

一种带时间窗口的双脉冲控制器下的忆阻振荡系统滞同步

吴鸿娟^{1,2} 熊江^{1,2} 冯玉明^{1,2} 涂正文^{1,3}

摘要 在真实的环境中实现复杂忆阻振荡系统的同步时, 因为信息干扰及通信问题, 驱动和响应系统之间总是存在信息传输时滞, 即时滞问题具有普遍性; 另外, 脉冲控制信号的输入总是存在输入误差, 并不能实现精确地输入. 本文考虑到上述实际存在的信息传输时滞和脉冲输入误差, 设计了一种比较接近真实情况的、灵活的可以带有不同时间窗口和不同控制增益的双脉冲切换控制器, 并且利用该控制器实现了两个复杂忆阻振荡系统的滞同步. 基于 Lyapunov 稳定性理论、矩阵不等式以及脉冲控制等相关理论, 本文找出了实现一类五阶复杂忆阻振荡系统同步的条件. 最后的仿真实验进一步验证了本控制方法的可行性.

关键词 忆阻振荡系统, 同步, 传输时滞, 时间窗口, 双脉冲控制器

引用格式 吴鸿娟, 熊江, 冯玉明, 涂正文. 一种带时间窗口的双脉冲控制器下的忆阻振荡系统滞同步. 自动化学报, 2020, 46(7): 1507–1516

DOI 10.16383/j.aas.c180686

Lag Synchronization of Memristor Oscillator Systems via a Double Impulsive Controller With Time Windows

WU Hong-Juan^{1,2} XIONG Jiang^{1,2} FENG Yu-Ming^{1,2} TU Zheng-Wen^{1,3}

Abstract In real environment, while realizing the synchronization of complex memristor oscillators, there are always some transmission delays between master system and slave system because of the signal interference and some communication problem. That is, the delay problem is so common. On the other hand, there are also some input errors because the impulsive control signals can not be input so accurately. Considering the transmission delay and the input error, we design one flexible double impulsive switch controller, which can reflect the real environment better, with two time windows and two control gains, then use it to realize the lag synchronization of two complex memristor oscillator systems. Based on Lyapunov stability theory, matrix inequality, and impulsive control with time windows, synchronization conditions for one type of five-order complex memristor oscillator systems are given. Simulation results are displayed to verify the feasibility of this method.

Key words Memristor oscillator system, synchronization, transmission delay, time window, double impulsive controller

Citation Wu Hong-Juan, Xiong Jiang, Feng Yu-Ming, Tu Zheng-Wen. Lag synchronization of memristor oscillator systems via a double impulsive controller with time windows. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(7): 1507–1516

收稿日期 2018-10-22 录用日期 2019-01-18
Manuscript received October 22, 2018; accepted January 18, 2019

国家自然科学基金 (11601047), 重庆市教育委员会科学技术研究项目 (KJQN201901205), 重庆市基础研究与前沿探索项目 (cstc2018jcyjAX0588), 重庆市发展和改革委员会 ([2017]1007) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (11601047), Scientific and Technological Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (KJQN201901205), Chongqing Cutting-edge and Applied Foundation Research Program (cstc2018jcyjAX0588), and Program of Chongqing Development and Reform Commission (2017[1007])

本文责任编辑 梅生伟
Recommended by Associate Editor MEI Sheng-Wei

1. 重庆三峡学院智能信息处理与控制重庆高校市级重点实验室 重庆 404120 2. 重庆三峡学院计算机科学与工程学院 重庆 404120 3. 重庆三峡学院数学与统计学院 重庆 404120

1. Key Laboratory of Intelligent Information Processing and Control of Chongqing Municipal Institutions of Higher Education, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404120

忆阻器作为第四种基本电路元件是由华裔科学家蔡少棠教授于 1971 年提出的^[1], 在普遍的对称原理上, 蔡少棠教授推断除了电阻、电容和电感器之外, 应该还有一种元件, 涉及电荷与磁通量之间的关系, 它也被称为是丢失的电路元件. 虽然蔡少棠教授当时从理论上验证了忆阻器作为一种电路元件存在的可能性, 但一直没有得到充分的实验结果验证和支撑. 直到 2008 年, 惠普实验室 (HP Labs) 的研究人员, 首次做出了纳米忆阻器件, 掀起了全世界学术界对忆阻器研究的热潮^[2]. 近年来, 由于忆阻器在可编程模拟电路、低能耗计算与存储、脑机接口、神经网络等方面的潜在应用, 忆阻器一直受到了科研人员的广泛关注^[3–5].

2. School of Computer Science and Engineering, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404120 3. School of Mathematics and Statistics, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404120

鉴于忆阻器的潜在应用广泛, 所以很有必要就非线性忆阻振荡系统进行深入的研究^[6-8]. 此外, 当前对相关忆阻系统的同步控制已经成为了一大热门^[9-10]. 文献 [11] 提出了一种用于实现三个不同忆阻振荡系统同步的组合策略. 文献 [12] 研究了一种基于模糊模型的忆阻 Lorenz 系统的同步. 文献 [13] 设计了一种自适应控制实现了基于忆阻的超混沌系统的同步.

众所周知, 脉冲控制和常见的间歇控制都属于非连续控制, 非连续控制十分适合于不能或不必要一直进行连续控制的系统. 而且与传统的间歇控制相比, 脉冲控制的控制开销较低, 它是在某一固定时刻左右瞬间产生脉冲信号^[14-16], 而不是在一小段时间之内一直进行控制信号的持续输入. 正是因为脉冲控制可以较大程度节省控制开销, 引起了不少研究人员的研究兴趣. 虽然当前已经有一些关于脉冲控制的研究^[17-20], 但不少研究都是假设脉冲发生的时间是固定的、精确的. 然而我们知道没有一种设备能将脉冲信号毫无误差地输入. 并且在实现驱动和响应系统之间的同步过程中, 因为信息干扰及通信问题, 总是存在信号的传输时滞, 即时滞问题具有普遍性, 而且时滞问题往往会加大系统的不稳定^[21-28]. 因此在实现两个复杂忆阻振荡系统的同步过程中, 很有必要考虑时间窗口 (因为输入误差的存在, 每次脉冲信号的输入是随机的, 但是被限定在某个时间窗口之内发生) 和信号传输时滞. 本文就是在考虑传输时滞和脉冲输入误差的情况下, 设计了一种带时间窗口的双脉冲切换控制器来实现两个复杂忆阻振荡系统的同步, 具体突出工作如下:

- 1) 设计了一种灵活的可以带有两种不同时间窗口和不同控制增益的双脉冲切换控制器.
- 2) 在实现两个复杂的忆阻振荡系统的同步过程中, 考虑到了现实中必定存在的信号传输时滞以及脉冲输入误差, 研究比较能够反映利用脉冲信号实现两个复杂系统同步的真实情况.
- 3) 利用本带时间窗口的双脉冲控制器实现了两个复杂忆阻振荡系统的指数同步.

1 忆阻振荡系统模型

文献 [29] 在四阶蔡氏混沌电路中进行了扩展, 提出了一个五阶忆阻振荡系统, 其电路模型如图 1 所示. 基于基尔霍夫电流定律 (Kirchoff's current law, KCL) 和基尔霍夫电压定律 (Kirchoff's voltage law, KVL), 该电路模型可以描述成如下微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}(t) = V_1(t) \\ \dot{V}_1(t) = \frac{1}{C_1}(i_3(t) - W(\varphi(t))V_1(t)) \\ \dot{V}_2(t) = \frac{1}{C_2}(-i_3(t) + i_4(t)) \\ \dot{i}_3(t) = \frac{1}{L_1}(V_2(t) - V_1(t) - Ri_3(t)) \\ \dot{i}_4(t) = -\frac{1}{L_2}V_2(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $W(\varphi)$ 表示忆导, V_1 和 V_2 表示电压, C_1 和 C_2 代表电容, i_3 和 i_4 标志电流, φ 、 L 、 R 分别表示磁通、电感和电阻. 忆导可以被描述为如下方程^[29-30],

$$W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi} = -a + 3b\varphi^2 \quad (2)$$

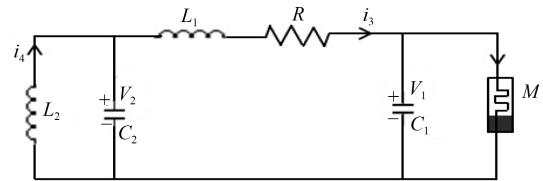


图 1 五阶忆阻振荡系统模型
Fig. 1 The model of five-order memristor oscillator system

令 $x_1(t) = \varphi(t)$, $x_2(t) = V_1(t)$, $x_3(t) = V_2(t)$, $x_4(t) = i_3(t)$, $x_5(t) = i_4(t)$, 根据方程 (2), 系统 (1) 可以被重新描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_1}(x_4(t) + ax_2(t) - 3bx_1^2(t)x_2(t)) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{1}{C_2}(-x_4(t) + x_5(t)) \\ \dot{x}_4(t) = \frac{1}{L_1}(x_3(t) - x_2(t) - Rx_4(t)) \\ \dot{x}_5(t) = -\frac{1}{L_2}x_3(t) \end{cases} \quad (3)$$

对于初始状态 (0.01, 0, 0.01, 0.01, 0), 如果我们设置 $a = 1.2$, $b = 0.5$, $1/C_1 = 8.9$, $C_2 = 1$, $1/L_1 = 29$, $R = 1$, $1/L_2 = 15$, 计算机仿真实验显示系统 (3) 具有如图 2 所示的混沌吸引子.

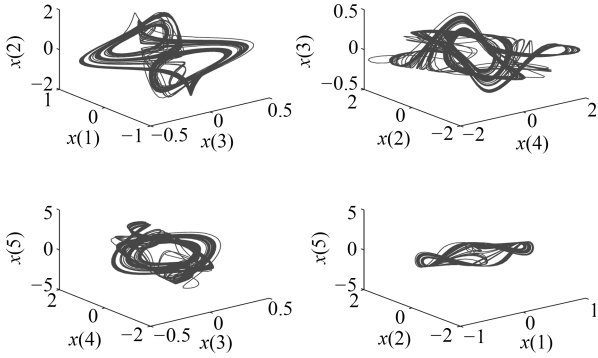


图 2 五阶忆阻振荡系统的混沌吸引子
Fig. 2 Attractors of a five-order memristor oscillator system

我们将系统 (3) 看作两个部分, 即

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf(x(t)) \quad (4)$$

在系统 (4) 中, 状态向量 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t))^T$, A 和 $B \in R^{5 \times 5}$ 是常数矩阵, $f(x(t)) \in R^5$ 作为扰动函数.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} \\ 0 & -\frac{1}{L_1} & \frac{1}{L_1} & -\frac{R}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3b}{C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad f(x(t)) = \begin{bmatrix} x_1^2 x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

因为 $f(x(t))$ 满足 Lipschitz 条件, 所以对于任意 $x, x' \in \Omega$, 可以有

$$|f_i(x) - f_i(x')| \leq \tilde{L}|x - x'|, \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (5)$$

其中, \tilde{L} 为 Lipschitz 系数.

此处, 将线性元素放在扰动函数之外, 即仅仅将非线性元素留在扰动函数之中, 这样能够减少扰动函数的复杂性, 利于处理扰动函数.

2 忆阻振荡系统的滞同步

在这部分内容中, 我们将构建一个带时间窗口的双脉冲切换控制器, 较之于传统的单脉冲控制器

(仅含有一个控制增益), 在此控制器中, 一个控制周期之内, 可以含有两个不同的控制增益 J_1 和 J_2 , 可以根据系统控制的需要设定为不同的强度, 而且两个脉冲的出现是随机的, 但分别被限制在两个小的时间窗口 (时间窗口 1 和时间窗口 2) 之内, 考虑到时间窗口的存在是基于在真实环境中脉冲信号的输入是一定存在输入误差的. 该控制器的结构如图 3 所示.

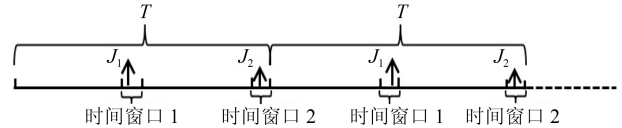


图 3 带时间窗口的双脉冲切换控制器
Fig. 3 A double-impulsive switch controller with time windows

将系统 (4) 作为驱动系统, 响应系统可以被描述为

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + Bf(y(t)) + u(t) \quad (6)$$

其中, 状态向量 $y(t) = (y_1(t), y_2(t), y_3(t), y_4(t), y_5(t))^T$, $u(t)$ 是双脉冲切换控制器, 它可以具有两种不同的时间窗口和控制增益.

令 $e(t) = y(t) - x(t - \tau)$, τ 是传输时滞, $e(t)$ 是驱动系统 (4) 和响应系统 (6) 之间的同步误差. 如果将该带时间窗口的双脉冲切换控制器应用到误差系统 $\dot{e}(t)$ 中, 误差系统可以被描述为方程 (7).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = Ae(t) + B(f(y(t)) - f(x(t - \tau))), \\ \quad nT \leq t < nT + \eta_1 T \\ \dot{e}(t) = Ae(t) + B(f(y(t)) - f(x(t - \tau))), \\ \quad nT + \eta_1 T \leq t < nT + \frac{1}{2}T, t \neq \gamma_n^{(1)} \\ e(t) = e(t^-) + J_1 e(t^-), \\ \quad t = \gamma_n^{(1)}, n = 0, 1, 2, \dots \\ \dot{e}(t) = Ae(t) + B(f(y(t)) - f(x(t - \tau))), \\ \quad nT + \frac{1}{2}T \leq t < nT + \left(\frac{1}{2} + \eta_2\right)T \\ \dot{e}(t) = Ae(t) + B(f(y(t)) - f(x(t - \tau))), \\ \quad nT + \left(\frac{1}{2} + \eta_2\right)T \leq t < (n + 1)T, \\ \quad t \neq \gamma_n^{(2)} \\ e(t) = e(t^-) + J_2 e(t^-), t = \gamma_n^{(2)}, n = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right. \quad (7)$$

其中, $0 < \eta_1 < 0.5$, $0 < \eta_2 < 0.5$, η_1 和 η_2 为时间窗口调整变量, 可以分别用于限制时间窗口 1 和时间窗口 2 的大小, J_1 和 J_2 可以为两种不同的控制

增益, $\gamma_n^{(1)}$ 和 $\gamma_n^{(2)}$ 分别为控制增益为 J_1 和 J_2 的脉冲信号产生的瞬间时刻.

引理 1^[31]. 给定任意适当维数的实矩阵 $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ 以及一个标量 $\rho > 0$, 使得 $0 < \Sigma_3 = \Sigma_3^T$ 成立, 那么下列不等式成立:

$$\Sigma_1^T \Sigma_2 + \Sigma_2^T \Sigma_1 \leq \rho \Sigma_1^T \Sigma_3 \Sigma_1 + \rho^{-1} \Sigma_2^T \Sigma_3^{-1} \Sigma_2 \quad (8)$$

接着, 我们将找到能使系统 (4) 和系统 (6) 实现同步的充分条件. 也就是说, 如果误差系统 (7) 能够实现原点稳定, 那么驱动系统 (4) 和响应系统 (6) 的同步就能够实现.

定理 1. 如果存在正常数 $g_1 > 0, g_2 > 0, g_3 > 0, g_4 > 0, \rho_1 > 0, \rho_2 > 0, \rho_3 > 0, \rho_4 > 0$ 使得以下成立:

- 1) $A + A^T + \rho_1 BB^T + \rho_1^{-1} L^2 E - g_1 E \leq 0$
- 2) $A + A^T + \rho_2 BB^T + \rho_2^{-1} L^2 E - g_2 E \leq 0$
- 3) $A + A^T + \rho_3 BB^T + \rho_3^{-1} L^2 E - g_3 E \leq 0$
- 4) $A + A^T + \rho_4 BB^T + \rho_4^{-1} L^2 E - g_4 E \leq 0$
- 5) $-g_1 \eta_1 T - g_2 (\frac{1}{2} T - \eta_1 T) - g_3 \eta_2 T - g_4 (\frac{1}{2} T - \eta_2 T) - \ln \lambda_{\max}^{(1)} - \ln \lambda_{\max}^{(2)} > 0$

其中, $\lambda_{\max}^{(1)}$ 是 $(E + J_1)^T (E + J_1)$ 的最大特征值, $\lambda_{\max}^{(2)}$ 是 $(E + J_2)^T (E + J_2)$ 的最大特征值, 并且 L 是最大 Lipschitz 系数, 那么误差系统 (7) 是指数稳定的. 也就是说, 利用本带时间窗口的双脉冲切换控制器, 驱动系统 (4) 与响应系统 (6) 之间的滞同步能够实现.

证明. 定义一个 Lyapunov 函数 $V(e(t)) = e(t)^T e(t)$, 当 $nT \leq t < nT + \eta_1 T$ 时, $V(e(t))$ 相对于时间 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e(t)^T \dot{e}(t) = \\ & 2e(t)^T A e(t) + 2e(t)^T B (f(y(t)) - \\ & f(x(t - \tau))) = e(t)^T (A + A^T) e(t) + \\ & 2e(t)^T B (f(y(t)) - f(x(t - \tau))) \end{aligned}$$

根据引理 1, 能够得到

$$\begin{aligned} 2e(t)^T B (f(y(t)) - f(x(t - \tau))) &\leq \\ \rho_1 e(t)^T B B^T e(t) + \rho_1^{-1} \|f(y(t)) - \\ f(x(t - \tau))\|^2 &\leq \\ \rho_1 e(t)^T B B^T e(t) + \rho_1^{-1} L^2 e(t)^T e(t) \end{aligned}$$

从而, $\dot{V}(e(t))$ 的值应该满足

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &\leq e(t)^T (A + A^T) e(t) + \\ \rho_1 e(t)^T B B^T e(t) + \rho_1^{-1} L^2 e(t)^T e(t) &= \\ e(t)^T (A + A^T + \rho_1 B B^T + \rho_1^{-1} L^2 E - \\ g_1 E) e(t) + g_1 V(e(t)) &\leq g_1 V(e(t)) \end{aligned}$$

类似地, 当 $nT + \eta_1 T \leq t < nT + \frac{1}{2} T, t \neq \gamma_n^{(1)}$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e(t)^T \dot{e}(t) \leq \\ e(t)^T (A + A^T + \rho_2 B B^T + \rho_2^{-1} L^2 E - \\ g_2 E) e(t) + g_2 V(e(t)) &\leq \\ g_2 V(e(t)) \end{aligned}$$

当 $nT + \frac{1}{2} T \leq t < nT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e(t)^T \dot{e}(t) \leq \\ e(t)^T (A + A^T + \rho_3 B B^T + \rho_3^{-1} L^2 E - \\ g_3 E) e(t) + g_3 V(e(t)) &\leq \\ g_3 V(e(t)) \end{aligned}$$

并且, 当 $nT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T \leq t < (n + 1) T, t \neq \gamma_n^{(2)}$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e(t)^T \dot{e}(t) \leq e(t)^T (A + A^T + \\ \rho_4 B B^T + \rho_4^{-1} L^2 E - \\ g_4 E) e(t) + g_4 V(e(t)) &\leq g_4 V(e(t)) \end{aligned}$$

当 $t = \gamma_n^{(1)}, \gamma_n^{(1)} \in [nT + \eta_1 T, (n + \frac{1}{2}) T)$

$$\begin{aligned} V(\gamma_n^{(1)}) &= e(t)^T e(t) = \\ (e(t^-) + J_1 e(t^-))^T (e(t^-) + J_1 e(t^-)) &= \\ e(t^-)^T (E + J_1)^T (E + J_1) e(t^-) &\leq \\ \lambda_{\max}^{(1)} V(e(t^-)) \end{aligned}$$

其中, $\lambda_{\max}^{(1)}$ 为 $(E + J_1)^T (E + J_1)$ 的最大特征值. 然后 $nT + \eta_1 T \leq t < \gamma_n^{(1)}$

$$\begin{aligned} V(e(t)) &\leq V(e((nT + \eta_1 T)^-)) \times \\ \exp(g_2(t - nT - \eta_1 T)) \end{aligned}$$

并且 $\gamma_n^{(1)} \leq t < (n + \frac{1}{2}) T$

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e(\gamma_n^{(1)-})) \exp(g_2(t - \gamma_n^{(1)}))$$

当 $t = \gamma_n^{(2)}, \gamma_n^{(2)} \in [nT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T, (n + 1) T)$ 时, 类似地,

$$V(\gamma_n^{(2)}) \leq \lambda_{\max}^{(2)} V(e(t^-))$$

其中, $\lambda_{\max}^{(2)}$ 是 $(E + J_2)^T (E + J_2)$ 的最大特征值. 从而 $nT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T \leq t < \gamma_n^{(2)}$

$$\begin{aligned} V(e(t)) &\leq V \left(e \left(\left(nT + \left(\frac{1}{2} + \eta_2 \right) T \right)^- \right) \right) \times \\ \exp \left(g_4 \left(t - nT - \left(\frac{1}{2} + \eta_2 \right) T \right) \right) \end{aligned}$$

并且 $\gamma_n^{(2)} \leq t < (n+1)T$

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{(2)} V(e(\gamma_n^{(2)-})) \exp(g_4(t - \gamma_n^{(2)}))$$

因此, 可得,

情况 1 当 $n=0$, 有

1) 如果 $0 \leq t < \eta_1 T$, 那么

$$V(e(t)) \leq V(e_0) \exp(g_1 t)$$

$$V(e(\eta_1 T^-)) \leq V(e_0) \exp(g_1 \eta_1 T)$$

2) 如果 $\eta_1 T \leq t < \gamma_0^{(1)}$, 那么

$$V(e(t)) \leq V(e(\eta_1 T^-)) \exp(g_2(t - \eta_1 T)) \leq V(e_0) \exp(g_1 \eta_1 T + g_2(t - \eta_1 T))$$

$$V(e(\gamma_0^{(1)-})) \leq V(e_0) \exp(g_1 \eta_1 T + g_2(\gamma_0^{(1)} - \eta_1 T))$$

3) 如果 $\gamma_0^{(1)} \leq t < \frac{1}{2}T$, 那么

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e(\gamma_0^{(1)-})) \exp(g_2(t - \gamma_0^{(1)})) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \exp(g_1 \eta_1 T + g_2(t - \eta_1 T))$$

$$V\left(e\left(\frac{1}{2}T^-\right)\right) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \times \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right)\right)$$

4) 如果 $\frac{1}{2}T \leq t < (\frac{1}{2} + \eta_2)T$, 那么

$$V(e(t)) \leq V\left(e\left(\frac{1}{2}T^-\right)\right) \times \exp\left(g_3\left(t - \frac{1}{2}T\right)\right) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3\left(t - \frac{1}{2}T\right)\right)$$

$$V\left(e\left(\left(\frac{1}{2} + \eta_2\right)T^-\right)\right) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \times \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3(\eta_2 T)\right)$$

5) 如果 $(\frac{1}{2} + \eta_2)T \leq t < \gamma_0^{(2)}$, 那么

$$V(e(t)) \leq V\left(e\left(\left(\frac{1}{2} + \eta_2\right)T^-\right)\right) \times \exp\left(g_4\left(t - \frac{1}{2}T - \eta_2 T\right)\right) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3 \eta_2 T + g_4\left(t - \frac{1}{2}T - \eta_2 T\right)\right)$$

$$V(e(\gamma_0^{(2)-})) \leq \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3 \eta_2 T + g_4\left(\gamma_0^{(2)} - \frac{1}{2}T - \eta_2 T\right)\right)$$

6) 如果 $\gamma_0^{(2)} \leq t < T$, 那么

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{(2)} V(e(\gamma_0^{(2)-})) \times \exp(g_4(t - \gamma_0^{(2)})) \leq \lambda_{\max}^{(2)} \lambda_{\max}^{(1)} V(e_0) \times \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3 \eta_2 T + g_4\left(t - \frac{1}{2}T - \eta_2 T\right)\right)$$

$$V(e(T^-)) \leq \lambda_{\max}^{(1)} \lambda_{\max}^{(2)} V(e_0) \exp\left(g_1 \eta_1 T + g_2\left(\frac{1}{2}T - \eta_1 T\right) + g_3 \eta_2 T + g_4\left(\frac{1}{2}T - \eta_2 T\right)\right)$$

通过不断推导, 可以得到, 情况 $m+1$, 当 $n=m$, 从而

1) 如果 $mT \leq t < mT + \eta_1 T$, 那么

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{m(1)} \lambda_{\max}^{m(2)} V(e_0) \times \exp\left(g_1(t - mT + m\eta_1 T) + g_2\left(\frac{1}{2}mT - m\eta_1 T\right) + mg_3 \eta_2 T + g_4\left(\frac{1}{2}mT - m\eta_2 T\right)\right) =$$

$$\begin{aligned}
 & V(e_0) \exp \left(\left(g_1 \left(\frac{t}{m} - T + \eta_1 T \right) + \right. \right. \\
 & g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) + g_3 \eta_2 T + \\
 & \left. \left. g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) + \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} + \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right) \leq \\
 & V(e_0) \exp \left(\left(g_1 \eta_1 T + g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) + \right. \right. \\
 & g_3 \eta_2 T + g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) + \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} + \\
 & \left. \left. \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right) = V(e_0) \exp \left(- \left(- g_1 \eta_1 T - \right. \right. \\
 & g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) - g_3 \eta_2 T - \\
 & \left. \left. g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) - \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} - \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right)
 \end{aligned}$$

类似地, 能够得到如下结果,

2) 如果 $mT + \eta_1 T \leq t < \gamma_m^{(1)}$, 那么

$$\begin{aligned}
 V(e(t)) & \leq \lambda_{\max}^{m(1)} \lambda_{\max}^{m(2)} V(e_0) \exp \left((m+1)g_1 \eta_1 T + \right. \\
 & g_2 \left(t - mT - (m+1)\eta_1 T + \frac{1}{2} mT \right) + \\
 & \left. m g_3 \eta_2 T + g_4 \left(\frac{1}{2} mT - m\eta_2 T \right) \right) \leq \\
 & V(e_0) \exp \left(- \left(- g_1 \eta_1 T - \right. \right. \\
 & g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) - \\
 & g_3 \eta_2 T - g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) - \\
 & \left. \left. \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} - \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right)
 \end{aligned}$$

3) 如果 $\gamma_m^{(1)} \leq t < mT + \frac{1}{2} T$, 那么

$$\begin{aligned}
 V(e(t)) & \leq \lambda_{\max}^{m+1(1)} \lambda_{\max}^{m(2)} V(e_0) \times \\
 & \exp \left((m+1)g_1 \eta_1 T + g_2 \left(t - mT - \right. \right. \\
 & \left. \left. (m+1)\eta_1 T + \frac{1}{2} mT \right) + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. m g_3 \eta_2 T + g_4 \left(\frac{1}{2} mT - m\eta_2 T \right) \right) \leq \\
 & V(e_0) \exp \left(- \left(- g_1 \eta_1 T - g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) - \right. \right. \\
 & g_3 \eta_2 T - g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) - \\
 & \left. \left. \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} - \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right)
 \end{aligned}$$

4) 如果 $mT + \frac{1}{2} T \leq t < mT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T$, 那么

$$\begin{aligned}
 V(e(t)) & \leq \lambda_{\max}^{m+1(1)} \lambda_{\max}^{m(2)} V(e_0) \times \\
 & \exp \left((m+1)g_1 \eta_1 T + g_2 \left(\frac{1}{2} (m+1) T - \right. \right. \\
 & (m+1)\eta_1 T \left. \right) + g_3 \left(t - mT - \frac{1}{2} T + \right. \\
 & \left. m\eta_2 T \right) + g_4 \left(\frac{1}{2} mT - m\eta_2 T \right) \right) \leq \\
 & V(e_0) \exp \left(- \left(- g_1 \eta_1 T - \right. \right. \\
 & g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) - g_3 \eta_2 T - \\
 & \left. \left. g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) - \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} - \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right)
 \end{aligned}$$

5) 如果 $mT + (\frac{1}{2} + \eta_2) T \leq t < \gamma_m^{(2)}$, 那么

$$\begin{aligned}
 V(e(t)) & \leq \lambda_{\max}^{m+1(1)} \lambda_{\max}^{m(2)} V(e_0) \times \\
 & \exp \left((m+1)g_1 \eta_1 T + g_2 \left(\frac{1}{2} (m+1) T - \right. \right. \\
 & (m+1)\eta_1 T \left. \right) + g_3 (m+1)\eta_2 T + \\
 & g_4 \left(t - mT - \frac{1}{2} T - \eta_2 T + \frac{1}{2} mT - \right. \\
 & \left. \left. m\eta_2 T \right) \right) \leq V(e_0) \exp \left(- \left(- g_1 \eta_1 T - \right. \right. \\
 & g_2 \left(\frac{1}{2} T - \eta_1 T \right) - g_3 \eta_2 T - \\
 & \left. \left. g_4 \left(\frac{1}{2} T - \eta_2 T \right) - \ln^{\lambda_{\max}^{(1)}} - \ln^{\lambda_{\max}^{(2)}} \right) m \right)
 \end{aligned}$$

6) 如果 $\gamma_m^{(2)} \leq t < (m+1)T$, 那么

$$V(e(t)) \leq \lambda_{\max}^{m+1(1)} \lambda_{\max}^{m+1(2)} V(e_0) \times \exp \left((m+1)g_1\eta_1T + g_2 \left(\frac{1}{2}(m+1)T - (m+1)\eta_1T \right) + g_3(m+1)\eta_2T + g_4 \left(t + \frac{(m+1)}{2}T - (m+1)T - (m+1)\eta_2T \right) \right) \leq V(e_0) \exp \left(- \left(-g_1\eta_1T - g_2 \left(\frac{1}{2}T - \eta_1T \right) - g_3\eta_2T - g_4 \left(\frac{1}{2}T - \eta_2T \right) - \ln \lambda_{\max}^{(1)} - \ln \lambda_{\max}^{(2)} \right) (m+1) \right)$$

从而, 在这种情况下, 对于任意 $t > 0$, 如果 $-g_1\eta_1T - g_2(\frac{1}{2}T - \eta_1T) - g_3\eta_2T - g_4(\frac{1}{2}T - \eta_2T) - \ln \lambda_{\max}^{(1)} - \ln \lambda_{\max}^{(2)} > 0$, 误差系统 (7) 是指数稳定的. 也就是说, 利用本带时间窗口的双脉冲切换控制系统, 驱动系统 (4) 与响应系统 (6) 之间的滞同步能够实现. \square

推论 1. 如果存在正常数 $g_1, g_2, g_3, g_4, \eta_1$ 和 η_2 , 能够满足下列条件

$$-\bar{g}_1\eta_1T - \bar{g}_2 \left(\frac{1}{2}T - \eta_1T \right) - \bar{g}_3\eta_2T - \bar{g}_4 \left(\frac{1}{2}T - \eta_2T \right) - \ln \lambda_{\max}^{(1)} - \ln \lambda_{\max}^{(2)} > 0$$

其中, $0 < \eta_1 < 0.5, 0 < \eta_2 < 0.5, g_1 \geq \bar{g}_1 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2, g_2 \geq \bar{g}_2 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2, g_3 \geq \bar{g}_3 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$ 并且 $g_4 \geq \bar{g}_4 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$, 那么忆阻振荡系统 (4) 和 (6) 的滞同步能够实现.

证明. 根据定理 1 中的第 1 个条件, 当 $\rho_1 = 1$ 时, 令 $\bar{g}_1 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$, 可以得到:

$$g_1E \geq A + A^T + BB^T + L^2E$$

$$g_1 \geq \bar{g}_1 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$$

同理, 根据定理 1 中的第 2~4 个条件, 可以得到, $g_2 \geq \bar{g}_2 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$,

$g_3 \geq \bar{g}_3 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$, 并且 $g_4 \geq \bar{g}_4 = \lambda_{\min}(A + A^T) + \lambda_{\min}(BB^T) + L^2$.

即当

$$-\bar{g}_1\eta_1T - \bar{g}_2 \left(\frac{1}{2}T - \eta_1T \right) - \bar{g}_3\eta_2T - \bar{g}_4 \left(\frac{1}{2}T - \eta_2T \right) - \ln \lambda_{\max}^{(1)} - \ln \lambda_{\max}^{(2)} > 0$$

忆阻振荡系统 (4) 和 (6) 的滞同步能够实现. \square

3 仿真效果及分析

取 $a = 1.2, b = 0.5, 1/C_1 = 8.9, C_2 = 1, 1/L_1 = 29, R = 1, 1/L_2 = 15$, 使忆阻振荡系统 (4) 的初值为 $(0.01, 0, 0.01, 0.01, 0)$ 并且忆阻振荡系统 (6) 的初值为 $(0, 0.01, 0.01, 0, 0.01)$.

当 $T = 1, \eta_1 = 0.4, \eta_2 = 0.35, J_1 = \text{diag}\{-0.05, -0.05, -0.05, -0.05, -0.05\}, J_2 = \text{diag}\{-0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01\}$, 可以求得 $\lambda_{\max}^{(1)} = 0.9025, \lambda_{\max}^{(2)} = 0.9801, L = 1.7078$, 若 $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 1, g_1 = 0.1, g_2 = 0.1, g_3 = 0.12, g_4 = 0.2$ 那么根据定理 1 和推论 1, 可以得到系统 (7) 是指数稳定的. 利用 Matlab 7.0 进行实验仿真, 可以看出, 如果我们选择 $\tau = 0.3$, 利用本带时间窗口的双脉冲切换控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步的情况如图 4 所示.

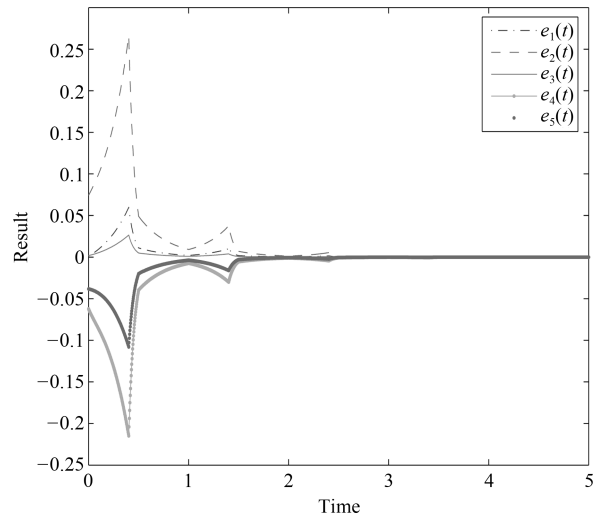


图 4 当传输时滞 $\tau = 0.3$ 时, 利用带时间窗口的双脉冲切换控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步情况

Fig. 4 Lag synchronization of the two memristor oscillators via a double-impulsive switch controller with time windows and the transmission delay $\tau = 0.3$

此外, 如果我们选择传输时滞 $\tau = 0.2$, 利用本带时间窗口的双脉冲切换控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步的情况如图 5 所示. 可以得知因为相

对于图 5, 图 4 的传输时滞更大, 所以图 4 需要更长的同步时间.

图 6 和图 7 分别是当 $T = 1$, 传输时滞 $\tau = 0.3$ 和 $\tau = 0.2$ 时, 利用带时间窗口的单脉冲控制器实现文中两个忆阻振荡系统滞同步的情况, 其控制增益 $J = \text{diag}\{-0.1, -0.1, -0.1, -0.1, -0.1\}$, 即为 J_1 的 2 倍, 时间窗口调整变量 $\eta = 0.9$. 同样可以看出, 当传输时滞增加时, 利用带时间窗口的单脉冲控制器实现文中两个忆阻振荡系统的滞同步需要更长的时间.

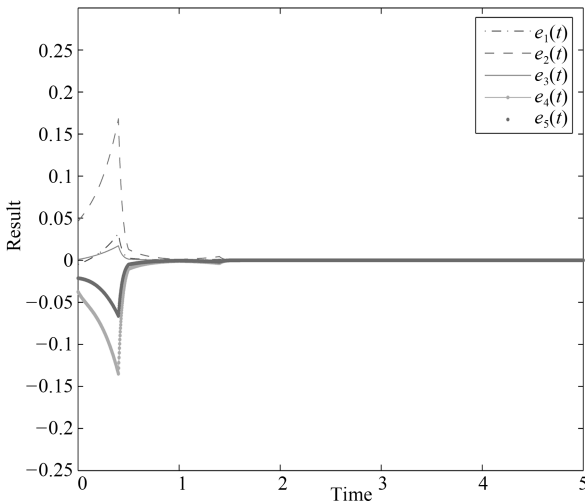


图 5 当传输时滞 $\tau = 0.2$ 时, 利用带时间窗口的双脉冲切换控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步情况

Fig. 5 Lag synchronization of the two memristor oscillators via a double-impulsive switch controller with time windows and the transmission delay $\tau = 0.2$

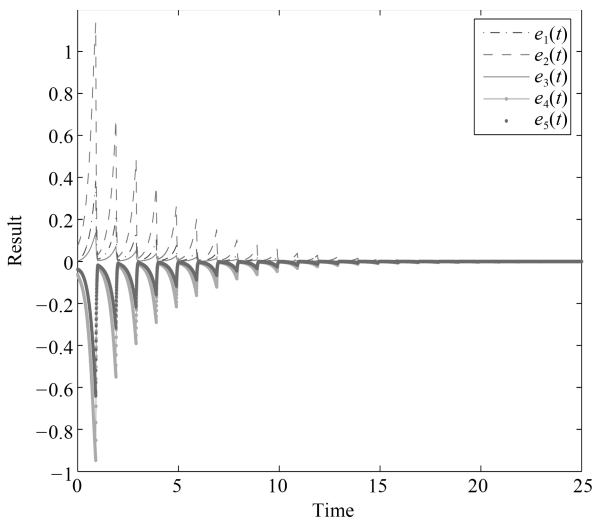


图 6 当传输时滞 $\tau = 0.3$ 时, 利用带时间窗口的单脉冲控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步情况

Fig. 6 Lag synchronization of the two memristor oscillators via a single-impulsive controller with time window and the transmission delay $\tau = 0.3$

另外, 由仿真实验可以看出, 若我们设置单脉冲控制器的控制增益为 J_1 的 2 倍时, 在 $\tau = 0.3$ 时, 双脉冲切换控制器需要产生 5 次左右的脉冲信号, 所需控制周期约为 $2.5T$. 而单脉冲控制器需要产生约 15 次的脉冲信号, 所需控制周期约为 $15T$, 才能实现同步. 在 $\tau = 0.2$ 时, 双脉冲切换控制器只需要产生 3 次左右的脉冲信号, 所需控制周期约为 $1.5T$, 而单脉冲控制器需要产生约 4 次的脉冲信号, 所需控制周期约为 $4T$.

根据整个仿真效果, 可见本文所提出的带时间窗口的双脉冲切换控制器不但能较好地接近真实情况, 而且比较灵活, 具有可行性.

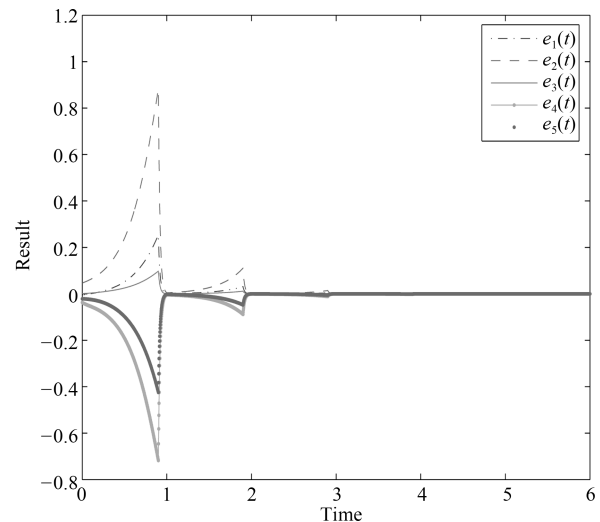


图 7 当传输时滞 $\tau = 0.2$ 时, 利用带时间窗口的单脉冲控制器实现两个忆阻振荡系统的滞同步情况

Fig. 7 Lag synchronization of the two memristor oscillators via a single-impulsive controller with time window and the transmission delay $\tau = 0.2$

4 结论

考虑到在真实环境中, 在实现驱动系统和响应系统之间的同步时, 总是存在信息传输时滞, 并且脉冲信号不能够毫无误差地进行输入, 本文提出了一种比较接近真实情况的、灵活的能够包含两种不同控制增益和时间窗口的双脉冲切换控制器, 并使用该控制器实现了两个忆阻振荡系统之间的滞同步. 基于 Lyapunov 稳定理论、矩阵不等式和脉冲控制等相关理论, 找到了实现一类复杂忆阻振荡系统滞同步的充分条件, 最后的仿真实验验证了该方法的有效性.

References

- 1 Chua L O. Memristor-the missing circuit element. *IEEE Transaction on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507-519

- 2 Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S. The missing memristor found. *Nature*, 2008, **453**: 80–83
- 3 Itoh M, Chua L O. Memristor oscillators. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2008, **18**(11): 3183–3206
- 4 Ventra M D, Pershin Y V, Chua L O. Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors, and meminductors. *Proceedings of the IEEE*, 2009, **9**(10): 1715–1716
- 5 Guckert L, Swartzlander E E. Optimized memristor-based multipliers. *IEEE Transaction on Circuits and Systems I*, 2017, **64**(2): 373–385
- 6 Wu A, Wen S, Zeng Z. Synchronization control of a class of memristor-based recurrent neural networks. *Information Science*, 2012, **183**(1): 106–116
- 7 Li Chuan-Dong, Ge Jun-Hui, Tian Yuan. Associative learning of memristive synapses circuits based on spiking neural networks. *Journal of Chongqing University*, 2014, **37**(7): 115–124
(李传东, 葛均辉, 田园. 脉冲神经网络的忆阻器突触联想学习电路分析. 重庆大学学报, 2014, **37**(7): 115–124)
- 8 Wu A, Zeng Z. Exponential stabilization of memristive neural networks with time delays. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2012, **23**(12): 1919–1929
- 9 Wu H, Li R, Yao R, Zhang X. Weak, modified and function projective synchronization of chaotic memristive neural networks with time delays. *Neurocomputing*, 2015, **149**: 667–676
- 10 Wu H, Li R, Wei H, Zhang X, Yao R. Synchronization of a class of memristive neural networks with time delays via sampled-data control. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2015, **6**(3): 365–373
- 11 Wu A. Hyperchaos synchronization of memristor oscillator system via combination scheme. *Advances in Difference Equations*, 2014, DOI: 10.1186/1687-1847-2014-86
- 12 Wen S, Zeng Z, Huang T, Chen Y. Fuzzy modeling and synchronization of different memristor-based chaotic circuits. *Physics Letters A*, 2013, DOI: 10.1016/j.physleta.2013.05.046
- 13 Vaidyanathan S, Pham VT, Volos C. Adaptive control, synchronization and circuit simulation of a memristor-based hyperchaotic system with hidden attractors. *Advances in Memristors, Memristive Devices and Systems*, 2017, DOI: 10.1007/978-3-319-51724-7_5
- 14 Yang Z, Xu D. Stability analysis and design of impulsive control systems with time delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, **52**(8): 1448–1454
- 15 Fu X, Zhu Q. Stability of nonlinear impulsive stochastic systems with Markovian switching under generalized average dwell time condition. *Science China Information Sciences*, 2018, DOI: 10.1007/s11432-018-9496-6
- 16 Guan Z, Chen L, Ueta T. On impulsive control of a periodically forced chaotic pendulum system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(9): 1724–1727
- 17 Huang T, Li C, Duan S, Starzyk J A. Robust exponential stability of uncertain delayed neural networks with stochastic perturbation and impulse effects. *IEEE Transactions On Neural Networks And Learning Systems*, 2012, **23**(6): 866–875
- 18 Feng Y, Zou L, Tu Z. Stability analysis for a class of nonlinear impulsive switched systems. *The Journal of Nonlinear Sciences and Applications*, 2017, **10**: 4544–4551
- 19 Li D, Wang S, Zhang X, Yang D. Impulsive control for permanent magnet synchronous motors with uncertainties: LMI approach. *Chinese Physics B*, 2010, **19**(1): 160–166
- 20 Hu C, Jiang H. Stabilization and synchronization of unified chaotic system via impulsive control. *Abstract and Applied Analysis*, 2014, DOI: 10.1155/2014/369842
- 21 Y. Feng, C. Li, Huang T. Sandwich control systems with impulse time windows. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2016, DOI: 10.1007/s13042-016-0580-5
- 22 Jiang Y, Li C. Globally exponential stability of memristive neural networks with time-varying delays and synchronous switching. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(8): 1465–1469
- 23 Zou L, Peng Y, Feng Y, Tu Z. Impulsive control of nonlinear systems with impulse time window and bounded gain error. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2018, **23**(1): 40–49
- 24 Zhang G, Zeng Z. Exponential stability for a class of memristive neural networks with mixed time-varying delays. *Applied Mathematics & Computation*, 2018, 321: 544–554
- 25 Luo Y P, Xia W H, Liu G R, Deng F Q. LMI approach to exponential stabilization of distributed parameter control systems with delay. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(3): 299–304
- 26 Liu H, Wang Z, Shen B. Stability analysis for discrete-time stochastic memristive neural networks with both leakage and probabilistic delays. *Neural Networks*, 2018, **102**: 1–9
- 27 Zhou Bi-Feng, Luo Yi-Ping. Neutralization Control of Distributed Parameter Systems With Delay. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(12): 2222–2227
(周笔锋, 罗毅平. 时滞分布参数系统中和控制设计. 自动化学报, 2018, **44**(12): 2222–2227)
- 28 Yang X, Ho D W C. Synchronization of delayed memristive neural networks: robust analysis approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(12): 3377–3387
- 29 Bao Bo-Cheng, Wang Qi-Hong, Xu Jian-Ping. On memristor based five-order chaotic circuit. *Journal of Circuits and Systems*, 2011, **16**(2): 66–70
(包伯成, 王其红, 许建平. 基于忆阻元件的五阶混沌电路研究. 电路与系统学报, 2011, **16**(2): 66–70)
- 30 Li Q, Liu S. Adaptive modified function projective lag synchronization of memristor-based five-order chaotic circuit systems. *Advances in Mathematical Physics*, 2017, **2017**(5): 1–8
- 31 Sanchez E N, Perez J P. Input-to-state stability (ISS) analysis for dynamic neural networks. *IEEE Transactions on Circuits Systems-I*, 1999, **46**(11): 1395–1398



吴鸿娟 重庆三峡学院副教授. 2010 年获得计算机技术专业硕士学位. 2014 年 9 月~2015 年 7 月以及 2015 年 11 月~2016 年 5 月分别在东南大学以及美国 University of California, San Diego 访学. 主要研究方向为混沌控制与同步, 神经网络, 数据挖掘, 数据库应用系统. 本文通信作者.

E-mail: juan10329@163.com

(WU Hong-Juan Associate professor at Chongqing Three Gorges University. She received her master degree in computer technology in 2010. From Sep. 2014 to Jul. 2015 and from Nov., 2015 to May, 2016, she has served as a visiting scholar with Southeast University, Nanjing, China and with University of California, San Diego, USA, respectively. Her research interest covers chaos control and synchronization, neural networks, data mining, and database application system. Corresponding author of this paper.)

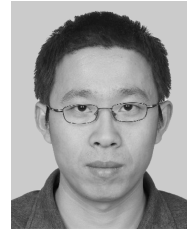


熊江 重庆三峡学院教授. 重庆大学自动化学院工学硕士. 2002 年 9 月~2003 年 7 月, 在华东师范大学 MMIT 实验室作国内访问学者. 2011 年起担任重庆三峡学院计算机科学与工程学院院长. 主要研究方向为控制理论, 无线局域网, 信息安全, 物联网, 嵌入式应用.

E-mail: xjcq123@sohu.com

(XIONG Jiang Professor at Chongqing Three Gorges University (CTGU). He obtained his master degree in Engineering from School of Automation, Chongqing University, Chongqing, China. From Sep. 2002 to Jul. 2003, he has served as a visiting scholar with MMIT Laboratory, East China Normal University, Shanghai, China. From 2011, he has been appointed as dean of School of Computer Science and Engineering of CTGU. His research interest covers control theory, WLAN, information security, internet of things,

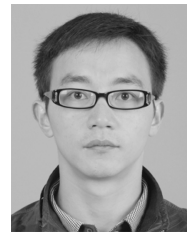
embedded application.)



冯玉明 重庆三峡学院教授, 2016 年获得应用数学专业博士学位. 2012 年 1 月~2012 年 10 月以及 2014 年 12 月~2015 年 4 月分别在意大利 Udine University 以及卡塔尔 Texas A & M University at Qatar 进行研究访问. 主要研究方向为脉冲控制理论, 神经网络, 混沌控制与同步, 图像加密, 超代数, 超

图. E-mail: yumingfeng25928@163.com

(FENG Yu-Ming Professor at Chongqing Three Gorges University (CTGU). He received his Ph.D. degree in applied mathematics in 2016. From Jan. 2012 to Oct. 2012 and from Dec. 2014 to Apr. 2015, he has served as a research scholar in Udine University, Udine, Italy and in Texas A & M University at Qatar, Doha, Qatar, respectively. His research interest covers impulsive control theory, neural networks, chaos control and synchronization, image encryption, hyperalgebras, and hypergraphs.)



涂正文 重庆三峡学院副教授, 2018 年获得数学方向博士学位. 2011 年 7 月开始在重庆三峡学院数学与统计学院任教. 主要研究方向为动力系统的稳定性, 神经网络的动力学行为分析.

E-mail: tuzhengwen@163.com

(TU Zheng-Wen Associate professor at Chongqing Three Gorges University (CTGU). He received his Ph.D. degree in mathematics in 2018. Since Jul. 2011, he has been with the School of Mathematics and Statistics of CTGU. His research interest covers stability of dynamical systems and dynamical behaviors of neural networks.)