

带未知模型参数和衰减观测率系统自校正分布式融合估计

段广全¹ 孙书利¹

摘要 研究了带未知模型参数和衰减观测率多传感器线性离散随机系统的信息融合估计问题. 在模型参数和衰减观测率未知的情形下, 应用递推增广最小二乘 (Recursive extend least squares, RELS) 算法和加权融合估计算法提出了分布式融合未知模型参数辨识器; 应用相关函数对描述衰减观测现象的随机变量的数学期望和方差进行在线辨识. 将辨识后的模型参数、数学期望和方差代入到最优分布式融合状态滤波器中, 获得了相应的自校正融合状态滤波算法. 应用动态误差系统分析 (Dynamic error system analysis, DESA) 方法证明了算法的收敛性. 仿真例子验证了算法的有效性.

关键词 递推增广最小二乘, 相关函数, 未知模型参数, 未知衰减观测率, 自校正融合估计

引用格式 段广全, 孙书利. 带未知模型参数和衰减观测率系统自校正分布式融合估计. 自动化学报, 2021, 47(2): 423–431

DOI 10.16383/j.aas.c180270



开放科学 (资源服务) 标识码 (OSID):

Self-tuning Distributed Fusion Estimation for Systems With Unknown Model Parameters and Fading Measurement Rates

DUAN Guang-Quan¹ SUN Shu-Li¹

Abstract This paper is concerned with the information fusion estimation problem for multi-sensor linear discrete-time stochastic systems with unknown model parameters and fading measurement rates. When the model parameters and fading measurement rates are unknown, a distributed weighted fusion identifier for the unknown model parameters is presented based on the recursive extend least squares (RELS) algorithm and weighted fusion estimation algorithm. Both the mathematical expectations and variances of random variables which describe the phenomena of fading measurements are identified by using the correlation functions. The corresponding self-tuning distributed fusion state filtering algorithm is obtained by substituting the identified model parameters, the mathematical expectations and variances into the optimal distributed fusion state filter. The convergence of the proposed algorithms is proven by using a dynamic error system analysis (DESA) method. A simulation example shows the effectiveness of the proposed algorithms.

Key words Recursive extend least squares (RELS), correlation function, unknown model parameter, unknown fading measurement rate, self-tuning fusion estimation

Citation Duan Guang-Quan, Sun Shu-Li. Self-tuning distributed fusion estimation for systems with unknown model parameters and fading measurement rates. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(2): 423–431

近年来, 多传感器信息融合技术得到广泛关注. 经典 Kalman 滤波需要已知模型参数和噪声统计特性^[1]. 而在实际应用中, 系统可能会出现模型参数或噪声统计特性未知情况. 文献 [2–4] 研究了带未知噪声方差系统的自校正估计问题. 文献 [5] 和 [6] 研究了模型参数和噪声方差未知系统的自校正融合估计问题. 文献 [7] 针对带未知模型参数和噪声统计特性且噪声相关的多传感器系统, 分别应用 RELS 算法、Gevers-Wouters 算法对未知模型参数和噪声统

计特性进行辨识, 并提出了自校正融合估值器. 文献 [5–7] 中在对未知模型参数进行融合处理时, 采用加权平均方法获得最终融合辨识器. 该方法没有考虑不同传感器的局部参数辨识的差异, 不能保证融合后的参数估计精度都优于每个局部参数估计. 上述文献所提出的辨识和估计算法都是基于完整的传感器观测数据, 而没有考虑数据的不完整现象.

在实际的网络化系统或传感器网络中, 由于传感器老化或故障、以及传感器的观测数据在通信传输过程中由于带宽有限, 可能会出现数据丢失、衰减、延迟等问题, 使得估值器所收到的传感器数据具有不完整现象^[8]. 文献 [9] 研究了带多丢包系统的最优估计问题. 文献 [10] 将文献 [9] 的单传感器系统推广到了多传感器系统, 对带有不同丢包率的多传感器系统, 提出了集中式和分布式融合估值器. 文献 [11–14] 考虑数据在传输过程中存在的丢失和延迟

收稿日期 2018-05-02 录用日期 2018-11-01
Manuscript received May 2, 2018; accepted November 1, 2018
国家自然科学基金 (61573132) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61573132)
本文责任编辑 张俊
Recommended by Associate Editor ZHANG Jun
1. 黑龙江大学电子工程学院 哈尔滨 150080
1. School of Electronics Engineering, Heilongjiang University, Harbin 150080

现象, 设计了相应的最优估值器. 其中文献 [13] 在文献 [12] 的基础上研究了带随机乘性噪声、多丢包和滞后系统的最优估计问题. 文献 [14] 考虑了过程噪声和观测噪声具有一步自相关和互相关的情况. 文献 [15] 和 [16] 对带有数据包丢失的多传感器系统, 应用协方差信息方法设计了分布式融合估值器. 在上述文献 [9–17] 中数据丢失现象均由一组满足伯努利分布的随机变量所描述, 这种数据丢失可以看作是观测数据发生衰减现象的一种特殊情况. 文献 [18] 和 [19] 考虑了带随机参数矩阵、相关噪声和衰减观测系统的最优和次优估计问题. 文献 [20] 中研究了带衰减观测系统的 Kalman 滤波估计问题, 同时分析了误差协方差的有界性和稳态特性. 文献 [21–22] 对带衰减观测的随机不确定系统, 分别设计了多传感器分布式和序贯融合估值器. 上述文献都是在假设观测丢失率或衰减率已知的情况下得到的最优估计结果. 而没有考虑观测丢失率或衰减率未知的自校正估计问题. 目前, 有关同时考虑带有未知模型参数和未知衰减观测率多传感器系统的自校正融合估计问题的报导甚少.

基于以上文献分析, 本文将对带有未知模型参数和衰减观测率的多传感器随机系统, 应用相关函数和递推增广最小二乘算法, 分别在线辨识衰减观测的数学期望、方差和模型参数. 应用线性无偏最小方差估计准则, 分别提出了分布式模型参数融合辨识器和自校正融合状态滤波器, 并分析算法的收敛性.

1 问题阐述

考虑带衰减观测的多传感器随机系统

$$\mathbf{x}(t+1) = \Phi\mathbf{x}(t) + \Gamma\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$y_i(t) = \mu_i(t)h_i\mathbf{x}(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

其中状态 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, 观测 $y_i(t) \in \mathbf{R}$, 过程噪声 $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$, 观测噪声 $v_i(t) \in \mathbf{R}$, 下标 i 表示第 i 个传感器, L 表示传感器的个数. $\{\mu_i(t)\}$ 为一组在 $[0, 1]$ 区间取值的用来描述第 i 个传感器衰减观测现象的标量随机变量. 其中 $E[\mu_i(t)] = \alpha_i$, $\text{Cov}[\mu_i(t)] = \sigma_i^2$, E 为数学期望符号, Cov 为协方差符号. $\{\mu_i(t)\}$ 与其他随机变量不相关. Φ, Γ, h_i 是适当维数矩阵.

假设 1. $\mathbf{w}(t)$ 和 $v_i(t)$ 为零均值、方差阵分别为 Q_w 和 Q_{v_i} 的不相关白噪声.

假设 2. 初值 $\mathbf{x}(0)$ 不相关于 $\mathbf{w}(t)$ 和 $v_i(t)$, 且 $E\{\mathbf{x}(0)\} = \mathbf{u}_0, E\left\{[\mathbf{x}(0) - \mathbf{u}_0][\mathbf{x}(0) - \mathbf{u}_0]^T\right\} = P_0$. 其中 T 为转置号.

假设 3. Φ 为稳定矩阵, (Φ, h_i) 是完全可观测, (Φ, Γ) 是完全可控对.

假设 4. Φ 中部分参数未知, $\{\mu_i(t)\}$ 的数学期望 α_i 和方差 σ_i^2 未知.

问题是基于观测 $(y_i(1), \dots, y_i(t)), i = 1, 2, \dots, L$, 辨识 Φ 中未知参数、 $\{\mu_i(t)\}$ 的数学期望 α_i 和方差 σ_i^2 , 并求 Φ 中未知参数的融合辨识器 $\hat{\Phi}_o(t)$ 和状态 $\mathbf{x}(t)$ 的自校正融合滤波器 $\hat{\mathbf{x}}_s(t|t)$.

注 1. 为了阅读方便, 这里对后文中经常遇到一些术语给予解释. 局部滤波器, 即基于单个传感器的观测数据所获得的滤波器; 最优滤波器, 即系统的模型参数以及衰减观测期望和方差已知情况下, 获得的线性最小方差意义下的滤波器; 自校正滤波器, 即系统模型含有未知参数, 以及衰减观测期望和方差未知情况下, 通过辨识这些未知参数, 然后代入最优滤波算法中获得的滤波器. 分布式融合滤波器, 即基于各个传感器的局部滤波器, 应用线性无偏最小方差矩阵加权融合估计算法^[23] 获得的融合滤波器.

2 分布式最优融合滤波

当系统模型参数、 $\{\mu_i(t)\}$ 的数学期望 α_i 和方差 σ_i^2 已知时, 应用线性无偏最小方差意义下的矩阵加权融合估计算法^[23] 可获得分布式最优融合滤波器. 下面给出实现过程.

由式 (2) 可得

$$y_i(t) = \alpha_i h_i \mathbf{x}(t) + V_i(t) \quad (3)$$

其中

$$V_i(t) = (\mu_i(t) - \alpha_i) h_i \mathbf{x}(t) + v_i(t) \quad (4)$$

可计算其方差阵为

$$Q_{V_i(t)} = E[V_i^2(t)] = \sigma_i^2 h_i X(t) h_i^T + Q_{v_i} \quad (5)$$

状态二阶矩 $X(t) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)]$ 可递推计算如下:

$$X(t+1) = \Phi X(t) \Phi^T + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (6)$$

初值为 $X(0) = \mu_0 \mu_0^T + P_0$. 由假设 3 可知 $X(t)$ 有界.

下面引理 1 给出了最优局部滤波器算法; 引理 2 给出了互协方差计算公式; 引理 3 给出了分布式最优加权融合滤波算法.

引理 1^[24]. 在假设 1~3 下, 随机系统 (1) 和 (3) 基于每个传感器的观测有最优局部滤波器

$$\hat{\mathbf{x}}_i(t+1|t+1) = \Psi_{f_i}(t+1)\hat{\mathbf{x}}_i(t|t) + K_i(t+1)y_i(t+1) \quad (7)$$

$$K_i(t+1) = \Sigma_i(t+1|t)F_i^T Q_{C_i}^{-1}(t+1) \quad (8)$$

$$\Sigma_i(t+1|t) = \Phi P_i(t|t)\Phi^T + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (9)$$

$$Q_{C_i}(t+1) = F_i \Sigma_i(t+1|t) F_i^T + Q_{V_i}(t+1) \quad (10)$$

$$P_i(t+1|t+1) = [I_n - K_i(t+1)F_i] \Sigma_i(t+1|t) \quad (11)$$

其中 $F_i = \alpha_i h_i$, $\Psi_{f_i}(t+1) = [I_n - K_i(t+1)F_i]\Phi$. $\hat{\mathbf{x}}_i(t|t)$ 为第 i 个传感器的局部滤波器, $K_i(t+1)$ 为相应的滤波增益, $P_i(t|t)$ 为滤波误差方差阵. 初值为 $\hat{\mathbf{x}}_i(0|0) = \mathbf{u}_0$, $P_i(0|0) = P_0$.

引理 2^[24]. 任意两个局部滤波误差之间的互协方差阵 $P_{ij}(t|t) = E[\tilde{\mathbf{x}}_i(t|t)\tilde{\mathbf{x}}_j^T(t|t)]$ (其中滤波误差 $\tilde{\mathbf{x}}_i(t|t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t|t)$) 可递推计算如下:

$$P_{ij}(t+1|t+1) = [I_n - K_i(t+1)F_i] \times [\Phi P_{ij}(t|t)\Phi^T + \Gamma Q_w \Gamma^T][I_n - K_j(t+1)F_j]^T \quad (12)$$

初值为 $P_{ij}(0|0) = P_0$.

引理 3^[23]. 基于引理 1 的各局部滤波器和引理 2 的任意两个局部滤波误差之间的互协方差阵, 分布式最优矩阵加权融合滤波器可计算如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_o(t|t) = \sum_{i=1}^L W_i(t) \hat{\mathbf{x}}_i(t|t) \quad (13)$$

加权矩阵计算为

$$[W_1(t), \dots, W_L(t)] = (e^T P^{-1}(t|t)e)^{-1} e^T P^{-1}(t|t) \quad (14)$$

其中 $e = [I_n, \dots, I_n]^T$, $P(t|t) = [P_{ij}(t|t)]_{nL \times nL}$ 是以 $P_{ij}(t|t)$ 为第 (i, j) 元素的分块矩阵. 融合滤波器的估计误差方差阵计算为

$$P_o(t|t) = (e^T P^{-1}(t|t)e)^{-1} \quad (15)$$

且有 $P_o(t|t) \leq P_i(t|t)$, $i = 1, \dots, L$.

3 未知模型参数融合辨识器

上一节我们针对系统模型精确已知时给出了分布式最优融合估计算法. 而在实际应用中, 系统模型可能含有未知参数. 当 Φ 中含有未知参数时, 本节采用 RELS 算法辨识未知模型参数, 并对辨识得到的 L 组参数估值进行加权融合, 获得模型参数的分布式融合辨识器. 下面给出具体实现过程.

由式 (1) 可得

$$\mathbf{x}(t) = (I_n - q^{-1}\Phi)^{-1} q^{-1}\Gamma \mathbf{w}(t) \quad (16)$$

式中 q^{-1} 为单位滞后算子, 即 $q^{-1}\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t-1)$. 将式 (16) 代入式 (3) 得

$$y_i(t) = \alpha_i h_i (I_n - q^{-1}\Phi)^{-1} q^{-1}\Gamma \mathbf{w}(t) + V_i(t) \quad (17)$$

将式 (17) 进一步化简得

$$A(q^{-1})y_i(t) = \alpha_i B_i(q^{-1})\mathbf{w}(t) + A(q^{-1})V_i(t) \quad (18)$$

其中 $A(q^{-1}) = \det(I_n - q^{-1}\Phi)$, $B_i(q^{-1}) = h_i \text{adj}(I_n - q^{-1}\Phi)q^{-1}\Gamma$, 式中 \det 和 adj 分别表示矩阵行列式和伴随矩阵. $A(q^{-1})$ 和 $B_i(q^{-1})$ 具有如下多项式形式:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \quad (19)$$

$$B_i(q^{-1}) = B_{i1} q^{-1} + \dots + B_{i n_{B_i}} q^{-n_{B_i}} \quad (20)$$

其中 $a_k, k = 1, \dots, n_a$ 和 $B_{ik}, k = 1, \dots, n_{B_i}$ 是多项式系数. n_a, n_{B_i} 分别为 $A(q^{-1})$ 和 $B_i(q^{-1})$ 的阶次. 式 (18) 等号右侧两个滑动平均过程可以等价为一个稳定的滑动平均过程 $D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t)$ ^[24], 即

$$D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t) = \alpha_i B_i(q^{-1})\mathbf{w}(t) + A(q^{-1})V_i(t) \quad (21)$$

其中 $\varepsilon_i(t)$ 是零均值且带有未知噪声方差 $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ 的白噪声, $D_i(q^{-1})$ 具有如下多项式形式:

$$D_i(q^{-1}) = 1 + d_{i1} q^{-1} + \dots + d_{i n_{D_i}} q^{-n_{D_i}} \quad (22)$$

其中 $d_{ik}, k = 1, \dots, n_{D_i}$ 是多项式 $D_i(q^{-1})$ 的系数, n_{D_i} 是 $D_i(q^{-1})$ 的阶次.

将式 (18) 重写为

$$A(q^{-1})y_i(t) = D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t) \quad (23)$$

令 $\varphi_i^T(t) = [-y_i(t-1), \dots, -y_i(t-n_a), \hat{\varepsilon}_i(t-1), \dots, \hat{\varepsilon}_i(t-n_{D_i})]$, $\vartheta_i = [a_1, \dots, a_{n_a}, d_{i1}, \dots, d_{i n_{D_i}}]^T$, 则式 (23) 可表示为

$$y_i(t) = \varphi_i^T(t)\vartheta_i + \varepsilon_i(t) \quad (24)$$

参数 $a_k, k = 1, \dots, n_a; d_{ik}, k = 1, \dots, n_{D_i}$ 未知.

基于每个单传感器的观测数据, 应用 RELS 算法^[24] 可得到局部参数估计为

$$\hat{\vartheta}_i(t+1) = \hat{\vartheta}_i(t) + M_i(t+1)\hat{\varepsilon}_i(t+1) \quad (25)$$

$$\hat{\varepsilon}_i(t+1) = y_i(t+1) - \varphi_i^T(t+1)\hat{\vartheta}_i(t) \quad (26)$$

$$M_i(t+1) = \frac{Z_i(t)\varphi_i(t+1)}{1 + \varphi_i^T(t+1)Z_i(t)\varphi_i(t+1)} \quad (27)$$

$$Z_i(t+1) = [I_{n_a+n_{D_i}} - M_i(t+1)\varphi_i^T(t+1)]Z_i(t) \quad (28)$$

代初值 $\hat{\vartheta}_i(0) = 0$, $Z_i(0) = \beta_i I$, β_i 为充分大的正数, 且规定 $\hat{\varepsilon}_i(j) = 0$, $y_i(j) = 0$ ($j \leq 0$).

由文献 [24] 可知, RELS 算法参数估计是一致的, 即 $\hat{\vartheta}_i(t) \rightarrow \vartheta_i, t \rightarrow \infty, w.p.1$. 符号 “ $w.p.1$ ” 表示 “以概率 1”.

由式 (25) 可得基于单传感器的局部参数估计误差 $\tilde{\vartheta}_i(t) = \vartheta_i - \hat{\vartheta}_i(t)$ 满足如下方程:

$$\tilde{\vartheta}_i(t+1) = [I_{n_a+n_{D_i}} - M_i(t+1)\varphi_i^T(t+1)]\tilde{\vartheta}_i(t) - M_i(t+1)\varepsilon_i(t+1) \quad (29)$$

于是, 任意两个局部参数估计之间的估计误差协方差阵 $P_{\vartheta_{ij}}(t) = E[\tilde{\vartheta}_i(t)\tilde{\vartheta}_j^T(t)]$ 可计算如下:

$$P_{\vartheta_{ij}}(t+1) = [I_{n_A+n_{D_i}} - M_i(t+1)\varphi_i^T(t+1)]P_{\vartheta_{ij}}(t) \\ + [I_{n_A+n_{D_j}} - M_j(t+1)\varphi_j^T(t+1)]^T + \\ M_i(t+1)\hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(t+1)M_j^T(t+1) \quad (30)$$

当 $i = j$ 时, $P_{\vartheta_{ii}}(t)$ 即为局部参数估计误差方差阵 $P_{\vartheta_i}(t)$. $\varepsilon_i(t)$ 与 $\varepsilon_j(t)$ 之间的互协方差 $\sigma_{\varepsilon_{ij}}^2$ 可近似计算如下:

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(t) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t \hat{\varepsilon}_i(k)\hat{\varepsilon}_j(k) \quad (31)$$

它可递推地计算为

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(t) = \hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(t-1) + \frac{1}{t} [\hat{\varepsilon}_i(t)\hat{\varepsilon}_j(t) - \hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(t-1)] \quad (32)$$

初值为 $\hat{\sigma}_{\varepsilon_{ij}}^2(0) = y_i(0)y_j(0)$, $i, j = 1, \dots, L$.

令 $\vartheta_A = [a_1, \dots, a_{n_a}]^T$, 则有 $\vartheta_{A_i} = [I_{n_a}, 0]^T \vartheta_i$. 于是, 我们有参数 ϑ_A 基于传感器 i 的局部估计和估计误差协方差阵如下:

$$\hat{\vartheta}_{A_i}(t) = [I_{n_a}, 0]^T \hat{\vartheta}_i(t) \quad (33)$$

$$P_{\vartheta_{A_{ij}}}(t) = [I_{n_a}, 0]P_{\vartheta_{ij}}(t)[I_{n_a}, 0]^T \quad (34)$$

当 $i = j$ 时, $P_{\vartheta_{A_{ii}}}(t)$ 即为局部参数 ϑ_A 的估计误差方差阵 $P_{\vartheta_{A_i}}(t)$.

由式 (18) 可知, 参数 $\vartheta_A = [a_1, \dots, a_{n_a}]^T$ 是 Φ 中未知参数的函数. 假设 Φ 中未知模型参数组成的列向量为 $\Lambda^{[\Phi]} \in \mathbf{R}^{n_\Phi}$, $n_\Phi \leq n_a$, 且可由 ϑ_A 唯一确定. 设 $\Lambda^{[\Phi]}$ 与 ϑ_A 之间满足如下关系:

$$\Lambda^{[\Phi]} = f(\vartheta_A) \quad (35)$$

其中 $f(\vartheta_A)$ 为关于 ϑ_A 的线性或非线性函数.

1) 如果 $f(\vartheta_A)$ 是线性函数, 我们将式 (35) 重写为

$$\Lambda^{[\Phi]} = S\vartheta_A + \gamma \quad (36)$$

式中 S, γ 为适当维数的系数阵.

那么, 基于传感器 i 的数据获得的 Φ 中未知模型参数在 t 时刻的局部估计为

$$\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) = S\hat{\vartheta}_{A_i}(t) + \gamma \quad (37)$$

定义局部估计误差方差 $P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t) = E[\tilde{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t)(\tilde{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t))^T]$, 任意两个局部参数估值器之间的估计误差互协方差为 $P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t) =$

$E[\tilde{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t)(\tilde{\Lambda}_j^{[\Phi]}(t))^T]$, 其中估计误差 $\tilde{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) = \Lambda^{[\Phi]} - \hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) = S\tilde{\vartheta}_{A_i}(t)$, 则可获得

$$P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t) = SP_{\vartheta_{A_i}}(t)S^T, P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t) = SP_{\vartheta_{A_{ij}}}(t)S^T \quad (38)$$

2) 如果 $f(\vartheta_A)$ 是非线性函数, 我们将 $f(\vartheta_A)$ 在点 $\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1)$ 处进行线性化, 有

$$\Lambda_i^{[\Phi]}(t) \approx S(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1))\vartheta_A + \gamma(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1)) \quad (39)$$

那么, 基于传感器 i 的数据获得的 Φ 中未知模型参数在 t 时刻的局部估计为

$$\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) \approx S(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1))\hat{\vartheta}_{A_i}(t) + \gamma(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1)) \quad (40)$$

类似地, 可以得到相应的估计误差方差 $P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t)$ 和互协方差 $P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t)$ 分别为

$$P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t) = S(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1))P_{\vartheta_{A_i}}(t)S^T(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1)) \\ P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t) = S(\hat{\vartheta}_{A_i}(t-1))P_{\vartheta_{A_{ij}}}(t)S^T(\hat{\vartheta}_{A_j}(t-1)) \quad (41)$$

其中 $i, j = 1, \dots, L$. 通过以上算法, 基于 L 个传感器的数据可获得 Φ 中未知参数在时刻 t 处的局部估值 $\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t)$, $i, j = 1, \dots, L$. 由于对 Φ 中未知参数估计了 L 次, 因此我们可应用线性无偏最小方差加权融合估计算法^[23] 将它们进行融合处理. 下面定理 1 给出了未知参数分布式融合估计的结果.

定理 1. 基于局部参数估计 $\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t)$ 、局部参数估计误差方差阵 $P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t)$, 以及参数估计误差互协方差 $P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t)$, 可得在线性无偏最小方差意义下的矩阵加权参数融合辨识器如下:

$$\hat{\Lambda}_o^{[\Phi]}(t) = \sum_{i=1}^L W_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t)\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) \quad (42)$$

参数融合加权矩阵计算为

$$[W_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t), \dots, W_{\Lambda_L^{[\Phi]}}(t)] = \\ (e_{\Lambda^{[\Phi]}}^T P_{\Lambda^{[\Phi]}}^{-1}(t) e_{\Lambda^{[\Phi]}})^{-1} e_{\Lambda^{[\Phi]}}^T P_{\Lambda^{[\Phi]}}^{-1}(t) \quad (43)$$

其中 $e_{\Lambda^{[\Phi]}} = [I_{n_\Phi} \ \dots \ I_{n_\Phi}]^T$, $P_{\Lambda^{[\Phi]}}(t) = [P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t)]_{n_\Phi L \times n_\Phi L}$ 是以 $P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t)$ 为第 (i, j) 元素的分块矩阵.

参数融合辨识器的估计误差方差阵计算为

$$P_{\Lambda_o^{[\Phi]}}(t) = (e_{\Lambda^{[\Phi]}}^T P_{\Lambda^{[\Phi]}}^{-1}(t) e_{\Lambda^{[\Phi]}})^{-1} \quad (44)$$

且 $P_{\Lambda_o^{[\Phi]}}(t) \leq P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t)$, $i = 1, \dots, L$.

基于以上算法可以获得未知模型参数融合辨识器 $\Lambda_o^{[\Phi]}(t)$, 进而可获得 Φ 的融合估值 $\hat{\Phi}_o(t)$. 由前面的分析, 有 $\hat{\Phi}_o(t) \rightarrow \Phi, t \rightarrow \infty, w.p.1$.

注 2. 文献 [5-7, 24] 在进行模型参数融合辨识时, 将各传感器辨识得到的模型参数采用加权平均方法进行融合处理. 该方法不能保证所获得的参数融合辨识器的估计精度不低于所有的局部参数估计. 而本文采用线性无偏最小方差分布式矩阵加权融合算法^[23] 对各传感器辨识得到的参数进行融合处理. 所获得的参数融合辨识器的估计精度不低于所有的局部参数估计. 因此, 本文的矩阵加权融合的参数估计精度高于加权平均融合的参数估计精度. 这在后面的仿真研究中也能看到.

4 $\mu_i(t)$ 的数学期望与方差辨识

当各传感器的衰减观测率未知时, 为了能应用第 2 节中的算法获得状态估计, 我们需要辨识描述衰减观测的随机变量 $\{\mu_i(t)\}$ 的均值和方差. 下面我们采用相关函数来辨识它们.

将模型参数融合辨识器 $\hat{\Phi}_o(t)$ 代入式 (6) 中, 得到

$$\hat{X}(t+1) = \hat{\Phi}_o(t)\hat{X}(t)\hat{\Phi}_o^T(t) + \Gamma Q_w \Gamma^T \quad (45)$$

由式 (2) 可计算零步相关函数 $R_i(t, 0) = E[y_i^2(t)]$ 为

$$R_i(t, 0) = (\alpha_i^2 + \sigma_i^2)h_i\hat{X}(t)h_i^T + Q_{v_i} \quad (46)$$

一步相关函数 $R_i(t, 1) = E[y_i(t)y_i(t-1)]$ 为

$$R_i(t, 1) = \alpha_i^2 h_i \hat{\Phi}_o(t-1) \hat{X}(t-1) h_i^T \quad (47)$$

零阶和一阶相关函数阵 $R_i(t, r), r = 0, 1$ 可通过如下采样相关函数 $\hat{R}_i(t, r)$ 逼近:

$$\begin{aligned} \hat{R}_i(t, r) \approx & \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t y_i(s)y_i(s-r) = \hat{R}_i(t-1, r) + \\ & \frac{1}{t} [y_i(t)y_i(t-r) - \hat{R}_i(t-1, r)] \quad (48) \end{aligned}$$

初值为 $\hat{R}_i(0, 0) = E[y_i^2(0)], \hat{R}_i(0, 1) = 0$.

最后, 由式 (47) 可求出随机变量 $\{\mu_i(t)\}$ 的数学期望为

$$\hat{\alpha}_i(t) = \sqrt{\frac{\hat{R}_i(t, 1)}{h_i \hat{\Phi}_o(t-1) \hat{X}(t-1) h_i^T}} \quad (49)$$

将式 (49) 代入式 (46) 可得随机变量 $\{\mu_i(t)\}$ 的方差为

$$\hat{\sigma}_i^2(t) = \frac{\hat{R}_i(t, 0) - Q_{v_i}}{h_i \hat{X}(t) h_i^T} - \hat{\alpha}_i^2(t) \quad (50)$$

通过式 (49) 可获得 α_i 在 t 时刻的估值. 由第 3 节可知 $\hat{\Phi}_o(t) \rightarrow \Phi, t \rightarrow \infty$. 由 Φ 的稳定性和式 (45) 可得 $\hat{X}(t) \rightarrow X(t), t \rightarrow \infty$. 又由随机过程的遍历性可

得 $\hat{R}_i(t, r) \rightarrow R_i(t, r), t \rightarrow \infty$. 因而, 有估值 $\hat{\alpha}_i(t), \hat{\sigma}_i^2(t)$ 具有一致性, 即

$$\hat{\alpha}_i(t) \rightarrow \alpha_i, \hat{\sigma}_i^2(t) \rightarrow \sigma_i^2, t \rightarrow \infty, w.p.1 \quad (51)$$

进一步, 有 $\hat{Q}_{V_i}(t) = \hat{\sigma}_i^2(t)h_i\hat{X}(t)h_i^T + Q_{v_i} \rightarrow Q_{V_i}(t) = \sigma_i^2 h_i X(t) h_i^T + Q_{v_i}, t \rightarrow \infty, w.p.1$.

将每时刻辨识的 $\hat{\Phi}_o(t), \hat{\alpha}_i(t)$ 和 $\hat{Q}_{V_i}(t)$ 替代第 2 节中的局部最优滤波器、互协方差阵和分布式融合滤波算法中的 Φ, α_i 和 $Q_{V_i}(t)$, 可得到相应的自校正状态估计算法. 为了后文阐述方便, 记相应的自校正局部滤波器、预报误差方差、滤波误差协方差、增益、融合滤波器分别为 $\hat{\mathbf{x}}_{si}(t|t), \hat{\Sigma}_{si}(t|t-1), \hat{P}_{sij}(t|t), \hat{K}_{si}(t)$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_s(t|t)$.

5 自校正滤波器的收敛性分析

下面的引理 4 给出了 DESA 方法, 应用 DESA 方法可证明自校正融合状态滤波器 $\hat{\mathbf{x}}_s(t|t)$ 的收敛性.

引理 4^[24]. 考虑动态误差系统

$$\delta(t) = T(t)\delta(t-1) + u(t) \quad (52)$$

其中 $t \geq 0$, 输出 $\delta(t) \in \mathbf{R}^n$, 输入 $u(t) \in \mathbf{R}^n$, 并且矩阵 $T(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是一致渐近稳定的. 若 $u(t)$ 是有界的, 则 $\delta(t)$ 是有界的. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 若 $u(t) \rightarrow 0$, 则 $\delta(t) \rightarrow 0$.

记带已知参数 Φ, α_i 和 σ_i^2 的系统 (1) 和 (3) 为 $(\Phi, \Gamma, F_i, Q_w, Q_{V_i}(t))$, 相应的带时变参数 $\hat{\Phi}_o(t), \hat{\alpha}_i(t)$ 和 $\hat{\sigma}_i^2(t)$ 的系统 (1) 和 (3) 为 $(\hat{\Phi}_o(t), \Gamma, \hat{F}_i(t), Q_w, \hat{Q}_{V_i}(t))$.

引理 5^[24]. 在假设 1~4 下, 系统 $(\Phi, \Gamma, F_i, Q_w, Q_{V_i}(t))$ 和 $(\hat{\Phi}_o(t), \Gamma, \hat{F}_i(t), Q_w, \hat{Q}_{V_i}(t))$ 是一致完全可观和一致完全可控的; 系统 $(\Phi, \Gamma, F_i, Q_w, Q_{V_i}(t))$ 的最优局部滤波器的状态转移阵 $\Psi_{fi}(t) = [I_n - K_i(t)F_i]\Phi$ 是一致渐近稳定的, 且 $K_i(t)$ 是有界的; 系统 $(\hat{\Phi}_o(t), \Gamma, \hat{F}_i(t), Q_w, \hat{Q}_{V_i}(t))$ 的自校正局部滤波器的状态转移阵 $\hat{\Psi}_{sfi}(t) = [I_n - \hat{K}_{si}(t)\hat{F}_i(t)]\hat{\Phi}_o(t)$ 是一致渐近稳定的, 且 $\hat{K}_{si}(t)$ 是有界的. 而且 $\Delta\hat{K}_i(t) = \hat{K}_{si}(t) - K_i(t) \rightarrow 0$ 和 $\Delta\hat{\Psi}_{fi}(t) = \hat{\Psi}_{sfi}(t) - \Psi_{fi}(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$. 自校正局部滤波误差方差阵 $\hat{P}_{si}(t|t)$ 收敛于最优局部滤波误差方差阵 $P_i(t|t)$, 自校正滤波误差互协方差阵 $\hat{P}_{sij}(t|t)$ 收敛于最优滤波误差互协方差阵 $P_{ij}(t|t)$.

定理 2. 在假设 1~4 下, 自校正局部滤波器 $\hat{\mathbf{x}}_{si}(t|t)$ 收敛于最优局部滤波器 $\hat{\mathbf{x}}_i(t|t)$, 即

$$[\hat{\mathbf{x}}_{si}(t|t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t|t)] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty \quad (53)$$

证明. 由式 (7) 可得自校正滤波器为

$$\hat{\mathbf{x}}_{si}(t|t) = \hat{\Psi}_{sfi}(t)\hat{\mathbf{x}}_{si}(t-1|t-1) + \hat{K}_{si}(t)y_i(t) \quad (54)$$

注意到 $\hat{K}_{si}(t)$ 和 $y_i(t)$ 是有界的, $\hat{\Psi}_{sfi}(t)$ 是一致渐近稳定的, 应用引理 4 得到 $\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t)$ 是有界的. 令 $\delta_i(t) = \hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t) - \hat{\boldsymbol{x}}_i(t|t)$, 式 (54) 减式 (7) 有动态误差方程

$$\delta_i(t) = \Psi_{fi}(t)\delta_i(t-1) + u_i(t) \quad (55)$$

其中 $u_i(t) = \Delta\hat{\Psi}_{fi}(t)\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t-1|t-1) + \Delta\hat{K}_i(t)y_i(t)$. 根据 $\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t)$ 和 $y_i(t)$ 的有界性, 由 $\Delta\hat{K}_i(t) \rightarrow 0$ 和 $\Delta\hat{\Psi}_{fi}(t) \rightarrow 0$, 有 $u_i(t) \rightarrow 0$. 对式 (55) 应用引理 4, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\delta_i(t) \rightarrow 0$, 即式 (53) 成立. \square

定理 3. 在假设 1~4 下, 自校正加权融合滤波器 $\hat{\boldsymbol{x}}_s(t|t)$ 收敛于最优加权融合滤波器 $\hat{\boldsymbol{x}}_o(t|t)$, 即

$$[\hat{\boldsymbol{x}}_s(t|t) - \hat{\boldsymbol{x}}_o(t|t)] \rightarrow 0, t \rightarrow \infty \quad (56)$$

证明. 由引理 3 和引理 5 有 $W_i(t)$ 有界且 $\Delta\hat{W}_i(t) = [\hat{W}_{si}(t) - W_i(t)] \rightarrow 0$. 由式 (53) 以及 $\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t)$ 的有界性可得

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}_s(t|t) - \hat{\boldsymbol{x}}_o(t|t) &= \sum_{i=1}^L W_i(t)[\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t) - \hat{\boldsymbol{x}}_i(t|t)] + \\ &\sum_{i=1}^L \Delta\hat{W}_i(t)\hat{\boldsymbol{x}}_{si}(t|t) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (57)$$

即式 (56) 成立. \square

6 仿真例子

考虑带三传感器系统 (1) 和 (2), 其中系数阵为 $\Phi = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0.4 & -0.8 \end{bmatrix}$, $\Gamma = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix}$, $h_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1.2 \end{bmatrix}$, $h_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 1.9 \end{bmatrix}$, $h_3 = \begin{bmatrix} 1.4 & 2 \end{bmatrix}$, 噪声方差为 $Q_w = 3, Q_{v_1} = 2, Q_{v_2} = 0.4, Q_{v_3} = 1, \{\mu_i(t)\}, i = 1, 2, 3$ 为在 $[0, 1]$ 区间取值的标量随机变量. 取初值 $\hat{\boldsymbol{x}}_i(0|0) = 0, P_{ij}(0|0) = 0.1I_2, i, j = 1, 2, 3$. 假设 $a_{11}, a_{12}, \{\mu_i(t)\}$ 的数学期望 α_i 与方差 $\sigma_i^2, i = 1, 2, 3$, 未知. 目的是辨识未知模型参数 a_{11} 和 a_{12} 、期望 α_i 和方差 $\sigma_i^2, i = 1, 2, 3$ 并求自校正融合状态滤波器.

在仿真中假设未知模型参数 $a_{11} = 0.6, a_{12} = -0.2, \mu_i(t), i = 1, 2, 3$, 的概率分布分别为 $P\{\mu_1(t)=0.3\} = 0.3, P\{\mu_1(t)=0.5\} = 0.2, P\{\mu_1(t)=1\} = 0.5, P\{\mu_2(t)=0.4\} = 0.4, P\{\mu_2(t)=0.7\} = 0.3, P\{\mu_2(t)=0.9\} = 0.3, P\{\mu_3(t)=0.1\} = 0.2, P\{\mu_3(t)=0.6\} = 0.6, P\{\mu_3(t)=0.9\} = 0.2$. 我们可以计算 $\mu_i(t), i = 1, 2, 3$ 的数学期望和方差分别为 $\alpha_1 = 0.69, \alpha_2 = 0.64, \alpha_3 = 0.56, \sigma_1^2 = 0.1009, \sigma_2^2 = 0.0444, \sigma_3^2 = 0.0664$.

为了与文献 [5-7, 24] 中的参数加权平均融合算法相比较. 如下给出了模型参数 a_{11} 和 a_{12} 的局部估计误差方差、加权平均估计误差方差以及分布式加权融合估计误差方差算法.

a) 局部参数估计和分布式加权融合估计:

根据前面的第 3 节, 可知未知模型参数与 $\vartheta_A = [a_1, a_2]^T$ 有如下线性关系

$$\Lambda^{[\Phi]} = S\vartheta_A + \gamma \quad (58)$$

其中 $\Lambda^{[\Phi]} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix}$, $S = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -\frac{a_{22}}{a_{21}} & \frac{-1}{a_{21}} \end{bmatrix}$, $\gamma = \begin{bmatrix} a_{22} \\ \frac{a_{22}^2}{a_{21}} \end{bmatrix}$. $\Lambda^{[\Phi]}$ 的局部估值为

$$\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) = S\hat{\vartheta}_{Ai}(t) + \gamma, i = 1, 2, 3 \quad (59)$$

$\hat{\vartheta}_{Ai}(t)$ 可由最小二乘算法辨识, 将 $S, \hat{\vartheta}_{Ai}(t), \gamma$ 代入式 (38) 中, 可分别获得局部估值 $\hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t)$ 和局部估计误差方差 $P_{\Lambda_i^{[\Phi]}}(t)$ 以及误差互协方差 $P_{\Lambda_{ij}^{[\Phi]}}(t), i, j = 1, 2, 3$. 再根据定理 1 中参数融合估计算法, 可得参数融合估计误差方差 $P_{\Lambda_0^{[\Phi]}}(t)$.

b) 参数的加权平均融合估计:

$\Lambda^{[\Phi]}$ 的加权平均估值为

$$\bar{\Lambda}^{[\Phi]}(t) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \hat{\Lambda}_i^{[\Phi]}(t) \quad (60)$$

定义加权平均估计误差方差为 $P_{\bar{\Lambda}^{[\Phi]}}(t) = E[\tilde{\Lambda}^{[\Phi]}(t)(\tilde{\Lambda}^{[\Phi]}(t))^T]$, 其中 $\tilde{\Lambda}^{[\Phi]}(t) = \Lambda^{[\Phi]} - \bar{\Lambda}^{[\Phi]}(t) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (S\tilde{\vartheta}_{Ai}(t))$. 于是, 加权平均估计误差方差可计算为

$$P_{\bar{\Lambda}^{[\Phi]}}(t) = \frac{1}{9} S \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (P_{\vartheta_{Aij}}(t)) \right) S^T \quad (61)$$

图 1 给出了应用部分 3 参数融合辨识算法获得的未知模型参数融合辨识结果. 由图可知随着时间的增长, 辨识结果收敛于真值.

图 2 和图 3 分别给出了未知模型参数 a_{11} 和 a_{12} 的局部估计误差方差、加权平均估计误差方差和分布式融合估计误差方差的比较结果. 由图可知分布式加权融合辨识误差方差小于各局部辨识误差方差和加权平均辨识误差方差. 图中 $S_i, i = 1, 2, 3$ 表示第 i 个传感器的局部辨识的误差方差, DWF 表示分布式加权融合辨识的误差方差, WAEV 表示加权平均融合辨识的误差方差.

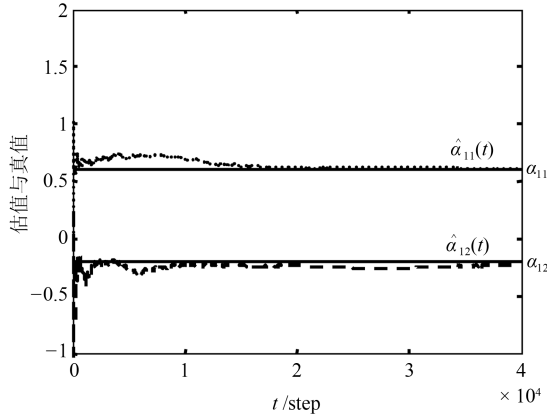


图 1 Φ 中未知参数估计
Fig. 1 Identification of parameters of Φ

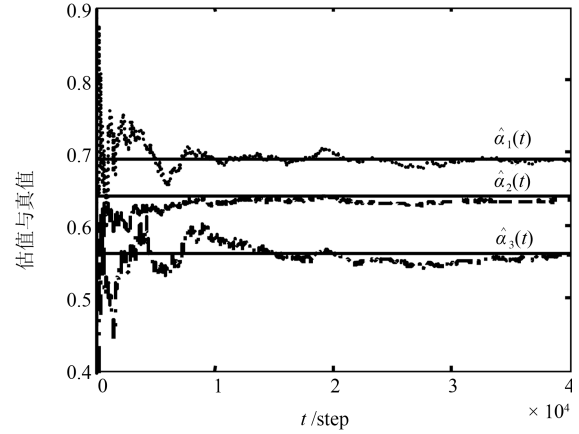


图 4 $\mu_i(t)$ 的数学期望辨识
Fig. 4 Identification of Mathematical expectation of $\mu_i(t)$

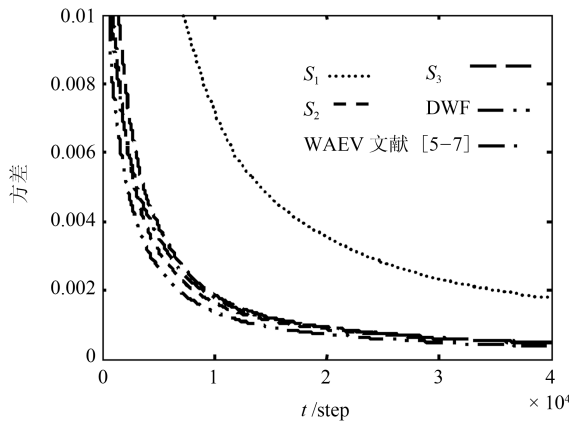


图 2 a_{11} 估计误差方差
Fig. 2 Estimation error variance of a_{11}

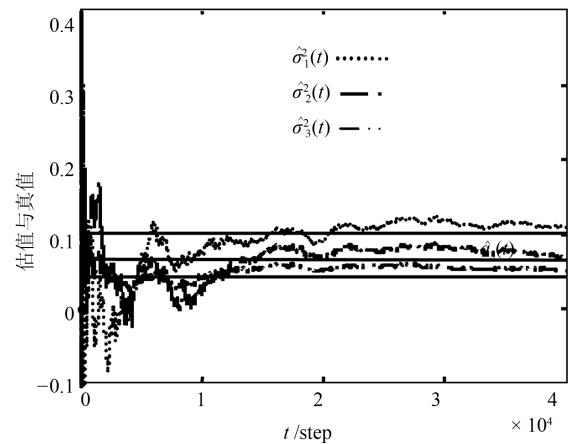


图 5 $\mu_i(t)$ 的方差辨识
Fig. 5 Identification of variance of $\mu_i(t)$

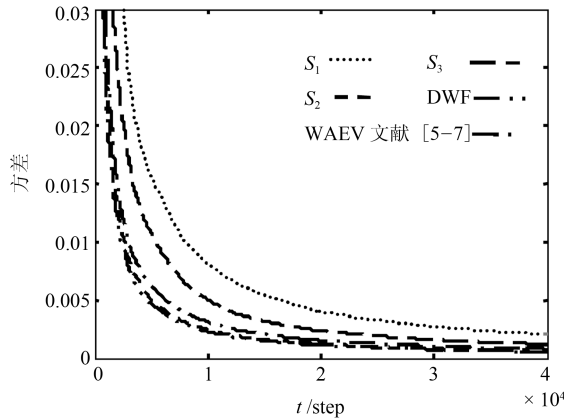


图 3 a_{12} 估计误差方差
Fig. 3 Estimation error variance of a_{12}

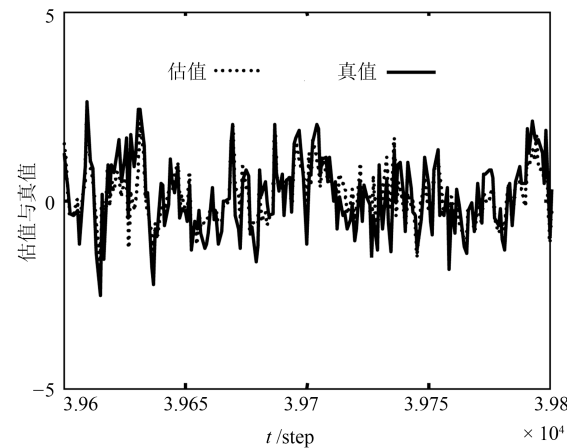


图 6 自校正状态分量 1 融合滤波器
Fig. 6 The first state component of self-tuning fusion filter

图 4 和图 5 给出了应用部分 4 中辨识算法分别对不同传感器的随机变量 $\{\mu_i(t)\}, i = 1, 2, 3$ 的数学期望和方差进行辨识的结果。曲线表示辨识结果, 直线表示相应的真值。由图可知随着时间的增长, 辨识结果收敛于真值。图 6 和图 7 给出了自校正融合状态滤波器, 可见自校正融合估计具有有效性。

图 8 和图 9 给出了局部和融合的最优与自校正状态估计误差方差图。由图可见, 各局部自校正误差方差收敛于局部最优误差方差, 自校正融合误差方差收敛于最优融合误差方差, 即自校正滤波器具有

渐近最优性. 而且自校正融合滤波器比各局部自校正滤波器具有更高精度. 图中 $S_i, i = 1, 2, 3$ 表示第 i 个传感器的局部自校正估计误差方差, SF 表示自校正融合估计误差方差, 直线表示相应的最优方差.

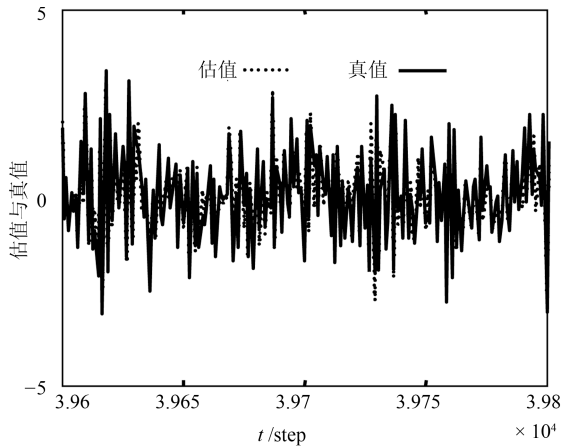


图 7 自校正状态分量 2 融合滤波器

Fig. 7 The second state component of self-tuning fusion filter

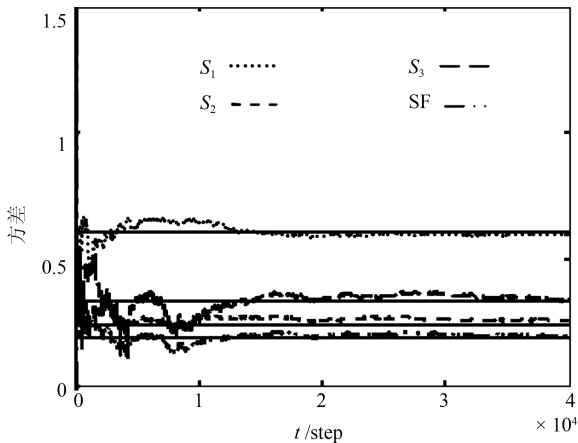


图 8 局部、融合最优与自校正状态分量 1 的滤波误差方差
Fig. 8 Variance of the first state component of local, fusion optimal and self-tuning filters

目前参考文献 [5-7, 24] 中的自校正滤波算法大都没有考虑传感器的衰减观测现象. 图 10 给出了传感器存在衰减观测而没有给予考虑的自校正融合滤波器与本文考虑衰减观测的自校正融合滤波器在 30 次蒙特卡洛实验下均方误差迹的比较. 可见, 在传感器存在衰减观测时, 本文考虑衰减观测的自校正融合滤波器具有更高的精度.

7 结论

对带未知模型参数和衰减观测率的多传感器随机系统, 应用 RELS 算法和相关函数分别对未知模型参数、描述衰减观测现象的随机变量的数学期望

和方差进行在线实时辨识, 提出了线性无偏最小方差矩阵加权融合模型参数辨识器. 与已有文献的加权平均融合模型参数辨识算法相比, 本文所提出的线性无偏最小方差矩阵加权融合参数辨识算法具有更高的估计精度. 将实时辨识的模型参数、数学期望和方差代入到最优局部和融合状态估计算法中获得了相应的自校正状态滤波算法. 利用 DESA 方法证明了自校正状态滤波器收敛于最优状态滤波器. 与现有文献的带未知模型参数的自校正估计算法相比, 本文还考虑了传感器的衰减观测现象, 并给出了采用相关函数辨识衰减观测的数学期望和方差的算法.

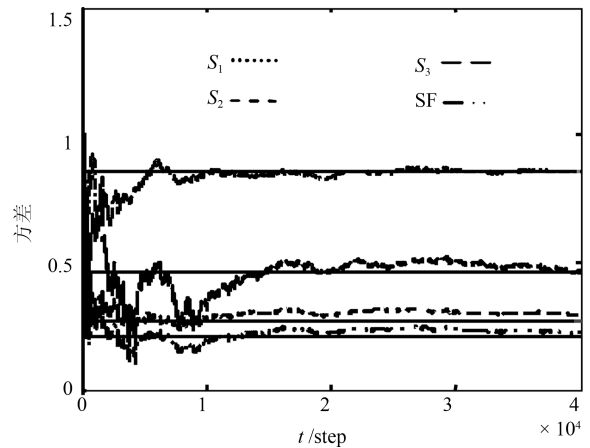


图 9 局部、融合最优与自校正状态分量 2 的滤波误差方差
Fig. 9 Variance of the second state component of local, fusion optimal and self-tuning filters

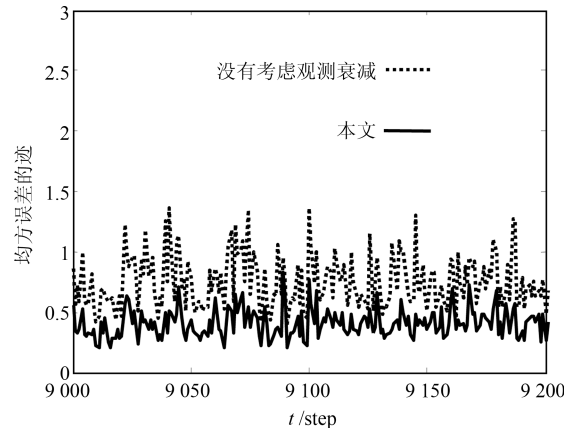


图 10 考虑衰减观测与没有考虑衰减观测自校正融合滤波器的均方误差的迹
Fig. 10 Trace of mean square error of the self-tuning fusion filters with/without considering fading measurements

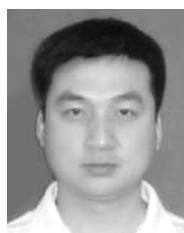
References

1 Anderson B D O, Moore J B. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979.

- 2 Deng Zi-Li, Li Chun-Bo. Self-tuning information fusion Kalman predictor weighted by diagonal matrices and its convergence analysis. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(2): 156–163
(邓自立, 李春波. 按对角阵加权自校正信息融合 Kalman 预报器及其收敛性分析. *自动化学报*, 2007, **33**(2): 156–163)
- 3 Gao Y, Jia W J, Sun X J, Deng Z L. Self-tuning multisensor weighted measurement fusion Kalman filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(1): 179–191
- 4 Dou Y F, Sun S L, Ran C J. Self-tuning full-order wmf Kalman filter for multisensor descriptor systems. *IET Control Theory & Applications*, 2017, **11**(3): 359–368
- 5 Ran C J, Gu L, Deng Z L. Self-tuning centralized fusion Kalman filter for multisensor systems with companion form and its convergence. In: *Proceedings of 8th IEEE International Conference on Control and Automation*. Xiamen, China: IEEE, 2010. 645–650
- 6 Tao Gui-Li, Deng Zi-Li. Self-tuning fusion Kalman filter with unknown parameters and its convergence. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(1): 109–119
(陶贵丽, 邓自立. 含未知参数的自校正融合 Kalman 滤波器及其收敛性. *自动化学报*, 2012, **38**(1): 109–119)
- 7 Ran C J, Deng Z L. Self-tuning weighted measurement fusion Kalman filtering algorithm. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2012, **56** (6): 2112–2128
- 8 You Ke-You, Xie Li-Hua. Survey of recent progress in networked control systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(2): 101–118
(游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述. *自动化学报*, 2013, **39**(2): 101–118)
- 9 Sun S L, Xie L H, Xiao W D, Yeng C S. Optimal linear estimation for systems with multiple packet dropouts. *Automatica*, 2008, **44**(5): 1333–1342
- 10 Ma J, Sun S L. Information fusion estimators for systems with multiple sensors of different packet dropout rates. *Information Fusion*, 2011, **12**(3): 213–222
- 11 Nahi N E. Optimal recursive estimation with uncertain observation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1969, **15**(4): 457–462
- 12 Sun Shu-Li. Optimal linear estimation for networked systems with one-step random delays and multiple packet dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(3): 349–356
(孙书利. 具有一步随机滞后和多丢包的网络系统的最优线性估计. *自动化学报*, 2012, **38**(3): 349–356)
- 13 Li Na, Ma Jing, Sun Shu-Li. Optimal linear estimation for stochastic uncertain systems with multiple packet dropouts and delays. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 611–619
(李娜, 马静, 孙书利. 带多丢包和滞后随机不确定系统的最优线性估计. *自动化学报*, 2015, **41**(3): 611–619)
- 14 Wang S Y, Fang H J, Tian X G. Minimum variance estimation for linear uncertain systems with one-step correlated noises and incomplete measurements. *Digital Signal Processing*, 2016, **49**(C): 126–136
- 15 R Caballero Águila, A Hermoso Carazo, J Linares Pérez. Fusion estimation using measured outputs with random parameter matrices subject to random delays and packet dropouts. *Signal Processing*, 2016, **127**(C): 12–23
- 16 R Caballero Águila, A Hermoso Carazo, J Linares Pérez. Distributed fusion filters from uncertain measured outputs in sensor networks with random packet losses. *Information Fusion*, 2017, **34**: 70–79
- 17 Zhang W A, Yu L, Feng G. Optimal linear estimation for networked systems with communication constraints. *Automatica*, 2011, **47**(9): 1992–2000
- 18 Sun S L, Tian T, Lin H L. State estimators for systems with random parameter matrices, stochastic nonlinearities, fading measurements and correlated noises. *Information Sciences*, 2017, **s397–398**: 118–136
- 19 Hu J, Wang Z D, Gao H J. Recursive filtering with random parameter matrices, multiple fading measurements and correlated noises. *Automatica*, 2013, **19**(11): 3440–3448
- 20 Subhrakanti Dey, Alex S Leong, Jamie S Evans. Kalman filtering with faded measurements. *Automatica*, 2009, **45**(10): 2223–2233
- 21 Sun S L, Peng F F, Lin H L. Distributed asynchronous fusion estimator for stochastic uncertain systems with multiple sensors of different fading measurement rates. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, **66**(3): 641–653
- 22 Lin H L, Sun S L. Optimal sequential fusion estimation with stochastic parameter perturbations, fading measurements, and correlated noises. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, **66**(13): 3571–3583
- 23 Sun S L, Deng Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter. *Automatica*, 2004, **40**(6): 1017–1023
- 24 Deng Zi-Li. *Information Fusion Estimation Theory and Applications*. Beijing: Science Press, 2012.
(邓自立. 信息融合估计理论及其应用. 北京: 科学出版社, 2012.)



段广全 黑龙江大学电子工程学院硕士研究生. 主要研究方向为状态融合估计和系统辨识. E-mail: dsnx369@163.com
(**DUAN Guang-Quan** Master student at the School of Electronic Engineering, Heilongjiang University. His research interest covers state fusion estimation and system identification.)



孙书利 黑龙江大学电子工程学院教授. 主要研究方向为状态估计, 多传感器信息融合. 本文通信作者.
E-mail: sunsl@hlju.edu.cn
(**SUN Shu-Li** Professor at the School of Electronic Engineering, Heilongjiang University. His research interest covers state estimation and multi-sensor information fusion. Corresponding author of this paper.)