

# 异步时钟下基于信息物理融合的水下潜器协同定位算法

闫敬<sup>1,2</sup> 张立<sup>1</sup> 罗小元<sup>1</sup> 濮彬<sup>1</sup> 关新平<sup>3</sup>

**摘要** 在异步时钟下研究了一种基于信息物理融合的水下潜器协同定位问题. 首先, 构建了由浮标、传感器和潜器组成的水下信息物理融合系统架构. 然后, 考虑水下异步时钟影响, 设计了基于传感器与潜器交互通信的异步定位策略, 给出了潜器协同定位问题. 为求解上述协同定位问题, 分别提出了基于扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 与无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman filter, UKF) 的水下潜器协同定位算法. 最后, 对上述定位算法的有界性以及克拉美罗下界 (Cramér-Rao lower bound, CRLB) 进行了分析. 仿真结果表明, 上述算法可有效消除异步时钟对水下定位的影响. 同时基于无迹卡尔曼滤波的定位算法可提高定位精度.

**关键词** 定位, 水下潜器, 信息物理融合系统, 异步, 水声传感器网络

**引用格式** 闫敬, 张立, 罗小元, 濮彬, 关新平. 异步时钟下基于信息物理融合的水下潜器协同定位算法. 自动化学报, 2019, 45(4): 739–748

**DOI** 10.16383/j.aas.c180377

## Cyber-Physical Cooperative Localization Algorithms for Underwater Vehicle With Asynchronous Time Clock

YAN Jing<sup>1,2</sup> ZHANG Li<sup>1</sup> LUO Xiao-Yuan<sup>1</sup> PU Bin<sup>1</sup> GUAN Xin-Ping<sup>3</sup>

**Abstract** With consideration of asynchronous time clock, this paper studies a cyber-physical cooperative localization problem for underwater vehicle. We firstly construct an architecture of underwater cyber-physical system, including buoys, sensors and vehicle. Then, considering the influence of asynchronous time clock, we design an asynchronous localization strategy which is based on the cooperation communication between sensors and vehicle, and we formulize the cooperative localization problem for underwater vehicle. In order to solve this cooperative localization problem, the extended Kalman filter (EKF) and unscented Kalman filter (UKF) based cooperative localization algorithms are proposed, respectively. Finally, we give the boundedness and Cramér-Rao lower bound (CRLB) for these algorithms. Simulation results show that the proposed algorithms can effectively eliminate the influence of asynchronous time clock on underwater localization. Meanwhile, the UKF-based localization algorithm can improve the localization accuracy.

**Key words** Localization, underwater vehicle, cyber physical systems, asynchronous, underwater sensor networks

**Citation** Yan Jing, Zhang Li, Luo Xiao-Yuan, Pu Bin, Guan Xin-Ping. Cyber-physical cooperative localization algorithms for underwater vehicle with asynchronous time clock. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(4): 739–748

收稿日期 2018-05-31 录用日期 2018-08-14  
Manuscript received May 31, 2018; accepted August 14, 2018  
国家自然科学基金 (61503320, 61873345, 61873228), 河北省教育厅青年拔尖项目 (BJ2018050), 河北省留学人员归国项目 (C201829), 河北省军民融合项目 (2018B220), 浙江省海洋观测-成像试验区重点实验室资助 (OOIT2017OP03)  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61503320, 61873345, 61873228), Youth Talent Support Program of Hebei Education Department (BJ2018050), Returned Overseas Chinese Scholar Foundation for Hebei Province (C201829), Civil-military Integration Foundation of Hebei Province (2018B220), and Key Laboratory of Ocean Observation-Imaging Tested of Zhejiang Province (OOIT2017OP03)  
本文责任编辑 孟凡利  
Recommended by Associate Editor MENG Fan-Li  
1. 燕山大学电气工程学院 秦皇岛 066004 2. 浙江大学海洋观测-成像试验区重点实验室 杭州 310027 3. 上海交通大学电子信息与电气工程学院 上海 200240  
1. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004 2. Key Laboratory of Ocean Observation-Imaging Tested of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou 310027 3. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shang-

水下信息物理融合系统是集控制、通信和计算于一体的水下智能系统, 包括探测与采集、传播与组网、控制与融合等过程. 为构建水下信息物理融合系统, 需要在特定水域部署静态传感器和动态潜器, 其中潜器不仅可作为移动锚节点对传感器数据进行中继转发, 也可根据任务需要动态调整姿态以达到网络灵活性的提升. 为确保潜器上述功能的实现, 需通过传感器的协同来确定潜器的精确位置.

现有定位技术大致分为距离相关技术和距离无关技术两类<sup>[1-2]</sup>. 前者定位精度较高、受制因素较少, 是本文着力研究的定位技术. 目前, 一些学者已经对距离相关定位技术进行了研究, 并从不同角度设计了协同定位算法. 这些算法大多利用到达时间<sup>[3]</sup>、到达时间差<sup>[4]</sup>、到达角度<sup>[5]</sup>和接收信号强度<sup>[6]</sup>进行距离测量. 例如 Liu 等<sup>[7]</sup>基于到达时间差设计

了多潜器协作的定位算法, 实现了移动潜器群的精确定位. Zhou 等<sup>[8]</sup> 考虑时空相关性, 提出了基于移动预测和到达时间的协同定位算法. Luo 等<sup>[9]</sup> 对传感器节点的被动移动进行分析, 提出了混合网络下的协同定位算法. 贺华成等<sup>[10]</sup> 研究了钻井平台在工作海况下的定位精度和功率消耗. 文献 [11] 考虑区域无解问题, 设计了两类传感器节点协作的水下定位算法. 文献 [12] 考虑传感器不能直接获取潜器距离信息约束, 设计了直接与间接测量下的融合定位算法. 上述定位算法假设节点间的时钟是同步传播的. 然而, 相比于陆地无线电波通信, 声波仍是水下通信最主要的载体<sup>[13-14]</sup>. 水声通信具有典型的弱通信特性, 例如北斗与全球定位系统并不能直接应用于水下, 且受高噪声以及多径干扰等不稳定因素影响, 水下节点间的时钟同步难以精确实现. 上述异步时钟等弱通信特性使得陆地良好通信条件下的定位算法并不能直接应用于水下. 此外, 潜器的动力学模型相对于陆地机器人更加复杂.

针对异步时钟下的定位问题, Carroll 等<sup>[15]</sup> 提出了基于穷举法的水下请求式异步定位算法. 上述算法虽能消除时钟偏移的影响, 但是在定位过程中需要不断穷举, 使得算法复杂度较高. 此外, Liu 等<sup>[16]</sup> 设计了水下移动环境下的同步定位算法. Mortazavi 等<sup>[17-18]</sup> 对时钟同步与定位进行联合求解, 提出了多阶段协同定位算法. 同时, 文献 [19] 采用移动预测的方式, 设计了异步时钟下的定位算法. 根据对象的不同, 文献 [15-19] 分别构建了定位优化问题, 为求解上述优化问题, 需对非线性测量方程进行近似线性化处理. 然而, 这种近似线性化易引入模型误差, 使其定位精度受限.

本文提出一种基于信息物理融合的水下潜器协同定位算法. 设计基于传感器与潜器交互通信的异步定位策略, 并分别提出基于扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman filter, EKF) 与无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman filter, UKF) 的协同定位算法. 与文献 [15, 19] 类似, 本文忽略时钟漂移的影响, 仅考虑时钟偏移对定位的影响. 主要创新点如下: 1) 在异步时钟下, 建立通信时延与位置的关系, 进而定义了潜器协同定位问题; 与文献 [7-11] 不同, 本文所提的异步定位策略可以有效消除异步时钟对水下定位的影响. 2) 提出基于扩展卡尔曼与无迹卡尔曼滤波的协同定位算法. 同时, 对上述定位算法的有界性以及克拉美罗下界 (Cramér-Rao lower bound, CRLB) 进行了分析. 与文献 [15] 中的穷举算法相比, 本文所提算法复杂度更低, 同时与文献 [15-19] 相比, 基于无迹卡尔曼滤波的协同定位算法, 不需要将非线性测量方程进行近似线性化处理, 其定位精度更高.

## 1 系统架构与定位策略概述

### 1.1 水下信息物理融合系统架构

考虑如图 1 所示的系统架构, 其各部分功能如下:

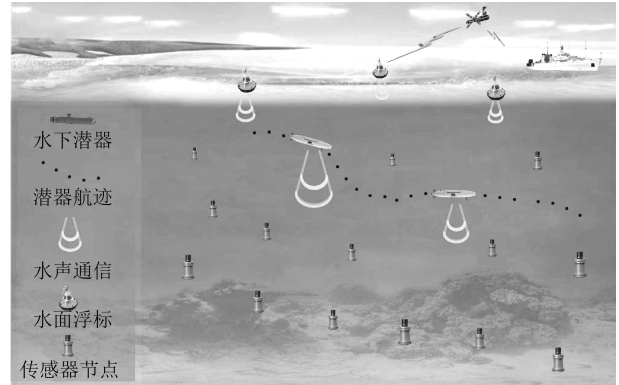


图 1 水下信息物理融合系统架构

Fig. 1 Architecture of underwater cyber-physical system

1) 浮标. 漂浮在水面, 可通过北斗导航或全球定位系统获取自身位置及时钟同步信息, 主要作用是协助水下传感器节点进行自定位.

2) 传感器. 悬浮于水下, 可通过浮标的协助获取自身位置, 但受噪声等因素影响, 时钟并不同步, 主要作用是通过信息物理融合获取水下潜器的位置信息.

3) 潜器. 可看作是合作目标, 可通过向传感器广播请求来启动整个定位过程. 假设水下潜器配备压力传感器, 以直接获取自身深度 (即  $z$  轴) 信息.

### 1.2 定位策略概述

文献 [20] 指出, 潜器在滚动和俯仰自由度上较稳定. 为此, 将动力学简化为 4 自由度方程, 其中  $u$ ,  $v$ ,  $w$  和  $r$  分别表示潜器进退、横移、潜浮、偏航角的速度. 潜器动力学模型<sup>[14]</sup> 表示如下:

$$\begin{aligned}
 u(k+1) &= u(k) + \frac{\rho_1}{m_u}(F_u + m_v vr - k_u u - k_u^* u|u|) \\
 v(k+1) &= v(k) + \frac{\rho_1}{m_v}(F_v + m_u ur - k_v v - k_v^* v|v|) \\
 w(k+1) &= w(k) + \frac{\rho_1}{m_w}(F_w + W - k_w w - k_w^* w|w|) \\
 r(k+1) &= r(k) + \frac{\rho_1}{I_r}(T_r - (m_v - m_u)uv - k_r r - k_r^* r|r|) \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中,  $m_u, m_v, m_w$  分别表示潜器进退、横移、潜浮的质量;  $T_r$  表示偏航的惯性力;  $F_u, F_v, F_w$  分别表示进退、横移、潜浮作用在潜器上的外力;  $I_r$  表示潜器偏航的力矩;  $W$  表示潜浮的浮力;  $k_u, k_u^*, k_v, k_v^*, k_w, k_w^*, k_r, k_r^*$  为相关系数.

水下潜器的运动轨迹可表示为  $\mathbf{X}_{1,k} = [x(k), y(k), z(k), \varphi(k)]$ , 其运动学方程描述如下:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + \rho_1(u \cos \varphi(k) - v \sin \varphi(k)) \\ y(k+1) &= y(k) + \rho_1(u \sin \varphi(k) + v \cos \varphi(k)) \\ z(k+1) &= z(k) + \rho_1 w \\ \varphi(k+1) &= \varphi(k) + \rho_1 r \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $x, y$  和  $z$  分别表示潜器在惯性坐标系北、东和下三个方位的位置;  $\varphi$  表示偏航旋转角度;  $\rho_1 \in \mathbf{R}^+$  为更新步长; 惯性坐标系和载体坐标系之间的映射关系可通过欧拉角变换进行转换. 定义  $\mathbf{X}_k = [\mathbf{X}_{1,k}, \mathbf{X}_{2,k}]^T$ , 其中  $\mathbf{X}_{2,k} = [u(k), v(k), w(k), r(k)]$ . 进一步, 结合式 (1) 和式 (2), 可得潜器的整体模型.

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \bar{\omega}_{k-1} \quad (3)$$

其中,  $f$  表示  $k-1$  与  $k$  时刻状态的非线性关系;  $\bar{\omega}$  为高斯白噪声, 噪声协方差为  $Q_k = \mathbb{E}\{\bar{\omega}_k \bar{\omega}_k^T\}$ .

在定位过程中, 每个传感器节点有对应的 ID 号, 且彼此知道感知范围内节点的 ID. 传感器节点可编号为  $1, 2, \dots, N$ , 且第  $n$  个传感器节点的位置可表示为  $(x_n, y_n, z_n)$ , 其中潜器的位置可表示为  $(x, y, z)$ . 为此, 定位过程 (见图 2) 可以归纳为如下 4 步:

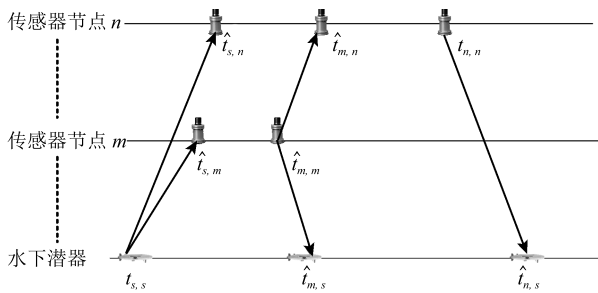


图 2 传感器与潜器的信息协同过程

Fig. 2 Cooperation process for the sensors and vehicle

**步骤 1.** 在初始时刻  $t_{s,s}$ , 潜器向传感器节点发送定位请求, 其中发起消息包含传感器节点的发送顺序, 由  $n = 1, 2, \dots, N$  表示. 随后, 潜器进入监听模式, 等待来自传感器节点的消息有序传回.

**步骤 2.** 在  $\hat{t}_{s,n}$  时刻, 传感器节点  $n$  接收到潜器消息后, 节点  $n$  进入监听模式并对来自节点  $1, 2, \dots, n-1$  的所有消息进行解码. 记录到达时间为  $\hat{t}_{m,n}$ , 其中  $m = 1, 2, \dots, n-1$ . 当节点  $n$  接收完节

点  $n-1$  的消息后, 进入发送模式并在时间  $t_{n,n}$  发出它自己的消息. 节点  $n$  发出的时间戳信息包含  $\hat{t}_{s,n}$ ,  $\{\hat{t}_{m,n}\}_{m=1}^{n-1}$  以及  $t_{n,n}$ .

**步骤 3.** 潜器在时刻  $\hat{t}_{n,s}$  接收到来自传感器节点  $n$  的回复, 其中  $n = 1, 2, \dots, N$ . 在接收到传感器节点  $N$  消息后, 潜器完成本次定位交互过程, 其中收集到的时间戳可表示为  $\{\hat{t}_{s,n}, t_{n,n}, \hat{t}_{n,s}\}_{n=1}^N$ ,  $\{\hat{t}_{m,n}\}_{n=2, m=1}^{N, n-1}$ .

**步骤 4.** 基于上述时间戳测量, 潜器结合水下声速, 将时间戳信息转化为距离信息, 进而利用协同定位算法确定水平位置  $(x, y)$ . 最后, 将水下水平位置与深度位置进行结合, 确定潜器的位置  $(x, y, z)$ , 整个定位过程结束.

考虑如下的异步时钟模型<sup>[15]</sup>:  $T = t + a$ , 其中  $T$  表示测量时间,  $t$  表示真实时间,  $a$  为时钟偏移.

算法目的: 构建传播时延与位置之间的交互关联; 定义潜器协同定位问题, 并根据潜器整体模型 (3), 提出基于扩展卡尔曼与无迹卡尔曼滤波的协同定位算法, 以实现潜器  $(x, y)$  位置的准确获取.

## 2 水下潜器协同定位

### 2.1 传播时间与位置关系构建

为抵消时钟异步的影响, 获取时间差如下:

$$T_{s,n} = (\hat{t}_{n,s} - t_{s,s}) - (t_{n,n} - \hat{t}_{s,n}) \quad (4)$$

$$T_{m,n} = (\hat{t}_{m,n} - \hat{t}_{s,n}) - (t_{m,m} - \hat{t}_{s,m}) \quad (5)$$

其中,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $m = 1, 2, \dots, n-1$ . 可看出上述时间戳差值都是在相同的节点时钟上做差的, 因此上述计算可以消去时钟偏差的影响.

水下潜器与传感器节点  $n$ 、传感器节点  $n$  与传感器节点  $m$  之间的距离可分别表示为

$$\begin{aligned} l_{s,n} &= \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2} \\ l_{m,n} &= \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2 + (z_m - z_n)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

假设测量值具有相同精度, 且方差为  $\delta_{\text{mea}}^2$ . 为此, 结合式 (4)~(6) 可获得相应的定位位置与时间测量值的关系.

$$T_{s,n} = 2\gamma_{s,n} + v_{s,n} \quad (7)$$

$$T_{m,n} = \gamma_{s,m} + \gamma_{m,n} - \gamma_{s,n} + v_{m,n} \quad (8)$$

其中,  $\gamma_{s,n} = l_{s,n}/c$ ,  $\gamma_{m,n} = l_{m,n}/c$ ,  $c$  为水声传播速度.  $v_{s,n}$  和  $v_{m,n}$  为测量噪声. 根据图 2, 在定位过程中获取的对应时间戳的传播次数及式 (4) 和式 (5) 可以推导出  $v_{s,n}$  与  $v_{m,n}$  的协方差可以分别为  $2\delta_{\text{mea}}^2$  与  $3\delta_{\text{mea}}^2$ .

水下潜器异步时钟定位问题可以表示为

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{(x,y)} \left\{ \frac{1}{4\delta_{\text{mea}}^2} \sum_{n=1}^N (T_{s,n} - 2\gamma_{s,n})^2 + \frac{1}{6\delta_{\text{mea}}^2} \sum_{n=2}^N \sum_{m=1}^{n-1} [T_{k,n} - (\gamma_{s,m} + \gamma_{m,n} - \gamma_{s,n})]^2 \right\}$$

**注 1.** 相比于超短基线定位方法, 本文的定位方法有如下不同: 在超短基线定位中, 潜器与传感器 (或浮标) 直接交互, 没有考虑传感器间的信息交互, 在上述思想下定位问题可定义为  $(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min_{(x,y)} 1/(4\delta_{\text{mea}}^2) \sum_{n=1}^N (T_{s,n} - 2\gamma_{s,n})^2$ , 而本文给出的定位问题也考虑了锚节点间的协作, 可通过锚节点的协作增加定位的可靠性与精度.

## 2.2 协同定位算法设计

### 2.2.1 基于扩展卡尔曼滤波的协同定位算法

基于式 (4)~(6), 定位时间差可转化为如下距离测量:  $\mathbf{Z}_k = \{cT_{s,n}, cT_{m,n} | n = 1, \dots, N. m = 1, \dots, n-1\}$ . 由于  $\mathbf{Z}_k$  与潜器的位置  $(x, y, z)^T$  有关, 再根据式 (6)~(8) 将位置与距离测量构建关联如下:

$$\mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k \quad (9)$$

其中,  $h(\mathbf{X}_k) = [2l_{s,1}(k), \dots, 2l_{s,n}(k), l_{1,2}(k) + l_{s,1}(k) - l_{s,2}(k), \dots, l_{s,m}(k) + l_{m,n}(k) - l_{s,n}(k)]^T$ ; 假设  $\mathbf{v}_k$  是方差为  $R_k$  的零均值测量噪声.

考虑到穷举法在求解水下时钟异步协同定位时存在算法复杂度较高的问题, 本部分用扩展卡尔曼滤波<sup>[21]</sup> 进行定位迭代, 进而估计出优化问题的最优解, 其中  $k$  时刻潜器的位置估计可由  $\hat{\mathbf{X}}_{e,k}$  表示.

**步骤 1.** 在  $k = 1$  时进行初始化, 得  $\hat{\mathbf{X}}_{e,0} = \mathbb{E}[\mathbf{X}_0]$ ,  $\hat{P}_{e,0} = \mathbb{E}[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_{e,0})(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_{e,0})^T]$ .

**步骤 2.** 基于式 (3) 对潜器位置进行状态预测

$$\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1} = f(\hat{\mathbf{X}}_{e,k-1}) \quad (10)$$

**步骤 3.** 基于式 (6) 和式 (9), 可知在  $k$  时刻测量方程  $h(\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1})$  关于状态位置  $\mathbf{X}_k$  的雅克比矩阵为  $H_{e,k} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}_k} |_{\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1}}$ . 与其类似, 状态方程  $f$  关于  $\mathbf{X}_{k-1}$  的雅克比矩阵可定义为  $F_{e,k-1} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} |_{\hat{\mathbf{X}}_{e,k-1}}$ . 进而, 在  $k$  时刻估计协方差矩阵表示为  $P_{e,k}$ , 同时状态预测协方差矩阵  $P_{e,k|k-1}$  更新为

$$P_{e,k|k-1} = F_{e,k-1} P_{e,k-1} F_{e,k-1}^T + Q_{k-1} \quad (11)$$

**步骤 4.** 估计协方差更新为

$$P_{e,k} = [I - K_{e,k} H_{e,k}] P_{e,k|k-1} \quad (12)$$

卡尔曼增益  $K_{e,k}$  为

$$K_{e,k} = P_{e,k|k-1} H_{e,k}^T S_k^{-1} \quad (13)$$

状态更新方程为

$$\hat{\mathbf{X}}_{e,k} = \hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1} + K_{e,k} [\mathbf{Z}_k - h(\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1})] \quad (14)$$

其中,  $S_k = H_{e,k} P_{e,k|k-1} H_{e,k}^T + R_k$ .

由上述迭代过程, 最终可得出水下潜器的位置估计  $\hat{\mathbf{X}}_{e,k}$ , 即  $(\hat{x}, \hat{y})$ . 具体定位过程见算法 1.

### 算法 1. 扩展卡尔曼协同定位算法

- 1: 初始化: 迭代次数  $\hat{M}$ 、状态初始估计  $\hat{\mathbf{X}}_{e,0}$  和状态估计初始协方差  $P_{e,0}$ .
- 2: 输出: 位置估计  $\hat{\mathbf{X}}_{e,k}$  和相应的  $P_{e,k}$ .
- 3: **for**  $k = 1 : \hat{M}$  **do**
- 4: 根据式 (10) 计算得到状态预测  $\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1}$ , 从式 (11) 得到协方差矩阵  $P_{e,k|k-1}$ ;
- 5: 根据式 (9) 得到预测距离表示为  $h(\hat{\mathbf{X}}_{e,k|k-1})$ ;
- 6: 由式 (12) 更新协方差矩阵  $P_{e,k}$ , 由式 (13) 更新卡尔曼系数  $K_{e,k}$ , 再根据式 (14) 更新状态信息  $\hat{\mathbf{X}}_{e,k}$ ;
- 7: **end for**

### 2.2.2 基于无迹卡尔曼滤波的协同定位算法

上述算法需求解雅克比矩阵, 易引入模型误差且求解繁琐. 为此, 采用无迹卡尔曼滤波<sup>[22]</sup> 进行协同定位, 其中  $k$  时刻潜器的位置估计可由  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k}$  表示.

**步骤 1.** 在  $k = 1$  时, 进行如下初始化:  $\hat{\mathbf{X}}_{u,0} = \mathbb{E}[\mathbf{X}_0]$ ,  $\hat{P}_{u,0} = \mathbb{E}[(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_{u,0})(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_{u,0})^T]$ .

**步骤 2.** 基于状态估计  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k-1}$  和误差协方差矩阵  $P_{u,k-1}$ , 选择 Sigma 点如下:

$$\chi_{j,k-1} = \left[ \hat{\mathbf{X}}_{u,k-1}, \hat{\mathbf{X}}_{u,k-1} \pm \left( \tau \sqrt{\hat{P}_{u,k-1}} \right) \right]_{\hat{m}} \quad (15)$$

其中,  $\chi_{j,k-1}$  是  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k-1}$  的第  $j+1$  列,  $j = 0, \dots, 2L$ ;  $\tau = \sqrt{L + \lambda}$ ; 其中  $L = 8$ ;  $\hat{m}$  表示矩阵的第  $\hat{m}$  列.

**步骤 3.** 根据状态方程 (3) 预测下一时刻状态  $\chi_{j,k|k-1} = f(\chi_{j,k-1})$ , 并加权处理后得

$$\hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(\hat{m})} \chi_{j,k|k-1} \quad (16)$$

协方差矩阵更新为

$$\hat{P}_{u,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(c)} \left[ \chi_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \right] \times \left[ \chi_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \right]^T \quad (17)$$

其中,  $W_0^{(\hat{m})} = \lambda / (L + \lambda)$ ,  $W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta)$ ,  $W_j^{(\hat{m})} = W_j^{(c)} = 1 / (2(L + \lambda))$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$

和  $\beta = 2$ . 由式 (15), 对状态进行第二次 Sigma 取点.

$$\chi_{j,k|k-1} = \left[ \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}, \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \pm (\tau \sqrt{\hat{P}_{u,k|k-1}}) \hat{m} \right]$$

然后由式 (9) 计算自身位置测量值的无迹变换.

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{j,k|k-1} &= h(\chi_{j,k|k-1}) + \mathbf{v}_k \\ \hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1} &= \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(\hat{m})} \mathbf{Z}_{j,k|k-1} \end{aligned} \quad (18)$$

**步骤 4.** 测量协方差矩阵和状态值测量交互协方差矩阵更新为

$$\begin{aligned} P_{\hat{\mathbf{Z}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}} &= \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(c)} \left[ \mathbf{Z}_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1} \right] \times \\ &\quad \left[ \mathbf{Z}_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1} \right]^T \\ P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}} &= \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(c)} \left[ \chi_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \right] \times \\ &\quad \left[ \mathbf{Z}_{j,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1} \right]^T \end{aligned}$$

**步骤 5.** 通过以下更新规则来更新卡尔曼增益、协方差和估计状态.

$$K_{u,k} = P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}} P_{\hat{\mathbf{Z}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}}^{-1} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{u,k} &= \hat{P}_{u,k|k-1} - \\ &\quad P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}} P_{\hat{\mathbf{Z}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}}^{-1} P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}}^T \end{aligned} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{u,k} = \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} + K_{u,k} (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1}) \quad (21)$$

由上述过程, 也可以得出水下潜器的位置估计  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k}$ , 即  $(\hat{x}, \hat{y})$ . 具体定位过程如算法 2 所示.

### 算法 2. 无迹卡尔曼协同定位算法

- 1: 初始化: 迭代次数  $\bar{M}$ , 状态初始估计  $\hat{\mathbf{X}}_{u,0}$  和状态估计初始协方差  $\hat{P}_{u,0}$ .
- 2: 输出: 位置估计  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k}$  和相应的  $\hat{P}_{u,k}$ .
- 3: **for**  $k = 1 : \bar{M}$  **do**
- 4: 根据式 (15) 选取 sigma 点;
- 5: 根据式 (16) 计算  $\chi_{j,k|k-1}$ , 从式 (17) 得  $\hat{P}_{u,k|k-1}$ ;
- 6: 二次选取 sigma 点, 更新  $\chi_{j,k|k-1}$ ;
- 7: 根据式 (18) 得到预测距离  $\hat{\mathbf{Z}}_{u,k|k-1}$ ;
- 8: 由式 (20) 更新协方差矩阵  $\hat{P}_{u,k}$ , 由式 (19) 更新卡尔曼系数  $K_{u,k}$ , 由式 (21) 更新状态信息  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k}$ ;
- 9: **end for**

## 3 性能分析

### 3.1 算法有界性分析

虽然一般卡尔曼估计均方误差 (Mean squared

error, MSE) 已被证明有界<sup>[23]</sup>, 但在对水下异步时钟定位进行稳定性分析上有所不同. 由文献 [24] 可知, 滤波算法有界性分析需要在线性化后的系统矩阵  $F_{e,k-1}$  和测量矩阵  $H_{e,k}$  的基础上进行. 基于此, 可导出伪系统矩阵  $F_{u,k-1}$  和测量矩阵  $H_{u,k}$ . 考虑到扩展卡尔曼滤波与无迹卡尔曼滤波的证明类似, 下文以无迹卡尔曼滤波为例证明.  $H_{u,k}$  可以直接计算得到,  $H_{u,k} = (P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k} \hat{\mathbf{Z}}_{u,k}})^T (\hat{P}_{u,k|k-1})$ . 进一步, 伪系统矩阵  $F_{u,k-1}$  可定义为  $F_{u,k-1} = (P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}})^T (\hat{P}_{u,k-1})$ , 其中,  $P_{\hat{\mathbf{X}}_{u,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}} = \sum_{j=0}^{2L} W_j^{(c)} [\chi_{j,k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k-1}] [\chi_{j,k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}]^T$ .

与文献 [23] 类似, 引入对角矩阵  $\alpha_k = \text{diag}(\alpha_{1,k}, \alpha_{2,k}, \dots, \alpha_{n,k})$  和  $\beta_k = \text{diag}(\beta_{1,k}, \beta_{2,k}, \dots, \beta_{n,k})$  对状态和观测进行补偿, 则式 (3) 和式 (9) 可更新为

$$\hat{\mathbf{X}}_{u,k} = \alpha_{k-1} F_{u,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{u,k-1} + \bar{\omega}_{k-1} \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{u,k} = \beta_k H_{u,k} \hat{\mathbf{X}}_{u,k} + \mathbf{v}_k \quad (23)$$

进而, 可得出预测误差协方差、更新误差协方差和无迹卡尔曼滤波增益如下:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{u,k|k-1} &= \alpha_{k-1} F_{u,k-1} \hat{P}_{u,k-1} \times \\ &\quad (\alpha_{k-1} F_{u,k-1})^T + Q_{k-1} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\hat{P}_{u,k} = (I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \hat{P}_{u,k|k-1} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} K_{u,k} &= \hat{P}_{u,k|k-1} (\beta_k H_{u,k})^T \times \\ &\quad \left[ \beta_k H_{u,k} \hat{P}_{u,k|k-1} (\beta_k H_{u,k})^T + R_k \right]^{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

为给出估计有界性证明, 参考如下引理<sup>[25]</sup>.

**引理 1.** 假设  $\zeta_k$  是随机过程, 且存在  $V(\zeta_k)$  和正实数  $v_{\min}, v_{\max}$  且  $0 < \lambda \leq 1$ , 这样对于  $\forall k$ , 有

$$v_{\min} \|\zeta_k\|^2 \leq V(\zeta_k) \leq v_{\max} \|\zeta_k\|^2$$

$$\mathbb{E}[V(\zeta_k) | \zeta_{k-1}] - V(\zeta_{k-1}) \leq \mu - \lambda V(\zeta_{k-1})$$

若满足上式则该随机过程以均方为界表示为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\|\zeta_k\|^2\} &\leq \frac{v_{\max}}{v_{\min}} \mathbb{E}\{\|\zeta_0\|^2\} (1 - \lambda)^k + \\ &\quad \frac{\mu}{v_{\min}} \sum_{i=1}^{k-1} (1 - \lambda)^i \end{aligned}$$

**引理 2.** 如果矩阵  $A > 0$  且  $C > 0$ , 可知  $A^{-1} > B(B^T A B + C)^{-1} B^T$ .

基于上述引理, 给出如下有界性定理.

**定理 1.** 基于状态方程 (3) 和测量方程 (9), 并结合算法 2, 可得出结论如下:

1) 存在不为零的实数  $\alpha_{\min}, \beta_{\min}, f_{\min}, h_{\min}, \alpha_{\max}, \beta_{\max}, f_{\max}$  和  $h_{\max}$ , 使得对于任何  $k \geq 0$  满足如下关系:  $f_{\min}^2 I \leq F_{u,k} F_{u,k}^T \leq f_{\max}^2 I, h_{\min}^2 I \leq$

$H_{u,k}H_{u,k}^T \leq h_{\max}^2 I$ ,  $\alpha_{\min}^2 I \leq \alpha_k \alpha_k^T \leq \alpha_{\max}^2 I$  以及  $\beta_{\min}^2 I \leq \beta_k \beta_k^T \leq \beta_{\max}^2 I$ ;

2) 存在正实数  $p_{\min}$ ,  $p_{\max}$ ,  $q_{\min}$ ,  $q_{\max}$ ,  $r_{\min}$  和  $r_{\max}$ , 使满足如下关系:  $q_{\min} I \leq Q_k \leq q_{\max} I$ ,  $r_{\min} I \leq R_k \leq r_{\max} I$  以及  $p_{\min} I \leq P_{u,k} \leq p_{\max} I$ .

**证明.** 由文献 [26] 得, 预测和估计误差分别定义为  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k} = \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{u,k}$  和  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k} = \mathbf{X}_{k+1} - \hat{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}$ . 进而, 预选李亚普洛夫函数如下:

$$V_{k+1}(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}) = \tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}^T \hat{P}_{u,k+1|k}^{-1} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k} \quad (27)$$

从定理中的两个条件可知,  $\hat{P}_{u,k+1|k}^{-1}$  满足

$$(p_{\max} \alpha_{\max}^2 f_{\max}^2 + q_{\max})^{-1} I \leq \hat{P}_{u,k+1|k}^{-1} \leq (p_{\min} \alpha_{\min}^2 f_{\min}^2 + q_{\min})^{-1} I$$

其中,  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}$  可表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k} = \alpha_{k-1} F_{u,k-1} [(I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \times (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}) - K_{u,k} \mathbf{v}_k] + \bar{\omega}_k \quad (28)$$

综合式 (27) 和式 (28) 得到

$$\mathbb{E}[V_{k+1}(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}) | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}] = \Phi_{k+1}^x + \Phi_{k+1}^v + \Phi_{k+1}^w$$

其中

$$\Phi_{k+1}^x = \mathbb{E}\{[\alpha_{k-1} F_{u,k-1} (I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \times \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}]^T \hat{P}_{u,k+1|k}^{-1} [\alpha_{k-1} F_{u,k-1} \times (I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}] | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\}$$

$$\Phi_{k+1}^v = \mathbb{E}\{(-\alpha_{k-1} F_{u,k-1} K_{u,k} \mathbf{v}_k)^T \hat{P}_{u,k+1|k}^{-1} (-\alpha_{k-1} F_{u,k-1} K_{u,k} \mathbf{v}_k) | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\}$$

$$\Phi_{k+1}^w = \mathbb{E}\{\bar{\omega}_k^T \hat{P}_{u,k+1|k}^{-1} \bar{\omega}_k | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\}$$

由式 (24) 知,

$$P_{u,k+1|k}^{-1} = [\alpha_k F_{u,k} \hat{P}_{u,k} (\alpha_k F_{u,k})^T + Q_k]^{-1}$$

结合引理 2,  $P_{u,k+1|k}^{-1}$  可放缩为

$$P_{u,k+1|k}^{-1} \leq (\alpha_k F_{u,k})^{-T} \hat{P}_{u,k}^{-1} (\alpha_k F_{u,k})^{-1}$$

由定理的两个条件可将式 (24) 代入  $\Phi_{k+1}^x$  中, 并综合式 (25) 以及文献 [26], 可知

$$\begin{aligned} \Phi_{k+1}^x &\leq \mathbb{E}\{[(I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}]^T \hat{P}_{u,k}^{-1} \times \\ &(I - K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} = \\ &\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T \hat{P}_{u,k|k-1}^{-T} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} + \\ &\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T \hat{P}_{u,k|k-1}^{-T} (K_{u,k} \beta_k H_{u,k}) \times \\ &\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} \end{aligned} \quad (29)$$

结合式 (26), (27), (29), 可得

$$\begin{aligned} \Phi_{k+1}^x - V_k(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}) &= \\ &\mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T \hat{P}_{u,k|k-1}^{-T} \hat{P}_{u,k|k-1} \times \\ &(\beta_k H_{u,k})^T [\beta_k H_{u,k} \hat{P}_{u,k|k-1} (\beta_k H_{u,k})^T + \\ &R_k]^{-1} \beta_k H_{u,k} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} \end{aligned} \quad (30)$$

由引理 2 可知,

$$\hat{P}_{u,k|k-1}^{-1} > (\beta_k H_{u,k})^T \times [\beta_k H_{u,k} \hat{P}_{u,k|k-1} (\beta_k H_{u,k})^T + R_k]^{-1} \beta_k H_{u,k}$$

两边同时乘以  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T$  和  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}$ , 其中  $\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \neq 0$ , 令

$$\begin{aligned} \lambda &= \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T (\beta_k H_{u,k})^T [\beta_k H_{u,k} \hat{P}_{u,k|k-1} \times \\ &(\beta_k H_{u,k})^T + R_k]^{-1} \beta_k H_{u,k} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} \times \\ &(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T \hat{P}_{u,k|k-1}^{-1} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}) \end{aligned} \quad (31)$$

从式 (31) 可知,  $0 < \lambda < 1$ , 根据定理的两个条件可得

$$\lambda \geq p_{\min} (h_{\min} \beta_{\min})^2 \times [p_{\max} (h_{\max} \beta_{\max})^2 + r_{\max}]^{-1} = \lambda_{\min} > 0$$

则式 (30) 可改写为

$$\begin{aligned} \Phi_{k+1}^x - \mathbb{E}\{V_k(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1})\} &\leq \\ &-\lambda_{\min} \mathbb{E}\{\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}^T \hat{P}_{u,k|k-1}^{-T} \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1} | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} = \\ &-\lambda_{\min} \mathbb{E}\{V_k(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1})\} \end{aligned} \quad (32)$$

$\Phi_{k+1}^v$  和  $\Phi_{k+1}^w$  的分析与上述过程类似, 进而可得

$$\Phi_{k+1}^v + \Phi_{k+1}^w \leq (p_{\min} \alpha_{\min}^2 f_{\min}^2 + q_{\min})^{-1} \times (\alpha_{\max}^2 f_{\max}^2 k_{\max}^2 + q_{\max}) = \mu$$

最终可知

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_{k+1}(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}) | \tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}\} - V_k(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}) &\leq \\ \mu - \lambda_{\min} V_k(\tilde{\mathbf{X}}_{u,k|k-1}) \end{aligned} \quad (33)$$

由式 (33) 推导, 根据引理 1, 可知  $\mathbf{X}_{u,k+1|k}$  均方根有界, 根据式 (22) 可变形为

$$\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k} = \alpha_k F_{u,k} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{u,k}) + \bar{\omega}_k$$

两边同时求期望, 可得

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\|\tilde{\mathbf{X}}_{u,k}\|^2\} &\leq \\ &\alpha_{\min}^{-2} f_{\min}^{-2} \left\{ \mathbb{E}\{\|\tilde{\mathbf{X}}_{u,k+1|k}\|^2\} - \mathbb{E}\{\|\bar{\omega}_k\|^2\} \right\} \end{aligned}$$

遵循与前面相同的规律,  $\hat{\omega}_k$  在均方中也是指数有界的. 因此, 可知估计误差  $\hat{\mathbf{X}}_{u,k}$  均方有界.  $\square$

### 3.2 克拉美罗下界 (CRLB)

令  $M^k = \{\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_k\}$ ,  $N^k = \{\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_k\}$ .  $P(M^k, N^k)$  对应的联合概率密度为  $(M^k, N^k)$ , 则克拉美罗估计误差的形式为

$$P_k := \mathbb{E} \left\{ [\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k][\hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{X}_k]^T \right\} \geq J_k^{-1} \quad (34)$$

其中,  $J_k = \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial \ln p(M^k, N^k)}{\partial \mathbf{X}_k^2} \right\}$  为 Fisher 信息矩阵.

进一步,  $J_k$  可定义为

$$J_k = D_k^{22} - D_k^{21}(J_{k-1} + D_k^{11})^{-1}D_k^{12} \quad (35)$$

其中,

$$\begin{aligned} D_k^{11} &= \mathbb{E} \left\{ -\frac{\partial^2 \ln \hat{P}_{k|k-1}}{\partial \mathbf{X}_{k-1}^2} \right\} \\ D_k^{12} &= \mathbb{E} \left\{ -\frac{\partial^2 \ln \hat{P}_{k|k-1}}{\partial \mathbf{X}_k \partial \mathbf{X}_{k-1}} \right\} \\ D_k^{21} &= \mathbb{E} \left\{ -\frac{\partial^2 \ln \hat{P}_{k|k-1}}{\partial \mathbf{X}_{k-1} \partial \mathbf{X}_k} \right\} \\ D_k^{22} &= \mathbb{E} \left\{ -\frac{\partial^2 \ln \hat{P}_{k|k-1}}{\partial \mathbf{X}_k^2} \right\} + \mathbb{E} \left\{ -\frac{\partial^2 \ln P_{Z_k|X_k}}{\partial \mathbf{X}_k^2} \right\} \end{aligned}$$

在高斯白噪声假设下, 由式 (3) 和式 (9) 可知

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k|k-1} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} |Q_k|} \times \\ &\quad e^{\{-\frac{1}{2}[\mathbf{X}_k - f(\mathbf{X}_{k-1})]^T Q_k^{-1} [\mathbf{X}_k - f(\mathbf{X}_{k-1})]\}} \\ P_{Z_k|X_k} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} |R_k|} \times \\ &\quad e^{\{-\frac{1}{2}[Z_k - h(\mathbf{X}_k)]^T R_k^{-1} [Z_k - h(\mathbf{X}_k)]\}} \end{aligned}$$

进而可得

$$\begin{aligned} D_k^{11} &= -F_{e,k}^T Q_k^{-1} F_{e,k} \\ D_k^{12} &= -F_{e,k}^T Q_k^{-1} \\ D_k^{21} &= -Q_k^{-1} F_{e,k} \\ D_k^{22} &= -Q_k^{-1} + H_{e,k}^T R_k^{-1} H_{e,k} \end{aligned}$$

综上, 式 (35) 可更新为

$$\begin{aligned} J_k &= Q_k^{-1} + H_{e,k}^T R_k^{-1} H_{e,k} - Q_k^{-1} F_{e,k} \times \\ &\quad (J_{k-1} + F_{e,k}^T Q_k^{-1} F_{e,k})^{-1} F_{e,k}^T Q_k^{-1} \end{aligned}$$

## 4 仿真分析

使用 4 个传感器对潜器定位. 设定状态方差为  $Q = 0.01I$ , 初始协方差矩阵为  $P = 0.2I$ , 测量方差为  $R = \text{diag}(3, 3, 3, 3, 4.5, 4.5, 4.5, 4.5, 4.5, 4.5)$ . 潜器初始位置为 (500 m, 200 m, -100 m). 传感器位置分别为 (600 m, 100 m, -100 m), (400 m, 300 m, -110 m), (600 m, 300 m, -90 m) 以及 (550 m, 150 m, -100 m).

### 1) 传感器与潜器信息物理交互过程分析

图 3 给出了同步测量 (文献 [7-8, 11]) 与异步测量 (本文) 方式下的距离比较. 为更加直观显示距离精度, 图 4 给出了同步与异步测量下的距离误差. 从图 3 和图 4 可以看出, 本文所提的异步定位策略可以有效消除异步时钟对水下定位的影响.

### 2) 协同定位算法精度比较

从图 5 可以看出, 基于无迹卡尔曼滤波的定位算法精度更高. 为更清晰地表述上述判断, 图 6 给出了上述 3 种定位算法下的均方误差 (MSE), 可以看出扩展卡尔曼与无迹卡尔曼滤波下的定位精度比穷举法下定位精度高, 基于扩展卡尔曼滤波的定位算法精度没有无迹卡尔曼滤波下定位精度高. 图 7 给出了两种滤波下的 MSE, 可看出无迹卡尔曼滤波更接近 CRLB, 其定位精度更高.

### 3) 协同定位算法仿真时间比较

图 8 给出了三种方法下的定位过程持续时间. 可以看出, 相比于扩展卡尔曼与无迹卡尔曼滤波算法, 基于穷举法的定位算法需要更长的时间达到所需要的定位精度. 同时, 基于扩展卡尔曼与无迹卡尔曼滤波的定位算法仿真时间相差不大, 但是基于无迹卡尔曼滤波的定位算法定位精度更高 (见图 6 和图 7).

### 4) 误差统计分析

以无迹卡尔曼滤波定位算法为例, 设定三种干扰场景. 场景 2 下的干扰强度大于场景 1 下的干扰强度, 而场景 3 下的干扰强度大于场景 2 下的干扰强度. 考虑上述场景, 图 9 和图 10 分别给出了潜器的定位轨迹与定位误差. 可以看出, 在上述场景下潜器尽管可以完成定位任务, 然而场景 1 下的定位精度最高, 而场景 3 下的定位精度最差, 即干扰强度的增大降低了定位的精度. 图 11 给出了测量距离误差的统计特性, 可以看出干扰越小距离误差分布越接近于零.

## 5 结论

针对异步时钟下的潜器定位问题, 提出了一种基于信息物理融合的水下潜器协同定位算法. 建立了通信时延与位置的关系, 并定义了潜器协同定位问题. 为求解上述优化问题, 提出了基于扩展卡尔曼

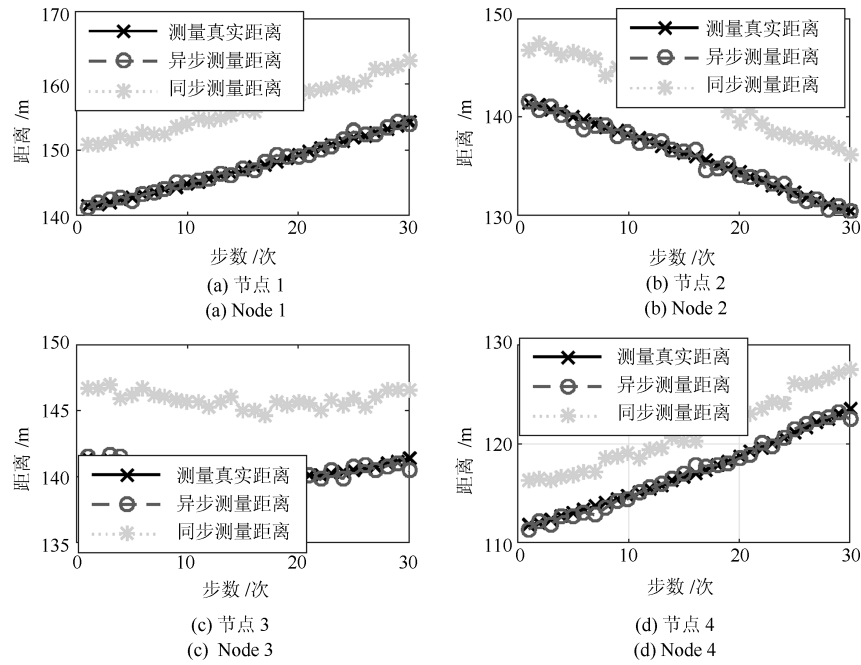


图 3 同步测量与异步测量距离比较

Fig. 3 Distance comparison with synchronous and asynchronous measurements

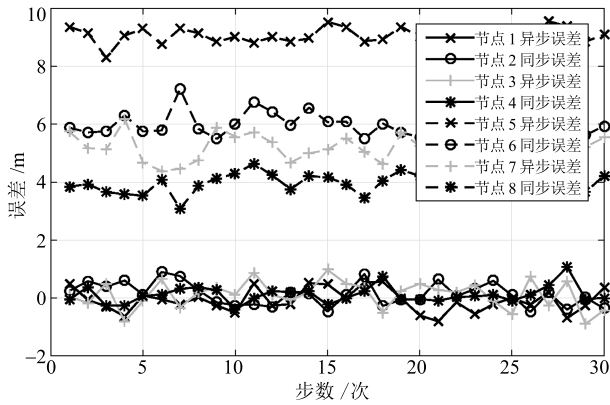


图 4 同步测量与异步测量距离误差比较

Fig. 4 Distance error comparison with synchronous and asynchronous measurements

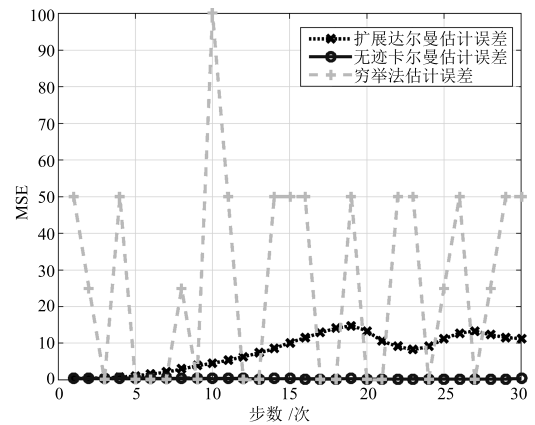


图 6 穷举法、扩展卡尔曼与无迹卡尔曼 MSE 比较

Fig. 6 Comparison of MSE for exhaustive, EKF and UKF based methods

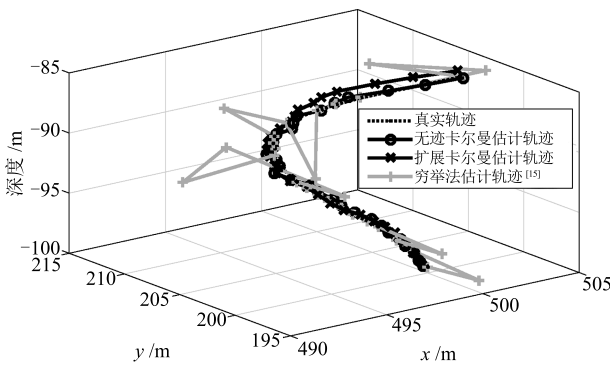


图 5 穷举法、扩展卡尔曼和无迹卡尔曼定位轨迹

Fig. 5 Trajectories with exhaustive, EKF-based and UKF-based methods

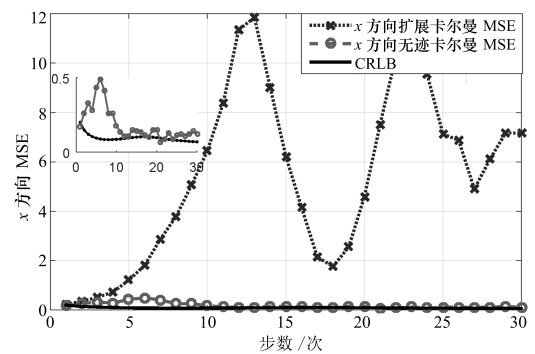


图 7 扩展卡尔曼与无迹卡尔曼 MSE 与 CRLB 比较

Fig. 7 Comparison of MSE and CRLB for UKF and EKF-based methods



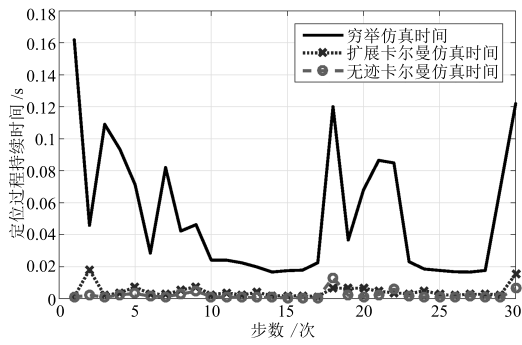


图8 算法仿真定位用时比较

Fig. 8 Localized trajectories of underwater vehicle different interference intensities

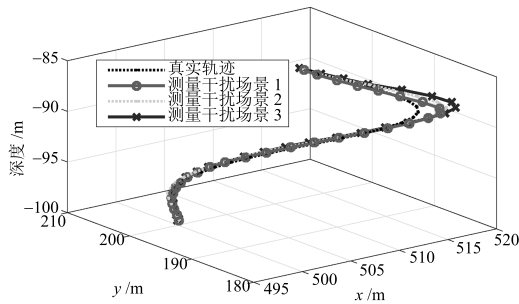


图9 不同干扰强度下潜器定位轨迹

Fig. 9 Positioning trajectories of submersible under different interference intensities

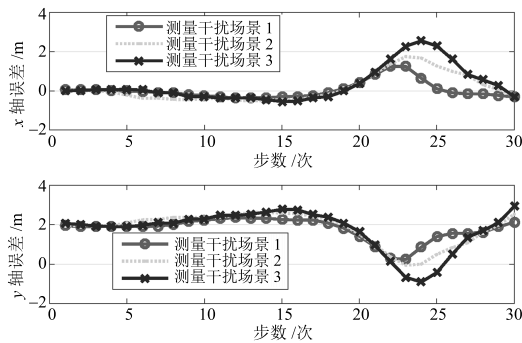


图10 不同干扰强度下潜器定位误差

Fig. 10 Positioning errors of underwater vehicle under different interference intensities

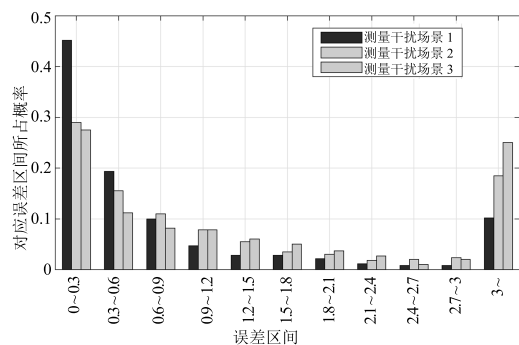


图11 误差统计分析

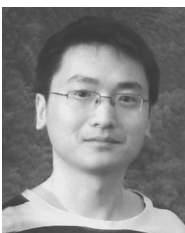
Fig. 11 Analysis of statistical error

与无迹卡尔曼滤波的协同定位算法, 并对上述定位算法的有界性以及克拉美罗下界进行了分析. 最后, 通过仿真对比验证了本文所提方法的有效性.

## References

- Han G J, Xu H H, Duong T Q, Jiang J F, Hara T. Localization algorithms of wireless sensor networks: a survey. *Telecommunication Systems*, 2013, **52**(4): 2419–2436
- Ding Wen-Dong, Xu De, Liu Xi-Long, Zhang Da-Peng, Chen Tian. Review on visual odometry for mobile robots. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(3): 385–400 (丁文东, 徐德, 刘希龙, 张大鹏, 陈天. 移动机器人视觉里程计综述. *自动化学报*, 2018, **44**(3): 385–400)
- He J P, Cheng P, Chen J M, Shi L, Lu R X. Time synchronization for random mobile sensor networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2014, **63**(8): 3935–3946
- Wang Y, Ho K C. Unified near-field and far-field localization for AOA and hybrid AOA-TDOA positionings. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, **17**(2): 1242–1254
- Xu S, Doğançay K. Optimal sensor placement for 3-D angle-of-arrival target localization. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **53**(3): 1196–1211
- Wang J, Zhang X, Gao Q H, Ma X R, Feng X Y, Wang H Y. Device-free simultaneous wireless localization and activity recognition with wavelet feature. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, **66**(2): 1659–1669
- Liu J, Wang Z H, Peng Z, Cui J H, Fiondella L. Suave: swarm underwater autonomous vehicle localization. In: Proceedings of the 2014 IEEE INFOCOM — IEEE Conference on Computer Communications. Toronto, ON, Canada: IEEE, 2014. 64–72
- Zhou Z, Peng Z, Cui J H, Shi Z J, Bagtzoglou A. Scalable localization with mobility prediction for underwater sensor networks. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2011, **10**(3): 335–348
- Luo H J, Wu K S, Gong Y J, Ni L M. Localization for drifting restricted floating ocean sensor networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, **65**(12): 9968–9981
- He Hua-Cheng, Wang Lei, Jin Xin, Xu Sheng-Wen. Research on time-domain simulations of mooring-assisted dynamic positioning system for a semi-submersible platform. *The Ocean Engineering*, 2016, **34**(5): 117–124 (贺华成, 王磊, 金鑫, 徐胜文. 半潜平台锚泊辅助动力定位时域模拟研究. *海洋工程*, 2016, **34**(5): 117–124)
- Yan J, Xu Z Q, Wan Y, Chen C L, Luo X Y. Consensus estimation-based target localization in underwater acoustic sensor networks. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, **27**(9): 1607–1627
- Yan J, Xu Z Q, Luo X Y, Chen C L, Guan X P. Feedback-based target localization in underwater sensor networks: a multi-sensor fusion approach. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2019, **5**(1): 168–180
- Xu Bo, Bai Jin-Lei, Hao Yan-Ling, Gao Wei, Liu Ya-Long. The research status and progress of cooperative navigation for multiple AUVs. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 445–461 (徐博, 白金磊, 郝燕玲, 高伟, 刘亚龙. 多 AUV 协同导航问题的研究现状与进展. *自动化学报*, 2015, **41**(3): 445–461)

- 14 Yan J, Yang X, Luo X Y, Chen C L. Energy-Efficient data collection over AUV-Assisted underwater acoustic sensor network. *IEEE Systems Journal*, 2018, **12**(4): 3519–3530
- 15 Carroll P, Mahmood K, Zhou S L, Zhou H, Xu X K, Cui J H. On-demand asynchronous localization for underwater sensor networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(13): 3337–3348
- 16 Liu J, Wang Z H, Cui J H, Zhou S L, Yang B. A Joint Time synchronization and localization design for mobile underwater sensor networks. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2016, **15**(3): 530–543
- 17 Mortazavi E, Javidan R, Dehghani M J, Kavooosi V. A robust method for underwater wireless sensor joint localization and synchronization. *Ocean Engineering*, 2017, **137**: 276–286
- 18 Zhang B B, Wang H Y, Zheng L M, Wu J F, Zhuang Z W. Joint synchronization and localization for underwater sensor networks considering stratification effect. *IEEE Access*, 2017, **5**: 26932–26943
- 19 Yan J, Zhang X N, Luo X Y, Wang Y X, Chen C L, Guan X P. Asynchronous localization with mobility prediction for underwater acoustic sensor networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, **67**(3): 2543–2556
- 20 Caccia M, Veruggio G. Guidance and control of a reconfigurable unmanned underwater vehicle. *Control Engineering Practice*, 2000, **8**(1): 21–37
- 21 Julier S J, Uhlmann J K. New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In: Proceedings of the 1997 SPIE 3068, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI. Orlando, FL, USA: SPIE, 1997.
- 22 Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(3): 477–482
- 23 Xiong K, Zhang H Y, Chan C W. Performance evaluation of UKF-based nonlinear filtering. *Automatica*, 2006, **42**(2): 261–270
- 24 Lefebvre T, Bruyninckx H, De Schuller J. Comment on “A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators” [with authors’ reply]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(8): 1406–1409
- 25 Reif K, Gunther S, Yaz E, Unbehauen R. Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(4): 714–728
- 26 Li W Y, Wei G L, Han F, Liu Y R. Weighted average consensus-based unscented Kalman filtering. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(2): 558–567

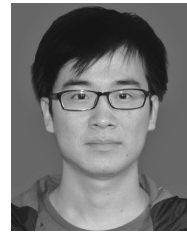


闫 敬 燕山大学电气工程学院副教授。2014 年获得燕山大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为水声传感网络, 水下机器人控制。  
E-mail: jyan@ysu.edu.cn

(YAN Jing Associate professor at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. He received his

Ph.D. degree in control theory and control engineering

from Yanshan University in 2014. His research interests covers underwater acoustic sensor networks, and the control of underwater vehicle.)



张 立 燕山大学电气工程学院硕士研究生。2016 年获得长江大学学士学位。主要研究方向为水下机器人定位与控制。  
E-mail: zlwyyx1@126.com

(ZHANG Li Master student at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. He received his bachelor degree from Yangtze University in 2016. His research interest covers localization and control for underwater vehicle.)



罗小元 燕山大学电气工程学院教授。2004 年获得燕山大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为水下信息物理系统, 多智能体协同控制。本文通信作者。  
E-mail: xylo@ysu.edu.cn

(LUO Xiao-Yuan Professor at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. He received his

Ph.D. degree in control theory and control engineering from Yanshan University in 2004. His research interest covers underwater cyber-physical systems, and the cooperative control of multi-agent systems. Corresponding author of this paper.)



濮 彬 燕山大学电气工程学院硕士研究生。2016 年获得滨州学院学士学位。主要研究方向为水声传感网络定位与追踪。E-mail: ppbbvip@163.com

(PU Bin Master student at the Institute of Electrical Engineering, Yanshan University. He received his bachelor degree from Binzhou University in 2016.

His research interest covers localization and tracking for underwater acoustic sensor networks.)



关新平 上海交通大学电子信息与电气工程学院教授。1999 年获得哈尔滨工业大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为工业信息物理系统, 无线组网及应用, 水下传感器网络。  
E-mail: xpguan@sjtu.edu.cn

(GUAN Xin-Ping Professor at the School of Electronic Information and

Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University. He received his Ph.D. degree in control theory and control engineering from Harbin Institute of Technology in 1999. His research interest covers industrial cyber-physical systems, wireless networking and applications, and underwater sensor networks.)