

SEAs 导纳控制的 μ 综合方法

李思奇^{1,2} 黄远灿^{1,2}

摘要 SEAs (Series elastic actuators) 具有在确保机器人性能的基础上兼顾其安全性的特点, 因此被广泛地应用在康复机器人中. 为实现良好的康复训练效果, 机器人需根据实际要求呈现不同的阻抗特性. 本文采用 μ 综合技术解决了 SEAs 导纳控制器的设计问题. 首先, 考虑参数摄动、传感器噪声、输入干扰及控制输入限制等不确定性因素, 建立 SEAs 模型. 其次, 应用混合稳定性原理分析系统的交互稳定性. 由于无源环境的阻抗在高频段必然呈现小增益特性, 所以, 当端口导纳在低频段满足无源性, 高频段具有小增益时, 就能确保交互的稳定性. 然后, 将 SEAs 的导纳控制综合问题转化为实际端口导纳与期望导纳匹配的 μ 综合问题. 最后, 通过调节加权函数, 不仅让 SEAs 闭环系统的端口导纳逼近期望的端口导纳, 还能同时满足交互稳定性条件, 从而可以独立于环境因素来设计导纳控制器. 仿真结果表明, 基于 μ 综合方法设计的控制器, 能精确地逼近期望的端口导纳, 且确保交互稳定性. 另外, 通过 Hankel 逼近方法得到的降阶控制器也具有满意的控制效果.

关键词 串联弹性驱动器, μ 综合, 导纳控制, 混合稳定性

引用格式 李思奇, 黄远灿. SEAs 导纳控制的 μ 综合方法. 自动化学报, 2021, 47(7): 1539–1547

DOI 10.16383/j.aas.c180576

μ -Synthesis for Admittance Control of SEAs

LI Si-Qi^{1,2} HUANG Yuan-Can^{1,2}

Abstract Series elastic actuators (SEAs) are an effective technique to balance robot safety and performance. Therefore, SEAs are widely used in rehabilitation robots. For the application of robots in rehabilitation training to be effective, specific requirements such as admittance-controlling are necessary. In this paper, the μ synthesis technique is used to design an admittance controller for the SEAs. Firstly, the unpredictable nature of factors like parameter perturbation, sensor noise, input disturbance and control input restriction is an essential consideration in the modeling of the SEAs. Second, the concept of mixed stability is adopted to analyze interaction stability. Since passive environments must have small-gain property in high-frequency range in reality, interaction stability is maintained as long as the port admittance displays passivity in low-frequency range and small gain in high-frequency where the small-gain theorem is satisfied. Third, the admittance control synthesis converts into the admittance matching μ synthesis problem. By selecting the appropriate weight functions, the actual port admittance is forced to approach the desired admittance while the mixed stability conditions are satisfied. Consequently, an admittance controller can be devised independently of the interacted environment. Simulation results show that the controller based on μ synthesis can not only force the SEAs system to achieve the desired admittance, but can also guarantee the interaction stability. Furthermore, the reduced controllers based on Hankel approximation displayed satisfactory control performance.

Key words Series elastic actuators (SEAs), μ -synthesis, admittance control, mixed stability

Citation Li Si-Qi, Huang Yuan-Can. μ -Synthesis for admittance control of SEAs. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(7): 1539–1547

收稿日期 2018-08-29 录用日期 2018-12-24
Manuscript received August 29, 2018; accepted December 24, 2018

国家自然科学基金 (61773065, 61075080), 哈尔滨工业大学机器人与系统国家重点实验室开放式基金 (SKLRS-2017-KF-05) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61773065, 61075080), State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology (SKLRS-2017-KF-05)

本文责任编辑 孙秋野

Recommended by Associate Editor SUN Qiu-Ye

1. 北京理工大学机电学院 北京 100081 2. 北京理工大学智能机器人与系统高精尖创新中心 北京 100081

1. School of Mechatronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 2. Beijing Advanced Innovation Center for Intelligent Robots and Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081

串联弹性驱动器^[1] (Series elastic actuators, SEAs) 是一种将弹性组件串联于电机和负载之间的柔性驱动器, 它具有吸收冲击, 降低输出阻抗和高精度力矩输出等优点^[2–5]. 因此被广泛应用于机器人中, 以提高人机接触的安全性和舒适性, 如美国 Rethink Robotics 公司的 Baxter 机器人^[6], 荷兰 Twente 大学的下肢动力外骨骼 LOPES^[7] 等各种康复/助力机器人.

为实现良好的交互行为, Hogan^[8] 提出阻抗控制方法. 随后 Colgate 等^[9–10] 将无源性理论用于阻抗控制的交互稳定性. Pratt 等利用前馈补偿结合

PID 力控方法, 提高交互性能^[1]. 串级结构被广泛地应用于 SEAs 控制, 其中以力矩外环嵌速度或位置内环最流行^[11-13], 该结构可以实现低阻抗, 但由于无源性约束, 视在刚度不能超过 SEAs 的物理刚度. 文献 [14] 设计了基于双曲正弦函数的鲁棒模糊滑模控制方法, 解决柔性关节的力矩受限问题. 文献 [15] 提出前馈补偿和模糊滑模相结合的鲁棒控制器, 实现良好的位置跟踪性能和抗干扰能力. 文献 [16] 设计基于 RISE 反馈的最优控制方法, 克服 SEAs 的模型参数不确定和有界扰动, 实现快速平稳的力矩跟踪.

H_∞ 控制能有效地处理非结构不确定性问题^[17], 而 μ 综合方法通过不确定性结构降低了保守性^[18]. 文献 [19] 针对两自由度柔性关节机器人运用 μ 综合方法, 设计鲁棒位置运动控制器. 文献 [20] 采用 μ 综合方法抑制柔性关节臂的振动问题. 文献 [21] 在考虑参数变化和外界干扰的基础上, 通过 μ 综合方法设计刚性并联机器人的柔顺力控制, 模拟空间对接过程.

在康复机器人应用中, 根据不同的康复训练模式, 要求机器人能呈现大范围的阻抗变化. 因此, 寻找一种能任意逼近期望端口阻抗的设计方法, 成为康复机器人实用化的关键. 本文依据阻抗匹配的思想, 利用 μ 综合方法设计 SEAs 的导纳控制器, 实现端口导纳的大范围变化.

文章的结构如下: 第 1 节建立 SEAs 的双质量块模型, 并考虑参数摄动; 第 2 节提出了混合交互稳定性的概念; 第 3 节基于 μ 综合方法设计了 SEAs 的导纳控制器, 在满足匹配精度的同时保持交互稳定性; 第 4 节仿真实现 5 种导纳模式, 验证 μ 综合方法设计导纳控制器的有效性; 最后总结全文.

1 SEAs 建模

图 1 是 SEAs 的双质量块模型示意图, 其中 M_m 表示直流无刷电机的转动惯量; k 表示 SEAs 的等效刚度; D_m 表示与电机速度相关的粘性摩擦系数; M_l 表示连杆的转动惯量; D_l 表示连杆轴承的粘性摩擦系数; τ_m 是电机的控制力矩; τ_{ext} 是交互端口所受的外力. q_m 和 q_l 分别表示电机侧和连杆侧的角位移. 模型中忽略了弹簧的结构阻尼.

根据牛顿运动定律, 列写出 SEAs 的动力学方程:

$$\begin{cases} M_m \ddot{q}_m + D_m \dot{q}_m = \tau_m - \tau_s \\ M_l \ddot{q}_l + D_l \dot{q}_l = \tau_s + \tau_{ext} \\ \tau_s = k(q_m - q_l) \end{cases} \quad (1)$$

式中, τ_s 为弹簧恢复力.

图 2 是描述 SEAs 动力学关系的信号流程图.

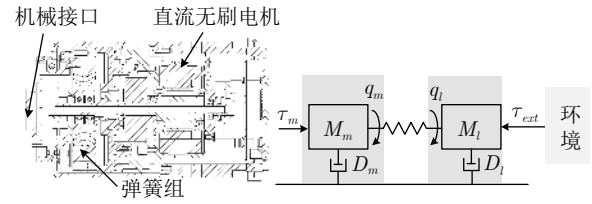


图 1 SEAs 模型

Fig. 1 The SEAs model

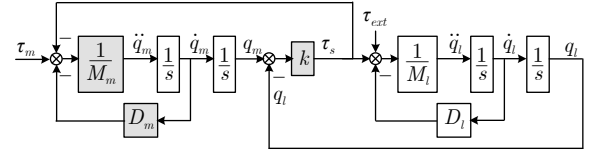


图 2 SEAs 结构框图

Fig. 2 The block diagram of SEAs equation

在鲁棒控制中, 可以将不确定性建模为外部干扰或标称模型的摄动^[17]. 本文将摩擦中不能用与速度相关的粘性模型描述的部分, 输入力矩脉动和噪声等建模为外部干扰. 另外, 通过等效惯量 M_m 、摩擦系数 D_m 以及等效刚度 k 的参数摄动描述谐波减速器和轴承等组件的不确定性^[13, 22]. M_m 、 D_m 和 k 的参数摄动分别描述如下:

$$\begin{cases} M_m = M_{mn}(1 + \delta_m \Delta M_m) \\ D_m = D_{mn} + D_{md} \Delta D_m \\ k = k_n + k_d \Delta k \end{cases} \quad (2)$$

式中, M_{mn} , D_{mn} 和 k_n 为相应参数的标称值; M_{mn} , δ_m , D_{md} 和 k_d 为相应参数的最大偏差值; ΔM_m , ΔD_m 和 Δk 分别表示范数小于 1 的参数摄动.

下面, 使用 LFT 形式描述参数不确定性. 首先, 依据参数摄动模型, 用 y_k , y_{D_m} , y_{M_m} 和 u_k , u_{D_m} , u_{M_m} 分别表示 Δk , ΔD_m 和 ΔM_m 的输入和输出, 分离摄动参数. 然后, 将标称值部分表示为标称系统, 并把参数摄动集中在一起与该标称系统反馈连接. LFT 形式的状态空间方程如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y_\Delta \\ q_l \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u_\Delta \\ \tau_m \\ \tau_{ext} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $x = \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \\ q_l \\ \dot{q}_l \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_n}{M_{mn}} & -\frac{D_{mn}}{M_{mn}} & \frac{k_n}{M_{mn}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_n}{M_l} & 0 & -\frac{k_n}{M_l} & -\frac{D_l}{M_l} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \delta_m & 1 & 0 \\ -\frac{1}{M_{mn}} & -\frac{1}{M_{mn}} & -\frac{\delta_m}{M_{mn}} & \frac{1}{M_{mn}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M_l} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M_l} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} k_d & 0 & -k_d & 0 & 0 \\ 0 & D_{md} & 0 & 0 & 0 \\ -k_n & -D_{mn} & k_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -\delta_m & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y_{\Delta} = \begin{bmatrix} y_k \\ y_{D_m} \\ y_{M_m} \end{bmatrix}$$

$$u_{\Delta} = \begin{bmatrix} u_k \\ u_{D_m} \\ u_{M_m} \end{bmatrix}$$

2 交互稳定性分析

无源性和小增益定理是两种常用的判断反馈互联系统输入输出稳定性的方法. 小增益理论陈述的是, 如果两个稳定系统增益的乘积小于 1, 那么这两个系统的反馈互联是稳定的^[23]; 无源性理论表明, 两个无源系统的反馈连接仍然是无源的^[24]. 然而, 高频动态经常破坏系统的无源性. 文献^[25]中提出基于频域的混合稳定性判据, 其要求反馈互联的两个子系统, 在低频段满足无源性, 在高频段满足小增益定理. 通过例 1 阐明混合稳定性判据的基本思想.

例 1. 给出两个稳定单输入 - 输出线性时不变系统的传递函数分别为 $m_1 = \frac{3}{(s+1)(s+2)}$ 和 $m_2 = \frac{6}{(s+2)(s+3)}$, 它们的 Nyquist 曲线如图 3 中的点画线和虚线曲线所示, 其中, $m_1(s)$ 在低频段 $(0, 1.43]$ rad/s 是无源的, $m_2(s)$ 在低频段 $(0, 2.46]$ rad/s 是无源的. 两个系统反馈互联后, 在低频段 $(0, 1.43]$ rad/s 维持无源性, 但在高频段 $(1.43, \infty]$ rad/s 的增益乘积小于 1. 图 3 中的实线没有围绕点 $-1 + j0$, 所以反馈互联后的系统是稳定的.

本文在使用 μ 综合方法设计导纳控制器时, 使被控的 SEAs 系统端口导纳在低频段匹配期望导纳, 从而在低频段具有无源性. 由于端口导纳在高频段的增益很小, 因此在与人手臂环境进行交互时,

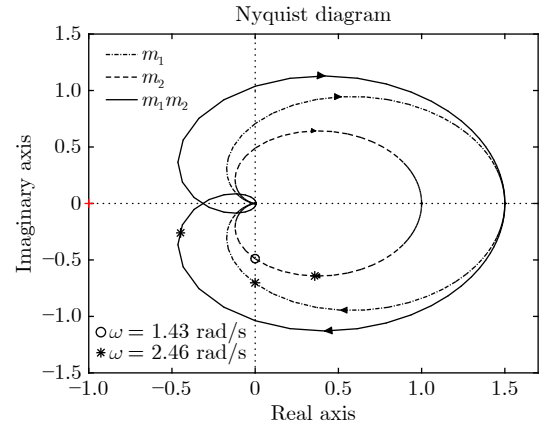


图 3 混合交互稳定性实例

Fig. 3 An example of “mix” interaction stability

通常能满足混合稳定性条件 (详见图 11(c) 的说明).

3 导纳控制的 μ 综合

μ 综合是有效的鲁棒控制器设计工具. 本文采用 $D-K$ 迭代算法, 进行结构奇异值寻优, 设计保守性较低的鲁棒控制器.

在本文中, 调节变量 $z_1 = W_e(q_l - \tau_{ext} Y_d s^{-1})$ 衡量在设计频段上端口导纳与期望导纳的匹配精度, 其实质是极小化实际位置与期望导纳依据外力给出的期望位置的差, 进而实现导纳匹配. 在零阻抗时, 等价于接触力最小, 即 $z_1 = W_e \tau_s$.

图 4 是考虑外部干扰和噪声后的广义被控对象, 其中, P 是输入到输出的传递函数; 外部干扰 w 包括外力, n_m 和 n_l 表示传感器噪声, d_i 为输入干扰 (包含力矩脉动和摩擦等外部干扰); u 是控制输入, u_{Δ} 为参数摄动输入. y 是传感器输出; z 是调节变量, 包括导纳匹配 z_1 和控制输入限制 z_2 ; y_{Δ} 是摄动输出. K 即为需要设计的反馈控制器.

图 5 是带加权矩阵的导纳控制结构, 其中, Y_1 是零阻抗时的弹簧力, Y_2 是位置误差. 其中, W_n 表

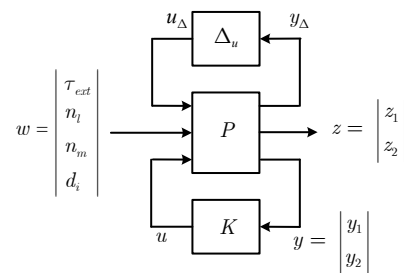


图 4 广义对象结构简图

Fig. 4 Generalized plant structure diagram

示测量噪声的加权函数. 本设计选择光电编码器对角度位置进行测量, 其分辨率为 0.036° , 选取 $W_n = 0.036$; W_i 表示输入干扰的加权函数, 该加权函数设计为一阶低通滤波器, 其在 0.25 rad/s 存在一个极点^[26-27], 选取 $W_i = (4s + 1)^{-1}$; z_2 衡量控制量的大小, 通过选择加权函数 W_u 抑制驱动器的饱和问题^[19, 28], 选取 $W_u = (0.01s + 0.1)(0.001s + 1)^{-1}$. W_e 表示对导纳匹配精度的频率加权函数. 以人臂的康复训练为例时, 在小于 100 rad/s 的频段内, 精确匹配导纳, 选取 $W_e = \zeta(0.01s + 1)^{-1}$, 其中, δ 是设计参数, 根据导纳匹配精度和交互稳定性确定 (详见图 6). 我们实现 4 种导纳模型: 纯弹簧, 弹簧 - 阻尼并联, 弹簧 - 阻尼串联和弹簧 - 阻尼 - 质量块并联.

如果只从设计导纳控制器的角度, 单输出 q_m 或 q_l 均能实现上述控制目标. 然而, 文献 [29] 指出, 当系统存在参数不确定性时, 多传感器反馈能更好地鲁棒无源化. 因此, 本文采用 q_m 和 q_l 双反馈. 与单反馈的比较见第 4 节图 10(f).

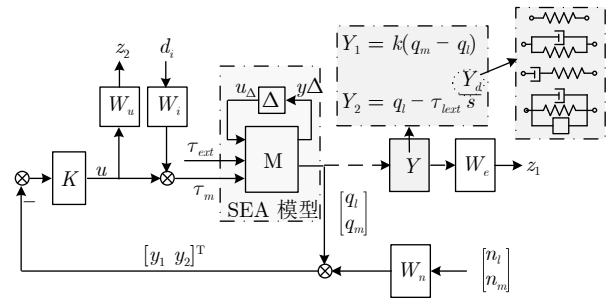


图 5 导纳控制结构

Fig.5 Admittance control configuration

衡量导纳匹配精度的指标如下^[30]:

$$E = \int_{\omega_a}^{\omega_b} \lg \left| \frac{Y_a(j\omega)}{Y_d(j\omega)} \right| d\omega \quad (4)$$

式中, Y_a 与 Y_d 分别表示实际和期望的端口导纳. 本文取 $\omega_a = 10^{-2} \text{ rad/s}$ 和 $\omega_b = 10^2 \text{ rad/s}$.

图 6 给出了基于导纳匹配精度并满足交互稳定性的 μ 综合方法.

在零阻抗设计时, 需要对照图 5 修改 z_1 , 其他不变, 但 ζ 的取值可依据实际情况调整. 选择不同

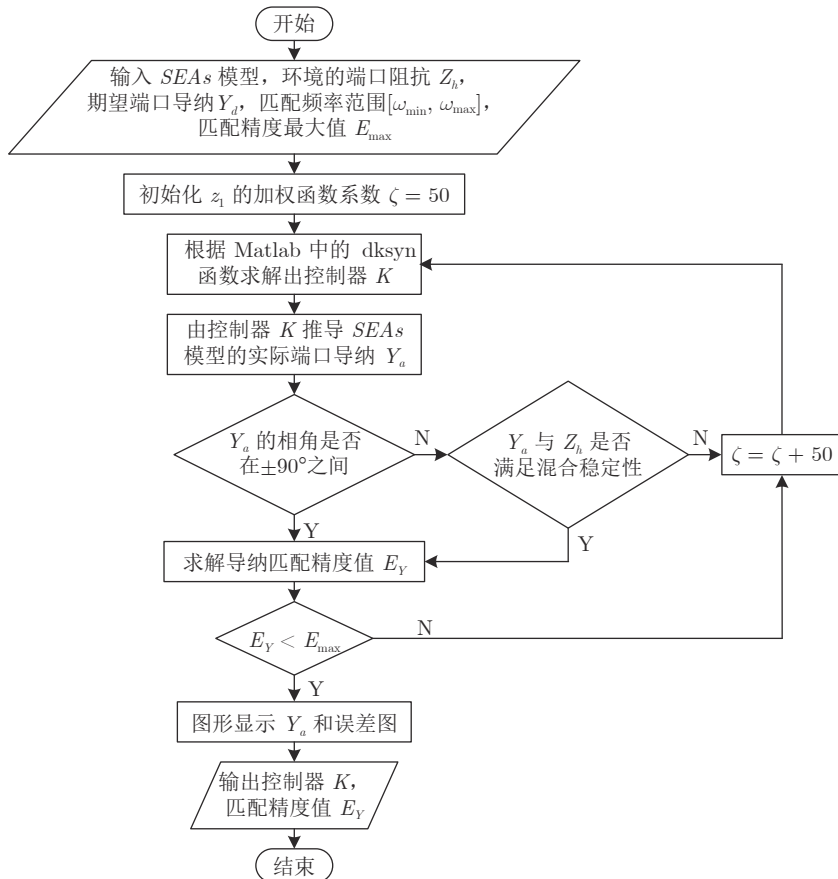


图 6 导纳控制器的求解过程

Fig.6 The solving procedure of admittance controller

的初值得到不同的控制器. 所以, 可根据控制器阶数和匹配精度, 选出合适的控制器.

4 数值仿真

依据实际的柔性关节^[31-33] 以及文献中人手臂的参数^[30, 34-35], 得到如表 1 所示的仿真参数. 假设人手臂的反应频率 f 上限为 70 rad/s, 即, 超过该频率后, 手臂的阻抗开始衰减. 于是, 人体手臂的阻抗模型为:

$$Z_h(s) = \left(m_h s + b_h + \frac{k_h}{s} \right) (f^{-1} s + 1)^{-2} \quad (5)$$

式中, $m_h = m_{hn} + m_{hd}\Delta$, $b_h = b_{hn} + b_{hd}\Delta$. $k_h = k_{hn} + k_{hd}\Delta$; m_h , b_h , k_h 分别表示人手臂质量, 阻尼和刚度; m_{hn} , b_{hn} , k_{hn} 为标称值; m_{hd} , b_{hd} , k_{hd} 为最大偏差值, Δ 的范数小于 1.

表 1 SEAs 仿真参数

Table 1 The SEAs simulation parameter values

| 参数 | 值 | 单位 | 参数 | 值 | 单位 |
|------------|-------|---------------------|----------|------|---------------------|
| M_{mn} | 0.61 | kg · m ² | m_{hn} | 0.4 | kg · m ² |
| δ_m | 0.06 | — | m_{hd} | 0.1 | kg · m ² |
| D_{mn} | 4.9 | N · m · s/rad | b_{hn} | 2.1 | N · m · s/rad |
| D_{md} | 1.0 | N · m · s/rad | b_{hd} | 0.5 | N · m · s/rad |
| k_n | 696.9 | N · m/rad | k_{hn} | 30 | N · m/rad |
| k_d | 20 | N · m/rad | k_{hd} | 5 | N · m/rad |
| M_l | 0.14 | kg · m ² | D_l | 0.01 | N · m · s/rad |

图 7 给出了理想和实际的人手臂标称阻抗模型的 Nyquist 图. 从图中看出, 在高频段, 人手臂的实际阻抗随着频率的增大而减小.

图 8 为控制器求解以及如何进行交互仿真验证的流程图.

4.1 控制器的求解

首先根据期望的端口导纳进行控制器的求解. 图 9 和图 10(a)、(d) 中虚线为含有参数不确定性的一簇实际端口阻抗/导纳频响曲线, 点画线表示不控制时 SEAs 标称模型端口阻抗/导纳, 实线为标称模型对应的实际端口阻抗/导纳频响曲线, 点线为期望的端口导纳.

1) 零阻抗模式

图 9 给出了满足无源性的零阻抗交互实现. 从图 9 中可以看到在频率小于 1 rad/s (0.16 Hz) 时, 端口呈现很低的阻尼特性, 大于该频率后, 端口呈现近似 M_l 质量块的频率特性, 端口阻抗的相角在 $\pm 90^\circ$ 之间, 满足无源性.

2) 4 种导纳模式

4 种期望导纳的传递函数形式分别为: $\frac{s}{k_{vir}}$

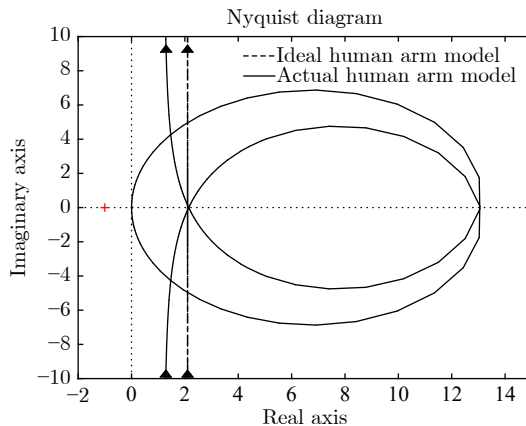


图 7 人手臂阻抗图

Fig. 7 Impedance of human arm

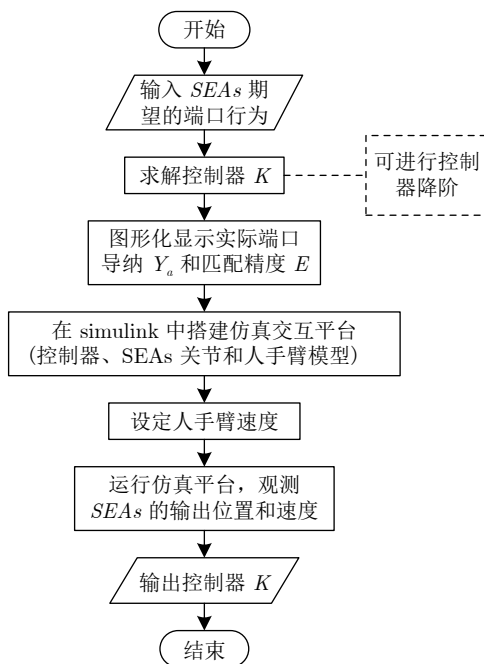


图 8 控制器求解和交互仿真验证流程图

Fig. 8 Flow chart of controller solving and interactive simulation verification

表示纯弹簧形式; $\frac{s}{k_{vir} + b_{vir}s}$ 表示弹簧与阻尼并联形式; $\frac{k_{vir} + b_{vir}s}{k_{vir}b_{vir}}$ 表示弹簧与阻尼串联形式; $\frac{s}{k_{vir} + b_{vir}s + m_{vir}s^2}$ 表示弹簧, 阻尼与质量块并联形式; 其中 k_{vir} 表示期望的刚度值, b_{vir} 表示期望的阻尼值, m_{vir} 表示期望的质量块值.

图 10 分别给出了 4 种导纳交互模式下的端口导纳. 依据混合稳定性判据, 均能与手臂进行稳定交互.

图 10(a) 中实现了 1 000 N/m 超过弹簧物理刚度的端口导纳, 图 10 (a), (b) 和 (d) 均能在设定的

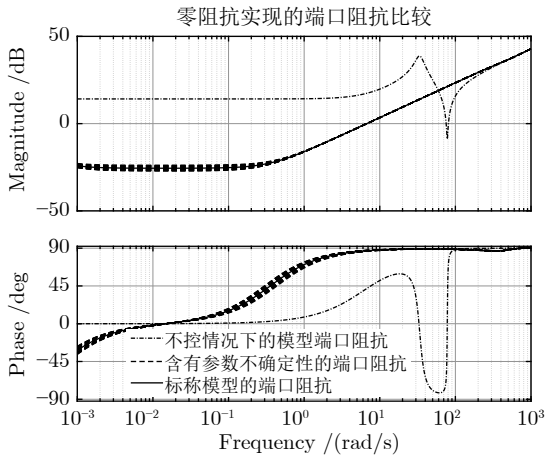


图 9 零阻抗的频率响应图

Fig.9 Bode diagrams of zero impedance

频段实现期望导纳, 但图 10(c) 在高频段出现了一定的匹配误差, 其设计的端口导纳参数已分别在图中标注.

图 10(e) 给出了图 10(a)、(d) 中 4 种形式分别与期望导纳的误差图. 4 条误差曲线均随着频率的增大而增大, 其中实线的误差值最小. 根据式 (4) 计

算 4 条曲线在 $[10^{-2}, 10^2]$ rad/s 频率范围内的匹配精度值 (已在图中标明), 在该范围内弹簧 - 阻尼 - 质量块并联形式与期望的导纳最接近. 误差曲线可准确地表征在设计期望的端口导纳过程中, 不同的设计方法对应的实际端口导纳匹配情况, 匹配精度值能全局衡量频段内与期望导纳的接近程度.

图 10(f) 给出弹簧 - 阻尼 - 质量块并联情况下 (期望的端口参数见图 10(d) 所示), 采用不同反馈情况下的误差曲线. 从该图中可以清楚的看到双反馈控制的误差要小于单反馈控制.

3) 举例说明控制器降阶及混合稳定性的应用

该节以导纳设计中的弹簧 - 阻尼 - 质量并联形式为例, 对该控制器进行降阶并说明混合稳定性的应用. 参数值如图 10(d) 所示. 原控制器为 9 阶, 在对控制器的 Hankel 奇异值进行评估, 可知降为 7 阶时误差最小, 采用平方根平衡截断法进行降阶, 降阶后的控制器如式 (6) 所示.

图 11(a) 为控制器降阶前后的误差曲线比较, 实线为降阶前的误差曲线, 虚线为降阶后的误差曲线, 二者的匹配精度值相差 0.6. 同时图 11(b) 给出了降阶前后的端口导纳 Nyquist 图比较. 图 11(c)

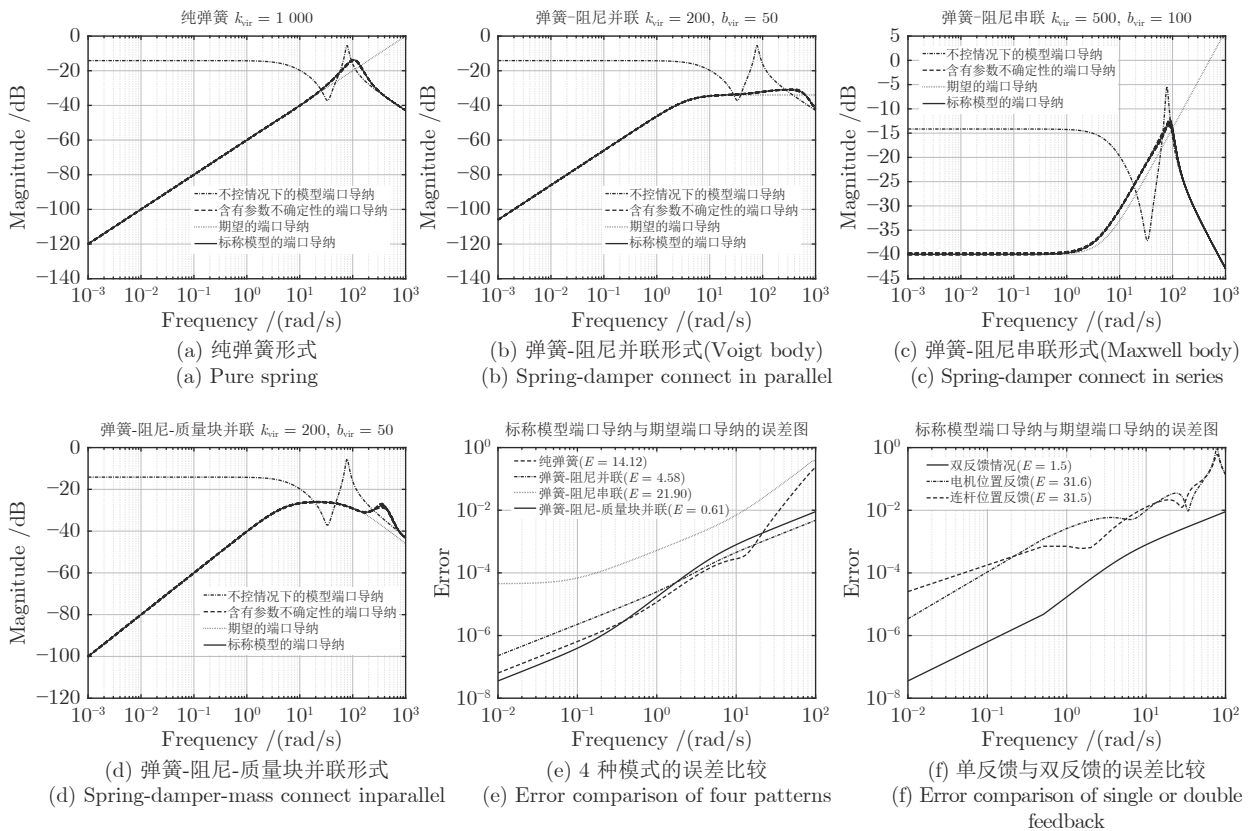


图 10 4 种导纳模式的交互设计

Fig.10 Interactive design of four admittance modes

表示交互的 Nyquist 图, 其控制器降阶前后的实际端口导纳见图 11(b), 人手臂模型的端口阻抗图见图 7, 实线为原控制器交互的 Nyquist 曲线, 虚线为控制器降阶的交互曲线, 降阶前后, 该曲线均没有围绕 $-1 + j0$ 点, 即控制器在与人手臂接触时稳定, 因此降阶前后控制器均满足混合稳定性要求。

4.2 交互仿真

在 Simulink 中搭建交互仿真平台, 通过模拟人手臂推动 SEAs 关节末端的过程, 验证求解出的控制器. 图 12(a) 中的虚线是给定的人手臂输出速度曲线, 即人手臂缓慢加速在 3 s 后以恒定的速度推动负载端。

1) 零阻抗模式

图 12 为零阻抗时的端口行为, 图 12(a) 中实线为 SEAs 负载末端即连杆的速度, 在控制器使端口呈现零阻抗时, 图 12(a) 两条曲线基本吻合, 实现了 SEAs 的跟随运动过程; 图 12(b) 中曲线为 SEAs 末端连杆侧的位置曲线, 随着施加外力, 负载端的位置逐渐增大; 图 12(c) 中实线为在实现期望速度过程中人手臂的施力曲线, 虚线为 SEAs 中弹簧的受力曲线, 因 SEAs 系统考虑了电机侧和接口侧的摩擦特性, 故弹簧力应克服电机侧摩擦力; 人手臂施力应克服接口轴承的摩擦力和弹簧力, 图中曲线符合运动过程的受力平衡情况, 因此整个过程符合零阻抗的设计要求。

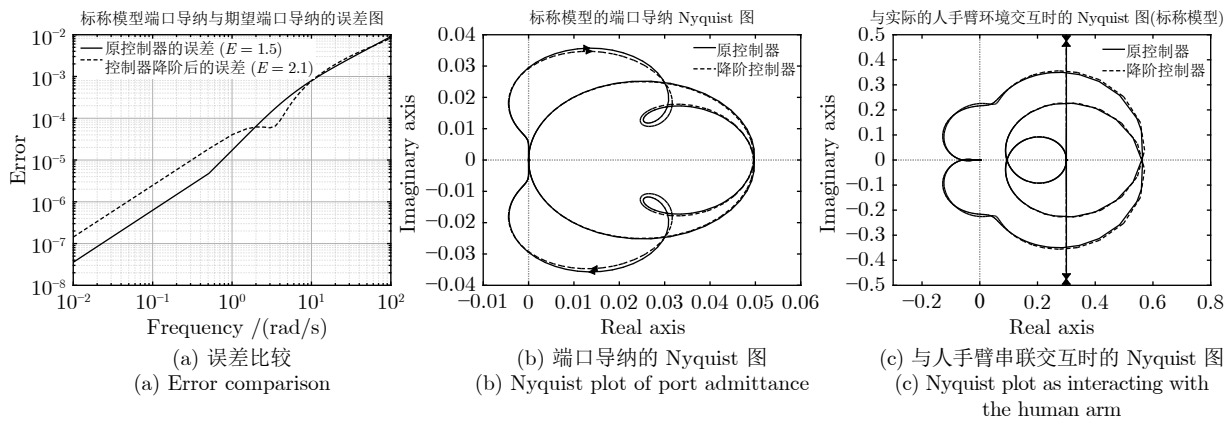


图 11 导纳模式 (弹簧 - 阻尼 - 质量块并联模型) 控制器降阶前后的比较

Fig. 11 Demotion of the admittance mode controller (spring-damper-mass connect in parallel)

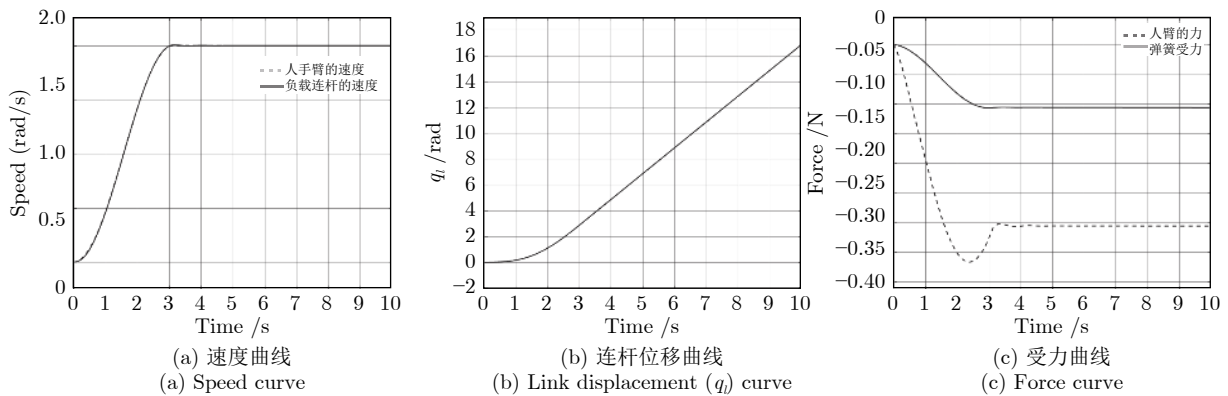


图 12 零阻抗的交互仿真

Fig. 12 Interactive simulation of zero impedance

$$\begin{cases} K_{q_l-\tau_m}^7 = \frac{1\ 364(s+0.46)(s-29.44)(0.01s^2+2.49s+254)(0.01s^2+4.38s+1107)}{(0.1s+8.79)(0.1s+0.34)(0.1s+0.03)(0.01s^2+21.04s+1\ 439)(0.01s^2+10.52s+7\ 580)} \\ K_{q_m-\tau_m}^7 = \frac{43(s+187.4)(s+0.4615)(0.01s^2+1.46s+234)(0.01s^2+1.15s+7021)}{(0.1s+8.79)(0.1s+0.34)(0.1s+0.03)(0.01s^2+21.04s+1\ 439)(0.01s^2+10.52s+7\ 580)} \end{cases} \quad (6)$$

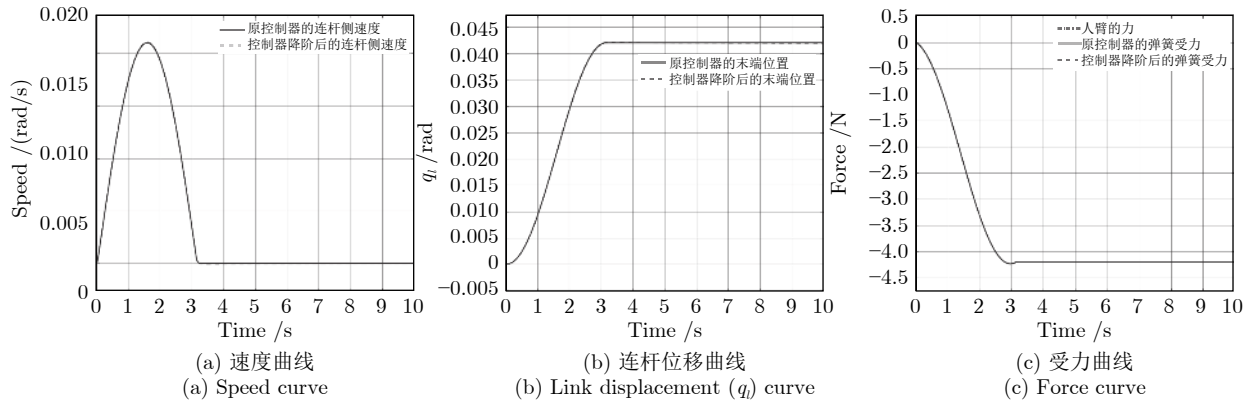


图 13 导纳模式 (弹簧-阻尼-质量块并联模型) 的交互仿真

Fig. 13 Interactive simulation of admittance mode (spring-damper-mass connect in parallel)

2) 导纳模式

以导纳模式中的弹簧 - 阻尼 - 质量块并联情况为例, 验证控制器降阶前后的交互过程, 如图 13 所示。

期望的端口导纳参数如图 10(d) 所示, 实线为原 9 阶控制器, 虚线为降阶后的 7 阶控制器, 因实际端口导纳中存在弹簧特性, SEAs 中的物理弹簧受力会与外力平衡, 故负载端的位置最终会处于静止状态。对比两种曲线可知降阶前后的控制器在运动过程虽略有差别, 但总体影响不大, 因此控制器的求解及降阶符合设计要求。

5 总结

本文使用 μ 综合解决了含有不确定性 SEAs 的导纳控制问题。不确定性包括模型参数摄动, 传感器噪声, 输入干扰和控制输入限制等。通过选择 z_1 加权函数使受控系统的端口导纳逼近期望导纳, 呈现低频段无源, 高频段小增益的特点, 解决了系统与环境的交互稳定性问题, 实现独立于环境的导纳控制器设计。以零阻抗和 4 种导纳模型的端口导纳特性为例, 设计满足混合稳定性条件的导纳控制器, 并对控制器进行了降阶。仿真结果表明, 该方法能有效地设计 SEAs 鲁棒导纳控制器。

References

- Pratt G A, Williamson M M. Series elastic actuators. In: Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Pittsburgh, PA, USA: IEEE, 1995. 399-406
- Wang Meng, Sun Lei, Yin Wei, Dong Shuai, Liu Jing-Tai. Series elastic actuator torque control approach for interaction application. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(8): 1319-1328 (王萌, 孙雷, 尹伟, 董帅, 刘景泰. 面向交互应用的串联弹性驱动器力矩控制方法. *自动化学报*, 2017, **43**(8): 1319-1328)
- Wolf S, Grioli G, Eiberger O, Friedl W, Grebenstein M, Höppner H, et al. Variable stiffness actuators: review on design and components. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, **21**(5): 2418-2430
- Tan Min, Wang Shuo. Research progress on robotics. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(7): 963-972 (谭民, 王硕. 机器人技术研究进展. *自动化学报*, 2013, **39**(7): 963-972)
- Hu Jin, Hou Zeng-Guang, Chen Yi-Xiong, Zhang Feng, Wang Wei-Qun. Lower limb rehabilitation robots and interactive control methods. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(11): 2377-2390 (胡进, 侯增广, 陈翼雄, 张峰, 王卫群. 下肢康复机器人及其交互控制方法. *自动化学报*, 2014, **40**(11): 2377-2390)
- Ju Z, Yang C, Ma H. Kinematics modeling and experimental verification of baxter robot. In: Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference, Nanjing, China: IEEE, 2014. 8518-8523
- Veneman J F, Ekkelenkamp R, Kruidhof R, van der Helm F C T, Van Der Kooij H. A series elastic and bowden-cable-based actuation system for use as torque actuator in exoskeleton-type robots. *International Journal of Robotics Research*, 2006, **25**(3): 261-281
- Hogan N. Impedance control: an approach to manipulation: Part I. Theory, Part II. Implementation, Part III. Applications. *Journal of Dynamic Systems and Measurement Control*, 1985, **107**(1): 1-24
- Colgate J E, Hogan N. Robust control of dynamically interacting systems. *International Journal of Control*, 1988, **48**(1): 65-88
- Vallery H, Ekkelenkamp R, Van Der Kooij H, Buss M. Passive and accurate torque control of series elastic actuators. In: Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. San Diego, CA, USA: IEEE, 2007. 3534-3538
- Pratt G A, Willisson P, Bolton C, Hofman A. Late motor processing in low-impedance robots: impedance control of series-elastic actuators. In: Proceedings of the 2004 American Control Conference. Boston, MA, USA: IEEE, 2004. 3245-3251
- Vallery H, Veneman J, Asseltonk E V, Ekkelenkamp R, Buss M, Van Der Kooij H. Compliant actuation of rehabilitation robots. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2008, **15**(3):

- 60–69
- 13 Tagliamonte N L, Accoto D. Passivity constraints for the impedance control of series elastic actuators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I Journal of Systems and Control Engineering*, 2014, **228**(3): 138–153
 - 14 Xie Li-Min, Chen Li. Robust fuzzy sliding mode control of free-floating space robot with flexible-joints and bounded torques. *Engineering Mechanics*, 2013, **30**(8): 298–304
(谢立敏, 陈力. 力矩受限的柔性关节空间机器人的鲁棒模糊滑模控制. 工程力学, 2013, **30**(8): 298–304)
 - 15 Dang Jin, Ni Feng-Lei, Liu Ye-Chao, Liu Hong. Control strategy for flexible manipulator based on feedforward compensation and fuzzy-sliding mode control. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, **45**(3): 75–80
(党进, 倪风雷, 刘业超, 刘宏. 一种前馈补偿和模糊滑模相结合的柔性机械臂控制. 西安交通大学学报, 2011, **45**(3): 75–80)
 - 16 Sun Lei, Sun Wei-Chao, Wang Meng, Liu Jing-Tai. Optimal control for series elastic actuator using RISE feedback. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(12): 2170–2178
(孙雷, 孙伟超, 王萌, 刘景泰. 基于 RISE 反馈的串联弹性驱动器最优控制方法. 自动化学报, 2018, **44**(12): 2170–2178)
 - 17 Zhou K M, Doyle J C. *Essentials of Robust Control*. New Jersey: Prentice-Hall, 1999. 269–270
 - 18 He Zhen, Jiang Xiao-Ming, Meng Fan-Wei Zhou Di. $D-K$ iteration algorithm for μ -synthesis. *Electric Machines and Control*, 2010, **14**(9): 31–35
(何朕, 姜晓明, 孟范伟, 周获. μ 综合中的 $D-K$ 迭代算法. 电机与控制学报, 2010, **14**(9): 31–35)
 - 19 Namerikawa T, Matsumura F, Fujita M. Robust control of a robot manipulator using a linear parameter varying representation. In: Proceeding of the 1996 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT'96). Shanghai, China: IEEE, 1996: 489–492
 - 20 Ishiguro T, Oshima K, Kang Z, Hayakawa Y, Fujii S. Vibration control of SCARA type robot based on μ -synthesis. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*, 1996, **62**(595): 852–859
 - 21 Zhang S Y, Han J W, Zhao H, Huang Q T. Application of μ theory in compliant force control. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2007, **19**(1): 89–96
 - 22 Zhang H, Ahmad S, Liu G. Modeling of torsional compliance and hysteresis behaviors in harmonic drives. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, **20**(1): 178–185
 - 23 Marquez H J. Nonlinear Control Systems: Analysis and Design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(7): 1225–1226
 - 24 Van Der Schaft A J. L_2 -gain and passivity techniques in nonlinear control. London: Springer, 2017. 123–136
 - 25 Griggs W M, Anderson B D O, Shorten R N. A test for determining systems with "mixed" small gain and passivity properties. *Systems and Control Letters*, 2011, **60**(7): 479–485
 - 26 Barros D, Fekri S, Athans M. Robust mixed- μ synthesis performance for mass-spring system with stiffness uncertainty. In: Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation Intelligent Control. Limassol, Cyprus: IEEE, 2005. 743–748
 - 27 Control of a Spring-Mass-Damper System Using Mixed μ -Synthesis. MathWorks Inc, R2016a
 - 28 Robust Control of an Active Suspension. *MathWorks Inc*, R2016a
 - 29 Joshi S M, Kelkar A G. Passivity-based robust control of systems with redundant sensors and actuators. *International Journal of Control*, 2001, **74**(5): 474–481
 - 30 Buerger S P, Hogan N. Complementary stability and loop shaping for improved human-robot interaction. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, **23**(2): 232–244
 - 31 Huang Y, Ke Y, Li F, Li S. Cascade control for SEAs and its performance analysis. In: Proceedings of the International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Wuhan, China: Springer, 2017, 823–834
 - 32 Li S. Design and Control of Humanoid Rehabilitation Robot for Apoplectic Hemiplegia [Ph. D. dissertation], Beijing Institute of Technology, 2018.
 - 33 Huang Y, Li Z, Duan X. Cascade control for compliant joint robots with redundant position sensors. In: Proceedings of the IEEE 55th Conference on Decision and Control. Las Vegas, NV, USA: IEEE, 2016, 6427–6433
 - 34 Stroeve S. Impedance characteristics of a neuromusculoskeletal model of the human arm I posture control. *Biological Cybernetics*, 1999, **81**(5-6): 475–494
 - 35 Burdet E, Osu R, Franklin D W, Yoshioka T, Milner T E, Kawato M. A method for measuring endpoint stiffness during multi-joint arm movements. *Journal of Biomechanics*, 2000, **33**(12): 1705–1709



李思奇 北京理工大学机电学院博士研究生. 2011 年获得太原科技大学机械工程硕士学位. 主要研究方向为电路设计, 鲁棒控制, 人-机交互控制. E-mail: rxjrlsq@163.com

(LI Si-Qi) Ph.D. candidate at the School of Mechatronic Engineering, Beijing Institute of Technology. She received her master degree in mechanical engineering from Taiyuan University of Science and Technology in 2011. Her research interest covers circuit design, robust control, and human-robot interaction control.)



黄远灿 北京理工大学机电学院副教授, 博士. 主要研究方向为柔性机器人, 阻抗控制和非线性系统控制. 本文通信作者.

E-mail: yuancanhuang@bit.edu.cn
(HUANG Yuan-Cun) Ph.D., associate professor at the School of Mechatronic Engineering, Beijing Institute of Technology. His research interest covers flexible robot, impedance control, and nonlinear system control. Corresponding author of this paper.)