9\pi}{14}$	$\frac{19\pi}{72}$	$\frac{35\pi}{72}$	1.60
2	$\frac{4\pi}{21}$	$\frac{10\pi}{21}$	$\frac{4\pi}{21}$	$\frac{10\pi}{21}$	1.33

在使用稀疏表示的前提下, 我们希望尽可能多地保留原始图像信息. 因此, 在基于 SFLCT 的组合 MRI 中, 我们不需下采样操作第一层分解的低通子带, 故取参数  $d = 1$ .

PF-FICOTA-SENSE 与 PF-DTFCSA-SENSE<sup>[41]</sup> 类似, 在 Contourlet 变换后, 分别对数据的实部与虚部使用分步收缩的方式进行线性收缩, 并将组合 MRI 与 FICOTA 算法相互组合, 其重建质量相较于 PF-CS-SENSE 和 PF-DTFCSA-SENSE 将会取得更优的效果, 此外, 相比于原始的组合 MRI 框架 PF-CS-SENSE, 模型所需的重建时间也较为缩减, 如图 6 所示.

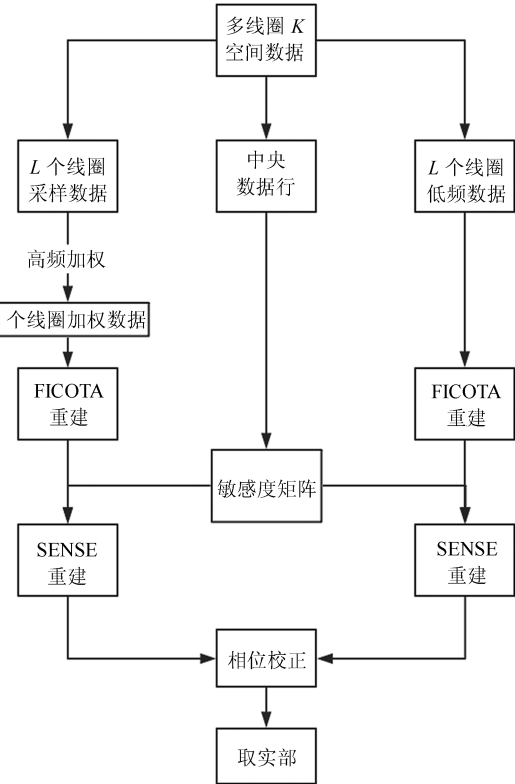


图 6 PF-FICOTA-SENSE 流程  
Fig. 6 PF-FICOTA-SENSE process

## 2.2 快速组合 MRI

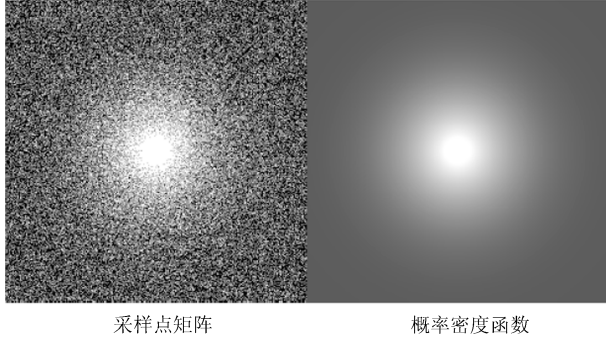
相较于 PF-FICOTA-SENSE 和 PF-DTFCSA-SENSE<sup>[41]</sup> 两种方法通过加快压缩感知重建速度来压缩组合 MRI 重建时间, 我们从另一角度提出一种快速组合 MRI, 经实验证明该框架不仅能够极大地压缩组合 MRI 的重建时间, 还能维持组合 MRI 的重建质量的损失几乎不变.

关于该快速组合 MRI 采样过程, 需要对  $K$  空间数据以组合方式进行欠采样, 并对称低频部分数据进行单独的傅里叶变换处理. 实际上整个采样数据中只包含很少部分的对称低频数据, 因此可以利用合适的采样方式来尽可能的提升位于  $K$  空间中心部分的图像数据的采样提取, 即提升对称低频部分的数据采样获取, 同时将低频数据的压缩感知重建替代为直接填零的逆傅里叶变换重建, 从而实现缩短整个模型重建时间的目的.

我们为了实现高密度采集  $K$  空间中心部分数据, 决定采取变密度随机采样的方法, 如图 7 所示. (图 7 中左图表示为采样点矩阵, 右图表示为概率密度函数).

在组合 MRI 采样中, 首先以并行加速因子 2 对整个  $K$  空间进行隔行采样, 然后再进行半傅里叶和压缩感知采样. 由图像在  $K$  空间中的数据特点可知, 在快速组合 MRI 中, 采集的全部数据中所包含

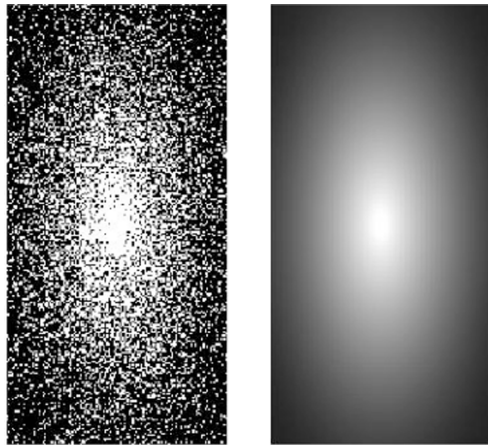
的中心部分数据所占比例越大, 使用直接填零逆傅里叶对中心数据的变换所产生的重建质量损失就越小. 中心部分数据的比重可以通过调整概率密度函数来改变, 之后使用填零逆傅里叶变换将重建质量损失控制在微乎其微的范围内, 如图 8 所示. (图 8 中左图表示为采样点矩阵, 右图表示为概率密度函数)



采样点矩阵 概率密度函数

图 7 变密度随机采样

Fig. 7 Variable density random sampling



采样点矩阵 概率密度函数

图 8 快速组合 MRI 变密度随机采样

Fig. 8 Fast combined MRI variable density random sampling

关于该快速组合 MRI 重建过程, 快速组合 MRI 利用傅里叶重建对低频数据部分直接处理, 其中傅里叶变换取直接填零的逆傅里叶变换. 这种方式将 CS 重建时间压缩至原先的一半左右, 快速组合 MRI 总时间表达式为:

$$Time_{total} \approx L \cdot Time_{CS} + 2 \cdot Time_{SENSE} + Time_{PF} \quad (11)$$

我们知道  $K$  空间中心数据部分决定图像的对比度, 而  $K$  空间的外围数据部分决定图像的解剖细节, 此外, 又考虑到 Contourlet 变换拟合图像曲线轮廓的良好效果, 因此, 我们使用 PF-FICOTA-SENSE

为基础, 结合所提出的快速组合 MRI 框架来实现该算法, 见图 9.

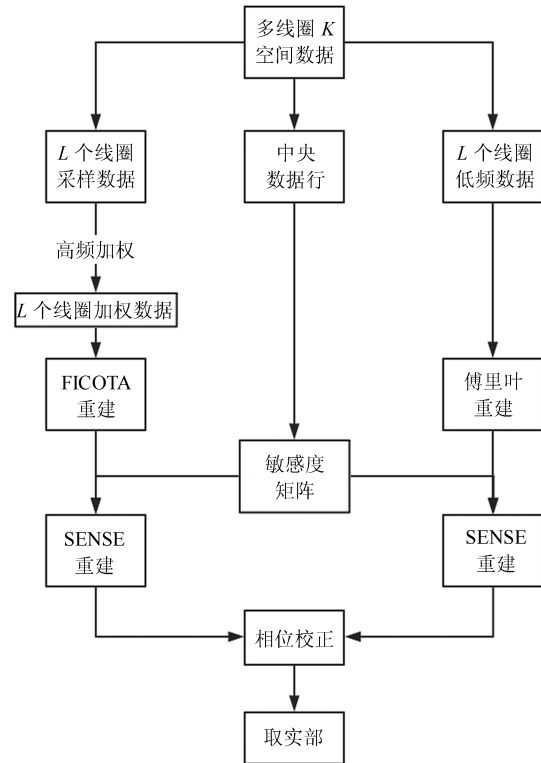


图 9 基于快速组合 MRI 框架的 PF-FICOTA-SENSE

Fig. 9 PF-FICOTA-SENSE based on fast combined MRI framework

### 3 实验过程及结果

#### 3.1 实验数据

为检验算法的有效性, 本文使用的实验数据是来源于一个由 8 通道头部相控阵线圈 (层面厚度 = 1.7 mm,  $TE/TR = 11/300$  ms,  $FOV = 18 \times 18$  cm) 全采样而得的层面数据集, 该 3-D MPRAGE 数据集由 Lin 提供共享<sup>1</sup>.

#### 3.2 方法比较

为了保证重建图像的质量, 设定半傅里叶采样加速因子为  $R_{PF} = 16/9$ , 并行采样加速因子  $R_{PI} = 2$ . 我们通过设置各种的随机欠采样 CS 加速因子  $R_{CS}$ , 获取不同的组合加速因子  $R_{Total} = R_{PI} \cdot R_{PF} \cdot R_{CS}$ , 并在  $R_{Total}$  相等的情况下, 我们通过实验检验所提出的模型框架 PF-FICOTA-SENSE 以及快速组合 MRI 框架在重建时间以及重建质量方面的改进效果.

本文将 PF-CS-SENSE 和 PF-DTFCSA-SENSE 两个模型作为与我们提出的组合 MRI 模

<sup>1</sup>[http://www.nmr.mgh.harvard.edu/~fhlin/codes/mprage\\_8ch\\_slice1.mat](http://www.nmr.mgh.harvard.edu/~fhlin/codes/mprage_8ch_slice1.mat).

型的比较标准. 其中, PF-CS-SENSE 是 2012 年所提出的由压缩感知、并行成像和半傅里叶成像相互组合的组合 MRI 模型<sup>[34]</sup>; 而 PF-DTFCSA-SENSE 则是将双树复小波引入 FCSA 算法, 并结合半傅里叶成像以及并行成像技术, 所提出的以提升重建质量并缩短重建时间的组合 MRI 模型<sup>[41]</sup>. 双树复小波有着类似于二叉树的结构, 是基于两个相异双通道滤波器来实现的. FCSA 算法是基于 FISTA 算法对组合分隔算法 (Composite splitting algorithm, CSA) 进行加速所提出的. 此外, 考虑到 FCSA 算法相较于 FICOTA 算法拥有更快的计算速度, 本实验中选取 Complex DT 作为 PF-DTFCSA-SENSE 的稀疏变换, 即 PF-DTFCSA-SENSE 和 PF-FICOTA-SENSE 之间以图像的重建质量作为重点比较对象.

在本实验并行成像过程中, 通过采集对相位编码方向中心的 32 条数据来计算实验所需的线圈敏感度, 此外, 基准图像以 8 通道全采样的  $K$  空间数据 SoS (Sum of squares) 的重建结果来表示, 并计算归一化均方差 (Normalized mean square error, NMSE)、相关系数 (Correlation coefficients, CC) 以及峰值信噪比 (Peak SNR, PSNR) 等性能指标, 其中归一化均方差是对重建图像伪影、噪声及分辨率的综合度量, 其计算公式表示为:

$$NMSE = \frac{\sum |I^{reconstruction}(x, y) - I^{reference}(x, y)|^2}{\sum |I^{reference}(x, y)|^2} \quad (12)$$

### 3.3 实验结果及分析

#### 3.3.1 基于 Contourlet 的组合 MRI

实验的主要对比模型取 PF-CS-SENSE 和 PF-DTFCSA-SENSE, 同样地, 为了保证实验的客观

性, 我们参考 PF-CS-SENSE 的实验模式, 在兴趣区 (Region of interest, ROI) 内对三者的重建效果进行对比.

参数设置: 1) 加速因子, 分别对  $R_{Total} = 10$  及  $R_{Total} = 6$  进行实验, 相应地取  $R_{CS} \approx 3.2$  和  $R_{CS} \approx 1.8$ ; 2) 压缩感知重建权值, 对于 FICOTA 算法, 设置  $L_1$  范数权值  $\beta = 0.0015$ , 对于 CG 算法, 设置  $L_1$  范数权值  $\beta = 0.005$ , TV 权值  $\alpha = 0.002$ , 对于双树复小波, 设置  $L_1$  范数权值  $\beta = 0.015$ , TV 权值  $\alpha = 0.001$ ; 3) 迭代次数, CG 迭代 8 次, FICOTA 以及 DT-FCSA 迭代 50 次; 4) ROI 选择, 设置图像中央  $160 \times 160$  大小的区域为 ROI. 实验结果如图 10 和表 2 所示.

观察图 10 中三种模型的重建结果, 从重建质量方面来看, PF-FICOTA-SENSE 的输出结果更优, 并且对曲线细节的拟合效果更为清晰.

从实验结果可以看到: 1) 与 PF-DTFCSA-SENSE 相比, PF-FICOTA-SENSE 在重建质量方面能实现更优的效果, 但在重建时间上略有消耗; 2) 与 PF-CS-SENSE 相比, PF-FICOTA-SENSE 在重建质量方面取得了更好的性能结果, 而由于 CG 算法质量与时间的关联 (SENSE 算法和 Homodyne 算法都是线性求解, 计算时间相对固定且较少, 故提升 CS 重建速度则是提升整体速度的关键. CG 算法需要求解不平滑的  $L_1$  和 TV 范数的正则化模型, 故理论上要比 FICOTA 算法的重建速度慢), PF-FICOTA-SENSE 在重建时间方面仍具有一定优势. 值得注意的是, 当总加速因子较小时, PF-FICOTA-SENSE 的重建质量优势相对于其余两种模型更加明显.

#### 3.3.2 快速组合 MRI

实验的主要的比较对象取组合 MRI 框架 PF-

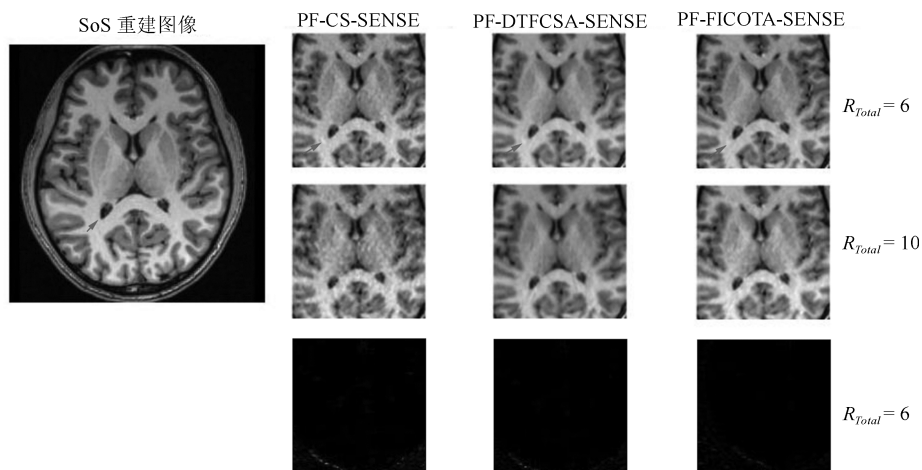


图 10 三种方法的实验结果

Fig. 10 Experimental results from three different methods



表 2 三种方法的重建性能比较 (ROI)

Table 2 Reconstruction performance comparison (ROI) on three different methods

		PF-FICOTA-SENSE	PF-DTFCSA-SENSE	PF-CS-SENSE
稀疏表示		SFLCT	Complex DT	Daubechies-4
重建时间 (s)		~150	~120	~150
$R_{Total} = 6$ $R_{CS} \approx 1.8$	CC	0.9825	0.9816	0.9779
	PSNR	75.1207	74.7429	74.1084
	NMSE	0.0033	0.0036	0.0041
$R_{Total} = 10$ $R_{CS} \approx 3.2$	CC	0.9717	0.9724	0.9557
	PSNR	73.0758	73.0504	71.1287
	NMSE	0.0052	0.0053	0.0082

CS-SENSE, 在两种框架内, 即原始组合 MRI 框架与引入直接填零傅里叶重建的快速组合 MRI 框架, 分别实验 PF-FICOTA-SENSE、PF-DTFCSA-SENSE 以及 PF-CS-SENSE 三种模型框架的性能效果, 类似地, 在 ROI 内进行对于三者性能的比较.

参数设置: 1) 加速因子, 分别对  $R_{Total} = 10$  及  $R_{Total} = 6$  进行实验, 对应地取  $R_{CS} \approx 3.2$  和  $R_{CS} \approx 1.8$ ; 2) 压缩感知重建权值, 对于 CG 算法, 设置  $L_1$  范数权值  $\beta = 0.005$ , TV 权值  $\alpha = 0.002$ , 对于 DTFCSA, 设置  $L_1$  范数权值  $\beta = 0.015$ , TV 权值  $\alpha = 0.001$ , 对于 FICOTA 算法, 设置  $L_1$  范

数权值  $\beta = 0.0015$ ; 3) 迭代次数, CG 迭代 8 次, DTFCSA 以及 FICOTA 迭代 50 次; 4) ROI 选择, 设置图像中央  $160 \times 160$  大小的区域为 ROI. 为了便于表述, 我们使用快速简称快速组合 MRI, 使用原型简称原有的 PF-CS-SENSE 组合框架, 实验结果如图 11 以及表 3 和表 4 所示.

观察图 11 中的模型输出结果可知, 快速组合 MRI 与原型框架在重建质量方面十分接近.

从实验结果可以看到: 1) 采用快速的组合 MRI 框架之后, 在重建质量损失微乎其微的同时, 能够缩短近一半的重建时间; 2) 从质量损失上来

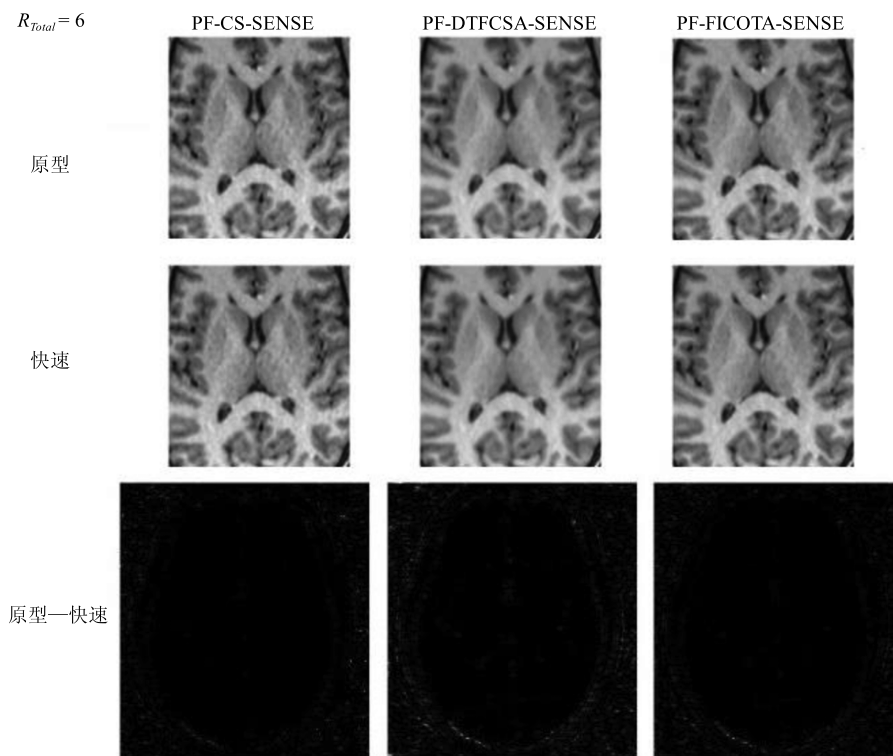
图 11 三种方法的快速组合 MRI 实验结果 ( $R_{Total} = 6$ )Fig. 11 Rapid combined MRI results ( $R_{Total} = 6$ ) of three different methods

表 3 三种方法的快速组合 MRI 重建性能比较 (ROI)

Table 3 Reconstruction performance comparison (ROI) on fast combined MRI of three different methods

		PF-FICOTA-SENSE		PF-DTFCSA-SENSE		PF-CS-SENSE	
组合框架		原型	快速	原型	快速	原型	快速
重建时间 (s)		~150	~75	~120	~60	~150	~75
$R_{Total} = 6$ $R_{CS} \approx 1.8$	CC	0.9825	0.9824	0.9816	0.9815	0.9779	0.9779
	PSNR	75.1207	75.1079	74.7429	74.7293	74.1084	74.1021
	NMSE	0.0033	0.0033	0.0036	0.0036	0.0041	0.0041
$R_{Total} = 10$ $R_{CS} \approx 3.2$	CC	0.9717	0.9717	0.9724	0.9723	0.9557	0.9557
	PSNR	73.0758	73.0670	73.0504	73.0384	71.1287	71.1277
	NMSE	0.0052	0.0052	0.0053	0.0053	0.0082	0.0082

表 4 三种方法的快速组合 MRI 峰值信噪比 (PSNR) 损失率 (ROI)

Table 4 Peak signal-to-noise ratio (PSNR) loss rate (ROI) on fast combined MRI of three different methods

PSNR 损失率 ( $\times 10^{-4}$ )	PF-FICOTA-SENSE	PF-DTFCSA-SENSE	PF-CS-SENSE
$R_{Total} = 6$ $R_{CS} \approx 1.8$	1.7039	1.8199	0.8501
$R_{Total} = 10$ $R_{CS} \approx 3.2$	1.2041	1.6427	0.1406

看, PF-FICOTA-SENSE 所产生的损失要低于 PF-DTFCSA-SENSE 的主要原因在于, Contourlet 变换主要依赖的是  $K$  空间中非中心低频部分而是高频部分的数据, 故其在曲线轮廓方面具有良好拟合效果; 而 PF-CS-SENSE 在快速组合 MRI 框架内使用直接填零逆傅里叶变换重建时, 之所以产生的质量损失最低, 是由于其本身采用的 CG 算法重建质量相对最低.

#### 4 结束语

磁共振成像技术研究发展的关键问题是成像质量与成像时间. 因为  $K$  空间数据的冗余性是半傅里叶成像、并行成像以及压缩感知理论三者能在 MRI 领域成立的基础, 所以将三者相互结合可以更大地压缩采样耗时, 实现加快采样速率的目的. 在组合 MRI 的重建质量与重建速率方面, 现有研究三者结合的实验成果已经表现出其有极大的发展潜力, 因此对组合 MRI 的研究具有很大的潜在价值.

本文提出了一种组合 MRI 方法 PF-FICOTA-SENSE, 该方法是利用一种基于 Contourlet 的 SFLCT 变换来稀疏表示欠采样的数据, 之后进行组合 MRI 重建时再利用 FICOTA 算法实现. 我们通过实验验证, 相较于原始的组合 MRI 框架 PF-CS-SENSE, PF-FICOTA-SENSE 不仅能够保证在重建质量方面取得更优的效果, 还能够在重建时间方面大大缩减, 较大的加速因子也可在该框架中正常应用; 相较于 PF-DTFCSA-SENSE, PF-FICOTA-

SENSE 虽然在重建时间方面耗时更久, 但在重建质量方面所取得的效果更佳.

进一步在 PF-FICOTA-SENSE 基础上, 我们又提出了一种快速组合 MRI 框架, 该快速框架对  $K$  空间的对称低频数据采用直接填零的逆傅里叶变换, 实验证明, 相比于各种原有的组合 MRI 框架, 新的快速组合 MRI 框架能够在保证重建质量损失微乎其微的前提下, 缩短近一半的重建时间.

相比于现有的方法, 我们通过实验证明本文所提出的 PF-FICOTA-SENSE 以及快速组合 MRI 框架在重建时间和重建质量方面均能取得更优的效果.

#### References

- 1 Scherzinger A L, Hendee W R. Basic principles of magnetic resonance imaging—an update. *Western Journal of Medicine*, 1985, **143**(6): 782–792
- 2 Rodríguez A O. Principles of magnetic resonance imaging. *Revista Mexicana de Física*, 2004, **50**(3): 272–286
- 3 Weng Zhuo, Xie Guo-Xi, Liu Xin, Xiong Cheng-Yi, Zheng Hai-Rong, Qiu Ben-Sheng. Development of fast magnetic resonance imaging techniques based on K-space accelerated collection. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2010, **29**(5): 785–792  
(翁卓, 谢国喜, 刘新, 熊承义, 郑海荣, 邱本胜. 基于 K 空间加速采集的磁共振成像技术. *中国生物医学工程学报*, 2010, **29**(5): 785–792)
- 4 Twieg D B. The K-trajectory formulation of the NMR imaging process with applications in analysis and synthesis of imaging methods. *Medical Physics*, 1983, **10**(5): 610–621

- 5 McGibney G, Smith M R, Nichols S T, Crawley A. Quantitative evaluation of several partial Fourier reconstruction algorithms used in MRI. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1993, **30**(1): 51–59
- 6 Pruessmann K P, Weiger M, Scheidegger M B, Boesiger P. SENSE: sensitivity encoding for fast MRI. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1999, **42**(5): 952–962
- 7 Noll D C, Nishimura D G, Macovski A. Homodyne detection in magnetic resonance imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1991, **10**(2): 154–163
- 8 Haacke E M, Lindskog E D, Lin W. A fast, iterative, partial-fourier technique capable of local phase recovery. *Journal of Magnetic Resonance*, 1991, **92**(1): 126–145
- 9 Griswold M A, Jakob P M, Heidemann R M, Nittka M, Jellus V, Wang J M, et al. Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (GRAPPA). *Magnetic Resonance in Medicine*, 2002, **47**(6): 1202–1210
- 10 Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289–1306
- 11 Lustig M, Donoho D L, Santos J M, Pauly J M. Compressed sensing MRI. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, **25**(2): 72–82
- 12 Grossmann A, Morlet J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 1984, **15**(4): 723–736
- 13 Starck J L, Candes E J, Donoho D L. The curvelet transform for image denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, **11**(6): 670–684
- 14 Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091–2106
- 15 Lu Y, Do M N. A new contourlet transform with sharp frequency localization. In: Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Image Processing. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2006. 1629–1632
- 16 Meng Y L, Lin W, Li C L, Chen S C. Fast two-snapshot structured illumination for temporal focusing microscopy with enhanced axial resolution. *Optics Express*, 2017, **25**(19): 23109
- 17 Mathew R S, Paul J S. Sparsity promoting adaptive regularization for compressed sensing parallel MRI. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2018, **4**(1): 147–159
- 18 Chen Y M, Ye X J, Huang F. A novel method and fast algorithm for MR image reconstruction with significantly under-sampled data. *Inverse Problems & Imaging*, 2017, **4**(2): 223–240
- 19 Dong Jia-Lin, Hong Ming-Jian, Zhang Hai-Biao, Ge Yong-Xin. Joint adjacent-frame prediction for cardiac cine MR imaging. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(3): 490–505 (董家林, 洪明坚, 张海标, 葛永新. 联合相邻帧预测的心脏磁共振电影成像方法. 自动化学报, 2018, **44**(3): 490–505)
- 20 Xiong Jiao-Jiao, Lu Hong-Yang, Zhang Ming-Hui, Liu Qie-Gen. Convolutional sparse coding in gradient domain for MRI reconstruction. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(10): 1841–1849 (熊娇娇, 卢红阳, 张明辉, 刘且根. 基于梯度域的卷积稀疏编码磁共振成像重建. 自动化学报, 2017, **43**(10): 1841–1849)
- 21 Quan T M, Nguyen-Quc T, Jeong W K. Compressed sensing MRI reconstruction using a generative adversarial network with a cyclic loss. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2018, **37**(6): 1488–1497
- 22 Yang G, Yu S M, Dong H, Slabaugh G, Dragotti P L, Ye X J, et al. DAGAN: deep de-aliasing generative adversarial networks for fast compressed sensing MRI reconstruction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2018, **37**(6): 1310–1321
- 23 Kim D, Jung S, Park H W. DRF-GRAPPA: a parallel MRI Method with a direct reconstruction filter. *Journal of the Korean Physical Society*, 2018, **73**(1): 130–137
- 24 Wang S S, Su Z H, Ying L, Peng X, Zhu S, Liang F, et al. Accelerating magnetic resonance imaging via deep learning. In: Proceedings of the IEEE 13th International Symposium on Biomedical Imaging. Prague, Czech Republic: IEEE, 2016. 514–517
- 25 Schlemper J, Caballero J, Hajnal J V, Price A, Rueckert D. A deep cascade of convolutional neural networks for MR image reconstruction. *International Conference on Information Processing in Medical Imaging*. Cham: Springer, 2017. 647–658
- 26 Hyun C M, Kim H P, Lee S M, Lee S, Seo J K. Deep learning for undersampled MRI reconstruction. *Physics in Medicine and Biology*, 2018, **63**(13): 135007
- 27 King K F, Angelos L. SENSE with partial Fourier homodyne reconstruction. In: Proceedings of the 8th Annual Meeting of ISMRM. Denver, 2000. 153
- 28 Huang Xin, Chen Wu-Fan, Feng Yan-Qiu. An effective algorithm in partial fourier parallel MRI based on robust estimator. *Chinese Journal of Computers*, 2011, **34**(9): 1732–1738 (黄鑫, 陈武凡, 冯衍秋. 基于鲁棒估计的并行磁共振成像中部分数据重建算法. 计算机学报, 2011, **34**(9): 1732–1738)
- 29 Bydder M, Robson M D. Partial fourier partially parallel imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2005, **53**(6): 1393–1401
- 30 King K F. Combining compressed sensing and parallel imaging. In: Proceedings of the 16th annual meeting of ISMRM. Toronto, 2008. 1488
- 31 Liu B, Seibert F M, Zou Y, Ying L. SparseSENSE: randomly-sampled parallel imaging using compressed sensing. In: Proceedings of the 16th Annual Meeting of ISMRM. 2008.
- 32 Liang D, Liu B, Wang J J, Ying L. Accelerating SENSE using compressed sensing. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2009, **62**(6): 1574–1584
- 33 Doneva M, Börner P, Eggers H, Stehning C, Sénygas J, Mertins A. Compressed sensing reconstruction for magnetic resonance parameter mapping. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2010, **64**(4): 1114–1120

- 34 Liu F, Duan Y, Peterson B S, Kangarlu A. Compressed sensing MRI combined with SENSE in partial k-space. *Physics in Medicine & Biology*, 2012, **57**(21): N391–N403
- 35 Zhang Chun-Mei, Yin Zhong-Ke, Xiao Ming-Xia. Signal overcomplete representation and sparse decomposition based on redundant dictionaries. *Chinese Science Bulletin*, 2006, **51**(6): 628–633  
(张春梅, 尹忠科, 肖明霞. 基于冗余字典的信号超完备表示与稀疏分解. 科学通报, 2006, **51**(6): 628–633)
- 36 Candés E J, Eldar Y C, Needell D, Randall P. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, **31**(1): 59–73
- 37 Qu X B, Zhang W R, Guo D, Cai C B, Cai S H, Chen Z. Iterative thresholding compressed sensing MRI based on contourlet transform. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2010, **18**(6): 737–758
- 38 Hao W L, Li J W, Qu X B, Dong Z C. Fast iterative contourlet thresholding for compressed sensing MRI. *Electronics Letters*, 2013, **49**(19): 1206–1208
- 39 Huang J Z, Zhang S T, Metaxas D. Efficient MR image reconstruction for compressed MR imaging. *Medical Image Analysis*, 2011, **15**(5): 670–679
- 40 Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, **2**(1): 183–202
- 41 Zhou Jin-Peng. Research on Rapid MRI [Master thesis], Beijing Institution of Technology, China, 2015. 36–41  
(周金鹏. MRI 快速成像若干研究 [硕士学位论文], 北京理工大学, 中国, 2015. 36–41)



**李建武** 博士, 北京理工大学计算机学院副教授. 主要研究方向为计算机视觉, 图像处理, 超分辨率图像重建技术. 本文通信作者. E-mail: ljw@bit.edu.cn

(**LI Jian-Wu** Ph. D., associate professor at the School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology. His research interest

covers computer vision, image processing, and super-resolution image reconstruction. Corresponding author of this paper.)

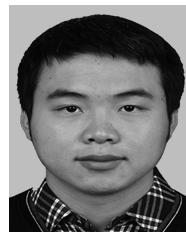


**康 杨** 北京理工大学计算机学院硕士研究生. 主要研究方向为医学图像处理与机器智能.

E-mail: 1045352075@qq.com

(**KANG Yang** Master student at the School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology. His research interest covers

medical image processing and machine intelligence.)



**周金鹏** 北京理工大学计算机学院硕士研究生. 主要研究方向为医学图像处理与机器智能.

E-mail: 2120121177@bit.edu.cn

(**ZHOU Jin-Peng** Master student at the School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology. His research interest covers

medical image processing and machine intelligence.)