

# 基于几何可靠性机器模型的装配系统实时性能分析

贾之阳<sup>1,2</sup> 陈京川<sup>1,2</sup> 戴亚平<sup>1,2</sup>

**摘要** 装配系统是生产系统的基本结构之一,广泛应用于汽车、电器、电子产品等实际生产环境中. 与传统的串行生产线取得的研究成果相比,装配系统的研究,特别是对系统暂态过程的实时性能分析的研究仍然未得到深入探讨. 本文针对具有三台几何可靠性机器模型和有限缓冲区容量框架下的装配系统,首先建立了用于此类系统暂态性能分析的数学模型,通过马尔科夫方法导出了系统性能分析的解析公式. 然后,提出了一种基于分解的性能评估算法来近似系统的实时性能. 具体来说,本文推导出了用于计算具有三台几何可靠性机器模型的装配系统的实时生产率、消耗率、在制品数量,以及完成一个生产批次所需时间的解析表达式. 最后,通过数值实验对所提出算法的准确性进行验证.

**关键词** 装配系统, 性能评估, 几何可靠性机器模型, 生产系统

**引用格式** 贾之阳, 陈京川, 戴亚平. 基于几何可靠性机器模型的装配系统实时性能分析. 自动化学报, 2020, 46(12): 2583–2592

**DOI** 10.16383/j.aas.c180180

## Real-time Performance Evaluation of Assembly Systems With Geometric Machines

JIA Zhi-Yang<sup>1,2</sup> CHEN Jing-Chuan<sup>1,2</sup> DAI Ya-Ping<sup>1,2</sup>

**Abstract** Assembly system is one of the most fundamental production system structures. It can be widely seen in practical manufacturing environments (e.g., automobile, appliance, consumer electronics). Compared to the extensive investigations of serial lines in the existing literature, investigations on assembly systems, especially transient-based real-time performance analysis, are still largely unexplored. In the framework of assembly systems with three geometric machines and finite buffers, a mathematical model for real time performance analysis of such systems is developed in this paper. The formulas for exact performance analysis are derived by using the Markovian approach first. Then, a decomposition-based computationally efficient algorithm for real-time performance evaluation is proposed. Specifically, closed-form formulas are derived for calculating real-time production rate, consumption rates, as well as work-in-process, completion time on completing a production run, of assembly systems with three geometric machines. Finally, the accuracy of the algorithm is justified by numerical experiments.

**Key words** Assembly systems, performance evaluation, geometric reliability machine model, production system

**Citation** Jia Zhi-Yang, Chen Jing-Chuan, Dai Ya-Ping. Real-time performance evaluation of assembly systems with geometric machines. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(12): 2583–2592

装配系统通常由两个或两个以上的串行生产线组成,主要是通过装配操作将各个生产线生产的组件组装成最终产品或是用于进一步加工的复合部件. 目前对于传统的串行生产线,已经存在大量的研究成果. 与此同时,由于不同组件生产线之间相互作用导致的系统复杂性,对于装配系统所取得的研究

成果相对较少. 装配系统的早期研究通常只考虑多队列单服务器的情况, Bhat<sup>[1]</sup> 给出了具有有限容量的多队列单服务器系统确定响应时间特性的过程. Bonomi<sup>[2]</sup> 针对具有  $N$  ( $N \geq 2$ ) 个独立泊松到达流排队模型的装配系统,提出了一种有效近似解析解的算法. 针对 AT & T 公司的电路板测试程序的检测问题, Lipper 等<sup>[3]</sup> 对具有有限队列容量的系统进行了研究. Rao 等<sup>[4–5]</sup> 和 Manitz<sup>[6–7]</sup> 对基于排队模型的装配系统的研究进行了进一步的讨论. 具有不可靠机器模型和有限缓冲区容量的装配系统的稳态性能评估也在过去 20 年中得到研究. Gershwin<sup>[8]</sup> 和 Liu 等<sup>[9]</sup> 分别提出了一种将装配系统转化成串行线的分解算法,以近似估计具有几何模型机器和具有相同或不同处理时间的装配系统的稳态吞吐量. 此外, Helber 等<sup>[10]</sup> 研究了具有几何处理时间的装

收稿日期 2018-03-29 录用日期 2018-12-21  
Manuscript received March 29, 2018; accepted December 21, 2018

中国博士后科学基金(2017M620641)资助  
Supported by Postdoctoral Science Foundation of China (2017M620641)

本文责任编辑 段书凯  
Recommended by Associate Editor DUAN Shu-Kai

1. 北京理工大学自动化学院 北京 100081 2. 复杂系统智能控制与决策国家重点实验室 北京 100081

1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 2. State Key Laboratory of Intelligent Control and Decision of Complex Systems, Beijing 100081

配系统的稳态性能. Mascolo 等<sup>[11]</sup> 后来将分解算法推广到具有满足几何处理时间的指数可靠性机器的装配系统中. Gershwin 等<sup>[12]</sup> 提出了一种改进的分解算法用以对具有指数模型机器的装配/拆卸制造系统的性能进行分析. Kim<sup>[13]</sup> 在 Gershwin 等研究成果的基础上, 对具有指数型机器且生产时间为指数分布的装配系统进行了研究. Chiang 等<sup>[14-15]</sup> 采用递归聚合的方法, 研究了具有伯努利模型机器的装配系统的稳态性能评估、持续改进和瓶颈识别问题.

当前对于装配系统的研究成果主要集中在系统稳态性能分析方面, 而系统的暂态性能尚未得到充分研究. 考虑到生产系统的暂态过程有时是不可忽略的情况, 这时系统的实时动态性能分析尤为必要. 事实上, 系统的暂态性能分析是生产系统研究最重要的方向之一<sup>[16]</sup>. 早期的单服务器排队系统的暂态性能分析出现在文献 [17-20] 中. Klutke 等<sup>[21]</sup> 和 Gopalan 等<sup>[22]</sup> 分别对具有可靠性机器和生产时间为指数分布的双级串联无缓冲区排队系统的暂态性能进行了讨论. Mocanu<sup>[23]</sup> 分析了具有马尔科夫输入/输出流的缓冲区的暂态演化过程, 并给出一种计算缓冲区占用概率密度函数偏微分方程的算法. 具有有限缓冲区和不可靠机器的生产系统暂态分析的初步研究成果在最近几年发表的论文中出现, 其中大部分集中在对基于伯努利机器的串行线系统的研究<sup>[24-27]</sup>. Meerkov 等<sup>[28]</sup> 对具有几何模型机器的串行线的暂态性能进行了讨论. 此外, Jia 等<sup>[29-31]</sup> 研究了根据客户订单或需求预测进行有限量生产的串行生产线和闭环生产系统的暂态性能分析.

据我们所知, 装配系统的暂态分析仅仅出现在少数的一些文献中. Alexander 等<sup>[32]</sup> 对装配系统的暂态过程进行了解析研究. Jia 等<sup>[33]</sup> 在假设系统具有无限的原材料供应的条件下, 推导出了用于具有伯努利可靠性模型机器生产系统暂态分析的数学模型以及闭合公式. 应该指出的是, 对于传统刚性生产来说, 生产过程的主要部分都可以被视为处于稳定状态, 使得人们可以直接使用在文献中已有的生产系统稳态性能分析的结果. 然而事实上, 随着智能制造概念的提出和推广应用, 现实中出现越来越多的柔性生产系统, 能在不停机的情况下实现多品种有限小批量工件的加工, 并具有一定管理功能. 这些生产系统部分 (甚至完全) 处于暂态状态下运行, 传统稳态分析方法不再适用于这样的生产系统. 因此, 本文针对具有有限缓冲区容量和几何可靠性机器的有限生产运行装配系统, 提出了一种暂态性能分析算法.

本文余下部分组织如下: 第 1 节介绍了本文所研究的系统的前提假设并定义了所关注的系统性能

指标. 第 2 节详细讨论了系统数学模型的建立以及相关性能指标的推导过程. 然后, 提出的一种基于分解的用以近似原始系统性能的方法在第 3 节中进行了详细介绍. 第 4 节通过数值实验对所提出的算法的准确性进行验证. 最后, 第 5 节给出了总结和和未来工作展望.

## 1 数学模型和性能指标

### 1.1 数学模型

考虑如图 1 所示的三机装配系统, 其中圆形表示机器, 矩形表示缓冲区.

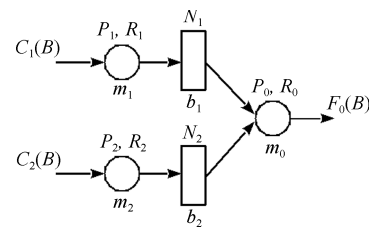


图 1 三台几何可靠型机装配系统

Fig. 1 Assembly system with three geometric machines

系统根据以下假设来定义:

1) 系统的最终产品 ( $F_0$ ) 需要两个组件. 一个组件 ( $C_1$ ) 由机器  $m_1$  处理. 我们称系统的这一部分 (从机器  $m_1$  到  $b_1$ ) 为零件生产线 1. 类似地, 另一个组件 ( $C_2$ ) 由机器  $m_2$  处理. 系统的这一部分 (从机器  $m_2$  到  $b_2$ ) 称为零件生产线 2.

2) 机器  $m_0$  从零件生产线 1 和零件生产线 2 各取一个完成的零件装配组成一个成品.

3) 机器  $m_i$ ,  $i = 0, 1, 2$ , 具有恒定且相同的周期时间  $\tau$ . 以一个加工周期  $\tau$  为一段, 将时间轴分段. 所有机器在一个新的生产批次开始时运行. 小批量定制生产每个批次具有有限的产量, 每个生产批次的规模为  $B$ . 每台机器在加工完规定数量的工件后立即停止工作.

4) 机器遵循几何可靠性模型, 即, 使  $s_i(n) \in \{0 = \text{故障}, 1 = \text{工作}\}$  表示机器  $m_i$  在时间间隔  $n$  的状态, 则转移概率为

$$\begin{aligned} \text{Prob}[s_i(n+1) = 0 | s_i(n) = 1] &= P_i \\ \text{Prob}[s_i(n+1) = 1 | s_i(n) = 1] &= 1 - P_i \\ \text{Prob}[s_i(n+1) = 1 | s_i(n) = 0] &= R_i \\ \text{Prob}[s_i(n+1) = 0 | s_i(n) = 0] &= 1 - R_i \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $P_i$  和  $R_i$  为相应机器的故障概率和修复概率.

5) 每一个在制品缓冲区,  $b_i$ ,  $i = 1, 2$ , 可以用其容量来表征,  $0 < N_i < \infty$ .

6) 如果机器  $m_0$  在时间间隔  $n$  内处于工作状态, 并且缓冲区  $b_1$  或者  $b_2$  在时间间隔开始时为空,

那么机器  $m_0$  在该时间间隙中处于饥饿状态.  $m_1$  和  $m_2$  在一个批次生产结束前不会出现饥饿的情况.

7) 如果机器  $m_i, i = 1, 2$ , 在时间间隙  $n$  内处于工作状态, 缓冲区  $b_i$  在时间间隙开始时有  $N_i$  个在制品工件, 并且装配机器  $m_0$  没能从其中取走一个工件进行处理 (由于故障或源自另一条零件生产线的饥饿情况), 那么该机器在时间间隙  $n$  中处于阻塞状态. 同时假设机器  $m_0$  任何时候都不会被阻塞.

**注 1.** 以假设 4) 为前提, 机器  $m_i$  的工作时间和故障时间为几何随机变量, 其平均工作时间和平均故障时间可以分别根据  $T_{up,i} = 1/P_i$  和  $T_{down,i} = 1/R_i$  计算, 在实际生产环境中也称为作平均连续工作时间 (Mean time between failure, MTBF) 和平均维修时间 (Mean time to repair, MTTR). 此外, 机器  $m_i$  的效率可以用其处于稳态的工作时间概率来表示, 即  $e_i = T_{up,i}/(T_{up,i} + T_{down,i}) = R_i/(R_i + P_i)$ .

**注 2.** 几何可靠性模型通常适用于机器的平均故障时间比一个生产操作周期时间长的情况, 例如机械加工、热处理、清洗操作等. 基于几何模型的串行生产线的稳态性能已经在工业生产系统的一些文献中进行了讨论<sup>[34-37]</sup>. 几何可靠性模型也已经成功地用于实际工业生产研究<sup>[38-39]</sup>.

此外, 上述系统模型仅包括两条零件生产线和一个装配操作机器, 每条零件生产线由一台机器和一个缓冲区构成. 拥有多条零件生产线以及每条生产线拥有多台机器和多个缓冲区的复杂装配系统也有类似的假设, 并且这样的装配系统会在未来的工作中进一步讨论.

### 1.2 性能指标

对于满足上述前提假设的模型框架下的具有三台几何型机器的装配系统, 我们关注的性能指标包括:

- 1) 生产率  $PR(n)$ : 在时间间隙  $n$  内, 机器  $m_0$  生产工件个数的期望;
- 2) 消耗率  $CR_i(n)$ : 在时间间隙  $n$  内, 机器  $m_i, i = 1, 2$ , 消耗原材料个数的期望;
- 3) 在制品库存水平  $WIP_i(n)$ : 在时间间隙  $n$  内, 缓冲区  $b_i, i = 1, 2$  中在制品个数的期望.

此外, 使  $ct$  表示系统完成生产  $B$  个产品的时间. 将其均值表示为

$$CT = E[ct] \tag{2}$$

## 2 系统性能精确分析

用  $f_i(n)$  表示机器  $m_i$  在时间间隙  $n$  结束时已经生产的工件总数量, 用  $h_i(n)$  表示在时间间隙  $n$  结束时缓冲区  $b_i$  内的在制品工件数量. 显而易见

$$f_1(n) - f_0(n) = h_1(n), \quad f_2(n) - f_0(n) = h_2(n) \tag{3}$$

该生产过程的数学模型可用具有马尔科夫性质的离散事件随机过程表达. 即该过程中, 在给定当前系统信息的情况下, 过去对于预测将来是无关的. 那么, 不失一般性, 系统可以用一个状态为  $(h_1(n), h_2(n), f_0(n), s_0(n), s_1(n), s_2(n))$  的马尔科夫链来表征

$$h_i(n) \in \{0, 1, \dots, N_i\}, \quad i = 1, 2$$

$$f_0(n) \in \{0, 1, \dots, B\}, \quad s_i(n) \in \{0, 1\}, \quad i = 0, 1, 2$$

显然, 此马尔科夫链的最大系统状态数为

$$Q = (N_1 + 1) \times (N_2 + 1) \times (B + 1) \times 2^3 \tag{4}$$

在马尔科夫链的每一步, 转移概率反映了不同的状态之间改变的概率. 近两年基于马尔科夫链的研究可参阅文献 [40-41]. 为了计算这一马尔科夫链中的状态间转移概率, 我们首先排列系统的状态, 如表 1 所示.

表 1 系统状态排序  
Table 1 Arrangement of the system states

State	$h_1$	$h_2$	$f_0$	$s_0$	$s_1$	$s_2$
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
9	0	0	1	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$8B + 1$	0	0	$B$	0	0	0
$8B + 2$	0	0	$B$	0	0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$Q - 1$	$N_1$	$N_2$	$B$	1	1	0
$Q$	$N_1$	$N_2$	$B$	1	1	1

此排序下, 给出状态  $k \in \{1, \dots, Q\}$ , 相应的系统状态也可以得出. 为了表示方便, 将其表示为  $(h_1[k], h_2[k], f_0[k], s_0[k], s_1[k], s_2[k])$ . 需要注意的是, 在时间间隙  $n$  内, 系统状态  $h_1(n), h_2(n), f_0(n)$  的变化由机器的工作状态  $s_1(n), s_2(n), s_0(n)$  决定, 并且系统的动态特性可以表示为

$$f_0(n + 1) = f_0(n) + s_0(n + 1) \times \min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

$$h_2(n + 1) = h'_2(n + 1) + s_2(n + 1) \times \min\{N_2 - h'_2(n + 1), 1\}$$

$$h_1(n+1) = h'_1(n+1) + s_1(n+1) \times \min\{N_1 - h'_1(n+1), 1\} \quad (5)$$

$$v_{3,i,k} = h_i[k] \quad (8)$$

其中,

$$h'_2(n+1) = h_2(n) - s_0(n+1) \times \min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

$$h'_1(n+1) = h_1(n) - s_0(n+1) \times \min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

因此, 对于系统的每一个状态, 通过式 (5) 所示的动态特性确定对应的结果状态, 再利用式 (1) 可以推导出相应状态的转移概率. 用  $A$  来表示状态转移概率矩阵, 用  $x_k(n)$ ,  $k \in \{1, 2, \dots, Q\}$  表示系统在时间间隔  $n$  内处于状态  $i$  的概率. 那么, 系统状态  $\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \dots x_Q(n)]^T$  的演化可以表示为

$$\mathbf{x}(n+1) = A\mathbf{x}(n), \quad \sum_{k=1}^Q x_k(n) = 1 \quad (6)$$

因此, 拥有三台几何型机器的装配系统的实时性能指标可以通过下式计算

$$PR(n) = \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0 \text{ 工作, 缓冲区 } b_1, b_2 \text{ 非空}] = \mathbf{V}_{1,0} \mathbf{x}(n) = [v_{1,0} \ v_{1,1} \ \dots \ v_{1,Q}] \mathbf{x}(n)$$

$$CR_i(n) = \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内, } m_i \text{ 工作且不被阻塞}] = \mathbf{V}_{2,i} \mathbf{x}(n) = [v_{2,i,0} \ v_{2,i,1} \ \dots \ v_{2,i,Q}] \mathbf{x}(n)$$

$$WIP_i(n) = \sum_{j=1}^{N_i} j \times \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内, 缓冲区 } b_i \text{ 有 } j \text{ 个工件}] = \mathbf{V}_{3,i} \mathbf{x}(n) = [v_{3,i,0} \ v_{3,i,1} \ \dots \ v_{3,i,Q}] \mathbf{x}(n) \quad (7)$$

其中,

$$v_{1,k} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } h_1[k] > 0, h_2[k] > 0, \\ & \text{并且 } s_0[k] = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$v_{2,i,k} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } h_i[k] < N_i, h_i[k] + f_0[k] < B, \\ & \text{并且 } s_i[k] = 1, i \in \{1, 2\} \\ 1, & \text{如果 } h_i[k] = N_i, h_i[k] + f_0[k] < B, \\ & h_j[k] > 0, h_j[k] + f_0[k] \leq B, \\ & \text{并且 } s_i[k] = 1, s_0[k] = 1, \\ & i, j \in \{1, 2\}, i \neq j \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

### 3 基于分解的性能评估

考虑到计算资源的有限性, 上述精确分析在计算方面效率很低. 尤其当扩展到零件生产线具有多台机器的复杂装配系统时, 用于系统分析的马尔科夫链的状态数量会随着机器数目  $M$ , 在制品缓冲区容量  $N_i$  及生产批次规模  $B$  的增加呈指数型增长, 这无疑会导致对大型复杂装配系统的精确分析变得不可能.

Chiang 等<sup>[14]</sup> 利用分解的方法将系统转化为一对串行线, 从而对装配系统的稳态性能进行了研究. Jia 等<sup>[33]</sup> 研究了具有伯努利可靠性机器和无限原材料供应的装配系统的暂态性能评估问题. 与此同时, 有限量生产运行串行线的暂态性能评估在文献 [29–30] 进行了讨论. 本文将对基于有限量生产运行下的系统实时性能评估问题扩展到了拥有三台几何型机器的装配系统, 并提出了一种针对此类系统的基于分解的实时性能评估算法.

具体而言, 本节通过引入三种类型的辅助系统/生产线来进行近似估计原始系统的实时性能. 首先介绍了如图 2 所示辅助装配系统, 假设系统的机器和缓冲区均具有它们原始的系统参数, 但具有无限原材料供应量.

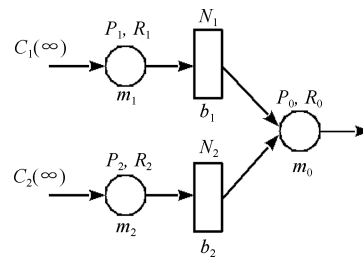


图 2 辅助装配系统

Fig. 2 Auxiliary assembly system

为了研究上述辅助装配系统的暂态性能, 引进如图 3 所示的辅助两机生产线进行分析. 图 3(a) 所示的生产线移除了辅助装配系统中的机器  $m_2$  和缓冲区  $b_2$ , 考虑到这种变化, 用具有时变参数  $P_0^u(n)$ ,  $R_0^u(n)$  的虚拟机器  $m_0^u$  代替组装机  $m_0$ , 并且将  $(m_1, b_1, m_0^u)$  称之为上生产线. 类似地, 下生产线  $(m_2, b_2, m_0^l)$  则是通过移除机器  $m_1$  和缓冲区  $b_1$ , 并用时变参数为  $P_0^l(n)$ ,  $R_0^l(n)$  的虚拟机器  $m_0^l$  代替组装机  $m_0$  得到的.

上生产线中的虚拟机器  $m_0^u$  当且仅当原装配系统中的装配机器  $m_0$  处于工作状态且缓冲区  $b_2$  处于非空状态的时候才处于工作状态. 同样, 下生产线中的虚拟机器  $m_0^l$  当且仅当原装配系统中的装配机器  $m_0$  处于工作状态且缓冲区  $b_1$  处于非空状态的时

候才会处于工作状态. 换句话说,  $P_0^u(n)$ ,  $R_0^u(n)$  和  $P_0^l(n)$ ,  $R_0^l(n)$  可以分别通过估计两条相互独立的子生产串行线  $(m_1, b_1, m_0)$  和  $(m_2, b_2, m_0)$  的状态近似得到. 令  $h_i(n)$  表示在时间间隙  $n$  结束时缓冲区  $b_i$  中的在制品零件数, 则  $P_0^u(n)$ ,  $R_0^u(n)$  和  $P_0^l(n)$ ,  $R_0^l(n)$  可以根据下式近似估计:

$$\begin{aligned}
 P_0^u(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, } m_0^u \text{ 故障} \\
 &\quad \text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0^u \text{ 工作}] \approx \\
 &\quad \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, 系统 } (m_2, b_2, m_0) \text{ 不} \\
 &\quad \text{生产} \mid \text{在时隙 } n \text{ 内, 系统 } (m_2, b_2, m_0) \text{ 生产}] \\
 R_0^u(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, } m_0^u \text{ 工作} \\
 &\quad \text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0^u \text{ 故障}] \approx \\
 &\quad \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, 系统 } (m_2, b_2, m_0) \text{ 生} \\
 &\quad \text{产} \mid \text{在时隙 } n \text{ 内, 系统 } (m_2, b_2, m_0) \text{ 不生产}] \\
 P_0^l(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, } m_0^l \text{ 故障} \\
 &\quad \text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0^l \text{ 工作}] \approx \\
 &\quad \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, 系统 } (m_1, b_1, m_0) \text{ 不} \\
 &\quad \text{生产} \mid \text{在时隙 } n \text{ 内, 系统 } (m_1, b_1, m_0) \text{ 生产}] \\
 R_0^l(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, } m_0^l \text{ 工作} \\
 &\quad \text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0^l \text{ 故障}] \approx \\
 &\quad \text{Prob}[\text{在时隙 } n+1 \text{ 内, 系统 } (m_1, b_1, m_0) \text{ 生} \\
 &\quad \text{产} \mid \text{在时隙 } n \text{ 内, 系统 } (m_1, b_1, m_0) \text{ 不生产}]
 \end{aligned} \tag{9}$$

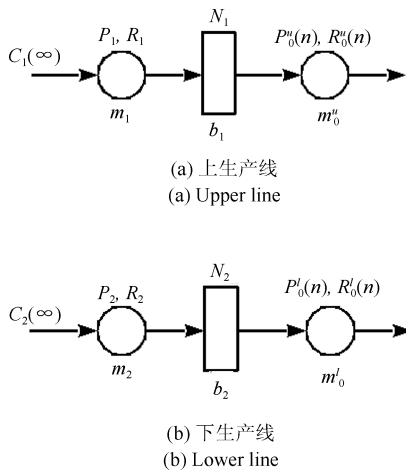


图3 辅助双机串行线  
Fig.3 Auxiliary two-machine lines

上述用于近似时变参数的核心技术称为前向聚合方法<sup>[42]</sup>. 具体来说, 考虑到上生产线移除原始生产系统的零件生产线 2 的这种改变, 缓冲区  $b_2$  和其上游的生产机器  $m_2$  与装配操作机器  $m_0$  在前向方向聚合形成虚拟机器, 且其具有时变的故障概率

$P_0^u(n)$  和修复概率  $R_0^u(n)$ . 同样地, 下生产线是通过移除初始生产系统的零件生产线 1 得到的, 而缓冲区  $b_1$  和其上游的生产机器  $m_1$  与装配操作机器  $m_0$  在前向方向聚合形成具有时变的故障概率  $P_0^l(n)$  和修复概率  $R_0^l(n)$  的虚拟机器. 参数的具体数学公式推导过程可见文献 [42], 本文不作赘述.

现在考虑一条辅助双机生产线, 以上生产线图 3(a) 为例. 用  $s_1(n)$ ,  $s_0^u(n)$  分别表示机器  $m_1$  和上虚拟机器  $m_0^u$  在时间间隙  $n$  的状态, 用  $h_i(n)$  表示在时间间隙  $n$  开始时缓冲区  $b_i$  的在制品零件数量, 则可用马尔科夫链来分析上生产线, 其中系统状态为  $(h_1(n), s_1(n), s_0^u(n))$ ,  $h_1(n) \in \{0, 1, \dots, N_1\}$ , 并且  $s_1(n), s_0^u(n) \in \{0, 1\}$ . 系统一共有  $4 \times (N_1 + 1)$  个状态. 为了计算系统状态的转移概率, 首先按表 2 排列系统所有状态, 对于任意系统状态  $\mathbf{S} = (h_1, s_1, s_0^u)$ , 其对应的状态序号可通过下式计算:

$$\alpha(\mathbf{S}) = 4h_1 + 2s_1 + s_0^u + 1 \tag{10}$$

表 2 系统状态排序 ( $k = 0, 1, \dots, N_1$ )  
Table 2 Arrangement of the system states  
( $k = 0, 1, \dots, N_1$ )

State	$h_1$	$s_1$	$s_0^u$
$4k + 1$	$k$	0	0
$4k + 2$	$k$	0	1
$4k + 3$	$k$	1	0
$4k + 4$	$k$	1	1

注意, 上生产线的在制品零件数量  $h_1(n)$  的变化由  $s_1(n)$  和  $s_0^u(n)$  确定, 系统的动态特性可由下式给出:

$$\begin{aligned}
 h_1(n+1) &= h_1'(n+1) + \\
 &\quad s_1(n) \min\{N_1 - h_1'(n+1), 1\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

其中,

$$h_1'(n+1) = h_1(n) - s_0^u(n) \min\{h_1(n), 1\}$$

$s_1(n)$  和  $s_0^u(n)$  取不同状态 (工作/故障) 的概率可以根据式 (1) 计算, 并将式 (1) 中的  $P_0, R_0$  用式 (9) 计算得到的  $P_0^u(n), R_0^u(n)$  替换. 至此, 对于该系统的每一个状态, 我们可以根据式 (11) 和式 (1) 分别确定系统的结果状态及其转移概率. 用  $A_2^u(n)$  表示求得的时变转移矩阵, 用  $y_i^u(n)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, 4(N_1 + 1)\}$  表示系统在时间间隙  $n$  时处于状态  $i$  的概率. 系统状态  $\mathbf{y}^u(n) = [y_1^u(n) \cdots y_{4(N_1+1)}^u(n)]^T$  的演化由以下方程给出:

$$\mathbf{y}^u(n+1) = A_2^u(n)\mathbf{y}^u(n), \quad \sum_{i=1}^{4(N_1+1)} y_i^u(n) = 1 \tag{12}$$

其中初始状态为

$$\begin{aligned} y_{\alpha(\mathbf{S}_0)}^u(0) &= 1, & \mathbf{S}_0 &= (h_1(0), s_1(0), s_0^u(0)) \\ y_i^u(0) &= 0, & \forall i &\neq \alpha(\mathbf{S}_0) \end{aligned} \quad (13)$$

进而, 上生产线的实时性能指标计算式为

$$\begin{aligned} PR^u(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内, } m_0^u \text{ 工作,} \\ &\quad \text{且缓冲区 } b_1 \text{ 非空}] = \\ &W_1 \mathbf{y}^u(n) = \\ &[\mathbf{W}_{1,0} \ \mathbf{W}_{1,1} \ \cdots \ \mathbf{W}_{1,N_1}] \mathbf{y}^u(n) \\ CR^u(n) &= \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内, } m_1 \text{ 工作,} \\ &\quad \text{且不被阻塞}] = \\ &W_2 \mathbf{y}^u(n) = \\ &[\mathbf{W}_{2,0} \ \mathbf{W}_{2,1} \ \cdots \ \mathbf{W}_{2,N_1}] \mathbf{y}^u(n) \\ WIP_1^u(n) &= \sum_{i=1}^{N_1} i \times \text{Prob}[\text{在时隙 } n \text{ 内,} \\ &\quad \text{缓冲区 } b_1 \text{ 有 } i \text{ 个在制品}] = \\ &W_3 \mathbf{y}^u(n) = \\ &[\mathbf{W}_{3,0} \ \mathbf{W}_{3,1} \ \cdots \ \mathbf{W}_{3,N_1}] \mathbf{y}^u(n) \end{aligned} \quad (14)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{1,0} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0], & \mathbf{W}_{2,N_1} &= [0 \ 0 \ 0 \ 1] \\ \mathbf{W}_{1,i} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0], & i &= 1, \dots, N_1 \\ \mathbf{W}_{2,i} &= [0 \ 0 \ 1 \ 1], & i &= 0, \dots, N_1 - 1 \\ \mathbf{W}_{3,i} &= [i \ i \ i \ i], & i &= 0, \dots, N_1 \end{aligned}$$

类似地, 下生产线可以采用相同的方式进行分析. 通过将具有三台机器的辅助装配系统分解成为上下生产线分别处理的方法, 可以实现对整个系统的实时性能的分析.

针对每个生产批次具有有限生产量的原始装配系统, 本文最后引入了如图 4 所示的具有有限生产原材料的单机辅助生产线来分析双机器辅助生产线的实时性能. Chen 等<sup>[42]</sup> 提出了一种用于时变参数估计的等效聚合方法. 考虑图 3 (a) 所示的上生产线, 有反向聚合和前向聚合两种. 反向聚合是指在制品缓冲区  $b_1$  和下游虚拟机器  $m_0^u$  在反向与机器  $m_1$  聚合形成几何型虚拟机器  $\hat{m}_1$  (如图 4 (a) 所示), 且此机器具有时变的故障概率  $\hat{P}_1(n)$  和修复概率  $\hat{R}_1(n)$ . 前向聚合则是指缓冲区  $b_1$  和上游机器  $m_1$  在前向上与  $m_0^u$  聚合形成几何型虚拟机器  $\hat{m}_0^u$  (如图 4 (a) 所示), 其故障概率和修复概率分别为  $\hat{P}_0^u(n)$  和  $\hat{R}_0^u(n)$ . 因此, 上生产线输入的原材料消耗可以用虚拟机器  $\hat{m}_1$  表征, 而最终产品的产量可以用虚拟机器  $\hat{m}_0^u$  表征. 参数  $\hat{P}_1(n), \hat{R}_1(n), \hat{P}_0^u(n)$  和  $\hat{R}_0^u(n)$

的推导过程详细可参见文献 [42]. 图 4 (b) 所示的下生产线参数可以通过相同的方式导出.

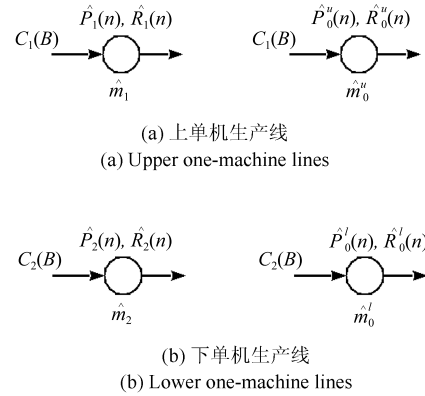


图 4 辅助单机生产线  
Fig. 4 Auxiliary one-machine lines

假设系统生产批次加工的零件数目是有限的, 下面以如图 4 (a) 所示的单机器上生产线 ( $\hat{m}_0^u$ ) 为例, 对辅助单机器生产线进行分析. 由于单机器生产系统没有缓冲区, 在  $n$  时刻的系统状态可以用机器在该时间间隔内的状态  $\hat{s}_0^u(n) \in \{0 = \text{故障}, 1 = \text{工作}\}$  与该时间间隔开始时已生产的产品数量  $\hat{f}_0(n) \in \{0, 1, \dots, B\}$  联合表示, 即系统状态为  $(\hat{s}_0^u(n), \hat{f}_0(n))$  的马尔科夫链来表征, 且状态总数为  $2 \times (B + 1)$ . 另一方面, 根据假设 3), 系统加工完  $B$  个工件后立即停止工作. 因此, 在系统运行的最后一个时隙开始时, 系统状态应为  $(1, B - 1)$ , 而该时隙结束时, 系统最终状态可能是  $(0, B)$  或  $(1, B)$ . 为了方便表示, 我们将这两个状态合并成为一个马尔科夫链的吸收状态. 不失一般性, 令此吸收状态为  $(1, B)$ . 此马尔科夫链的状态转移概率可由下式给出:

$$\begin{aligned} \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 0, \hat{f}_0(n+1) = a | \\ \hat{s}_0^u(n) = 0, \hat{f}_0(n) = a] &= 1 - \hat{R}_0^u(n), \\ &a = 0, 1, \dots, B - 1 \\ \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 1, \hat{f}_0(n+1) = a | \\ \hat{s}_0^u(n) = 0, \hat{f}_0(n) = a] &= \hat{R}_0^u(n), \\ &a = 0, 1, \dots, B - 1 \\ \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 0, \hat{f}_0(n+1) = a + 1 | \\ \hat{s}_0^u(n) = 1, \hat{f}_0(n) = a] &= \hat{P}_0^u(n), \\ &a = 0, 1, \dots, B - 2 \\ \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 1, \hat{f}_0(n+1) = a + 1 | \\ \hat{s}_0^u(n) = 1, \hat{f}_0(n) = a] &= 1 - \hat{P}_0^u(n), \\ &a = 0, 1, \dots, B - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 1, \hat{f}_0(n+1) = B] \\ & \quad \hat{s}_0^u(n) = 1, \hat{f}_0(n) = B - 1] = 1 \\ & \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n+1) = 1, \hat{f}_0(n+1) = B] \\ & \quad \hat{s}_0^u(n) = 1, \hat{f}_0(n) = B] = 1 \end{aligned} \quad (15)$$

系统其他状态间的转移概率均为零. 显然, 系统一个批次的完成时间  $ct$  的分布与系统的状态有关, 即

$$P_{ct}(n) = \text{Prob}[\hat{s}_0^u(n) = 1, \hat{f}_0(n) = B - 1] \quad (16)$$

该马尔科夫链的所有状态可以根据下式进行编号排列:

$$\beta(\hat{s}_0^u, \hat{f}_0) = \hat{s}_0^u \times B + \hat{f}_0 + 1 \quad (17)$$

由于机器初始状态为故障状态或工作状态, 系统的初始状态对应地也只会处于状态 1 或者状态  $B + 1$ . 用  $A_1^{(0,u)}(n)$  来表示马尔科夫链的转移概率矩阵, 即

$$A_1^{(0,u)}(n) = \begin{bmatrix} Q^{(0,u)}(n) & \mathbf{0}_{2B,1} \\ \mathbf{H} & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} Q^{(0,u)}(n) = & \begin{bmatrix} (1 - \hat{R}_0^u(n))I_B & \mathbf{0}_{1,B-1} & 0 \\ \hat{P}_0^u(n)I_{B-1} & \mathbf{0}_{B-1,1} \\ \hat{R}_0^u(n)I_B & \mathbf{0}_{1,B-1} & 0 \\ (1 - \hat{P}_0^u(n))I_{B-1} & \mathbf{0}_{B-1,1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{H} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

$I_k$  为  $k \times k$  的单位矩阵,  $\mathbf{0}_{k,l}$  为  $k \times l$  的零矩阵.

系统在有限量生产运行下的实时性能的计算过程如下: 令  $\mathbf{z}^{(0,u)}(n) = [z_1^{(0,u)}(n) \cdots z_L^{(0,u)}(n)]^T$ , 其中,  $z_i^{(0,u)}(n)$  表示在时间间隔  $n$  内系统在状态  $i$  的概率, 并且  $L = 2B + 1$ , 则  $\mathbf{z}^{(0,u)}(n)$  的演化可以通过下面的线性方程给出:

$$\mathbf{z}^{(0,u)}(n+1) = A_1^{(0,u)}(n)\mathbf{z}^{(0,u)}(n) \quad (20)$$

其中, 初始状态为

$$\begin{aligned} z_1^{(0,u)}(0) &= \begin{cases} 1, & \text{若 } \hat{s}_0^u(0) = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ z_{B+1}^{(0,u)}(0) &= \begin{cases} 1, & \text{若 } \hat{s}_0^u(0) = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ z_i^{(0,u)}(0) &= 0, \quad \forall i \neq 1, B + 1 \end{aligned} \quad (21)$$

然后根据系统状态编号的排列, 单机器上生产线 ( $\hat{m}_0^u$ ) 的实时性能指标可计算为

$$\begin{aligned} PR^{(0,u)}(n) &= CR^{(0,u)}(n) = \text{Prob}[\hat{m}_0^u \text{ 工作,} \\ & \quad \text{且当前批次还未完成}] = \\ & \quad \underbrace{[0 \cdots 0]}_{B \uparrow 0} \underbrace{[1 \cdots 1]}_{B \uparrow 1} \mathbf{0} \mathbf{z}^{(0,u)}(n) \end{aligned} \quad (22)$$

此外, 当前批次的平均完成时间可以根据下式计算:

$$CT^{(0,u)} = \sum_{n=B}^{\infty} n \times z_{2B}^{(0,u)}(n)$$

上式可以近似为

$$CT^{(0,u)} \approx \sum_{n=B}^{D_0} n \times z_{2B}^{(0,u)}(n) \quad (23)$$

其中,

$$1 - \sum_{n=1}^{D_0} z_{2B}^{(0,u)}(n) < \epsilon \ll 1 \quad (24)$$

其余的单机器生产线 ( $\hat{m}_1$ ), ( $\hat{m}_2$ ), ( $\hat{m}_0^l$ ) 可以用同样的方法分析. 对于图 1 所示的原始装配系统的性能评估, 第 2 节介绍的基于马尔科夫链 ( $h_1(n), h_2(n), f_0(n), s_0(n), s_1(n), s_2(n)$ ) 的精确分析已经不再适用, 因此我们采用基于分解的方法来分系统暂态性能. 首先将原始系统分解成 4 个具有无限原材料供应的双机器单缓冲区生产线 ( $m_1, b_1, m_0$ ), ( $m_2, b_2, m_0$ ), ( $m_1, b_1, m_0^u$ ), ( $m_2, b_2, m_0^l$ ), 以及 4 个具有有限生产量的单机器生产线 ( $\hat{m}_1$ ), ( $\hat{m}_2$ ), ( $\hat{m}_0^u$ ), ( $\hat{m}_0^l$ ). 其中, 生产线 ( $m_1, b_1, m_0$ ), ( $m_2, b_2, m_0$ ) 的机器和缓冲区的参数与原系统的时不变参数一致, 并且其实时行为可用来计算生产线 ( $m_1, b_1, m_0^u$ ) 和 ( $m_2, b_2, m_0^l$ ) 中的虚拟机器  $m_0^u$  和  $m_0^l$  的时变参数. 进而, 利用 ( $m_1, b_1, m_0^u$ ), ( $m_2, b_2, m_0^l$ ) 的暂态行为计算辅助单机器生产线中虚拟机器  $\hat{m}_1, \hat{m}_2, \hat{m}_0^u$  以及  $\hat{m}_0^l$  的时变参数. 最终, 通过不断迭代计算子系统的实时行为, 原装配系统的暂态性能就可以用辅助单机器生产线来近似估计

$$\begin{aligned} \widehat{PR}(n) &= \underbrace{[0 \cdots 0]}_{B \uparrow 0} \underbrace{[1 \cdots 1]}_{B \uparrow 1} \mathbf{0} \mathbf{z}^{(0,u)}(n) \\ \widehat{CR}_i(n) &= \underbrace{[0 \cdots 0]}_{B \uparrow 0} \underbrace{[1 \cdots 1]}_{B \uparrow 1} \mathbf{0} \mathbf{z}^{(i,u)}(n), \quad i = 1, 2 \\ \widehat{P}_{ct}(n) &= z_{2B}^{(0,u)}(n) \\ \widehat{CT} &= \sum_{n=B}^{\infty} n \times z_{2B}^{(0,u)}(n) \end{aligned} \quad (25)$$

与此同时,系统的在制品数量通过下式近似估计:

$$\begin{aligned} \widehat{WIP}_1(n) &= WIP_1^u(n) \times \left(1 - \sum_{i=B}^n \hat{P}_{ct}(i)\right) \\ \widehat{WIP}_2(n) &= WIP_1^l(n) \times \left(1 - \sum_{i=B}^n \hat{P}_{ct}(i)\right) \end{aligned} \quad (26)$$

#### 4 近似方法精确度分析

本文通过数值实验的方式对所提出的暂态性能近似估计方法的准确性进行验证. 用 MATLAB 软件编写仿真程序来对装配系统的性能指标的真实值进行估计. 程序生成了 10000 条生产线,并对参数进行随机均匀选取

$$R_i \in (0.05, 0.5), \quad e_i \in (0.6, 0.99) \quad (27)$$

即机器的平均停机时间从 2 到 20 个产品加工周期时间随机选择, 每台机器的效率从 60% 到 90% 随机选择, 参数选择范围主要是考虑到实际生产过程的典型生产情况<sup>[34-39]</sup>. 机器的故障概率则可以通过  $P_i = R_i/(e_i - 1)$  计算, 而缓冲区的容量在如下的范围随机选择:

$$N_i \in \{[T_{down,i}], [T_{down,i}] + 1, \dots, 5[T_{down,i}]\} \quad (28)$$

对于每一条生产线进行 10000 次重复模拟实验, 结果使得  $PR(n)$  和  $CR_i(n)$ ,  $WIP_i(n)$  以及  $CT$  在 95% 的置信区间内分别小于 0.005, 0.05 和 0.01. 然后, 我们用本文提出的基于分解的近似方法评估每一条生产线的性能指标, 并将其与基于蒙特卡洛仿真得到的结果 (带有上标 sim) 进行比较. 两种方法的相对误差计算为

$$\begin{aligned} \delta_{PR} &= \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T \frac{|\widehat{PR}(n) - PR^{sim}(n)|}{PR_{ss}} \times 100\% \\ \delta_{CR_i} &= \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T \frac{|\widehat{CR}_i(n) - CR_i^{sim}(n)|}{PR_{ss}} \times 100\% \\ \delta_{WIP_i} &= \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T \frac{|\widehat{WIP}_i(n) - WIP_i^{sim}(n)|}{N_i} \times 100\% \\ \delta_{CT} &= \frac{|\widehat{CT} - CT^{sim}|}{CT^{sim}} \times 100\% \end{aligned} \quad (29)$$

其中,  $PR_{ss}$  是通过仿真得到的生产线的稳态生产率,  $T$  是使得下式成立的时间常数.

$$\min \left\{ \sum_{n=1}^T \hat{P}_{ct}(n), \sum_{n=1}^T P_{ct}^{sim}(n) \right\} \geq 0.999 \quad (30)$$

本文提出算法的近似误差结果表明, 相对误差  $\delta_{PR}$ ,  $\delta_{CR_i}$ ,  $\delta_{WIP_i}$  和  $\delta_{CT}$  都明显小于 1%. 考虑到生产线中机器和缓冲区的实际参数精度一般在 5% ~ 10%, 我们认为这种近似方法可以为此类系统提供准确的性能评价. 以具有图 5 所示参数的装配系统为例, 对算法的准确性进行验证.

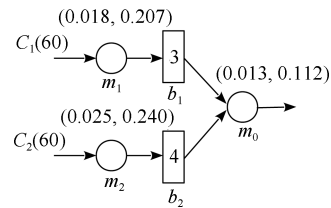


图 5 三台几何可靠型机器装配系统的数值实例  
Fig. 5 Example of an assembly system with three geometric machines

图 5 中, 圆形代表机器, 圆形上方的二元数对是机器的故障概率和修复概率. 矩形代表缓冲区, 矩形里的数值则是缓冲区的容量. 同样, 这些参数的取值也是根据式 (27) 和式 (28) 随机产生的, 并且假设系统所有缓冲区在  $n = 0$  时刻为空. 首先需要注意的是, 若采用第 2 节精确解析的方法进行系统状态分析, 根据式 (4), 系统的状态数量为 215 208 个; 若采用第 3 节提出的基于分解的近似估计算法, 经过分解后, 我们只需要分析 8 个相对较小但相互影响的系统: 两条双机上生产线, 两条双机下生产线, 两条上单机生产线, 两条下单机生产线. 8 个较小的马尔科夫链的总状态数为 504. 在保证精确度的基础上, 相较精确分析, 显而易见, 基于分解的近似分析使系统状态数量有了极大的降低. 与此同时, 与蒙特卡洛仿真方法相比较, 从计算时间的角度来看, 使用 MATLAB 软件在同一台电脑配置为英特尔酷睿 i7-6700 的 CPU 和 16 GB 的 RAM 上, 基于蒙特卡洛仿真分析和基于分解的近似分析, 所需要的运算时间分别为 314.4s 和 9.31s, 近似算法在计算高效性上也显示出了极大的优势.

基于分解的实时性能评估算法与模拟实验对比结果如图 6 所示. 从图中可以看出, 整个生产运行过程分为三个阶段. 在第 1 阶段, 产品开始进入系统. 在此期间, 生产率, 消耗率和在制品数量都从 0 上升到稳态值. 在第 2 阶段, 系统运行接近稳定状态, 所有暂态性能指标都或多或少地处于平稳状态. 在第 3 阶段, 当生产运行接近完成时, 所有性能指标开始下降, 最终达到 0. 基于该分解算法的高精度也可以从图中清晰地看到. 与此同时, 基于仿真和近似方法的批次完成时间结果分别为 87.3s 和 87.8s. 实验结果表明, 本文提出的基于分解的系统实时性能近似算法具有很高的精确度. 需要注意的是, 虽然精确的分析在这种小型装配系统中仍然可以被推导出来,



然而随着系统参数 ( $M$ ,  $N_i$ 's, 和  $B$ ) 的增长, 精确分析也变得越来来越不可能实现. 同时基于蒙特卡洛仿真的分析方法又非常低效和耗时. 因此基于分解思想的性能近似评估方法的计算高效性将在这样的大型装配系统中体现出来. 深入的相关研究将在未来的工作中进一步讨论.

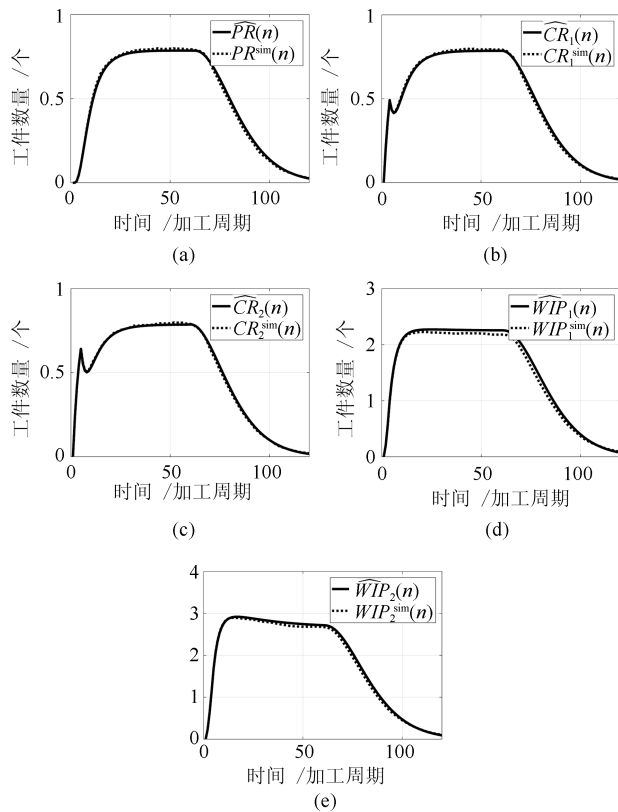


图 6 基于分解的近似方法与仿真分析的三台几何可靠性机器装配系统实时性能评估对比

Fig. 6 Comparison of decomposition-based approximation and simulation analysis for real-time performance evaluation in assembly system with three geometric machines

## 5 总结与展望

本文对具有有限缓冲区容量和三台几何可靠性机器的装配系统在有限生产运行情况下的暂态实时性能评估问题进行了研究. 首先推导出了该装配系统的数学模型和性能评估的解析公式. 然后, 通过引入辅助生产系统/生产线的方式, 提出了一种基于分解的性能评估算法, 并给出了实时性能评价的公式. 最后, 通过数值实验的方式对所提算法的准确性进行了验证. 今后这方面的工作包括将研究对象扩展到更大型的系统, 暂态瓶颈识别以及对几何可靠性装配系统的改进等. 同时, 具有其他可靠性模型机器的装配系统的暂态性能评估也会在未来的工作中进行讨论. 针对当前智能制造业的发展趋势, 对满

足节能生产、柔性制造等方面要求的实时性能反馈生产控制问题也将在以后的工作中展开.

## References

- 1 Bhat U N. Finite capacity assembly-like queues. *Queueing Systems*, 1986, **1**(1): 85–101
- 2 Bonomi F. An approximate analysis for a class of assembly-like queues. *Queueing Systems*, 1987, **1**(3): 289–309
- 3 Lipper E H, Sengupta E H. Assembly-like queues with finite capacity: bounds, asymptotics and approximations. *Queueing Systems*, 1986, **1**(1): 67–83
- 4 Rao P C, Suri R. Approximate queueing network models for closed fabrication/assembly systems. Part I: single level systems. *Production and Operations Management*, 2010, **3**(4): 244–275
- 5 Rao P C, Suri R. Performance analysis of an assembly station with input from multiple fabrication lines. *Production and Operations Management*, 2000, **9**(3): 283–302
- 6 Manitz M. Queueing-model based analysis of assembly lines with finite buffers and general service times. *Computers and Operations Research*, 2008, **35**(8): 2520–2536
- 7 Manitz M. Analysis of assembly/disassembly queueing networks with blocking after service and general service times. *Annals of Operations Research*, 2014, **226**(1): 1–25
- 8 Gershwin S B. Assembly/disassembly systems: an efficient decomposition algorithm for tree-structured networks. *IIE Transactions*, 1990, **23**(4): 302–314
- 9 Liu X G, Buzacott J A. Approximate models of assembly systems with finite inventory banks. *European Journal of Operational Research*, 1990, **45**(2–3): 143–154
- 10 Helber S. Decomposition of unreliable assembly/disassembly networks with limited buffer capacity and random processing times. *European Journal of Operational Research*, 1998, **109**(1): 24–42
- 11 Mascolo M D, David R, Dallery Y. Modeling and analysis of assembly systems with unreliable machines and finite buffers. *IIE Transactions*, 1991, **23**(4): 315–330
- 12 Gershwin S B, Burman M H. A decomposition method for analyzing inhomogeneous assembly/disassembly systems. *Annals of Operations Research*, 2000, **93**(1–4): 91–115
- 13 Kim Y D. Performance analysis of assembly/disassembly systems with unreliable machines and random processing times. *IIE Transactions*, 1998, **30**(1): 41–53
- 14 Chiang S Y, Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M. Improvability of assembly systems I: problem formulation and performance evaluation. *Mathematical Problems in Engineering*, 2000, **6**(4): 321–357
- 15 Chiang S Y, Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M. Improvability of assembly systems II: improvability indicators and case study. *Mathematical Problems in Engineering*, 2000, **6**(4): 359–393
- 16 Li J, Blumenfeld D E, Huang N, Alden J M. Throughput analysis of production systems: recent advances and future topics. *International Journal of Production Research*, 2009, **47**(14): 3823–3851
- 17 Grassmann W K. Transient solutions in Markovian queueing systems. *Computers and Operations Research*, 1977, **4**(1): 47–53
- 18 Neuts M F. *Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications*. New York: Dekker, 1989.

- 19 Bertsimas D J, Nakazato D. Transient and busy period analysis of the GI/G/1 queue: the method of stages. *Queueing Systems*, 1992, **10**(3): 153–184
- 20 Narahari Y, Viswanadham N. Transient analysis of manufacturing systems performance. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1994, **10**(2): 230–244
- 21 Klutke G A, Seiford L M. Transient behaviour of finite capacity tandem queues with blocking. *International Journal of Systems Science*, 1991, **22**(11): 2205–2215
- 22 Gopalan M N, Kumar U D. On the transient behaviour of a merge production system with an end buffer. *International Journal of Production Economics*. 1994, **34**(2): 157–165
- 23 Mocanu S. Numerical algorithms for transient analysis of fluid queues. In: Proceedings of the 5th International Conference on the Analysis of Manufacturing Systems. Zakynthos, Greece, 2005, 15–20
- 24 Meerkov S M, Zhang L. Transient behavior of serial production lines with Bernoulli machines. *IIE Transactions*, 2008, **40**(3): 297–312
- 25 Meerkov S M, Zhang L. Unbalanced production systems with floats: analysis and lean design. *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, 2011, **23**(1–2): 4–15
- 26 Zhang L, Wang C, Arinez J, Biller S. Transient analysis of Bernoulli serial lines: performance evaluation and system-theoretic properties. *IIE Transactions*, 2013, **45**(5): 528–543
- 27 Chen G, Zhang L, Arinez J, Biller S. Energy-efficient production systems through schedule-based operations. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2013, **10**(1): 27–37
- 28 Meerkov S M, Shimkin N, Zhang L. Transient behavior of two-machine geometric production lines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(2): 453–458
- 29 Jia Z, Zhang L, Chen G, Arinez J, Xiao G. Performance evaluation in finite production run-based serial lines with geometric machines. In: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE). Fort Worth, USA: IEEE, 2016. 450–455
- 30 Jia Z, Zhang L, Arinez J, Xiao G. Finite production run-based serial lines with Bernoulli machines: performance analysis, bottleneck, and case study. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, **13**(1): 134–148
- 31 Jia Z, Zhang L. Transient performance analysis of closed production lines with Bernoulli machines, finite buffers, and carriers. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, **2**(4): 1893–1900
- 32 Alexander D R, Premachandra I M, Kimura T. Transient and asymptotic behavior of synchronization processes in assembly-like queues. *Annals of Operations Research*, 2010, **181**(1): 641–659
- 33 Jia Z, Zhang L, Arinez J, Xiao G. Performance analysis of assembly systems with Bernoulli machines and finite buffers during transients. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, **13**(2): 1018–1032
- 34 Buzacott J A, Shanthikumar J G. *Stochastic Models of Manufacturing Systems*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.
- 35 Papadopoulos H T, Heavy C, Browne J. *Queueing Theory in Manufacturing Systems Analysis and Design*. London: Chapman and Hill, 1993.
- 36 Gershwin S B. *Manufacturing Systems Engineering*. Englewood Cliff: Prentice Hall, 1994.
- 37 Altiock T. *Performance Analysis of Manufacturing Systems*. New York: Springer-Verlag, 1997.
- 38 Li J, Meerkov S M. Due-time performance in production systems with Markovian machines. *Analysis and Modeling of Manufacturing Systems*. Boston: Springer, 2003.
- 39 Liberopoulos G, Kozanidis G, Tsarouhas P. Performance evaluation of an automatic transfer line with WIP scrapping during long failures. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2007, **9**(1): 62–83
- 40 Li F, Du C, Yang C, Gui W. Passivity-based asynchronous sliding mode control for delayed singular markovian jump systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, **63**(8): 2715–2721
- 41 Du C, Yang C, Li F, Gui W. A novel asynchronous control for artificial delayed markovian jump systems via output feedback sliding mode approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, **49**(2): 364–374
- 42 Chen G, Wang C, Zhang L, Arinez J, Xiao G. Transient performance analysis of serial production lines with geometric machines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(4): 877–891



**贾之阳** 北京理工大学自动化学院助理教授。主要研究方向为智能制造, 生产系统建模, 性能分析, 能源高效生产管理。本文通信作者。

E-mail: zhiyang.jia@bit.edu.cn

(**JIA Zhi-Yang** Assistant professor at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. His research

interest covers smart manufacturing, modeling, analysis and control of production systems. Corresponding author of this paper.)



**陈京川** 北京理工大学自动化学院硕士研究生。2018 年获得北京工业大学信息学部学士学位。主要研究方向为柔性生产系统的建模与性能分析。

E-mail: jingchuan.chen@bit.edu.cn

(**CHEN Jing-Chuan** Master student at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. He received his bachelor degree from the Department of Information Technology, Beijing University of Technology in 2018. His research interest covers modeling and performance evaluation of flexible production systems.)



**戴亚平** 北京理工大学自动化学院教授。主要研究方向为人工智能与专家系统, 多传感器数据融合与决策诊断技术。

E-mail: daiyaping@bit.edu.cn

(**DAI Ya-Ping** Professor at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. Her research interest covers artificial intelligence and expert

system, and multi-sensor data fusion and decision.)