

基于生成树代价和和几何约束的文物碎片自动重组方法

胡佳贝¹ 周蓬勃² 耿国华¹ 陈小雪¹ 杨稳¹ 王飘¹

摘要 在文物碎片自动重组过程中, 针对传统基于几何驱动重组的方法容易受噪声影响会产生误匹配等问题, 本文提出一种基于生成树代价和和几何约束的文物碎片自动重组方法. 首先, 采用曲度函数提取碎片断裂面上凹凸性显著的 n 个特征点; 进而, 对其进行拓扑重构, 以特征点空间位置之间的欧氏距离为权值, 构造 n 阶带权无向完全图及其最小、最大生成树, 以生成树的代价和为邻接约束, 快速筛选潜在匹配碎片; 然后, 再以特征点的主曲率构造特征串, 引入 Hausdorff 距离来衡量两个特征串之间的相似程度, 可以有效找出配对碎片; 最后, 采用四元数法估算旋转平移矩阵将碎片粗对齐, 再采用迭代最近点算法实现精确对齐. 实验结果表明, 重组误差小于 1 mm, 与传统方法相比, 该方法特征点数量较少, 计算量小, 有效提高了碎片重组的效率和准确性.

关键词 碎片重组, 带权无向完全图, 最小(大)代价和, Hausdorff 距离

引用格式 胡佳贝, 周蓬勃, 耿国华, 陈小雪, 杨稳, 王飘. 基于生成树代价和和几何约束的文物碎片自动重组方法. 自动化学报, 2020, 46(5): 946–956

DOI 10.16383/j.aas.c180614

Reassembly of Fractured Fragments Based on Spanning Tree Cost and Geometric Constraints

HU Jia-Bei¹ ZHOU Peng-Bo² GENG Guo-Hua¹ CHEN Xiao-Xue¹ YANG Wen¹ WANG Piao¹

Abstract In the process of automatic reassembly of fractured fragments, the traditional methods based on geometric feature matching are sensitive to noises, which leads to mismatching points/fragments. An automatic reassembly method based on spanning tree cost and geometric constraints is proposed. Firstly, n features with significant concavity or convexity on the fracture surfaces of the fragments are extracted using the curvature function. Then, the topologies of the features are reconstructed, therefore, the n -th order weighted undirected complete graph and its minimum and maximum spanning trees can be constructed by setting the Euclidean distance between the feature points as the weights; thus the cost of spanning trees are utilized as the adjacency constraint in order to quickly screens the potential matching fragments. Furthermore, the feature strings are formed by aggregating the main curvatures of the feature points, and the Hausdorff distance is used to measure the similarities between the two feature strings. Consequently, the matching pieces of fragments can be effectively detected. Finally, the quaternion method is performed to complete the coarse alignment of adjacent fragments, and then the iterative closest point algorithm (ICP) is used to achieve precise alignment. The experimental results demonstrate that the reassembly error is less than 1mm, and compared to the traditional method, the number of feature points used in the proposed method is relatively small, and the computational complexity is reduced, which effectively improves the efficiency and accuracy of fragments reassembly.

Key words Reassembly of fragments, weighted undirected complete graph, minimum (maximum) cost sum, Hausdorff distance

Citation Hu Jia-Bei, Zhou Peng-Bo, Geng Guo-Hua, Chen Xiao-Xue, Yang Wen, Wang Piao. Reassembly of fractured fragments based on spanning tree cost and geometric constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(5): 946–956

收稿日期 2018-09-14 录用日期 2019-07-30

Manuscript received September 14, 2018; accepted July 30, 2019

国家自然科学基金 (61802311, 61731015, 61673319, 61602380), 国家重点研发项目 (2017YFB1402103), 陕西省重点研发计划 (2019SF-272), 陕西省教育厅自然科学专项 (18JK0795), 陕西省产业创新链项目 (2016TZC-G-3-5), 青岛市自主创新重大专项项目 (2017-4-3-2-xcl), 陕西省自然科学基金 (2018JM6029), 陕西省教育厅自然科学专项 (19JK0842)

Supported by National Natural Science Foundation of China (61802311, 61731015, 61673319, 61602380), National Key Research and Development Projects (2017YFB1402103), Shaanxi Provincial Key Research and Development Program (2019SF-

272), Shaanxi Provincial Department of Education Natural Science Special Project (18JK0795), Shaanxi Industrial Innovation Chain Project (2016TZC-G-3-5), Qingdao Municipality's Independent Innovation Major Project (2017-4-3-2-xcl), Shaanxi Natural Science Foundation (2018JM6029), Natural Science Foundation of Shaanxi Provincial Department of Education (19JK0842)

本文责任编辑 潘泉

Recommended by Associate Editor PAN Quan

1. 西北大学信息科学与技术学院 西安 710127 2. 北京师范大学艺术与传媒学院 北京 100875

1. College of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127 2. College of Arts and media, Beijing Normal University, Beijing 100875

文物是我国历史悠久的文化积淀和智慧结晶。但由于自然及人为等因素的影响, 导致大多数文物呈现破碎或不完整状态。传统的文物修复依靠考古学知识手工操作, 使得人工修复速度慢、准确性低、二次破坏等缺点。近年来, 利用计算机辅助文物虚拟复原具有高速、便捷、无破坏等优势, 提高了文物修复的效率, 对文物保护和复原有着至关重要的意义。

根据文物的厚度信息, 自动化文物虚拟复原对象大致可分为两类: 薄壁类碎片和非薄壁类碎片两大类^[1]。不管是薄壁类文物碎片还是非薄壁类文物碎片, 其重组问题是一个大规模、非线性、多目标的组合优化 NP 难问题。针对非薄壁类碎片的重组问题, 通常采用基于碎片断裂面几何特征搜索配对碎片, 实现碎片的重组。该类方法的代表性研究有 Winkelbach 等^[2] 使用碎片断裂面上的所有顶点的法向与曲率等特征, 利用随机采样算法和分级二叉树实现碎片的配对。Altantsetseg 等^[3] 基于傅里叶变换提取曲面上的特征曲线, 通过比较曲线的系数实现断裂面的匹配。Huang 等^[4] 基于点云模型, 通过计算顶点的积分不变量来刻画断裂面的尖锐程度, 以此来分割断裂面, 然后通过基于向前搜索技术和表面一致性的约束方法进行碎片的成对重组。Papaioannou 等^[5] 采用 Z 缓冲方法, 得到碎片的断裂面的投影, 然后计算当前位置断裂区域的“位置误差”, 最终实现碎片之间匹配。Chen 等^[6] 利用曲面中心点、局部曲面的类型及二维直方图刻画特征点处的局部曲面描述子, 通过几何散列算法对碎片进行匹配。王坚等^[7] 将曲面匹配问题转化为图论中的最大权团搜索问题并通过自旋图确定匹配关系。李姬俊男等^[8] 提出一种基于空间曲面特征优化的匹配算法, 首先计算模型表面点体积分不变量形成匹配约束簇, 然后定义 3 类空间几何一致性约束, 并采用最大独立集方法对非正确配对进行筛选。

然而, 上述方法在搜索匹配对时, 大多是采用断裂面轮廓线或凹凸区域上所有顶点的几何信息, 几何信息在估计时容易受噪声的影响; 其次, 基于单个点的几何特征匹配具有随机性, 忽略点与点之间的拓扑信息, 会造成误匹配等结果, 导致重组过程会出现错位、渗透等现象。

因此, 本文在传统基于几何特征匹配的基础上, 融入特征点之间隐含的拓扑信息, 提出一种基于生成树代价和几何约束的文物碎片自动重组方法。该方法采用两级匹配策略搜索配对碎片, 首先, 对碎片断裂面进行分割, 采用曲度函数获取碎片断裂面凹凸性显著的 n 个特征点, 进而, 以特征点空间位置之间的欧氏距离为权值, 构造 n 阶带权无向完

全图, 利用 Prime 算法生成最小、最大生成树, 以其代价和为约束快速筛选潜在匹配碎片; 然后, 再以断裂面特征点的主曲率构造特征串, 通过 Hausdorff 距离衡量特征串之间的相似性, 找到最佳配对碎片。最后, 采用四元数法计算刚体变换矩阵将碎片进行粗对齐, 再采用迭代最近点算法实现精确对齐, 有效提高了碎片重组的速度和准确率。

1 断裂面特征点提取

本文以碎片的三角网格模型为研究对象, 采用李群辉提出的基于法矢的断裂面分割算法^[9] 进行断裂面分割。由于每个断裂面上顶点数目较多, 为了能够保证有较小的时间和空间复杂度, 需采取尽可能少的特征点来唯一表示每个碎片的断裂面。由于碎片形状不一, 考虑到两个相同曲面上同一点的曲率具有几何不变性, 并且曲率能够很好地描述局部曲面的凹凸程度, 所以本文采用曲度函数提取出断裂面凹凸性显著的 n (取值为 10 ~ 15 之间) 个特征点。

由于物体具有不同尺度的形状特征, 小尺度的形状细节在大尺度上通常可以被忽略, 因此, 在不同的尺度上, 同一个点的曲率值应该不同。当顶点的局部曲面有噪声时, 在小尺度上, 计算出的曲率值会受到较大的影响, 但当增大尺度时, 噪声的影响就会逐渐减小, 因此根据曲率值提取特征点时, 受噪声的影响, 在小尺度上的特征点, 但在大尺度上可能就不再是特征点^[9]。所以针对断裂面上的顶点, 本文对文献 [10] 中提取特征点的方法进行改进, 依据最大最小主曲率信息定义顶点的曲度值来提取断裂面上凹凸性显著的特征点。定义顶点 v 在不同尺度下的曲度为:

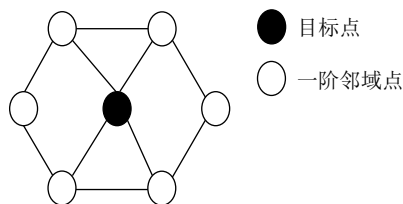
$$C_{v,r_m} = \sqrt{\frac{k_1^2 + k_2^2}{2}} \quad (1)$$

式中, C_{v,r_m} 代表顶点 v 在 r_m 尺度下的曲度值; k_1, k_2 分别为顶点 v 的最大主曲率和最小主曲率, m 为邻域大小, 本文中 $m = 1, 3, 5$, r_m 为顶点 v 的 m 阶邻域的顶点个数。定义 FP 为候选特征点集, TP 为最终特征点集。具体的算法步骤如下:

步骤 1. 对于断裂面上的任意顶点 v , 计算并搜索其 $m = 1, 3, 5$ 阶的邻域点, 如图 1 所示为目标点的一阶邻域点, 分别以 m 阶邻域顶点进行曲面拟合, 求出不同尺度 r_m 下的最大、最小主曲率 k_1, k_2 ;

步骤 2. 将顶点 v 的最大、最小主曲率代入到式 (1) 中, 分别计算在 r_m 尺度下的曲度值 C_{v,r_m} ;

步骤 3. 若顶点 v 在 r_m 尺度下的曲度均大于给定阈值 $T(r_m)$, 则将顶点加入候选特征点集 FP ;

图 1 顶点 v 的邻域点Fig. 1 Neighborhood point of vertex v

反之, 则为非特征点. 若断裂面上还有其他未计算曲度的顶点, 转至步骤 1; 否则, 进入步骤 4;

步骤 4. 对候选特征点集 FP 中的所有顶点, 根据曲度值由大到小排序, 选择前 n 个点为最终特征点集 TP .

2 配对碎片搜索

为了确保碎片匹配的速度和准确率, 本文采用两级匹配策略. 根据上述方法提取的断裂面特征点, 首先构造 n 阶带权无向完全图及最小、最大生成树, 以生成树的代价和为约束快速筛选潜在匹配碎片. 然后, 考虑到碎片断裂的随机性, 再以特征点的几何特征为约束再进行匹配, 引入 Hausdorff 距离衡量断裂面特征串间的相似性, 即可确定最佳的配对碎片.

2.1 构造 n 阶带权无向完全图

本文将图论知识扩展到三维空间, 对于任意断裂面, 采用上述方法提取 n 个特征点, 已知点的位置关系, 对其进行拓扑重构, 构造一个 n 阶带权无向完全图. 图作为一种非线性结构, 有四种常见的表示方法: 邻接矩阵、邻接表、邻接多重表及十字链表^[4]. 本文采用邻接矩阵表示法.

若 $G = (V, E)$ 为一个无向完全图, 其中 V 为图中所有的顶点集, E 为图中所有的边集. 所谓带权无向完全图, 指图中任意两点之间都有边相连, 并且每条边有相应的权值, 如图 2 (a)、2 (b) 所示为两个任意 4 阶带权无向完全图. 设断裂面上提取的

n 个特征点分别为 p_1, p_2, \dots, p_n , 其坐标分别为 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$, 以任意两点间的欧氏距离为其边上的权值, 构造 n 阶带权无向完全图的邻接矩阵为

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, n$.

然而, 直接利用上述图作匹配, 计算量相当复杂. 考虑到任意连通网都存在最小 (大) 生成树, 它们均包含网中 n 个顶点, $n-1$ 条边, 其最小 (大) 代价和反映最小 (大) 生成树拓扑结构的整体信息, 且具有唯一性, 同时具有旋转、平移不变性. 因此, 利用它们的代价和为约束可以快速筛选潜在匹配碎片.

2.2 构造最小、最大生成树

本文对上述拓扑结构进行简化, 构造上述带权完全图的最小、最大生成树. 由于该图为稠密图, 所以采用 Prime 算法构造最小、最大生成树^[4], 具体步骤如下:

假设 $G = (V, E)$ 是碎片断裂面特征点构造的带权无向完全图, FE 为最小生成树中的边集.

步骤 1. 初始 $P = \{p_0\}$ ($p_0 \in V$), $FE = \Phi$;

步骤 2. 在所有 $p \in P, v \in V - P$ 的边中选一条代价最小的边 (p_0, v_0) 并加入集合 FE , 同时将 v_0 并入 P ;

步骤 3. 重复步骤 2, 直到 $P = V$.

此时, $T = \{P, FE\}$ 为 G 的最小生成树. 在步骤 2 中, 将选最小代价的边改为选最大的边, 同理, 即可获得 G 的最大生成树.

由于此算法对于权值相等的边选择具有自由性, 不能够保证对于同一连通网产生同一棵最小 (大) 生成树, 但是能够保证其具有相同的最小 (大) 代价和. 如图 3 所示, 对图 2 (a) 采用 Prime 算

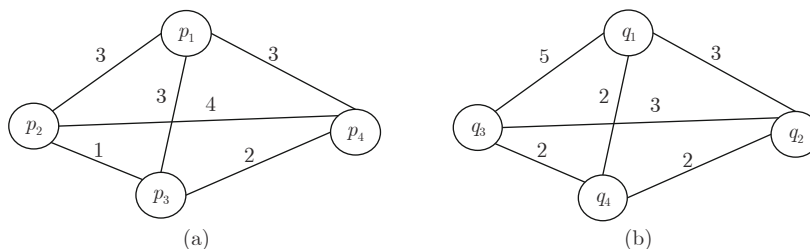


图 2 两个任意 4 阶带权无向完全图

Fig. 2 Two arbitrary 4-order weighted undirected complete graphs

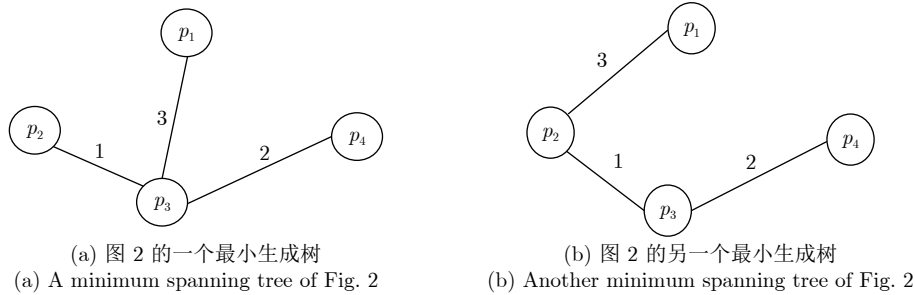


图 3 同一连通网的不同最小生成树

Fig. 3 Different minimum spanning trees of the same connected net

法得到不同的最小生成树,但是最小代价和相同均为 6.

采用上述步骤,即可得到任意碎片断裂面上特征点所构成的最小、最大生成树.

2.3 基于生成树代价和的匹配约束

如果一个连通网的生成树边按权值递增(减)排序,称排好序的边权列表为有序边权列表,则任意两棵最小(大)生成树的有序边权列表是相同的,即最小(大)代价和相同^[12].得到任意碎片断裂面上特征点所构成的最小、最大生成树后,利用同一连通网的不同最小(大)生成树具有相同最小(大)代价和这一性质,定义基于生成树代价和的匹配约束条件.

假定 A 、 B 分别为两碎片的断裂面,设 $TA_{\min} = \{PA, FE_1^1\}$ 、 $TA_{\max} = \{PA, FE_2^1\}$ 分别为 A 断裂面上特征点所构成的最小、最大生成树,其中 PA 为断裂面 A 上最小(大)生成树的顶点集合, FE_1^1 为其最小生成树的边集, FE_2^1 为其最大生成树的边集; $TB_{\min} = \{PB, FE_1^2\}$ 、 $TB_{\max} = \{PB, FE_2^2\}$ 分别为 B 断裂面上特征点所构成的最小、最大生成树,其中 PB 为断裂面 B 上最小(大)生成树的顶点集合, FE_1^2 为其最小生成树的边集, FE_2^2 为其最大生成树的边集. 设 TA_{\min} 的最小代价和为 $MinA$, TA_{\max} 的最大代价和为 $MaxA$; TB_{\min} 的最小代价和为 $MinB$, TB_{\max} 的最大代价和为 $MaxB$. 理想情况下,若 A 、 B 断裂面为完全匹配的断裂面,由于存在权值相等的边,造成 TA_{\min} 和 TB_{\min} 可能同构,也可能不同构,但是 $MinA = MinB$. 同理, TA_{\max} 和 TB_{\max} 也可能同构,也可能不同构,但是 $MaxA = MaxB$. 因此,当且仅当 $MinA = MinB$ 和 $MaxA = MaxB$ 同时成立是断裂面 A 、 B 匹配的必要条件. 然而,实际情况下,存在一定误差. 所以,以生成树代价和的均方差为准则,定义匹配搜索空间的约束条件如下:

$$|MinA - MinB|^2 \leq \varepsilon_1 \quad (3)$$

$$|MaxA - MaxB|^2 \leq \varepsilon_2 \quad (4)$$

上式中, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 根据经验和统计结果获得. 本文设定的阈值较大,以保证在潜在匹配碎片集中有足够多的碎片数目.

通过上述约束条件,即可快速从大量碎片中筛选出可能与待匹配碎片相匹配的潜在碎片集. 但在该集合中,真正与待匹配碎片相匹配的仅有一个. 为了找出真匹配,还需要进行下一步的分析.

2.4 基于几何特征的匹配约束

虽然采用上述基于生成树代价和的约束条件已筛选出潜在匹配碎片,但仅仅利用最小、最大代价和的整体信息,没有考虑特征点间的局部信息,导致潜在匹配碎片中可能存在误匹配. 为了便于分析,假设有两个断裂面 A 、 B , 其特征点数量均为 4, 由特征点构成的带权完全图分别为图 2 (a)、2 (b), 图 2 (a) 对应的最小、最大生成树为图 4 (a)、4 (b), 图 2 (b) 对应的最小、最大生成树为图 4 (c)、4 (d), 图 2 (a)、2 (b) 的最小、最大代价和分别为 6、10, 根据最小、最大代价和特征,认为断裂面 A 、 B 相匹配,但实际根据权值可看出,并不能找到所有特征点的匹配对,因此,还需要作进一步的分析.

基于以上分析,为了保证配对碎片的唯一性,在此引入几何特征的匹配约束. 由于曲率具有几何不变性,所以本文采用特征点最大、最小曲率对构造断裂面上的特征串. 定义基于几何特征的匹配约束条件如下:

设 $TP1 = \{p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1n}\}$ 为待匹配断裂面的特征点集,计算每个特征点的最大曲率 k_1 、最小曲率 k_2 ,将其构成有序对,得到其特征串为: $S1 = \{(k_{11}^1, k_{21}^1), (k_{12}^1, k_{22}^1), \dots, (k_{1n}^1, k_{2n}^1)\}$. $TP2 = \{p_{21}, p_{22}, \dots, p_{2n}\}$ 为潜在匹配断裂面的特征点集,其特征串为: $S2 = \{(k_{11}^2, k_{21}^2), (k_{12}^2, k_{22}^2), \dots, (k_{1n}^2, k_{2n}^2)\}$. 在此,引入传统的 Hausdorff 距离来衡量两个特征串之间的相似程度^[13], Hausdorff 距离反映两个集合之间的最大不匹配程度,距离越小,则说明两集合的相似程度越大. 具体约束条件如下:

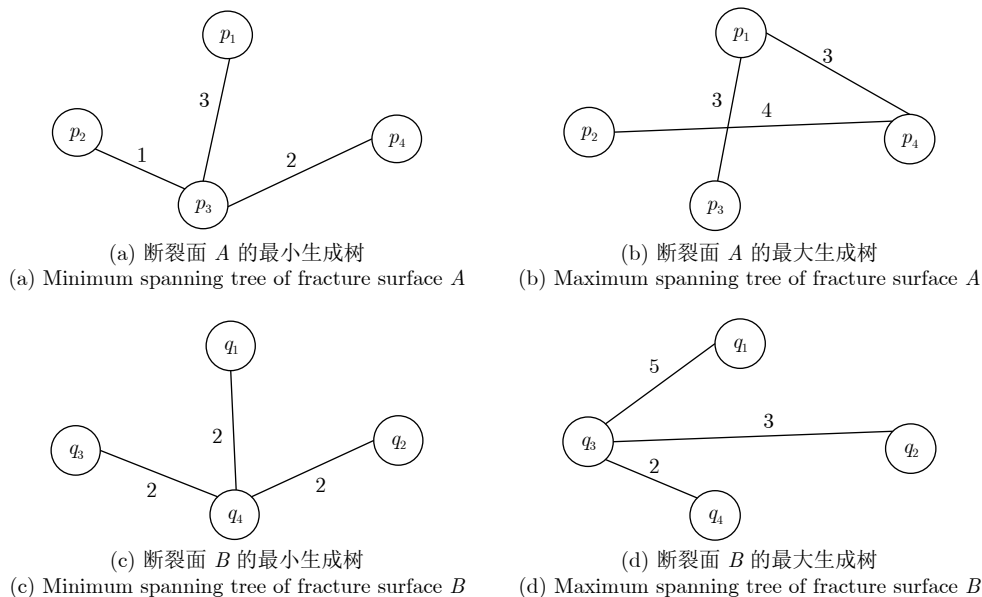


图 4 断裂面 A、B 的最小、最大生成树

Fig.4 Minimum and maximum spanning trees for fracture surfaces A and B

$$h(S1, S2) = \max_{a \in S1} \min_{b \in S2} \|a - b\| \quad (5)$$

$$h(S2, S1) = \max_{b \in S2} \min_{a \in S1} \|b - a\| \quad (6)$$

$$H(S1, S2) = \max(h(S1, S2), h(S2, S1)) \quad (7)$$

式 (5)、(6) 中, $a = (k_{1i}^1, k_{2i}^1) \in S1, b = (k_{1j}^2, k_{2j}^2) \in S2$, 其中, $i, j = 1, 2, \dots, n$. 定义 $\| \cdot \| = \sqrt{(k_{1i}^1 - k_{1j}^2)^2 + (k_{2i}^1 - k_{2j}^2)^2}$.

通过以上计算, $H(S1, S2)$ 作为最终的 Hausdorff 距离, 即可得到两个特征串之间的相似程度. 对潜在匹配碎片的每一断裂面与待匹配碎片断裂面进行计算. 然后找出与待匹配碎片断裂面产生最小 Hausdorff 距离的碎片, 即可找到最佳配对碎片. 如图 5 (a)、5 (b) 所示两组相邻碎片断裂面上点对应关系.

算法 1. 配对碎片搜索

输入: 所有碎片断裂面生成树的最小代价和、最大代价和以及特征点几何特征构造的特征串 (其中一个为待匹配断裂面)

输出: 最佳配对碎片

```

match()
{
    while(!Empty(S)) //S 为存储为重组碎片的数组
    //快速筛选潜在配对碎片
    {
        if (满足生成树代价和约束)
        {
            Add brick into SP; //将
    
```

```

匹配碎片加入到潜在匹配集 SP;
Count++; //潜在匹配碎片数目
}
}
Distance = initial(); //记录与待匹配碎片特征串产生最小 Hausdorff 距离
for (i = 1; i <= Count; i++) //遍历潜在匹配集 SP, 利用几何特征约束进行匹配
{
    Compute h(S1, S2);
    Compute h(S2, S1);
    Compute H(S1, S2);
    if (H(S1, S2) < Distance)
    {
        Distance = H(S1, S2);
    }
}
return matchBrick; // matchBrick 为最佳配对碎片
}
    
```

3 碎片重组

当确定配对的断裂面后, 即找到了配对碎片, 但由于碎片的位置和方向各不相同, 需要根据相匹配的断裂面上的特征点, 计算其刚体变换矩阵, 然后将其对齐.

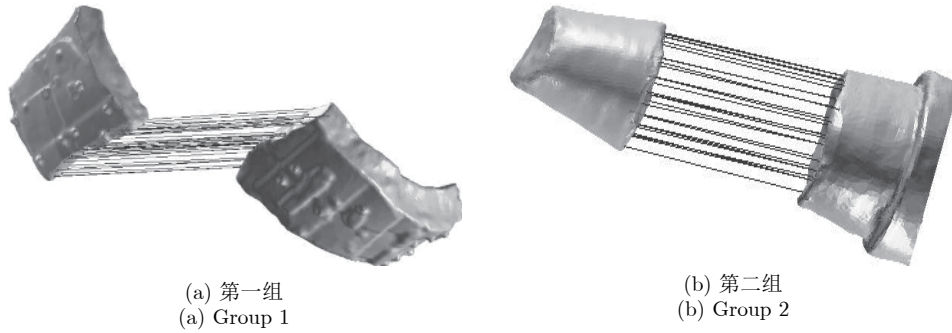


图 5 断裂面上特征点对应关系

Fig.5 Correspondence of feature points on the fracture surfaces

设 ΦA 、 ΦB 为待重组碎片, A 、 B 分别为 ΦA 、 ΦB 上最终匹配的两个断裂面, 其上特征点对应集合为 $C = \{(p_1, q_1), (p_2, q_2), \dots, (p_n, q_n)\}$. 假设特征点匹配对 (p_j, q_i) , ΦA 上的 p_j 是由碎片 ΦB 上特征点 q_i 经旋转、平移得到. 如式 (8) 所示:

$$p_j = Rq_i + t \quad (8)$$

其中, p_j 为属于断裂面 A 上的特征点构成的列向量, q_i 为属于断裂面 B 上的特征点构成的列向量; R 为旋转矩阵, t 为平移矩阵.

已知特征点的位置及对应关系, 采用四元数法^[14-15] 估算旋转、平移矩阵, 使得式 (9) 最小, 将碎片进行粗对齐.

$$E = \sum_{i=1}^n \|(Rq_i + t) - p_j\|^2 \quad (9)$$

得到相邻碎片的初始位置后, 然后采用文献 [16] 中迭代最近点算法 (Iterative closest point, ICP) 实现相邻碎片的精确对齐.

4 实验结果与分析

为了验证本文算法的可行性, 本文以兵马俑 1 号坑出土的部分碎片数据为例进行实验, 实验中的兵马俑数据均采用 Artec 3D 扫描仪进行扫描得到, 扫描仪的分辨率为 0.5 mm, 扫描得到的点云采用 Geomagic 软件进行手动去噪, 处理后的模型表面仍含有一定的实际噪声. 由于原始数据为点云数据, 所以对其进行三角剖分并优化可得三角网格数据. 然后通过 Visual Studio 2010 和 OpenGL 编程, 在 CPU 为 Intel/3.40 GHz, 8 GB 内存的 PC 机上实现.

4.1 本文算法运行结果

本文选取 G10-57 俑、G3-2 号俑、G10-6 号俑的部分碎片, 其断裂面信息相对完整, 特征明显. G10-57 号俑、G3-2 号俑、G10-6 号俑的原始碎片数据如

表 1 所示. 首先使用本文算法, 提取所有碎片每个断裂面上的特征点, 通过上述步骤进行配对碎片搜索, 然后对其进行两两重组, 将重组结果保存, 重复使用本文算法, 即可得到上述碎片重组的完整结果, 实验结果如图 6 至图 9 所示, 图中给出原始碎片模型及重组结果, 但由于碎片纹理及颜色信息严重缺失, 无法看清重组后的局部效果, 所以本文对重组后的碎片进行着色, 以便观察与分析, 其中矩形区域为重组部位, 箭头所指分别为重组细节. 实验结果表明, 运用本文算法对断裂面信息相对完整, 特征明显的碎片可取得良好的匹配和重组效果.

表 1 原始碎片数据表

Table 1 Raw fragment data table

| Experimental data | Number of fragment | Fragment number | Triangular grid number | Number of fracture faces |
|-------------------|--------------------|-----------------|------------------------|--------------------------|
| G10-57 | 4 | brick1# | 403122 | 7 |
| | | brick2# | 31270 | 1 |
| | | brick3# | 31030 | 2 |
| | | brick4# | 45840 | 1 |
| G3-2 | 2 | brick5# | 86266 | 3 |
| | | brick6# | 94538 | 4 |
| | | brick7# | 62230 | 4 |
| G10-6 | 3 | brick8# | 47595 | 4 |
| | | brick9# | 35932 | 4 |

4.2 对比实验分析

本文采用文献 [8] 基于断裂面几何特征的匹配方法和文献 [17] 基于断裂面轮廓曲线匹配的方法分别进行碎片虚拟重组. 实验数据分别为 G10-57、G3-2、G10-6 号俑部分邻接碎片, 其断裂面信息相对完整, 部分实验结果如图 10 所示.

若两个断裂面可实现正确匹配, 那么当两个碎片完成重组之后, 相邻的两个断裂面之间不应该发生明显的碰撞, 存在缝隙过大以及相互重叠交错现象^[9]. 图 10 (a) 为采用文献 [8] 基于断裂面几何特征

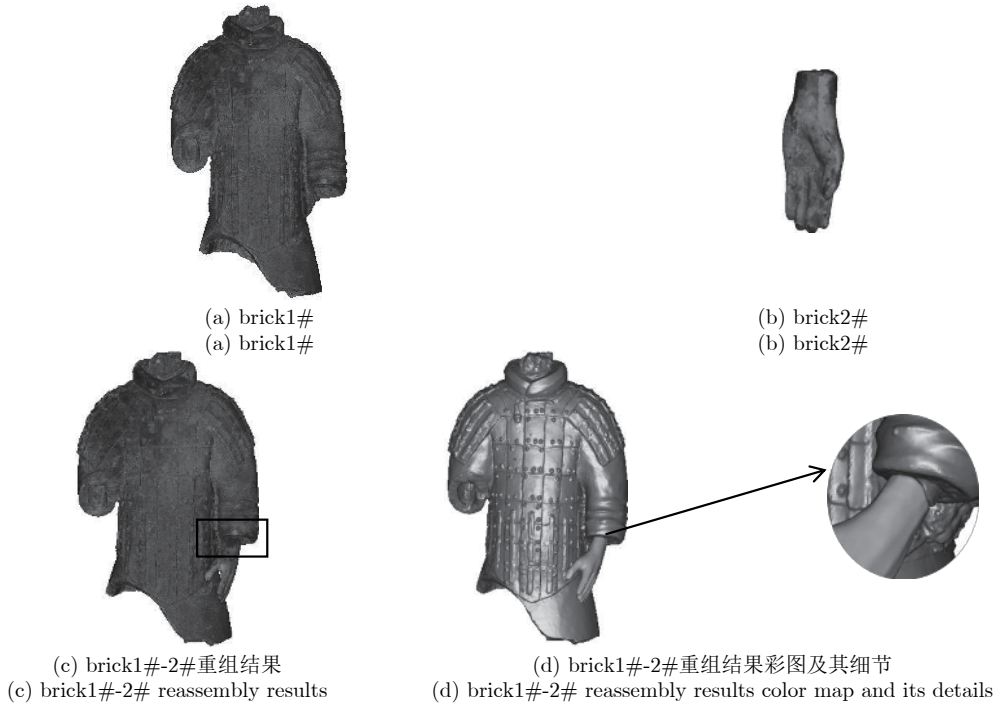


图 6 G10-57 号俑左手臂部分邻接碎片重组结果

Fig. 6 Reassembly results of some left arm adjacent fragments of Warriors of G10-57

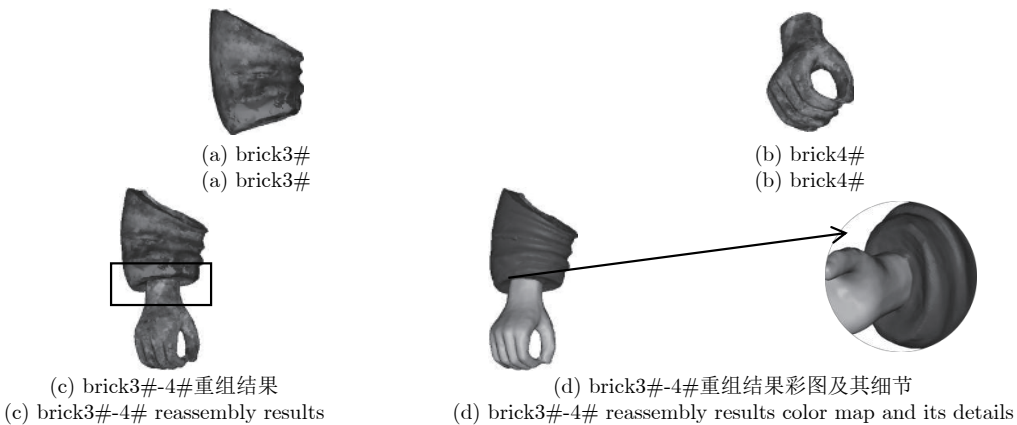


图 7 G10-57 号俑右手臂部分邻接碎片重组结果

Fig. 7 Reassembly results of some right arm adjacent fragments of Warriors of G10-57

的匹配方法对 G10-6 号俑的部分碎片的重组结果, 为了便于分析, 本文对模型进行着色, 可以看出, 其矩形区域的断裂面连接处出现渗透现象, 难以达到较好的重组结果. 图 10 (b) 为采用文献 [17] 基于断裂面轮廓线匹配的方法对 G3-2 号俑的部分碎片的重组结果, 其矩形区域存在错位现象, 错位引起重组的碎片之间纹理不连续.

本文算法与文献 [17] 算法性能对比如表 2 所示. 本文采用坐标均方误差根^[18] (Coordinate mean square error root, CRMS) 来度量两个点集之间的

匹配误差, 设 A 、 B 为互补匹配的两个断裂面, A 断裂面的特征点集为 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, B 断裂面的特征点集为 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, 其特征点对应集合为 $C = \{(p_1, q_1), (p_2, q_2), \dots, (p_n, q_n)\}$, 假设特征点匹配对 (p_j, q_i) , A 断裂面上的 p_j 是由 B 断裂面上 q_i 经旋转、平移得到. 重组误差的具体计算方法如下:

$$CRMS(P, Q) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|(Rq_i + t) - p_j\|^2 \quad (10)$$

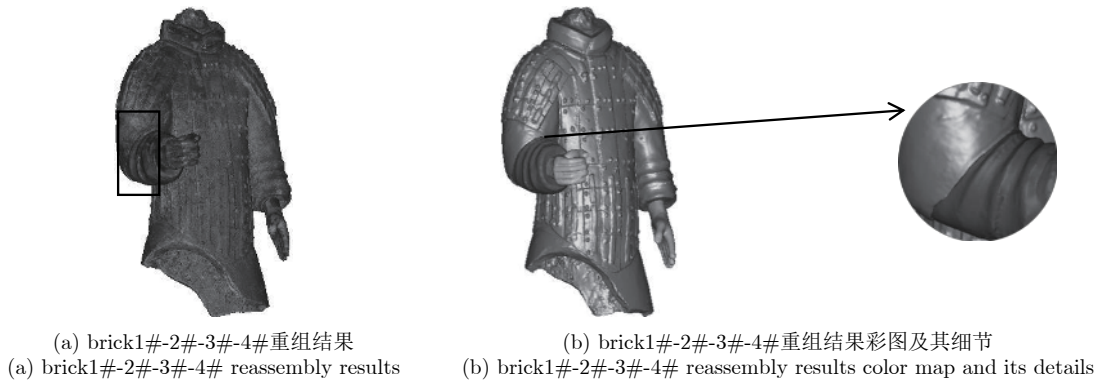


图 8 G10-57 号俑部分邻接碎片重组结果

Fig.8 Reassembly results of some adjacent fragments of Warriors of G10-57

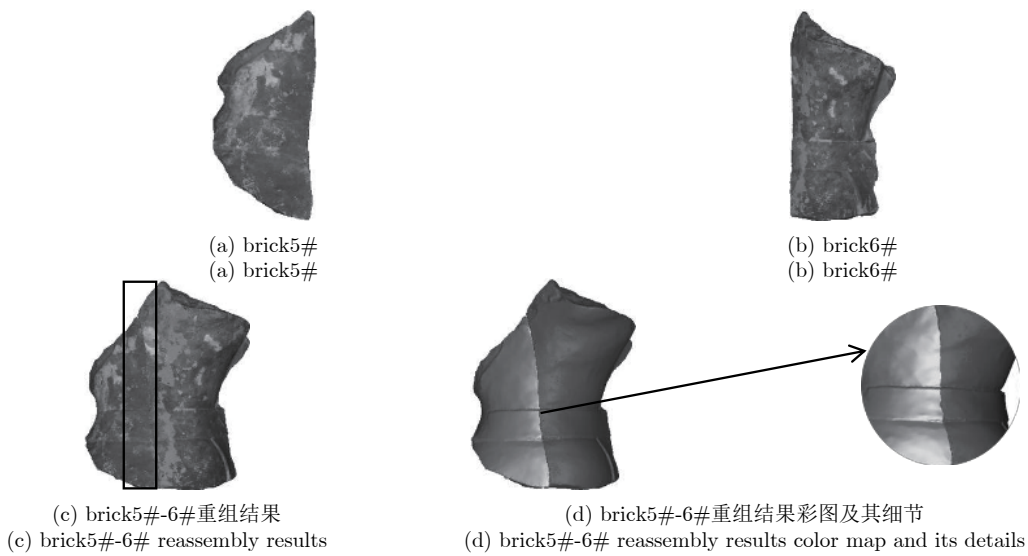


图 9 G3-2 号俑部分邻接碎片重组结果

Fig.9 Reassembly results of some adjacent fragments of Warriors of G3-2

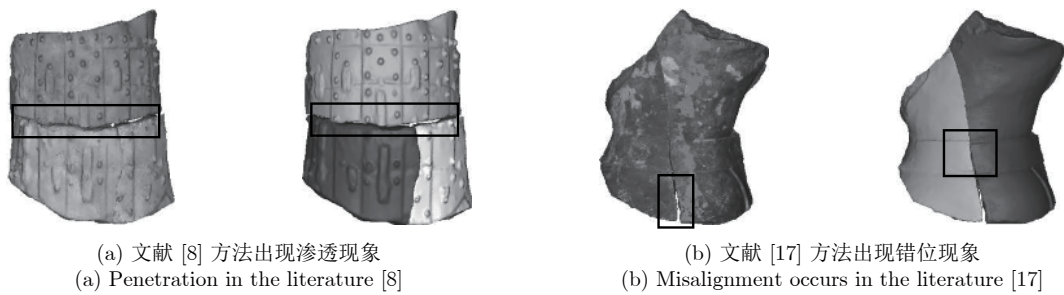


图 10 不同文献方法结果对比

Fig.10 Comparison of results from different literature methods

其中, R 为旋转矩阵, t 为平移矩阵. 如果两碎片的匹配对均是正确的, 那么 $CRMS(P, Q)$ 值应将达到最小. 其次, 在基于生成树代价和匹配阶段, 本文对其初始匹配率进行统计, 计算方法如下:

$$\text{初始匹配率} = \frac{\text{潜在匹配碎片数目}}{\text{所有碎片数目}} \quad (11)$$

实际上, 该值越小越好, 从一定程度上也体现了本文算法的优越性.

表 2 不同算法性能对比
Table 2 Performance comparison of different algorithms

| Experimental data | Running time (s) | | Recombination error (mm) | | Initial match rate |
|-------------------|-----------------------|------------|--------------------------|------------|--------------------|
| | Reference [17] method | Our method | Reference [17] method | Our method | Our method |
| brick1#-2# | 23.596 | 14.748 | 1.2235 | 0.8842 | 0.04 |
| brick3#-4# | 19.236 | 13.472 | 1.4596 | 0.9151 | 0.06 |
| brick1#-2#-3#-4# | 28.197 | 20.643 | 1.2788 | 0.8962 | 0.02 |
| brick5#-6# | 41.259 | 37.941 | 1.2824 | 0.8027 | 0.08 |
| brick7#-8# | 25.845 | 19.739 | 1.3205 | 0.8425 | 0.04 |
| brick7#-8#-9# | 46.347 | 40.675 | 1.4752 | 0.9304 | 0.02 |

实验结果表明, 本文算法运行时间主要集中在特征点提取及几何匹配阶段. 相比文献 [17] 而言, 本文算法运行时间缩短了 4 s ~ 10 s, 其主要是因为选取的特征点数量相对较少, 再加之引入生成树代价和的约束, 从初始匹配率指标可以看出, 采用该约束进行初步匹配可以快速缩小配对碎片的搜索范围, 避免了传统直接采用单一几何特征进行一一搜索配对碎片的过程. 同时, 本文重组误差基本控制在 1 mm 范围内, 较文献 [17] 方法误差缩小了 0.3 mm ~ 0.6 mm, 可以取得更精确的重组结果.

5 结论

在文物碎片自动重组过程中, 针对传统基于几何特征匹配的方法容易受噪声影响会产生误匹配等问题, 本文提出一种基于生成树代价和和几何约束的文物碎片自动重组方法. 该方法首先提取特征点, 对其进行拓扑重构及简化, 然后采用两级匹配策略, 从而有效搜索配对碎片. 最后, 采用四元数法计算刚体变换矩阵将碎片进行粗对齐, 再采用迭代最近点算法实现精确对齐. 本文算法不但克服传统基于几何驱动重组方法的缺点, 而且保证特征点数量较少, 计算量小, 有效提高了碎片重组的效率和准确性.

但由于碎片形状的多样性, 本文算法的局限性在于只能对断裂处信息基本完整的碎片适用, 对于断裂处有缺失的情况并不适用. 为了解决这类问题, 需要寻找更合适的特征描述符及匹配策略, 这将是下一步研究的内容.

附录 A

关于对第 2.3 节所引用的理论的证明过程:

如果一个连通网的生成树边按权值递增(减)排序, 称排好序的边权列表为有序边权列表, 则其任意两棵最小(大)生成树的有序边权列表是相同的, 即会有最小(大)代价和相同^[12].

证明. 设最小生成树有 n 条边, 任意两棵最小生成树分别称为 A, B , 如果 e 是一条边, 用 $w(e)$ 表示该边的权值.

A 的边按权值递增排序后为 a_1, a_2, \dots, a_n 有 $w(a_1) \leq w(a_2) \leq \dots \leq w(a_n)$

B 的边按权值递增排序后为 b_1, b_2, \dots, b_n 有 $w(b_1) \leq w(b_2) \leq \dots \leq w(b_n)$

设 i 是两个边列表中, 第一次出现不同边的位置, $a_i \neq b_i$, 不妨设 $w(a_i) \geq w(b_i)$

情形 1. 如果树 A 中包含边 b_i , 则一定有 $j > i$ 使得 $b_i = a_j$, 事实上, 这时有 $w(b_i) = w(a_j) \geq w(a_i) \geq w(b_i)$ 故 $w(b_i) = w(a_j) = w(a_i)$, 在树 A 的边列表中交换边 a_i 和 a_j 的位置并不会影响树 A 的边权有序列表, 两棵树在第 i 个位置的边变成同一条边.

情形 2. 树 A 中并不包含边 b_i , 则把 b_i 加到树 A 上, 形成一个圈, 由于 A 是最小生成树, 这个圈里任意一条边的权值都不大于 $w(b_i)$, 另外, 这个圈里存在边 a_j 不在树 B 中. 因此, 有 $w(a_j) \leq w(b_i)$, 且 $j > i$ (因为 a_j 不在 B 中). 于是, 有 $w(b_i) \leq w(a_i) \leq w(a_j) \leq w(b_i)$, 因此 $w(a_i) = w(a_j) = w(b_i)$. 那么在树 A 中把 a_j 换成 b_i 仍然保持它是一棵最小生成树, 并不会影响树 A 的边权有序列表, 并且转换成情形 1. 通过上述证明, 可以知道, 对于一个无向连通网, 可能会产生不同的最小生成树. 但是其有序边权列表是相同的, 那么其最小(大)代价和也是完全相同的.

因此, 本文对该定理进行应用, 对于若 A, B 断裂面为完全匹配的断裂面, 由于存在权值相等的边, 造成 TA_{\min} 和 TB_{\min} 可能同构, 也可能不同构, 但是 $MinA = MinB$. 同理, TA_{\max} 和 TB_{\max} 也可能同构, 也可能不同构, 但是 $MaxA = MaxB$. 因此, 当且仅当 $MinA = MinB$ 和 $MaxA = MaxB$ 同时成立是断裂面 A, B 匹配的必要条件. 断裂面 A, B 匹配一定会有 $MinA = MinB$ 和 $MaxA = MaxB$ 成立, 但 $MinA = MinB$ 和 $MaxA = MaxB$ 成立不一定会有断裂面 A, B 匹配. 具体见论文给出的例子.

然而, 实际情况下, 存在一定误差. 不能够完全满足上述的强约束条件. 所以, 对该约束进行放大, 以生成树代价和的均方差为准则, 定义匹配搜索空间的约束条件如下:

$$|MinA - MinB|^2 \leq \varepsilon_1 \quad (A1)$$

$$|MaxA - MaxB|^2 \leq \varepsilon_2 \quad (A2)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 为经验阈值及由多次统计结果可得. \square

References

- Zheng S Y, Huang R Y, Li J, Wang Z. Reassembling 3D thin

- fragments of unknown geometry in cultural heritage. *Photogrammetric Fernerkundung Geoinformation*, 2015, **2015**(3): 215–230
- 2 Winkelbach S, Wahl F M. Pairwise matching of 3D fragments using cluster trees. *International Journal of Computer Vision*, 2008, **78**(1): 1–13
- 3 Altantsetseg E, Matsuyama K, Konno K. Pairwise matching of 3D fragments using fast fourier transform. *The Visual Computer*, 2014, **30**(6–8): 929–938
- 4 Huang Q X, Simon Flöry, Gelfand N, Hofer M, Pottmann H. Reassembling fractured objects by geometric matching. *ACM Transactions on Graphics*, 2006, **25**(3): 569–578
- 5 Papaioannou G, Karabassi E A, Theoharis T. Virtual archaeologist: assembling the past. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2001, **21**(2): 53–59
- 6 Chen H C H, Bhanu B B B. 3D free-form object recognition in range images using local surface patches. *Pattern Recognition Letters*, 2007, **28**(10): 1252–1262
- 7 Wang Jian, Zhou Lai-Shui. Surface rough matching algorithm based on maximum weight clique. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2008, **20**(2): 167–173
(王坚, 周末水. 基于最大权团的曲面粗匹配算法. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, **20**(2): 167–173)
- 8 Li Ji-Jun-Nan, Geng Guo-Hua, Zhou Ming-Quan, Kang Xin-Yue. Surface feature optimization for virtual matching of relic fragments. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2014, **26**(12): 2149–2154
(李姬俊男, 耿国华, 周明全, 康馨月. 文物碎片虚拟拼接中的表面特征优化. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, **26**(12): 2149–2154)
- 9 Li Qun-Hui. Research on Fractured Slid Recovery Based on Bracture Surfaces Matching [Ph. D. dissertation], Northwest University, China, 2013
(李群辉. 基于断裂面匹配的破碎刚体复原研究 [博士学位论文]. 西北大学, 中国, 2013)
- 10 Yuan Jie, Zhou Ming-Quan, Geng Guo-Hua, Zhang Yu-He. Automatic reassembly of fractured fragments based on Morse topological features. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(8): 1486–1495
(袁洁, 周明全, 耿国华, 张雨禾. 基于 Morse-Smale 拓扑特征的文物碎片拼接算法. 自动化学报, 2018, **44**(8): 1486–1495)
- 11 Yan Wei-Min. Data Structure, Second Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 1992.
(严蔚敏. 数据结构, 第二版. 北京: 清华大学出版社, 1992.)
- 12 Cormen T H, Leiserson C E, Rivest R L, Stein C. Introduction to Algorithms, Third Edition. US: The MIT Press, 2009
- 13 Jesorsky O, Kirchberg K J, Firschholz R W. Robust face detection using the Hausdorff distance. International Conference on Audio- & Video-based Biometric Person Authentication. Springer-Verlag, 2001. 90–95
- 14 Horn B K P, Hilden H M, Negahdaripour S. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices. *Journal of the Optical Society of America A*, 1988, **5**(7): 1127–1135
- 15 Jiang Gang-Wu. A robust estimation using quaternions for relative pose of space object [Ph. D. dissertation]. The PLA Information Engineering University, China, 2009
(江刚武. 空间目标相对位置和姿态的抗差四元数估计 [博士学位论文]. 解放军信息工程大学, 中国, 2009)
- 16 Besl P J, Mckay H D. A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(2): 239–256
- 17 Li Qun-Hui, Zhang Jun-Zu, Geng Guo-Hua, Zhou Ming-Quan. Fracture surfaces matching based on contour curve. *Journal of Xi'an Jiao Tong University*, 2016, **50**(9): 105–110
(李群辉, 张俊祖, 耿国华, 周明全. 以轮廓曲线为特征的断裂面匹配. 西安交通大学学报, 2016, **50**(9): 105–110)
- 18 Wang Z, Bovik A C. Mean squared error: Love it or leave it? A new look at signal fidelity measures. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, **26**(1): 98–117



胡佳贝 西北大学信息科学与技术学院硕士研究生. 主要研究方向计算机图形学, 可视化技术.

E-mail: jbh@stumail.nwu.edu.cn

(HU Jia-Bei Master student at the School of Information Science and Technology, Northwest University.

His research interest covers computer graphics and visualization technology.)



周蓬勃 北京师范大学艺术与传媒学院讲师. 主要研究方向为数字媒体, 虚拟现实.

E-mail: zhoupengbo@bnu.edu.cn

(ZHOU Peng-Bo Lecturer at the School of Art and Media, Beijing Normal University. His research interest covers digital media and virtual reality.)



耿国华 西北大学信息科学与技术学院教授. 主要研究方向为计算机图形图像处理, 可视化技术. 本文通信作者. E-mail: ghgeng@nwu.edu.cn
(**GENG Guo-Hua** Professor at the School of Information Science and Technology, Northwest University.

Her research interest covers graphics image processing and visualization technology. Corresponding author of this paper.)



陈小雪 西北大学信息科学与技术学院硕士研究生. 主要研究方向为三维文物点云压缩及重建技术.
E-mail: Chenxiaoxue@stumail.nwu.edu.cn

(**CHEN Xiao-Xue** Master student at the School of Information Science and Technology, Northwest University. Her research interest covers 3D heritage point cloud compression and reconstruction technology.)



杨 稳 西北大学信息科学与技术学院博士研究生. 主要研究方向为机器学习与模式识别.
E-mail: yw@stumail.nwu.edu.cn

(**YANG Wen** Ph. D. candidate at the School of Information Science and Technology, Northwest University. His research interest covers machine learning and pattern recognition.)



王 飘 西北大学信息科学与技术学院硕士研究生. 主要研究方向为文化遗产数字化复原, 可视化技术.
E-mail: wendywp@126.com

(**WANG Piao** Master student at the School of Information Science and Technology, Northwest University. Her research interest covers digital restoration of cultural heritage and visualization technology.)