

基于区间箱粒子多伯努利滤波器的传感器控制策略

陈辉¹ 邓东明¹ 韩崇昭²

摘要 多目标跟踪中的传感器控制本质上是一个最优非线性控制问题, 其在理论分析和计算上极具挑战性. 本文基于区间不确定性推理, 利用箱粒子多伯努利滤波器提出了一种基于信息测度的传感器控制策略. 首先, 本文利用箱粒子实现多伯努利滤波器, 并通过一组带有权值的箱粒子来表征多目标后验概率密度函数. 其次, 利用箱粒子的高斯分布假设, 将多伯努利密度近似为高斯混合. 随后, 选择柯西施瓦兹 (Cauchy-Schwarz, CS) 散度作为评价函数, 并详细推导了两个高斯混合之间的 CS 散度的求解公式, 以此为基础提出相应的传感器控制策略. 此外, 作为一种对比方案, 利用蒙特卡罗方法, 本文还给出了通过对箱粒子进行混合均匀采样, 进而通过点粒子求解 CS 散度的递推公式, 并提出了相应的控制策略. 最后, 仿真实验验证了所提算法的有效性.

关键词 多目标跟踪, 箱粒子, 区间分析, 高斯混合, 传感器控制

引用格式 陈辉, 邓东明, 韩崇昭. 基于区间箱粒子多伯努利滤波器的传感器控制策略. 自动化学报, 2021, 47(6): 1428–1443

DOI 10.16383/j.aas.c180541

Sensor Control Based on Interval Box-particle Multi-Bernoulli Filter

CHEN Hui¹ DENG Dong-Ming¹ HAN Chong-Zhao²

Abstract In multi-target tracking, sensor control is essentially an optimal nonlinear control problem. And it is also challenging in theoretical analysis and calculation. On the basis of interval uncertainty reasoning, this paper proposes an information measure based sensor control via box-particle multi-Bernoulli filter. First, the box-particle multi-Bernoulli filter is given and the posterior multi-Bernoulli density is approximated by a set of box particles with weights. Then, by constructing a box particle as a Gaussian distribution, the multi-Bernoulli density is approximated by mixed Gaussian components. Subsequently, this paper chooses the Cauchy-Schwarz (CS) divergence as the evaluation function, and deduces the CS divergence in detail between two Gaussian mixed multi-Bernoulli densities. The corresponding sensor control strategy is also proposed. Furthermore, as a compared scheme, this paper also gives a recursive formula for solving CS divergence by sampling particles from a box in the mixed uniform way using Monte Carlo method and presents the corresponding control strategy. Finally, simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words Multi-target tracking, box-particle, interval analysis, Gaussian mixture, sensor control

Citation Chen Hui, Deng Dong-Ming, Han Chong-Zhao. Sensor control based on interval box-particle multi-Bernoulli filter. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(6): 1428–1443

多目标跟踪中传感器控制的核心是根据一定的优化准则, 选择传感器的工作状态或运行参数, 进而控制量测过程以达到优化多目标跟踪性能的目的. 本质上, 它是一个最优非线性控制问题. 这类问题的解决通常是在部分可观测马尔科夫决策过

程 (Partially observable Markov decision process, POMDP) 的理论框架下^[1–4] 进行. POMDP 一般包括表征状态信息的多目标概率密度函数, 一个可允许的传感器控制集和评价函数. 然而, 多目标传感器控制问题一般处理高度复杂的多目标随机系统, 其目标的数量不仅随时间变化, 而且其量测也会受到漏检和虚警的影响. 这些复杂的不确定性因素都使得多目标传感器控制策略的求解变得非常困难.

近些年来, 基于随机有限集 (Random finite set, RFS) 的多目标跟踪方法备受关注. 该方法将多目标状态和多目标量测建模为有限集值. 同时通过引入有限集统计 (Finite set statistics, FISST)^[5–6] 理论, 将杂波环境下的多目标状态估计问题描述为贝叶斯滤波问题, 从而避免了传统跟踪算法中较难处理的数据关联问题. 基于 RFS 的多目标跟踪方法可在贝叶斯滤波框架下根据每个时刻接收的集值量测递推更新多目标状态的概率密度函数. 为简化在多

收稿日期 2018-08-09 录用日期 2018-12-12
Manuscript received August 9, 2018; accepted December 12, 2018

国家自然科学基金 (61873116, 61763029), 国防基础科研项目 (JCKY2018427C002), 甘肃省科技计划项目 (20JR10RA184) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61873116, 61763029), National Defense Basic Research Project of China (JCKY2018427C002), Gansu Provincial Science and Technology Planning (20JR10RA184)

本文责任编辑 曹向辉
Recommended by Associate Editor CAO Xiang-Hui
1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院 兰州 730050 2. 西安交通大学电子与信息工程学院综合自动化研究所 西安 710049

1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050 2. Institute of Integrated Automation, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

目标状态空间上直接求解多目标贝叶斯滤波器的复杂度, Mahler 和 Vo 提出了一系列最优近似多目标滤波器^[7-14], 包括矩递推滤波器和形式多样的(有标签和无标签)多伯努利滤波器. 这些方法目前已应用 在多目标传感器控制问题^[15-19] 中. 值得注意的是, 这些传统的量测模型通常用量测噪声来表征量测模型的不确定性, 称为统计不确定性. 然而, 在许多实际应用中, 这种标准的量测建模方式是不够准确的. 例如, 复杂的监控系统通常会遭遇未知的同步偏差和系统延迟. 由此产生的量测通常会受到典型未知分布和偏差的边界误差的影响. 此时, 这种带有边界误差的量测可以用一个“区间量测”而不是点值量测来描述. 区间量测表示一种不确定性, 称为集论不确定性^[20-21]. 文献 [22] 结合序贯蒙特卡罗方法和区间分析技术, 在目标跟踪背景下首次提出箱粒子的概念, 其核心思想是利用状态空间内的多维区间或者体积非零的矩形区域代替传统的点粒子, 同时用误差界限模型代替传统的误差统计模型. 作为一种“广义粒子滤波”算法, 箱粒子滤波仍然在贝叶斯滤波框架下进行^[23], 并通过一组带有权值的箱粒子来表征多目标后验概率密度函数. 由于箱粒子可以被解释为一种由大量点粒子组成的集总形式, 因此, 用箱粒子滤波器进行状态估计时相当于箱粒子所覆盖的空间中的所有点粒子都参与估计, 这就在很大程度上减少了所需粒子的数量, 降低了算法的复杂度, 节省了计算资源, 提高了算法的运行速度. 鉴于箱粒子滤波器估计效果较好, 运行速度更快的优点, 近几年, 已有一些学者相继提出了箱粒子概率假设密度滤波器^[24], 箱粒子(多)伯努利滤波器^[25-28] 等.

箱粒子滤波器运行速度快的优点使得其与传感器管理的结合更具优势. 遗憾的是, 截至目前基于箱粒子滤波器的传感器管理并没有引起太多学者的关注, 而且在我们现有的知识背景中, 也并未查阅到有相关研究成果的发表. 实际上, 基于箱粒子滤波器进行传感器控制策略的求解, 最大的难题在于如何用表征多目标概率密度的箱粒子直接求解以信息散度为代表的评价函数. 这与利用点粒子求解评价函数大不相同. 由于德尔塔粒子的正交特性和易于求解积分的特点, 点粒子求解评价函数是方便和容易的. 但箱粒子作为体积非零的矩形区域, 其并没有正交消除冗余项的便利, 因此直接利用箱粒子求解评价函数是极其困难的.

鉴于此, 本文基于区间不确定性推理, 利用箱粒子多伯努利滤波器提出了一种基于信息测度的传感器控制策略. 首先, 利用箱粒子实现多伯努利滤波器, 并通过一组带有权值的箱粒子来表征多目标后验概率密度函数. 其次, 利用箱粒子的高斯分布假设, 将多伯努利密度近似为高斯混合. 显然, 这

不但避免了利用箱粒子直接求取评价函数的难题, 而且将其转化为利用高斯混合求解评价函数的问题. 随后, 针对高斯混合分布间的信息增益大都不存在闭式解的问题, 本文基于高斯混合多伯努利滤波器, 研究并推导了两个高斯混合之间的柯西施瓦兹(Cauchy-Schwarz, CS) 散度求解公式, 并以此为基础提出相应的传感器控制策略. 为了对比说明所提方案的合理性和有效性, 基于蒙特卡罗方法, 本文也给出了通过混合均匀采样近似箱粒子, 进而利用点粒子求解 CS 散度的递推公式, 并给出了相应的传感器控制策略. 最后, 仿真实验验证了所提算法的有效性.

1 问题描述

1.1 多目标随机有限集建模

对于一个单目标系统, 目标状态和量测一般由不同维数的随机矢量构成. 这些矢量在随时间演变的过程中, 其维数是恒定的. 而多目标系统显然并非如此, 其状态和量测一般由各自包含多个状态和量测的集合构成, 且维数随时间而变化. 假定 $k-1$ 时刻在目标状态空间 $\mathcal{X} \subseteq \mathbf{R}^{n_x}$ 中存在 $N_x(k-1)$ 个目标, 状态分别为 $\mathbf{x}_{1,k-1}, \dots, \mathbf{x}_{N_x(k-1),k-1}$, 目标状态维数为 n_x . 随着时间的演化, 这些目标可能会消亡, 或以新的状态继续存活, 而新的目标也有可能出现. 此时, k 时刻 $N_x(k)$ 个目标的状态可记为 $\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{N_x(k),k}$, 且状态顺序和目标顺序无关. 同时, k 时刻传感器接收到 $M_z(k)$ 个量测在量测空间 $\mathcal{Z} \subseteq \mathbf{R}^{n_z}$ 中取值分别为 $\mathbf{z}_{1,k}, \dots, \mathbf{z}_{M_z(k),k}$, 量测维数为 n_z . 这些量测既可能来自于目标, 也可能来自于杂波, 并且量测顺序和目标顺序无关. 那么, k 时刻多目标状态 $X_k = \{\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{N_x(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ 和多目标量测 $Z_k = \{\mathbf{z}_{1,k}, \dots, \mathbf{z}_{M_z(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 都分别构成一个无序的 RFS. 其中, $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ 表示 \mathcal{X} 所有有限子集的并集, $\mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 表示 \mathcal{Z} 所有有限子集的并集. 在区间不确定性分析中, 量测一般表示为区间量测, 此时多目标量测为 $Z_k = \{[\mathbf{z}]_{1,k}, \dots, [\mathbf{z}]_{M_z(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{IZ})$, 其中 \mathcal{IZ} 为区间量测空间, $\mathcal{F}(\mathcal{IZ})$ 表示 \mathcal{IZ} 所有有限子集的并集. 对于 $k-1$ 时刻给定的多目标状态 X_{k-1} , 假设目标 $\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}$ 以存活概率 $p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ 继续存活在 k 时刻. 若不考虑衍生目标, 则多目标状态集 X_k 可建模为

$$X_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right] \cup \Gamma_k \quad (1)$$

其中, $S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ 是从 $k-1$ 时刻到 k 时刻存活目标状态的 RFS. Γ_k 为 k 时刻新生目标状态的 RFS.

假设目标状态转移方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = f_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (2)$$

其中, f_k 是系统的状态转移矩阵, $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$ 为过程噪声.

此外, 假设 k 时刻传感器以检测概率 $p_{D,k}(\mathbf{x}_k)$ 检测到目标 $\mathbf{x}_k \in X_k$, 且被检测目标以式 (3) 产生量测 $\mathbf{z}_k \in Z_k$.

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{s,k}(\nu)) + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

其中, \mathbf{v}_k 为量测噪声. 在本文的实际仿真场景中, p_v 描述为零均值高斯白噪声. k 时刻的传感器位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu) = [x_{s,k}(\nu), y_{s,k}(\nu)]^T$ 由传感器控制方案 ν 所决定. 考虑传感器检测不确定性, 此时传感器对应目标量测是一个 RFS, 可表示为 $\Theta_k(\mathbf{x}_k)$. 若考虑杂波的影响, 则 k 时刻传感器接收到的多目标量测集 Z_k 可建模为

$$Z_k = \left[\bigcup_{\mathbf{x}_k \in X_k} \Theta_k(\mathbf{x}_k) \right] \cup K_k^C \quad (4)$$

其中, K_k^C 表示 k 时刻的杂波过程, 它是一个泊松 RFS, 其强度函数为 $\kappa_k(\cdot)$.

1.2 多目标跟踪中基于信息论的传感器控制方法

多目标跟踪中基于信息论的传感器控制通常是在 POMDP 框架下进行的. 实际上, POMDP 是马尔科夫决策过程的推广形式, 其通常包括三个要素: 表征多目标状态信息的概率密度函数, 一个可允许的传感器控制集合和评价函数. 具体来讲, FISST 理论框架下的多目标状态信息可用 k 时刻多目标后验概率密度 $p_{k|k}(X_{k|k}|Z_{1:k})$ 来描述. 用 U_k 表示 k 时刻可允许的传感器控制集合, 每一个传感器控制 $\nu \in U_k$ 决定下一时刻传感器的位置. 对于每一个传感器控制 ν 给定一个对应的评价函数 $\mathcal{R}(\nu)$. 则最优控制序列 u_k 可按以下准则确定

$$u_k = \underset{\nu \in U_k}{\operatorname{argmax}} \mathbb{E}\{\mathcal{R}(\nu, p_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1}), Z_k(\nu))\} \quad (5)$$

其中, $p_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1})$ 表示 k 时刻多目标先验概率密度, $\mathcal{R}(\nu, p, Z)$ 是与传感器控制 ν 相关的评价函数, 由未来量测集 $Z_k(\nu)$ 所决定. 通常未来量测集可由式 (3) 和 (4) 获得. 但这种方法通常会给传感器的求解带来极大的计算负担. 比较常用且实际的做法是在不考虑杂波、噪声且检测概率 $p_{D,k} = 1$ 的情况下, 对每一个控制 ν 产生一个预测理想量测集 (Predicted ideal measurement set, PIMS)^[29-30], 进而用 PIMS 代替实际量测来进行传感器控制的求解.

此外, 评价函数依据控制决策评价体系的不同可分为两大类: 基于任务驱动和基于信息驱动. 基于任务驱动的传感器控制策略旨在某个单一准则下基于某个特殊任务进行优化. 而基于信息驱动的传感器控制策略由于能够兼顾多任务指标的竞争优化而备受关注, 其评价函数通常反映了多目标概率密度间的信息增益 $D_I(\cdot, \cdot)$, 即 $\mathcal{R}(\nu)$ 选择为信息测度

$$\mathcal{R}(\nu) = D_I(p_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1}), p_{k|k}(X|Z_{1:k}, Z_k(\nu))) \quad (6)$$

1.3 区间分析

区间分析又称区间数学, 是一门用区间变量代替点变量进行运算的数学分支. 通常, 由于测量误差的存在, 滤波会产生不精确结果, 而区间分析技术却能精确给出误差界限. 因此利用区间分析技术进行运算, 其运算结果相对于传统数学方法具有更高的置信度.

区间通常定义在实数域 \mathbf{R} 内, 是一个连续且封闭的实数子集, 表示为 $[x] = [x, \bar{x}] \in \mathbf{R}$. 其中, $x \in \mathbf{R}$ 表示区间下界, $\bar{x} \in \mathbf{R}$ 表示区间上界. 一般地, 一个 d 维区间或者箱体 $[\mathbf{x}] \in \mathbf{R}^d$ 是 d 个一维区间的笛卡尔乘积, 表示为 $[\mathbf{x}] = [x_1] \times \cdots \times [x_d]$. 箱体的体积定义为 $||[\mathbf{x}]||$.

值得注意的是, 对于一个非线性系统, 箱体 $[\mathbf{x}]$ 在经过非线性转移函数 f 传递后一般会得到不规则的非箱体形状. 为了保证转移后得到规则形状, 以便于分析计算, 区间分析技术引入了包含函数 (Inclusion functions) 的概念, 其目的是通过包含函数快速的找到包围这种不规则形状的最小箱体. 若有函数 f , 其包含函数可定义为: 已知函数 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, 如果 $\forall [\mathbf{x}] \in \mathbf{IR}, [f]([\mathbf{x}]) \supseteq f([\mathbf{x}])$, 那么区间函数 $[f]: \mathbf{IR}^n \rightarrow \mathbf{IR}^m$ 是包含函数. 收缩算法是区间分析技术中的另一个重要概念, 实现箱子收缩首先要解决的问题就是“约束满足问题 (Constraint satisfaction problems, CSP)”. 它的实质是在约束集 $H: (f(x) = 0, x \in [x])$ 中寻找一个满足约束函数 $f(x) = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0$ 的最小约束集 S , 即找到一个包含 $[\mathbf{x}]$ 中所有 \mathbf{x} 且满足约束函数 f 的最小体积 $[\mathbf{x}]$. 本文采用一种被广泛应用的约束传播方法 (Constraints propagation, CP)^[25], 又称为前向后向法.

2 Box-CBMeMBeR 滤波器

2.1 SMC-CBMeMBeR 的本质

CBMeMBeR 作为 MeMBeR 的改进版本, 在概念上完全不同于 PHD 和 CPHD. 它并没有“压缩”状态信息, 进而用统计特性去近似多目标密度, 而是

通过传递一组相互独立且数量固定的伯努利参数来直接近似多目标密度. 显然, CBMeMber 的这种优势为多目标跟踪问题的递推求解和执行效率提供了极大的方便和提高. SMC-CBMeMber 作为多伯努利滤波器的具体实现形式之一, 本质上是随时间传递和更新一组德尔塔粒子和对应的权值, 并最终由这组带有权值的德尔塔粒子的加权和近似表征多伯努利密度.

2.2 点粒子到箱粒子

在 SMC-CBMeMber 中, 假设多目标多伯努利密度可以表示为 $\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)}(\mathbf{x}))\}_{i=1}^M$, 其中 $r^{(i)}$ 表示第 i 个伯努利过程的存在概率, $p^{(i)}(\mathbf{x})$ 表示该伯努利过程的概率分布, M 为伯努利过程个数. $p^{(i)}(\mathbf{x})$ 一般有如下形式

$$p^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L^{(i)}} w^{(i,j)} \delta_{\mathbf{x}^{(i,j)}}(\mathbf{x}) \quad (7)$$

其中, $L^{(i)}$ 表示该概率分布的粒子个数, $w^{(i,j)}$ 是其对应的粒子权值, $\delta_{\mathbf{x}^{(i,j)}}(\mathbf{x})$ 为狄拉克德尔塔函数. 当 $L^{(i)} \rightarrow \infty$ 时, 式 (7) 收敛于 $p^{(i)}(\mathbf{x})$. 一般地, 粒子个数通常会对滤波器的性能产生极大影响. 粒子数越多, 滤波器整体性能越优异, 这显而易见. 但与此同时, 大量的粒子参与滤波过程会极大地提高算法的计算复杂度. 文献 [22] 结合粒子滤波技术和区间分析技术, 提出了一种利用箱粒子代替点粒子, 进而减少粒子个数的处理方法. 此外, 文献 [22–26] 将每个“箱体”刻画成一个以箱粒子为支撑集的概率密度函数, 每个均匀函数都充分反映了对应箱粒子的特性. 因此, 若箱粒子 $[\mathbf{x}]$ 作为支撑集, 令 $U_{[\mathbf{x}]}$ 表示该箱粒子的均匀概率密度函数, 则式 (7) 可以表示为

$$p^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L^{(i)}} w^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

事实上, Box-CBMeMber 滤波器在形式上可以看成是用箱粒子代替点粒子的 SMC-CBMeMber 滤波器, 以下将给出具体递推公式.

2.3 Box-CBMeMber 递推

1) 预测步

假设 $k-1$ 时刻后验多目标多伯努利密度表示为 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 且每一个概率密度具有以下形式

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

则 k 时刻预测多伯努利密度可表示为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (10)$$

其中, $\{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$ 表示 k 时刻存活目标多伯努利密度.

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}) \quad (11)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} \tilde{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{P,k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (12)$$

$$\tilde{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \frac{w_{P,k|k-1}^{(i,j)}}{\sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{P,k|k-1}^{(i,j)}} \quad (13)$$

$$w_{P,k|k-1}^{(i,j)} = w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}) \quad (14)$$

$\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 表示 k 时刻新生多伯努利密度.

$$r_{\Gamma,k}^{(i)} = \text{新生目标模型给定参数} \quad (15)$$

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{\Gamma,k}^{(i)}} \tilde{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (16)$$

其中, $U_{[\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{(i,j)}]}(\mathbf{x})$ 由 $p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x})$ 所决定.

$$\tilde{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} = \frac{1}{n_B} \quad (17)$$

n_B 为新生箱粒子个数.

2) 更新步

结合存活目标多伯努利密度和新生多伯努利密度, 可令 k 时刻预测多伯努利密度 $\pi_{k|k-1}$ 为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \quad (18)$$

其中

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (19)$$

则后验多伯努利密度 $\pi_{k|k}$ 可表示为

$$\pi_{k|k} \approx \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}([\mathbf{z}]), p_{U,k}(\mathbf{x}; [\mathbf{z}]))\}_{[\mathbf{z}] \in \mathcal{Z}_k} \quad (20)$$

其中, 继承航迹 (漏检) 部分的多伯努利参数 $\{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$ 为

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \rho_{L,k}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{L,k}^{(i)}} \quad (21)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \tilde{w}_{L,k}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (22)$$

$$\rho_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} p_{D,k}(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (23)$$

$$\tilde{w}_{L,k}^{(i,j)} = \frac{w_{L,k}^{(i,j)}}{\sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{L,k}^{(i,j)}} \quad (24)$$

$$w_{L,k}^{(i,j)} = w_{k|k-1}^{(i,j)} (1 - p_{D,k}(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)})) \quad (25)$$

量测更新的多伯努利密度 $\{(r_{U,k}([\mathbf{z}]), p_{U,k}(\mathbf{x}; [\mathbf{z}]))\}_{[\mathbf{z}] \in \mathcal{Z}_k}$ 的参数为

$$r_{U,k}([\mathbf{z}]) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \rho_{U,k}^{(i)}([\mathbf{z}])}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \rho_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x})^2}}{\kappa_k([\mathbf{z}]) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{U,k}^{(i)}([\mathbf{z}])}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \rho_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x})}} \quad (26)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; [\mathbf{z}]) = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \tilde{w}_{U,k}^{*(i,j)}([\mathbf{z}]) U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x}) \quad (27)$$

$$\rho_{U,k}^{(i)}([\mathbf{z}]) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \psi_{k,[\mathbf{z}]}([\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) \quad (28)$$

$$\tilde{w}_{U,k}^{*(i,j)}([\mathbf{z}]) = \frac{w_{U,k}^{*(i,j)}([\mathbf{z}])}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{*(i,j)}([\mathbf{z}])} \quad (29)$$

$$w_{U,k}^{*(i,j)}([\mathbf{z}]) = w_{k|k-1}^{(i,j)} \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}} \psi_{k,[\mathbf{z}]}([\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) \quad (30)$$

$$\psi_{k,[\mathbf{z}]}([\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) = g_k([\mathbf{z}] | [\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) p_{D,k}(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (31)$$

其中, $g_k([\mathbf{z}] | [\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) = \frac{|\mathbf{z} \cap (h_k([\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) + [\mathbf{v}])|}{|[\mathbf{v}]|}$ 为广义似然函数^[25], 当 $[\mathbf{z}] \cap (h_k([\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) + [\mathbf{v}]) \neq \emptyset$ 时, $g_k([\mathbf{z}] | [\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]) = \prod_{l=1}^{n_x} \frac{|[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}(l)]|}{|[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}(l)]|}$, $[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]$ 为收缩后的箱粒子, $[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}(l)]$ 表示 $[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]$ 第 l 维区间的长度. \mathbf{v} 为加性量测噪声, $h_k(\cdot)$ 为量测函数.

3) 重采样和状态估计

和传统的点粒子滤波器一样, 箱粒子滤波器仍然需要进行重采样. 但具体的采样方法却显著不同, 箱粒子滤波器通常采用随机子划分法进行重采样,

即将权重大的箱粒子用一组区间更小的箱粒子去替代. 此外, 目标状态是所对应箱粒子质心状态的加权和.

3 Box-CBMeMber 中基于箱粒子高斯分布近似的传感器控制方法

尽管 Box-CBMeMber 也类似地通过一组带有权值的箱粒子来逼近多伯努利密度. 但相比于 SMC-CBMeMber, 基于 Box-CBMeMber 进行传感器求解显然要困难许多. 利用点粒子求解信息散度是极具优势的, 这主要是因为狄拉克德尔塔函数 (Dirac delta function) 的正交特性和便于求解积分的特性. 而对于箱粒子, 这一体积非零的矩形区域, 显然并没有正交消除冗余项的便利. 因此, 利用箱粒子直接求解信息测度是相当困难的.

文献 [25] 利用服从高斯分布的量测噪声来构造服从均匀分布的区间量测噪声, 即给出了一种由统计不确定性转化为区间不确定性的有效方法. 该方法给本文以启发式的思考. 特别是该方法用严格的等式给出了计算过程. 由于不存在等式成立的限定条件, 因此该等式合理的给出了一个高斯分布和区间箱体相互转化的方法. 换言之, 利用区间噪声近似代替服从高斯分布的噪声, 这显然是一个可逆过程. 假设任一箱粒子 $[\mathbf{x}]$, 其质心状态 $\mathbf{m}_x = \text{mid}([\mathbf{x}]) = [x, x', y, y']^T$, 其区间中心到边界的长度 $\Delta = [\Delta_x, \Delta_{x'}, \Delta_y, \Delta_{y'}]^T$. 则可通过构造高斯分布来逼近服从混合均匀分布的箱粒子, 即

$$p(\mathbf{x}) = U_{[\mathbf{x}]}(\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_x, P) \quad (32)$$

其中, $P = \text{diag}\{(\frac{1}{3}\Delta_x, \frac{1}{3}\Delta_{x'}, \frac{1}{3}\Delta_y, \frac{1}{3}\Delta_{y'})^2\}$. 进一步, 根据式 (32), 式 (19) 可近似表达为

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (33)$$

式 (33) 的重要意义就在于代替式 (19) 来近似多伯努利密度, 如此不但避免了直接利用箱粒子求解评价函数的难题, 而且进一步将基于 Box-CBMeMber 的传感器控制求解问题转化为利用高斯混合求解评价函数的问题.

利用高斯混合求解评价函数即便在以点目标滤波器为基础的传感器控制策略中也不多见, 究其原因主要在于高斯混合分布间的信息散度大都不存在闭式解. 尽管如此, 相比于点粒子求解评价函数, 高斯混合求解仍有其无法比拟的执行效率上的优势, 这对于传感器的实时管理具有很重要的价值和意义. 有鉴于此, 本文基于 GM-CBMeMber 滤波器, 研究

了两个高斯混合之间的 CS 散度的求取, 并以此为基础提出相应的传感器控制策略.

假设 p_0 和 p_1 分别表示两个概率密度函数, 则它们之间的 CS 散度可表示为

$$D_I(p_0, p_1) = -\ln \left(\frac{\int p_0(\mathbf{x})p_1(\mathbf{x})d\mathbf{x}}{\sqrt{\int (p_0(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} \int (p_1(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x}}} \right) \quad (34)$$

根据式 (6) 和 (34), 评价函数可以表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\nu) = & -\ln \int p_{k|k-1}(\mathbf{x})p_{k|k}(\mathbf{x}; \nu)d\mathbf{x} + \\ & \frac{1}{2} \ln \int (p_{k|k}(\mathbf{x}; \nu))^2 d\mathbf{x} + \\ & \frac{1}{2} \ln \int (p_{k|k-1}(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (35)$$

GM-CBMeMber 滤波器通过传递一组带有权值的高斯分量来逼近多目标密度. 显而易见, 每个伯努利过程对应的高斯分量对于整体的多目标密度的逼近程度是不同的. 出于简化计算的考虑, 本文提取存在概率 r 较大的伯努利过程 ($r > r_m$), 从而利用这些伯努利过程去联合近似空间多目标概率密度, 进而研究相应评价函数的求解.

首先, 从预测多伯努利参数 $\{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M'_{k|k-1}}$ 中提取存在概率 $r_{k|k-1}^{(i)} > r_m$ 的伯努利过程, 因为这些伯努利过程事实上几乎涵盖了所有的多目标信息. 此外, 对于已提取的每个伯努利过程, 可确定其权值 $w_{k|k-1}^{(i)} > w_m$ 的高斯分量去近似该过程状态空间的分布. 此时, 预测多目标密度可由这些带有权值的高斯分量近似, 即

$$\pi_{k|k-1}(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} w_{m,k|k-1}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}, P_{m,k|k-1}^{(i)}) \quad (36)$$

$$w_{m,k|k-1}^{(i)} = \frac{r_{m',k|k-1}^{(i)} w_{m',k|k-1}^{(i)}}{\sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} r_{m',k|k-1}^{(i)} w_{m',k|k-1}^{(i)}} \quad (37)$$

其中, $M'_{k|k-1}$ 为提取的多伯努利过程数, $r_{m',k|k-1}^{(i)}$ 和 $w_{m',k|k-1}^{(i)}$ 分别代表第 i 个伯努利过程中的存在概率和所提取的高斯分量的权值.

其次, 对于每种控制方案 $\nu \in U_k$ 确定传感器的位置 $\mathbf{x}_{s,k}(\nu)$. 随后对每一个控制 ν 仅产生一个相应的 PIMS, 可表示为

$$Z_k(\nu) = \bigcup_{\hat{\mathbf{x}} \in \hat{X}_{k|k-1}} \{h(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_{s,k}(\nu))\} \quad (38)$$

其中, $\hat{X}_{k|k-1}$ 是 k 时刻的多目标预测状态.

由于不考虑杂波和噪声, 且 $p_{D,k} = 1$, 因此不存在继承航迹 (漏检) 的伯努利 RFS, 而对于每个 PIMS 更新的伯努利 RFS, 其存在概率恒为 1. 因此, 我们只需要结合 GM-CBMeMber 滤波算法, 利用 PIMS 对式 (36) 中的每个高斯分量参数进行更新, 则更新后的多目标概率密度也具有高斯混合的形式, 即

$$\begin{aligned} \pi_{k|k}(\mathbf{x}; \nu) \approx & \sum_{\mathbf{z} \in Z_k(\nu)} \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) \times \\ & \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)) \end{aligned} \quad (39)$$

其中, 每个高斯分量对应权值为

$$w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)}{\sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)} \quad (40)$$

$$w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{r_{m',k|k-1}^{(j)} w_{m,k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(\mathbf{z})}{1 - r_{m',k|k-1}^{(j)}} \quad (41)$$

式 (41) 中, 似然函数 $q_k^{(j)}(\mathbf{z})$ 可表示为

$$q_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \mathcal{N}(\mathbf{z}; H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{mz,z,k|k-1}^{(j)}) \quad (42)$$

其中, 新息协方差矩阵 $P_{mz,z,k|k-1}^{(j)}$ 为

$$P_{mz,z,k|k-1}^{(j)} = H_k P_{m,k|k-1}^{(i,j)} H_k^T + R_k \quad (43)$$

$$P_{mz,z,k|k-1}^{(j)} = P_{m,k|k-1}^{(i,j)} H_k^T \quad (44)$$

k 时刻目标状态估计、估计误差协方差分别为

$$\mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(j)} + K_{m,k}^{(j)}(\mathbf{z} - H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (45)$$

$$P_{m,k|k}^{(j)}(\nu) = P_{m,k|k-1}^{(j)} - K_{m,k}^{(j)} P_{mz,z,k|k-1}^{(j)} (K_{m,k}^{(j)})^T \quad (46)$$

滤波增益矩阵 $K_{m,k}^{(j)}$ 为

$$K_{m,k}^{(j)} = P_{mz,z,k|k-1}^{(j)} (P_{mz,z,k|k-1}^{(j)})^{-1} \quad (47)$$

其中, H_k 表示 k 时刻非线性量测函数的雅克比矩阵. 更新后的多目标概率密度可近似表示为

$$\begin{aligned} \pi_{k|k}(\mathbf{x}; \nu) \approx & \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) \\ & \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)) \end{aligned} \quad (48)$$

值得注意的是, 为了计算式 (35), 本文需要借助两个高斯分布之间的乘积公式, 即

$$\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mu_1, A_1^{-1})\mathcal{N}(\mathbf{x}; \mu_2, A_2^{-1}) = z_{12}(\mathbf{x}; \mu_{12}, A_{12}^{-1}) \quad (49)$$

其中, $A_{12} = A_1 + A_2$, $\mu_{12} = A_{12}^{-1}(A_1\mu_1 + A_2\mu_2)$, $z_{12} = \mathcal{N}(\mu_1; \mu_2, (A_1^{-1} + A_2^{-1}))$.

根据式 (36) 和 (48), 式 (35) 第一项可推导如下

$$\begin{aligned} & \ln \left(\int \sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k-1}^{(i)} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) \cdot \right. \\ & \quad \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}, P_{m,k|k-1}^{(i)}) \times \\ & \quad \left. \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)) d\mathbf{x} \right) = \\ & \ln \left(\sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k-1}^{(i)} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) \right. \\ & \quad \int \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}, P_{m,k|k-1}^{(i)}) \times \\ & \quad \left. \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)) d\mathbf{x} \right) = \\ & \ln \left(\sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k-1}^{(i)} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) z_{ij} \right) \quad (50) \end{aligned}$$

其中

$$z_{ij} = \mathcal{N}(\mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), (P_{m,k|k-1}^{(i)} + P_{m,k|k}^{(j)}(\nu))) \quad (51)$$

式 (35) 中的第二项和第三项类似于第一项的推导方法, 不再赘述. 则最后评价函数可写成如下形式

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\nu) \approx & -\ln \left(\sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m,k|k-1}^{(i)} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) z_{ij} \right) + \\ & \frac{1}{2} \ln \left(\sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \frac{(w_{m,k|k-1}^{(i)})^2 |P_{m,k|k-1}^{(i)}|^{1/2}}{(2\pi)^2} + \right. \\ & 2 \sum_{i=1}^{M'_{k|k-1}} \sum_{i' < i} w_{m,k|k-1}^{(i)} w_{m,k|k-1}^{(i')} z_{ii'} + \\ & \frac{1}{2} \ln \left(\sum_{j=1}^{M'_{k|k}} \frac{(w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu))^2 |P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)|^{1/2}}{(2\pi)^2} + \right. \\ & \left. 2 \sum_{j=1}^{M'_{k|k}} \sum_{j' < j} w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) w_{m,k|k}^{(j')}(\mathbf{z}; \nu) z_{jj'} \right) \quad (52) \end{aligned}$$

其中

$$z_{ii'} = \mathcal{N}(\mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i')}, (P_{m,k|k-1}^{(i)} + P_{m,k|k-1}^{(i')})) \quad (53)$$

$$z_{jj'} = \mathcal{N}(\mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu); \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j')}(\mathbf{z}; \nu), (P_{m,k|k}^{(j)}(\nu) + P_{m,k|k}^{(j')}(\nu))) \quad (54)$$

为了直观地说明本节所提方案的求解步骤, 以下给出算法 1 实现伪码.

输入: 预测多伯努利密度 $\{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 其中, $p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x})$, 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{s,k-1}$.

依式 (18) 和 (19) 提取多目标状态 $\hat{X}_{k|k-1} = \{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$.

利用箱粒子高斯分布近似, 通过式 (33) 代替式 (19) 来近似预测多伯努利密度. 利用提取的高斯分量近似预测多目标密度.

令 $U_k = \{\nu^{(l)}\}_{l=1}^N$.

for $l = 1 : N$

根据 $\hat{X}_{k|k-1}$ 和 ν 生成一个 PIMS $Z_k(\nu)$.

利用 $Z_k(\nu)$ 更新预测多目标密度, 得到式 (48).

for $j = 1 : M'_{k|k}$

$$w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{r_{m',k|k-1}^{(j)}}{1 - r_{m',k|k-1}^{(j)}} w_{m,k|k-1}^{(j)} q_k^{(j)}(\mathbf{z}).$$

$$q_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \mathcal{N}(\mathbf{z}; H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{m,zz,k|k-1}^{(j)}).$$

end for

$$w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) = \frac{w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)}{\sum_{j=1}^{M'_{k|k}} w_{m',k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu)}$$

for $i = 1 : M'_{k|k-1}$

for $j = 1 : M'_{k|k}$

$$z_{ij} = \mathcal{N}(\mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu), (P_{m,k|k-1}^{(i)} + P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)))$$

$$u_1^{ij} = w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) \times z_{ij}.$$

end for

$$u_1^i = w_{m,k|k-1}^{(i)} \times \text{sum}(u_1^{ij}).$$

end for

$$\mathcal{R}_{c1}(\nu) = -\ln(\text{sum}(u_1^i)).$$

for $i = 1 : M'_{k|k-1}$

$$u_{21}^i = \frac{(w_{m,k|k-1}^{(i)})^2 |P_{m,k|k-1}^{(i)}|^{1/2}}{(2\pi)^2}.$$

end for

$$u_3 = 0.5 \times \ln(\text{sum}(u_{21}^i)).$$

for $i = 1 : M'_{k|k-1}$

if $i' < i$

$$z_{ii'} = \mathcal{N}(\mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i)}; \mathbf{m}_{m,k|k-1}^{(i')}, (P_{m,k|k-1}^{(i)} + P_{m,k|k-1}^{(i')})).$$

```

 $u_{22}^{ii'} = w_{m,k|k-1}^{(i')} z_{ii'}$ .
end if
 $u_{23}^i = w_{m,k|k-1}^{(i)} \times \text{sum}(u_{22}^{ii'})$ .
end for
 $u_4 = \ln(\text{sum}(u_{23}^i))$ .
 $\mathcal{R}_{c2}(\nu) = u_3 + u_4$ .
for  $j = 1 : M'_{k|k}$ 
 $u_{31}^j = \frac{(w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu))^2 |P_{m,k|k}^{(j)}(\nu)|^{1/2}}{(2\pi)^2}$ .
if  $j' < j$ 
 $z_{jj'} = \mathcal{N}\left(\mathbf{m}_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu); \mathbf{m}_{m,k|k}^{(j')}(\mathbf{z}; \nu), \left(P_{m,k|k}^{(j)}(\nu) + P_{m,k|k}^{(j')}(\nu)\right)\right)$ .
 $u_{32}^{jj'} = w_{m,k|k}^{(j)}(\mathbf{z}; \nu) w_{m,k|k}^{(j')}(\mathbf{z}; \nu) z_{jj'}$ .
end if
end for
 $\mathcal{R}_{c3}(\nu) = 0.5 \times \ln(\text{sum}(u_{31}^j)) + \ln(\text{sum}(u_{32}^{jj'}))$ .
 $\mathcal{R}_c(\nu) = \mathcal{R}_{c1}(\nu) + \mathcal{R}_{c2}(\nu) + \mathcal{R}_{c3}(\nu)$ .
end for
输出:  $u_k = \text{argmax}_{\nu \in U_k} E[R(\nu)]$ .

```

4 Box-CBMeMBer 中基于箱粒子混合均匀采样的传感器控制方法

事实上,除了上文中给出的通过构造高斯分布近似箱粒子的方法以外,一个自然的选择是基于蒙特卡罗方法,利用采样粒子集去代替箱粒子.如前所述,箱体是一个均匀分布函数,因此本文利用混合均匀采样的思想,对每个箱粒子进行均匀采样,用得到的点粒子来近似代替箱粒子,从而将传感器策略求解问题转化为更一般的利用点粒子求解评价函数的问题.以下将给出利用点粒子求解 CS 散度的递推公式.

一般地,CS 散度除了有式 (34) 的表示方法外,Hoang 等^[31]也推导了两个泊松点过程之间的 CS 散度,表达如下

$$D_{CS}(\pi_1, \pi_2) = \frac{K}{2} \|u_1 - u_2\|^2 \quad (55)$$

其中, π_1 和 π_2 表示泊松点过程, u_1 和 u_2 分别是其强度函数, K 表示目标状态的量测测度.此外,值得注意的是,对任一多目标概率分布最有效的泊松近似是多目标分布的一阶矩.基于这种思想,文献 [19] 结合式 (55) 给出了两个多伯努利分布间的 CS 散度.本文进一步给出了传感器控制中 CS 散度的粒子求解方法.

假设 k 时刻预测多目标多伯努利密度表示为 $\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 且每一个概率密

度 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 被一组带有权值的粒子近似

$$\left\{ w_{k|k-1}^{(i,j)} \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}(\mathbf{x}) \right\}_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \quad (56)$$

则预测多伯努利密度的强度函数为

$$u_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \left[r_{k|k-1}^{(i)} w_{k|k-1}^{(i,j)} \right] \delta_{\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}}(\mathbf{x}) \quad (57)$$

此外,由于不考虑杂波和噪声,且 $p_{D,k} = 1$, 因此不存在继承航迹(漏检)的伯努利 RFS. 此时利用 PIMS 更新后的后验多伯努利密度可表示为

$$\pi_{k|k} \approx \{(r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}))\}_{\mathbf{z} \in Z_k} \quad (58)$$

类似地,后验多伯努利密度的强度函数为

$$u_{k|k}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{z} \in Z_k} \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \left[r_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) \right] \times \delta_{\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}}(\mathbf{x}) \quad (59)$$

将式 (57) 和 (59) 代入式 (55) 可得

$$D_{CS}(\pi_{k|k-1}, \pi_{k|k}) = \frac{K}{2} \int \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \left(\sum_{\mathbf{z} \in Z_k} r_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}) - r_{k|k-1}^{(i)} w_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^2 \delta_{\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}}(\mathbf{x}) \quad (60)$$

利用德尔塔函数积分特性,则基于 CS 散度的传感器评价函数为

$$\mathcal{R}_{CS}(\nu) = \frac{K}{2} \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \left(\sum_{\mathbf{z} \in Z_k} r_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}; \nu) w_{U,k}^{(i,j)}(\mathbf{z}; \nu) - r_{k|k-1}^{(i)} w_{k|k-1}^{(i,j)} \right)^2 \quad (61)$$

为了直观地说明本方案的求解步骤,以下给出算法 2 实现伪码.

输入: 预测多伯努利密度 $\{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 其中, $p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x})$, 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{s,k-1}$.

依式 (18) 和 (19) 提取多目标状态 $\hat{X}_{k|k-1} = \{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$.


```

for  $i = 1 : M_{k|k-1}$ 
for  $j = 1 : L_{k|k-1}^{(i)}$ 
对每个  $U_{[\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i,j)}]}$  进行混合均匀采样.
end for
end for

```

利用箱粒子混合均匀采样后的一组带有权值的点粒子来近似预测多伯努利密度, 如式 (56).

通过式 (57) 求取预测多伯努利密度的强度函数.

```

令  $U_k = \{\nu^{(l)}\}_{l=1}^N$ .
for  $l = 1 : N$ 
根据  $\hat{X}_{k|k-1}$  和  $\nu$  生成一个 PIMS  $Z_k(\nu)$ .
利用  $Z_k(\nu)$  更新式 (57), 得到式 (59).
for  $i = 1 : M_{k|k-1}$ 
for  $j = 1 : L_{k|k-1}^{(i)}$ 
for each  $\mathbf{z} \in Z_k$ 
 $s^{ij} = r_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}; \nu) w_{U,k}^{(i,j)}$ .
end for
 $s_1^{ij} = (\text{sum}(s^{ij}) - r_{k|k-1}^{(i)} w_{k|k-1}^{(i,j)})^2$ .
end for  $s_2^i = \text{sum}(s_1^{ij})$ .
end for
 $\mathcal{R}_{cs}(\nu) = \frac{K}{2} \times \text{sum}(s_2^i)$ .
end for
输出:  $u_k = \underset{\nu \in U_k}{\text{argmax}} E[R(\nu)]$ .

```

5 算法程序的伪码

为了说明基于 Box-CBMeMber 传感器控制策略的整体算法流程, 列出算法伪码如下:

输入: 多伯努利密度 $\{r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 其中, $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} U_{[\mathbf{x}_{k-1}^{(i,j)}]}(\mathbf{x})$, 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{s,k-1}$.

步骤 1. 预测和新生

```

for  $i = 1 : M_{k-1}$ 
for  $j = 1 : L_{k-1}^{(i)}$ 
依式 (11) 计算  $r_{P,k|k-1}^{(i)}$ , 式 (12) 计算  $p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x})$ , 式 (13) 和 (14) 计算  $\tilde{w}_{P,k|k-1}^{(i,j)}$ .
end for
end for

```

通过 (15)~(17) 计算新生目标多伯努利密度, 结合预测和新生得到如式 (18) 的预测多伯努利密度.

步骤 2. 传感器控制

箱粒子高斯分布近似传感器控制的步骤可见算法 1. (箱粒子混合均匀采样传感器控制的步骤可见算法 2.)

步骤 3. 更新

在新的传感器位置, 得到区间量测后, 根据式 (21)~(31) 更新得到后验多伯努利密度 (20).

步骤 4. 重采样

利用随机子划分进行重采样.

步骤 5. 状态提取

$\text{target_index} = \text{find}(r_k^{(i)} > 0.5)$.

求目标个数, 即 $\hat{N}_k = \text{length}(\text{target_index})$.

通过质心点加权求和得到目标状态集合 \hat{X}_k .

输出: 传感器控制位置 $\mathbf{x}_{s,k}$, 目标状态集合 \hat{X}_k , 目标数 \hat{N}_k .

6 仿真分析

6.1 场景参数

本文考虑距离方位跟踪 (Range-bearing tracking, RBT). 设置监控区域为 $[-\pi, \pi] \times [0, 2000\sqrt{2} \text{ m}]$. 场景中目标轨迹均为近常速运动模型 (Nearly constant velocity model, NCVM)^[32], 共计出现 4 个目标, 其状态转移密度为

$$\pi(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; F_k \mathbf{x}_{k-1}, Q_k) \quad (62)$$

其中^[25],

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$Q_k = I_2 \otimes \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix} \cdot \varpi \quad (64)$$

其中, $T = 1 \text{ s}$ 为采样周期, 总共采样 50 次. Q_k 为过程噪声协方差, I_2 为 2 阶单位矩阵, \otimes 为克罗内克积, $\varpi = 0.05$ 为过程噪声强度. 本文借鉴文献 [25] (如式 (32)) 将服从高斯分布的 Q_k 转化为服从均匀分布的区间过程噪声.

在本文仿真中, 设置检测概率 $p_{D,k} = 0.98$. 杂波强度 $\kappa_k(\mathbf{z}) = \lambda_c V u(\mathbf{z})$, 其中每周杂波平均数 $\lambda_c = 5$, V 为监控区域体积, $u(\mathbf{z})$ 表示监控区域内的杂波均匀分布. 目标存活概率 $p_{S,k} = 0.99$. 目标新生过程是一个多伯努利 RFS, 其密度为 $\pi_\Gamma = \{(r_\Gamma^{(i)}, p_\Gamma^{(i)})\}_{i=1}^4$, 其中 $r_{\Gamma,k}^{(i)} = 0.01$. $p_\Gamma^{(i)}(\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_\gamma^{(i)}, P_\gamma)$, $\mathbf{m}_\gamma^{(1)} = [-800, -8, -600, 7]^T$, $\mathbf{m}_\gamma^{(2)} = [-900, 10, 800, -12]^T$, $\mathbf{m}_\gamma^{(3)} = [1000, -20, -400, -10]^T$, $\mathbf{m}_\gamma^{(4)} = [700, -7, -800, 16]^T$, $P_\gamma = \text{diag}\{[10, 5, 10, 5]^T\}$. 新生箱粒子可通过采样 $p_\Gamma^{(i)}(\mathbf{x})$ 得到. 假设轨迹删减阈值为 $r_T = 10^{-3}$, 伯努利过程存在概率提取阈值为 $r_m = 0.5$, 对应高斯混合分量权值提取阈值为 $w_m = 0.2$, 箱粒子个

数 $L_{box} = 40$, 每个箱体 (箱粒子) 均匀采样粒子数 $L_{sam} = 30$.

在 RBT 中, 量测函数 $h_k(\mathbf{x})$ 有如下形式

$$h_k(\mathbf{x}) = \left[\begin{array}{c} \arctan\left(\frac{y_k - y_{s,k}}{x_k - x_{s,k}}\right) \\ \sqrt{(x_k - x_{s,k})^2 + (y_k - y_{s,k})^2} \end{array} \right] \quad (65)$$

其中, x_k 和 y_k 表示 k 时刻目标的位置, $x_{s,k}$ 和 $y_{s,k}$ 表示 k 时刻传感器的位置. 量测噪声 \mathbf{v} 是零均值高斯白噪声, 其协方差为 $\Sigma_v = \text{diag}\{\sigma_\theta^2, \sigma_r^2\}$, 其中 $\sigma_\theta = 0.25^\circ$, $\sigma_r = 2.5\text{ m}$. 此外, 传感器返回的是区间量测, 其区间长度为 $\Delta = [\Delta_\theta, \Delta_r]^T$, 其中 $\Delta_\theta = 4^\circ$, $\Delta_r = 70\text{ m}$ 分别是区间量测的角度长度和距离长度. 值得注意的是, 传感器通常有偏差 (系统误差), 此时 $h_k(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_k$ 并不在区间量测的中心位置. 因此, 结合 RBT 量测方程, 传感器区间量测可构造如下

$$[\mathbf{z}_k] = [h_k(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_k - 0.75\Delta, h_k(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_k + 0.25\Delta] \quad (66)$$

6.2 多目标跟踪性能评价

本文采用 OSPA (Optimal subpattern assignment) 距离^[33] 来评估多目标跟踪的性能. 其定义如下: 设真实的和估计的多目标状态集合分别为 $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$ 和 $\hat{X} = \{\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_n\}$, 若 $m \leq n$, 则 OSPA 距离为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (67)$$

其中, $d^{(c)}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) = \min(c, \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|)$, Π_k 表示所有 $\{1, \dots, k\}$ 的排列构成的集合, 距离阶次 $p \geq 1$, 截断系数 $c > 0$. 如果 $m > n$, 则 $\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \bar{d}_p^{(c)}(\hat{X}, X)$. 本次仿真中选取 $c = 50\text{ m}$, $p = 1$. 实验软硬件条件为: MATLAB 2010b, Windows 7, Inter Core i5-4590 CPU 3.30 GHz, RAM 8 GB.

6.3 传感器控制集合

若 k 时刻传感器实际位置为 $\mathbf{x}_{s,k} = [x_{s,k}, y_{s,k}]^T$, 则下一时刻传感器所有可允许控制的位置集合 U_{k+1} 可表示为

$$U_{k+1} = \left\{ \begin{array}{l} \left(x_{s,k} + j \frac{v_{s,c} \cdot T}{N_R} \cos\left(\ell \frac{2\pi}{N_\theta}\right); \right. \\ \left. y_{s,k} + j \frac{v_{s,c} \cdot T}{N_R} \sin\left(\ell \frac{2\pi}{N_\theta}\right); \right. \\ \left. j = 1, \dots, N_R; \ell = 1, \dots, N_\theta \right\} \quad (68)$$

其中 $N_\theta = 8$, $N_R = 2$, 则 U_{k+1} 总共包括 17 种控制方案 (包含传感器处于静默状态). $v_{s,c}$ 是传感器自身的容许控制速度, 设为 20 m/s .

6.4 实验仿真

本文设计的 RBT 仿真场景中, 共计出现四个目标, 其运动参数如表 1 所示.

表 1 多目标参数

Table 1 Parameters of multi-target

	新生时刻 (s)	消亡时刻 (s)	初始位置 (m)	速度 (m/s)
目标 1	1	50	[-800, -600]	[8, 7]
目标 2	5	40	[-900, 800]	[10, -12]
目标 3	10	40	[1000, -400]	[-20, -10]
目标 4	15	50	[700, -800]	[-7, 16]

首先基于 Box-CBMeMber 滤波器对 RBT 场景中的多目标进行单次跟踪仿真, 如图 1 所示. 显然, 即便在杂波较多的环境下, Box-CBMeMber 仍能克服目标新生和消亡带来的不确定性, 排除杂波干扰, 最终得到良好的跟踪估计效果.

为了对比说明所提控制方案的合理性和有效性. 本文在如图 1 所示同样的场景条件下, 构造了四种控制方案并进行了 200 次蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 实验. 其中, 方案一是“箱粒子高斯分布近似”, 即本文所提控制方案. 该方案通过构造高斯分布来近似表示箱粒子, 进而利用高斯混合加权来逼近多目标状态空间分布, 最终在求解本文所给出的高斯混合 CS 散度的基础上得到传感器最优控制方案. 方案二是“箱粒子混合均匀采样”即通过混合均匀采样得到点粒子进而代替箱粒子, 利用加权粒子集近似表达多目标空间分布, 并求其强度函数. 该方案借鉴了传统粒子滤波的思想, 利用德尔塔粒子的正交特性和易于求解积分的特点, 计算 CS 散度并最终得到传感器最优控制方案. 方案三是“随机控制”, 代表每个时刻的传感器控制方案在可允许的控制集合中随机选取. 这种随机选取看似简单, 但该方案往往会获得比较好的控制效果, 因此经常作为典型的控制方案被加以比较. 方案四是“ENT”作为一种经典的控制方案^[34], 其仍然利用箱粒子混合均匀采样得到的点粒子来求取相应的评价函数, 其目的旨在一套可允许的传感器控制集合中决策出相应的控制方案, 以使得传感器检测到目标势的后验期望值 (PENT) 达到最大.

图 2 给出了四种控制方案在 200 次 MC 实验中对多目标状态估计的 OSPA 距离统计对比结果. 可以看出, 四种控制方案都有较好的跟踪估计效果, 这说明了四种控制方案的有效性. 具体地, OSPA 距离

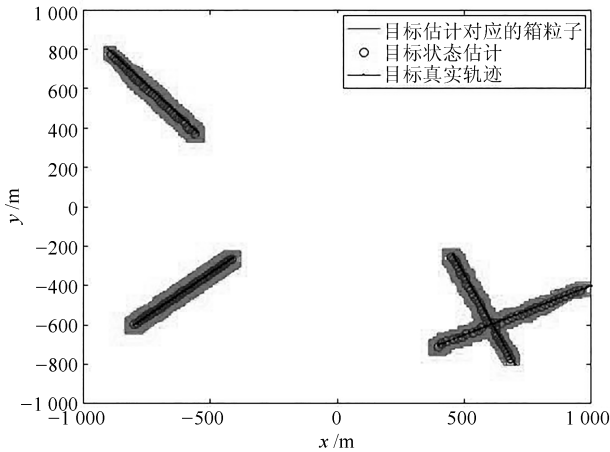


图 1 实际的目标轨迹

Fig. 1 Actual target trajectories

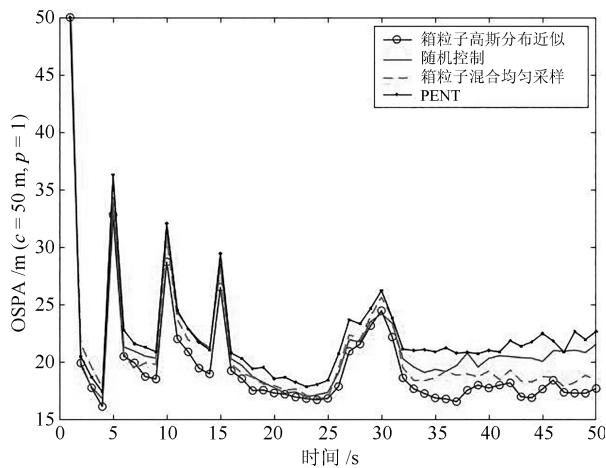


图 2 四种控制方案的 OSPA 距离比较

Fig. 2 OSPA distances for four control strategies

分别在 5s, 10s, 15s 呈现出明显的波动, 这是因为随着目标的新生, 多目标状态空间分布发生了较大变化, 但随着传感器有目的的机动, 相对于其他传感器控制方案, Box-CBMeMber 滤波器显然很快应对了这种变化, 因此 OSPA 距离在短暂波动后又回到理想的平稳状态. 这种快速收敛性说明在目标势摄动的情况下, 本文所提算法具有相对较好的鲁棒性. 另外, 多目标状态 OSPA 在 30s 左右也发生了较为明显的波动, 究其原因主要在于在 25s 到 32s 之间, 目标 3 和目标 4 在空间中非常接近 (如图 1 所示), 两个目标运动过程中的“汇集”影响了彼此的状态估计. 此外, 比较四种方案可以看出, 方案一显然比其余三种方案的跟踪估计效果要好. 尤其是相比于方案二, 方案一通过构造高斯分布显然更能表征箱粒子, 更能逼近多目标状态空间分布, 从而通过 CS 散度指导传感器得到最优的控制方案. 而最优的控制方案能够提供更加精确的量测, 进而得到更好的估计效果. 方案四跟踪估计效果较差, 这是因为该控

制方案是以目标势后验期望值 (PENT) 最大化为评价准则, 并没有以多目标跟踪精度达到最优作为评价指标.

图 3 给出了方案一, 即本文所提控制方案在单次实验中对传感器的最优控制轨迹. 可以看出, 在整个控制过程中, 传感器会始终依据当前的滤波结果不断地对自身的位置进行自适应调节, 即基于最优评价准则求解出当前时刻传感器相对于所有目标的最佳观测位置. 特别是随着目标的出生和消亡, 传感器总是会产生明显的机动来适应这种变化, 进而适应总体多目标概率密度函数的变化, 以保证自身能在最优的位置最大化地接收多目标信息.

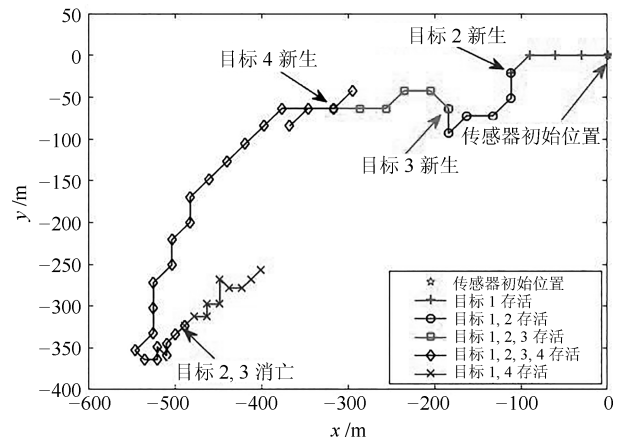


图 3 所提方案的传感器控制轨迹

Fig. 3 Sensor trajectory for the proposed strategy

目标势估计如图 4 所示. 显然, 四种控制方案的势估计均值都很接近真实目标数. 但通过统计目标势估计标准差 (如图 5, 表 2), 仍能发现方案一有相对较好的估计效果. 尤其是相比于方案二, 方案一由于更能真实地反映多目标状态空间分布, 从而能够为 CS 散度的求解乃至最优传感器位置的决策提供更加精确的多目标信息, 这使得方案一在估计效果上要优于方案二. 方案四对目标势的估计效果最好, 这毫不奇怪, 因为该方案是以目标势的后验期望值最大化为评价准则, 只是针对目标势优化的单一任务进行决策, 虽然在这种情况下, 并不能使多目标整体定位的性能得到提升, 但却可以提升滤波器对于多目标的检测性能.

此外, 图 6 给出了四种控制方案在 200 次 MC 实验中的平均包含值. 可以看出, 四种方案下的平均包含值都非常接近 1, 这说明多目标的估计状态几乎都被包含在相应箱粒子内, 这同时也说明了基于四种控制方案的 Box-CBMeMber 滤波器都具有良好的跟踪估计性能.

四种方案在同样的场景参数下均运行 50 步, 其单步平均运行时间如表 3 所示. 可以看出, 方案一在

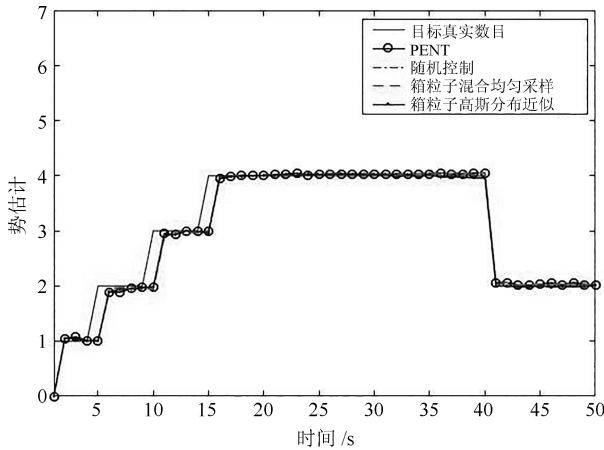


图 4 四种控制方案的势估计比较

Fig. 4 Cardinality estimation for four control strategies

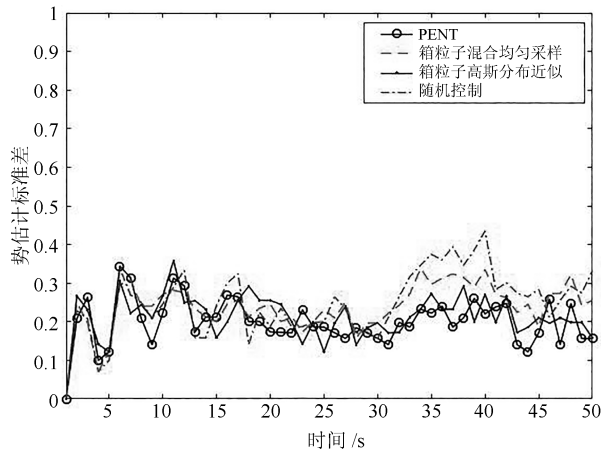


图 5 多目标势估计标准差

Fig. 5 Standard deviation of multi-target cardinality estimation

表 2 四种控制方案势估计误差均值的绝对值

Table 2 Absolute value of cardinality error for four control strategies

方案	势误差 N_e
方案一 (箱粒子高斯分布近似)	0.21338
方案二 (箱粒子混合均匀采样)	0.23839
方案三 (随机控制)	0.24979
方案四 (PENT)	0.19987

执行效率上要优于方案二, 这种差别主要来自于传感器评价函数的求解所花的时间. 而利用高斯混合求解评价函数, 在执行效率上具有天然的优势. 从这点来看, 显然方案一, 即本文所提控制方案更适合作为 Box-CBMeMBeR 的传感器控制策略, 因为两者的结合更能保留 Box-CBMeMBeR 滤波器执行速度快的优点. 方案三运行速度最快, 这是因为其在传

感器求解上的时间花费几近于无, 时间成本主要来源于滤波过程. 方案四运行较慢, 这是因为在求解评价函数的过程中需要对所有预测箱粒子混合均匀采样后的所有点粒子进行更新.

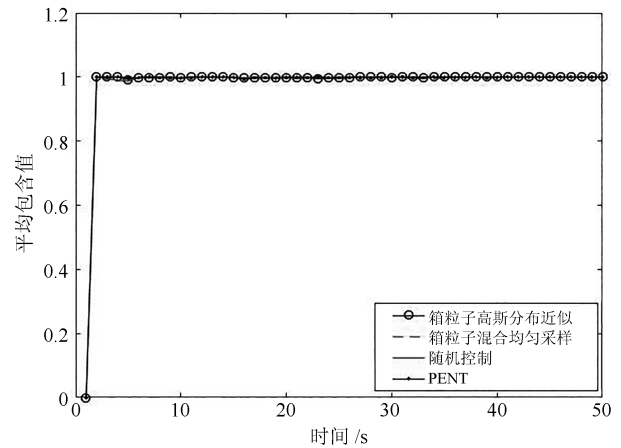


图 6 多目标平均包含值

Fig. 6 Mean inclusion values of multi-target

表 3 四种控制方案单步平均运行时间对比

Table 3 The average execution time for four control strategies

方案	单步平均运行时间 (s)
方案一 (箱粒子高斯分布近似)	2.54639
方案二 (箱粒子混合均匀采样)	3.71813
方案三 (随机控制)	1.88743
方案四 (PENT)	5.55129

为了验证过程噪声变化对所提算法性能的影响, 本文结合式 (64), 通过改变过程噪声强度 ϖ 的大小, 在同样的场景条件下运行 MC 仿真并统计 OSPA 均值加以比较. 如图 7 所示, 随着过程噪声强度 ϖ 的不断变大 ($\varpi = 0.05, 0.5, 1, 5, 10$), 多目标估计精度在不断下降. 但就总体趋势而言, 多目标估计精度仅是有限度小范围的变化, 整体变化趋势比较平稳. 这说明了在参数摄动 (过程噪声) 的情况下, 本文所提传感器控制方法具备良好的鲁棒性.

以下讨论量测噪声的变化对本文算法的影响. 本文仍然在相同的仿真场景下通过改变量测噪声协方差系数 ς ($\Sigma_v = \varsigma \cdot \text{diag}\{\sigma_\theta^2, \sigma_r^2\}$) 来控制量测噪声协方差的大小, 进而对比说明其对滤波器性能的影响. 如图 8 所示, 随着 ς 的不断增大, 多目标状态的 OSPA 在不断增大, 估计精度在不断降低, 这反应了量测不确定性程度对滤波器精度的影响. 此外, 尽管噪声协方差的增大如预期的那样引起了多目标跟踪估计效果的变差, 但总体而言, 多目标整体滤波效果呈现了一个相对平稳的过程, 在参数摄动的范围内,

多目标状态估计 OSPA 均值的最大变化 (最大值和最小值) 小于 15 m, 这说明了所提算法在不同的量测噪声水平下有着较好的鲁棒性.

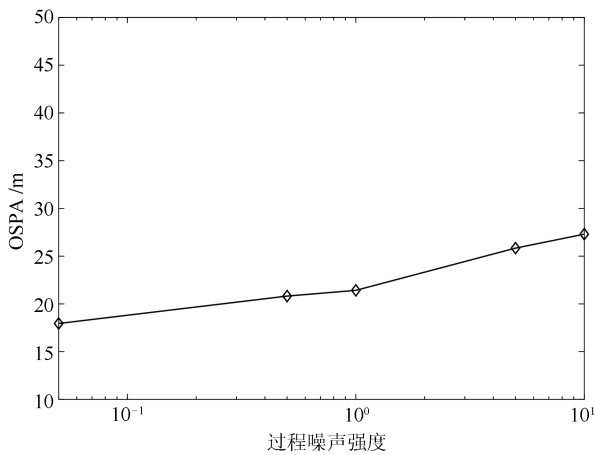


图 7 所提方案中不同过程噪声强度对估计性能的影响

Fig. 7 Tracking performance of different process noise intensities for the proposed strategy

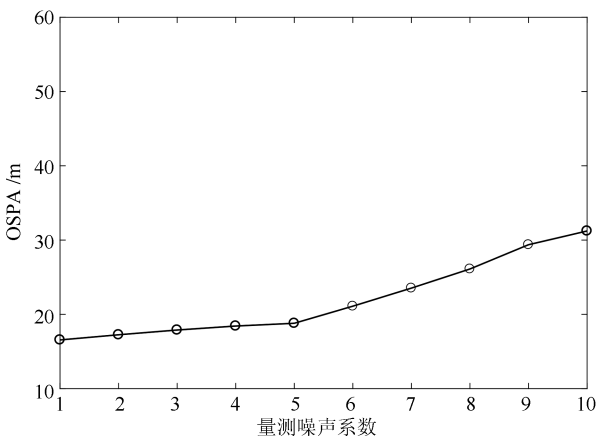


图 8 所提方案中不同量测噪声系数对估计性能的影响

Fig. 8 Tracking performance of different measure noise factors for the proposed strategy

事实上, 箱粒子滤波同样适用于解决非线性非高斯跟踪问题. 本文选择具有普遍意义的闪烁噪声^[35-36]模拟非高斯噪声, 闪烁噪声与高斯噪声的主要差别在于尾部较长. 一般地, 闪烁噪声可以分解为高斯噪声和具有“厚尾”特性的噪声之加权和^[35-36], 即 $f(g) = (1 - \xi)f_N(g) + \xi f_I(g)$, 其中, $f(g)$ 为闪烁噪声, f_N 和 f_I 分别为高斯和大方差高斯分布, 其协方差分别为 Σ_N 和 Σ_I , ξ 为闪烁噪声概率, $0 < \xi < 1$. 本文基于以上非高斯模型, 设定 $\Sigma_N = \text{diag}\{\sigma_\theta^2, \sigma_r^2\}$, $\sigma_\theta = 0.25^\circ$, $\sigma_r = 2.5$ m, 闪烁噪声概率 $\xi = 0.2$, $\Sigma_I = K \cdot \Sigma_N$, 并在 K 分别取值为 5, 10, 20, 50, 100 的条件下进行 MC 仿真, 进而对多目标状态估计的 OSPA 均值进行统计分析. 如

图 9 所示, 随着 K 的不断增大, 厚尾程度越严重, 相应的多目标状态的估计精度不断下降. 但从 OSPA 所呈现出的总体趋势来看, 面对不同厚尾程度的非高斯噪声, 所提算法仍能以较好的精度跟踪多目标, 这也证明了本文所提方法对典型的非高斯噪声具有较好的适应性.

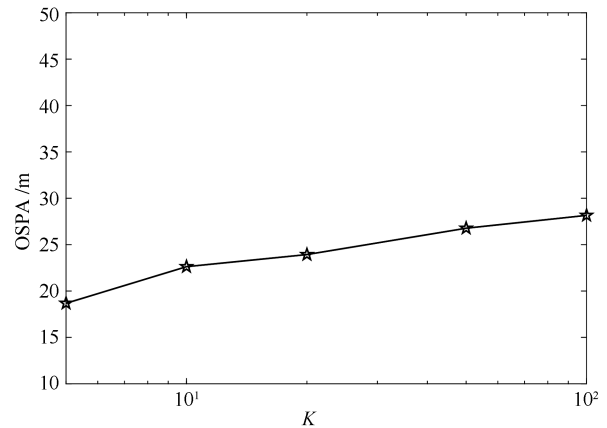


图 9 所提方案中不同 K 值对估计性能的影响

Fig. 9 Tracking performance of different K values for the proposed strategy

在本文所提算法中, 传感器速度也会在一定程度上影响多目标状态的估计精度. 本文结合实际的场景设置, 分别在设定不同的传感器速度的基础上进行 MC 仿真, 并统计多目标跟踪估计的 OSPA 均值. 如图 10 所示, 可以看出, 传感器速度的不同设定会对多目标跟踪精度产生影响, 而速度为 20 m/s 时, 多目标估计精度较好. 总体而言, 随着传感器速度的增大, 多目标估计精度似乎在一定范围内进行有限的优化. 可以理解的是, 传感器的速度越大将会使传感器越快到达“最佳”观测区域. 但也不是传感器速度越快就越好, 因为在离散时间动态系统中, 传感器每周期的控制距离过大, 也可能使传感器“错过”最优观测位置.

为了详细说明由于分量删减所产生的不同的高斯混合分量个数对多目标状态估计精度和计算复杂度的影响, 本文分别在 r_m 和 w_m 不同取值的情况下进行 MC 仿真, 并在表 4 中对多目标状态估计的 OSPA 和对应运行时间进行对比分析. 可以看出, 随着 r_m 和 w_m 的不断减小, 越多的高斯分量参与近似多目标密度. 多目标密度的近似程度越高, 所提出的多目标概率密度间的信息增益的计算也就越精确, 传感器控制的效果也就越好, 这最终反映在多目标状态的 OSPA 上. 很显然, 随着阈值的不断减小, 多目标的跟踪效果也在不断优化. 但这种优化是有限度的, 阈值小到一定程度并继续减小, 跟踪精度并没有得到显著的提高, 算法的计算开销却在显著提高,

这严重影响了多目标跟踪中传感器管理的计算效率. 因此, 当进行传感器控制时, 需要控制高斯分量个数来平衡多目估计精度和计算复杂度. 本文中设定 $r_m = 0.5$, $w_m = 0.2$, 此时被提取的高斯混合分量在事实上几乎涵盖了所有的多目标信息, 在保证估计精度的同时, 也有着不错的运行速率.

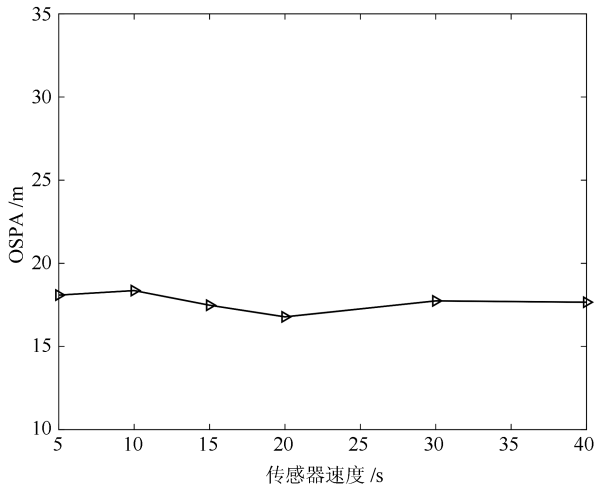


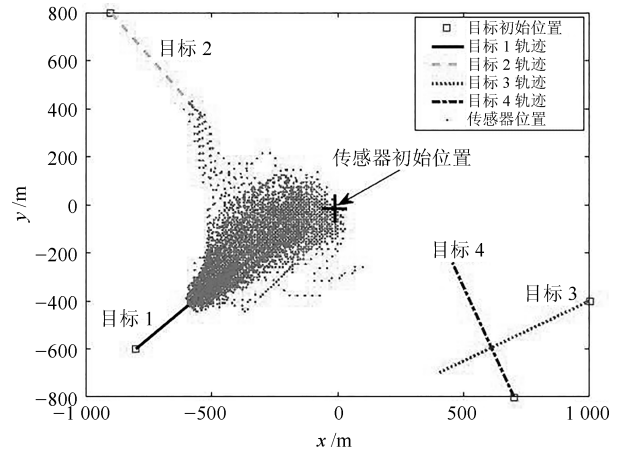
图 10 所提方案中不同的传感器速度对估计性能的影响
Fig. 10 Tracking performance of different sensor speeds for the proposed strategy

表 4 不同高斯分量个数的性能比较

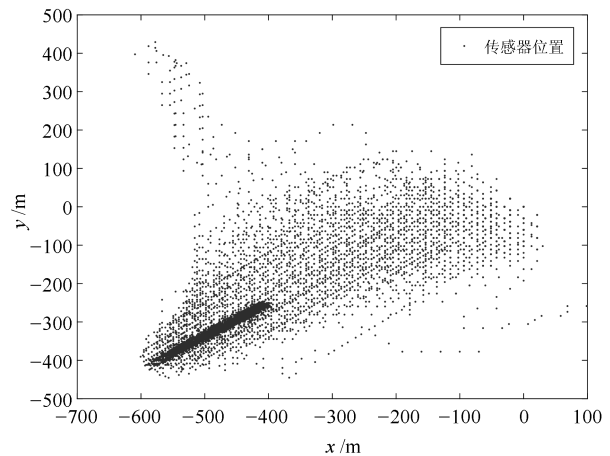
Table 4 Tracking performance comparison of different Gaussian components

		w_m	0.3	0.2	0.1	0.01
$r_m = 0.5$	OSPA(m)	18.04	17.62	17.38	16.88	
	时间 (s)	2.49	2.61	2.87	3.59	
$r_m = 0.3$	OSPA(m)	17.57	17.19	16.95	16.48	
	时间 (s)	2.62	2.76	3.01	3.83	
$r_m = 0.1$	OSPA(m)	17.27	17.01	16.53	15.98	
	时间 (s)	2.89	3.12	3.64	4.37	

图 11 (a) 给出了 RBT 在 200 次 MC 仿真中, 方案一所遍历的所有传感器控制位置及与目标的相对位置. 可以看出, 随着多目标的不断变化 (新生、消亡及状态的变化), 传感器总会及时调整自身的位置以适应目标的不确定性所带来的多目标状态空间分布的变化. 如图 11 (b) (传感器轨迹云放大效果图), 尽管跟踪场景中存在诸多随机因素, 导致每次 MC 仿真中的传感器运动轨迹都不大可能一致, 但该轨迹云仍能够充分展示传感器轨迹控制的总体趋势.



(a) 所提方案中传感器轨迹云和目标轨迹
(a) Sensor trajectory cloud and target trajectories for the proposed strategy



(b) 所提方案中传感器轨迹云的放大图
(b) Sensor trajectory cloud enlarged effect for the proposed strategy

图 11 所提方案的传感器控制轨迹
Fig. 11 Sensor control trajectories for the proposed strategy

7 结论与展望

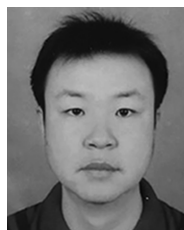
本文的主要工作是基于区间不确定性推理, 利用 Box-CBMeMber 滤波器提出了基于信息测度的传感器控制策略. 文中首先利用箱粒子实现 Box-CBMeMber 滤波器, 并通过一组带有权值的箱粒子来表征多目标后验概率密度函数. 其次, 利用箱粒子的高斯分布假设, 将多伯努利密度近似为高斯混合. 随后, 选择 CS 散度作为评价函数, 并详细推导了两个高斯混合之间的 CS 散度的求解公式, 以此为基础提出相应的传感器控制策略. 该方法也是本文提出的最为核心的基于区间不确定性推理的传感器控制方案. 此外, 作为一种对比方案, 本文利用蒙特卡罗方法, 即通过对箱粒子进行混合均匀采样, 进而利用

点粒子求解 CS 散度提出了相应的控制策略. 后一种方案符合粒子滤波解决传感器控制问题的传统思路, 但它的计算效率还是要明显低于所提出的箱粒子高斯近似的传感器控制策略. 最后, 通过几种经典方案的对比, 验证了所提算法的有效性. 所提方法的意义在于, 通过对传感器控制策略合理近似求解, 成功将 Box-CBMeMber 滤波器与现代传感器管理系统相结合. 这对于广泛存在着区间不确定性的现实多目标跟踪系统的管理与控制具有重要的理论价值. 显然, 所提方法可以进一步推广到基于现代高分辨率传感器的多扩展目标跟踪问题中, 未来对利用区间不确定性推理解决多传感器管理也具有重要的参考价值.

References

- 1 Wang X Y, Hoseinnezhad R, Gostar A K, Rathnayake T, Xu B L, Babhadiashar A. Multi-sensor control for multi-object Bayes filters. *Signal Processing*, 2018, **142**(1): 260–270
- 2 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Babhadiashar A, Liu W F. Sensor-management for multi-target filters via minimization of posterior dispersion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **53**(6): 2877–2884
- 3 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Rathnayake T, Wang X Y, Babhadiashar A. Constrained sensor control for labeled multi-bernoulli filter using Cauchy-Schwarz divergence. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, **24**(9): 1313–1317
- 4 Li W, Han C Z. Dual sensor control scheme for multi-target tracking. *Sensors*, 2018, **18**(5): 1653
- 5 Mahler R P S. *Statistical Multisource Multitarget Information Fusion*. Norwood, MA, USA: Artech House, 2007.
- 6 Mahler R P S. *Advances in Statistical Multisource Multitarget Information Fusion*. Norwood, MA, USA: Artech House, 2014.
- 7 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 8 Mahler R P S. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523–1543
- 9 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 10 Vo B N, Vo B T, Phung D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(24): 6554–6567
- 11 Vo B N, Vo B T, Hoang H G. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, **65**(8): 1975–1987
- 12 Vo B N, Vo B T. Multi-sensor multi-object tracking with the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(23): 5952–5967
- 13 Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4091–4104
- 14 Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multitarget filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, **41**(4): 1224–1245
- 15 Ristic B, Vo B N, Clark D. A note on the reward function for PHD filters with sensor control. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 2011, **47**(2): 1521–1529
- 16 Ristic B, Arulampalam S. Bernoulli particle filter with observer control for bearings-only tracking in clutter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(3): 2405–2415
- 17 Hoang H G, Vo B T. Sensor management for multi-target tracking via multi-bernoulli filtering. *Automatica*, 2014, **50**(4): 1135–1142
- 18 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Babhadiashar A, Papi F. OSPA-based sensor control. In: Proceedings of the 2015 International Conference on Control, Automation and Information Sciences. Changshu, China: IEEE, 2015. 214–218
- 19 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Babhadiashar A. Multi-Bernoulli sensor control using cauchy-schwarz divergence. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 651–657
- 20 Milanese M, Vicino A. Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: An overview. *Automatica*, 1991, **27**(6): 997–1009
- 21 Combettes P L. The foundations of set theoretic estimation. *Proceedings of the IEEE*, 1993, **81**(2): 182–208
- 22 Abdallah F, Gning A, Bonnifait P. Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis. *Automatica*, 2008, **44**(3): 807–815
- 23 Gning A, Mihaylova L, Abdallah F. Mixture of uniform probability density functions for non linear state estimation using interval analysis. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 24 Schikora M, Gning A, Mihaylova L, Cremers D, Koch W. Box-particle PHD filter for multi-target tracking. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore: IEEE, 2012. 106–113
- 25 Gning A, Ristic B, Mihaylova L. Bernoulli particle/box-particle filters for detection and tracking in the presence of triple measurement uncertainty. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(5): 2138–2151
- 26 Zhao Xue-Gang, Song Li-Ping. Box-particle cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter. *Radioengineering*, 2014, **23**(2): 609–617
- 27 Yang Jin-Long, Ji Hong-Bing, Ge Hong-Wei. Multi-model particle cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli algorithm for multiple manoeuvring target tracking. *IET Radar Sonar and Navigation*, 2013, **7**(2): 101–112

- 28 Li M, Lin Z P, An W, Zhou Y Y. Box-particle labeled multi-Bernoulli filter for multiple extended target tracking. *Radio-engineering*, 2016, **25**(3): 527–535
- 29 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Babhadiashar A. Multi-Bernoulli sensor-selection for multi-target tracking with unknown clutter and detection profiles. *Elsevier North-Holland, Inc*, 2016, **119**(2): 28–42
- 30 Mahler R P S. Multitarget sensor management of dispersed mobile sensors. *Theory and Algorithms for Cooperative Systems*, 2004, **8**: 239–310
- 31 Hoang H G, Vo B N, Vo B T. The Cauchy-Schwarz divergence for poisson point processes. In: Proceedings of the 2014 IEEE Workshop on Statistical Signal Processing, Gold Coast, QLD, Australia: IEEE, 2014. 240–243
- 32 Li Xiao-Rong, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. part I: Dynamic models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, **39**(4): 1333–1364
- 33 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447–3457
- 34 Mahler R P S, Zajic T R. Probabilistic objective functions for sensor management. In: Proceedings of the Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIII, Orlando, FL, USA: SPIE, 2004. 233–244
- 35 Hewer G A, Martin R D, Zeh J. Robust preprocessing for Kalman filtering of glint noise. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1987, **23**(1): 120–128
- 36 Wang Wei, Yu Yu-Kui, Hao Yan-Ling. A novel parallel particle filter for frequency estimation. *Acta Electronica Sinica*, 2016, **44**(3): 740–746
(王伟, 余玉揆, 郝燕玲. 一种新型混合并行粒子滤波频率估计方法. 电子学报, 2016, **44**(3): 740–746)



陈 辉 兰州理工大学电气工程与信息工程学院教授. 主要研究方向为目标跟踪和传感器管理. 本文通信作者.

E-mail: huich78@hotmail.com

(**CHEN Hui** Professor at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. His research interest covers target

tracking and sensor management. Corresponding author of this paper.)



邓东明 兰州理工大学电气工程与信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为传感器管理.

E-mail: dengdongming19@163.com

(**DENG Dong-Ming** Master student at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. His main re-

search interest is sensor management.)



韩崇昭 西安交通大学电子与信息工程学院教授. 主要研究方向为多源信息融合, 随机控制与自适应控制, 非线性频谱分析. E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn

(**HAN Chong-Zhao** Professor at the School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong Uni-

versity. His research interest covers multi-source information fusion, stochastic control and adaptive control, and nonlinear spectral analysis.)