

考虑鸣笛效应和驾驶员异质性的新格子模型稳定性分析

翟聪¹ 巫威眺²

摘要 道路环境及密集交通流随机波动是交通扰动的诱因,文中考虑道路环境中的汽车鸣笛效应和驾驶员异质性的影响,提出鸣笛发生临界密度的概念,建立了更符合实际的格子流体动力学模型,并揭示非饱和交通状态下诱发交通流失稳的机理.在线性稳定性分析中利用扰动法得到了该模型的稳定性条件,并基于还原微扰法对该模型的非线性稳定性问题进行研究,通过求解 mKDV 方程获取的扭结-反扭结孤立波描述了在临界点附近密度波的传输规则.仿真结果表明,考虑有鸣笛效应的新格子模型相比于 Nagatani 模型的稳定性更强,而较大的临界密度对交通流稳定性存在消极影响;与以往微观模型相比,本文模型能解释鸣笛现象发生的自然条件,即密度高且流量低的地方,同时驾驶员特性也对交通流的稳定性存在着显著影响.

关键词 交通流, 格子模型, 稳定性分析, 鸣笛效应, 驾驶员异质性, 临界密度

引用格式 翟聪, 巫威眺. 考虑鸣笛效应和驾驶员异质性的新格子模型稳定性分析. 自动化学报, 2020, 46(8): 1738–1747

DOI 10.16383/j.aas.c180137

Stability Analysis of Lattice Model Considering the Honk Effect and Driver Heterogeneity

ZHAI Cong¹ WU Wei-Tiao²

Abstract The road environment and traffic flow fluctuation are the incentive of traffic disturbance. This paper developed a new lattice model by introducing a concept of critical density by considering driver heterogeneity in the context of honk effect, and revealed the mechanism of inducing traffic flow instability. The stability condition of the lattice model is obtained by using the perturbation method in the linear stability analysis. The nonlinear stability of the proposed lattice model is studied through the reduced perturbation method, and the kink-antikink soliton solution by solving the mKDV equation describes the propagation discipline of density waves near the critical point. The simulation experiments verified that the stability of the modified lattice model is stronger than that of Nagatani model, while the large critical density has a negative effect on the stability of traffic flow. Compared to the previous microscopic models, the proposed model is able to explain the natural condition for honk occurrence, that is, high density and low flow area. In addition, the results show that the driver characteristic also has a significant impact on the stability of traffic flow.

Key words Traffic flow, lattice model, stability analysis, honk effect, driver heterogeneity, critical density

Citation Zhai Cong, Wu Wei-Tiao. Stability analysis of lattice model considering the honk effect and driver heterogeneity. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(8): 1738–1747

近年来,随着经济的发展和汽车保有量的持续增长,现有道路的负荷能力逐渐趋于饱和,交通拥堵现象时有发生,这不仅带来了出行的不便,还对环境造成了污染,如何有效缓解交通拥堵已成为亟需解

决的问题.为了采取行之有效的交通管理策略,有必要深刻理解交通拥堵的形成和传播机制,为此,学者们相继提出了一系列交通流模型.主要分为 LWR (Lighthill Whitham 和 Richards) 宏观交通流模型(运动波(Kinematic wave)模型)和微观交通流模型两种,前者将道路分割成一个个“虚拟”的子区,对每个子区内车辆整体进行考虑,根据子区之间交通流的相关性推导和分析交通流的流量、速度、密度之间的关系,该模型忽略了运行车辆之间的相互作用,宏观交通流模型包括流体动力学模型^[1–3],空气动力学模型^[4–6]等;而微观模型主要以道路上单个车辆作为研究对象,对单车道上车辆间跟驰行为构建数学模型,包括元胞自动机模型^[7–9],跟驰模型^[10–13]等.

受建模方式制约,对于微观模型,建模的维度随着车辆数的增加而增大,当规模较大时不容易求解,

收稿日期 2018-03-09 录用日期 2018-08-17
Manuscript received March 9, 2018; accepted August 17, 2018
国家自然科学基金(61703165),中国博士后科学基金(2016M600653),中央高校基本科研业务经费专项资金(D2171990)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61703165), the China Postdoctoral Science Foundation (2016M600653), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (D2171990)

本文责任编辑 王鼎

Recommended by Associate Editor WANG Ding

1. 佛山科学技术学院交通与土木建筑学院 佛山 528000 2. 华南理工大学土木与交通学院 广州 510641

1. School of Transportation and Civil Engineering and Architecture, Foshan University, Foshan 528000 2. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641

而 LWR 宏观模型忽略了车辆与车辆之间的相互作用. 为了克服上述两类模型的不足, Nagatani^[14] 借鉴 Bando 最优速度模型的建模思想, 将最优速度跟驰模型中的速度和车间距用密度和流量进行置换, 并在流体动力学理论的框架下, 首次建立了描述宏观交通流演化特性的格子流体动力学模型. 格子模型将 LWR 宏观交通流模型离散化, 并采用跟驰模型的思想, 能够较好地描述交通流动力学特征. 自此, 学者们相继对该模型进行拓展, 比较典型的有: Peng 等^[15] 在车联网环境下引入了信息中断概率项, 建立了带信息中断概率的格子流体动力学模型; Tian 等^[16] 考虑车联网所提供的道路密度信息, 在格子流体动力学模型中引入了密度差效应; Ge 和 Cheng^[17] 分析了后车密度对前车的压迫效应, 在模型中假定驾驶员的最优速度是由前后密度综合作用的, 发现考虑后方密度信息的驾驶行为反而降低了交通流的稳定性; Li 等^[18] 和 Wang 等^[19] 分别基于密度变化率和流量变化率设计了反馈控制器, 以增强格子模型的稳定性; Tian 等^[20] 考虑前后流量差影响, 提出了考虑带有流量差影响的格子流体力学模型, 并发现了考虑前后流量差能够增强交通流的稳定性. 另一方面, 由于现实情况下鸣笛现象十分普遍, 学者们开始关注鸣笛效应对道路交通流的影响. 对该问题研究最早的是 Tang 等^[21], 他们假定当车辆行驶速度低于最优行驶速度时, 驾驶员通常会采取鸣笛来对前方车辆进行警示, 以催促前方车辆加速行驶. 为此, 在 Bando 最优速度跟驰模型的基础上引入了最大速度与当前速度的差值项, 提出了考虑有鸣笛效应的微观跟驰模型, 通过仿真验证了鸣笛效应能够有效提高交通流稳定性. 随后学者们对该模型进行一系列拓展, 例如, Wen 等^[22] 分析了驾驶员特征在鸣笛环境下对交通流的影响; Kuang 等^[23] 将实际车间距与安全间距的差值作为鸣笛的判定条件, 并引入了后车鸣笛效应, 建立了考虑前后车鸣笛综合影响的微观跟驰模型; Zheng 等^[24]、Jia 等^[25] 在元胞自动机模型中提出了一系列的鸣笛规则, 并对单车道和双车道上的鸣笛效应进行了分析; Zhai 和 Wu^[26-27] 对单车道和双车道上记忆时间流量差效应进行了分析.

以往鸣笛效应的研究均集中在微观跟驰模型上, 尚未有学者将鸣笛效应引入到格子模型中来. 然而, 采用微观模型刻画鸣笛效应存在一些局限性: 1) 当车辆数较多时, 微观交通流建模的维度将会大大增加, 因而不利于仿真计算; 2) 以往微观模型中均假定鸣笛仅会对前方或后方单一车辆产生影响, 而实际上, 由于声音的传播性, 当车辆发出鸣笛时, 周围一定范围内的车辆都会受到不同程度的影响, 而受影响的车辆数很难用确切的数字进行界定, 因而降

低了模型的准确性. 由于宏观的格子模型仅仅关注区域内格子车辆的密度和流量, 且与车辆速度无关, 因而它能合理地反映鸣笛行为对交通流密度和流量的影响及传播机制, 所以, 如果能利用格子模型对鸣笛效应进行建模分析, 将能有效解决上述问题, 提高模型的准确性, 并揭示鸣笛发生的道路自然条件, 例如, 当密度和流量在什么范围内容易发生鸣笛? 为交通管理和控制提供理论基础. 在文献 [28-30] 的实验研究中表明, 当交通流密度增大时, 受拥堵压力的影响, 驾驶人生理和心理特性将发生一定的变化, 进而导致驾驶行为的变化; 3) 以往研究均假定驾驶员是同质的, 忽略了不同驾驶员驾驶特性的影响, 而实际上, 不同类型的驾驶员对鸣笛下的感知和响应存在显著的差异. Tricot 等^[30] 通过驾驶模拟器发现, 驾驶员类型及其行为与道路交通流密度密切相关. 有鉴于此, 为了更真实地反映鸣笛驾驶行为对交通流的影响, 文中在 Nagatani 格子模型的基础上, 提出临界密度的新概念作为驾驶人采取鸣笛的触发条件, 并构造适于不同驾驶员类型的阶跃函数, 以此建立格子模型研究鸣笛效应对非饱和交通状态下交通流稳定性的影响, 以期从道路环境角度揭示诱发交通流失稳的机理.

文中结构如下: 在第 1 节, 建立一类新的考虑有鸣笛效应和驾驶员异质性的格子模型, 在第 2 节, 基于线性稳定性理论, 获得了新格子模型的稳定性条件, 在第 3 节, 基于还原微扰法推导了该模型的 (Modified Korteweg-de Vries equation, mKDV) 方程, 同时通过求解该方程得到了密度波在临界点附近的交通拥挤的传播演化机制, 第 4 节通过仿真算例验证上述线性和非线性分析的准确性, 最后给出主要结论.

1 模型建立

为了建立考虑鸣笛效应和驾驶员异质性的格子模型, 本节首先在原始 Nagatani 格子模型的基础上引入驾驶员特性, 然后, 根据不同类型驾驶员对交通环境的响应机制引入鸣笛概率, 提出鸣笛发生的临界密度的概念, 进而建立考虑鸣笛效应和驾驶员异质性的新格子模型, 该模型能反映不同驾驶员对交通流环境的鸣笛响应机制.

1999 年, Nagatani^[14] 首次提出了格子模型, 其中该模型的连续方程和演化方程可表示如下:

$$\partial_t \rho_j + \rho_0 (\rho_j v_j - \rho_{j-1} v_{j-1}) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t (\rho_j v_j) = a [\rho_0 V(\rho_{j+1}) - \rho_j v_j] \quad (2)$$

其中, j 表示一维格子系统的格点编号, t 表示时间变量, ρ_0 表示平均密度, ρ_j 、 v_j 分别表示第 j 个格

点的平均密度和平均速度, a 表示驾驶员的灵敏度, $a = \frac{1}{\tau}$, $V(\cdot)$ 表示最优速度函数, 其具体表达式为:

$$V(\rho) = \frac{v_{\max}}{2} \left[\tanh \left(\frac{2}{\rho_0} - \frac{\rho}{\rho_0^2} - \frac{1}{\rho_c} \right) + \tanh \left(\frac{1}{\rho_c} \right) \right] \quad (3)$$

其中, v_{\max} 表示最大的行驶速度, ρ_c 表示临界安全密度, 函数 $V(\rho)$ 是单调有界的, 且仅与前方格点的密度有关, 这里 $v_{\max} = 2$, $\rho_c = 0.25$.

一般情况下, 当车辆密度达到一定程度时, 后方车辆为了保持最优速度, 可能采取鸣笛对前方车辆进行警示. 为了反映鸣笛机制, 本文引入鸣笛发生临界密度参数 ρ_{lim} , 将式 (2) 变为

$$\partial_t(\rho_j v_j) = a[\rho_0(V^F(\rho_{j+1})(1-p) + \beta V^B(\rho_j)p) - \rho_j v_j] \quad (4)$$

这里 β 为 $0 \sim 1$ 变量, 即 $\beta = \begin{cases} 1, \rho_{\text{lim}} < \rho \\ 0, \rho_{\text{lim}} \geq \rho \end{cases}$, 从 β

的表达式可知, 当密度 $\rho_{\text{lim}} < \rho$ 时, 此时才需要考虑鸣笛效应, 而当 $\rho_{\text{lim}} \geq \rho$ 时, 此时鸣笛效应不需要考虑, 与 Nagatani 模型一致. ρ 表示前方格点的密度值. $V^F(\cdot)$ 表示前方密度影响下的最优速度函数, 等同于 Nagatani 模型中的最优速度函数 $V(\cdot)$, 具体表达式由式 (3) 给出, 而 $V^B(\cdot)$ 表示后方密度影响下的最优速度函数, 在文中用来反映后方车流的鸣笛效应. 当密度越大时, 其鸣笛的可能性也越大, 而该类特性正好与最优速度函数 $V^F(\cdot)$ 相反 (当密度输入越大时, 最优速度的值越小), 因此, 为了研究方便, 本文在最优速度函数 $V^F(\cdot)$ 中加入一个负号, 其具体表达式为:

$$V^B(\rho) = \frac{v_{\max}}{2} \left[-\tanh \left(\frac{2}{\rho_0} - \frac{\rho}{\rho_0^2} - \frac{1}{\rho_c} \right) + \tanh \left(\frac{1}{\rho_c} \right) \right] \quad (5)$$

虽然上述模型能够描述很多复杂的交通状况, 但其潜在假设是所有的驾驶员都是同质的, 而实际上, 驾驶行为往往受到其性格的影响, 根据文献 [31–33], 驾驶员特性大致分为熟练型和胆怯型, 其中熟练型驾驶员的驾驶经验较为丰富, 对道路环境较熟悉, 能够基于当前状况对未来短期状况进行预判, 从而提前对车辆速度进行调整; 相反, 胆怯型驾驶员较为保守, 对车辆速度的调整存在一定的延迟. 不同类型的驾驶员会对鸣笛环境实施不同程度的感知和响应, 而以往研究并没有将驾驶员特性融入其中, 为此, 本文引入熟练型驾驶员所占的比重系数参数 q , 同时假

定熟练型驾驶员所对应的临界密度为 ρ_{lim_1} , 胆怯型驾驶员所对应的临界密度为 ρ_{lim_2} , 对式 (5) 进行改写可得:

$$\partial_t(\rho_j v_j) = a[\rho_0(V^F(\rho_{j+1})(1-p) + q\beta_1 V^B(\rho_j) + (1-q)\beta_2 V^B(\rho_j)p) - \rho_j v_j] \quad (6)$$

其中 q 表示熟练型驾驶员所占的比重 ($0 \leq q \leq 1$), ρ_{lim_1} 和 ρ_{lim_2} 分别表示熟练型和胆怯型驾驶员感应后方车辆鸣笛的临界密度值, 为了简化分析, 我们假定 $\beta = q\beta_1 + (1-q)\beta_2$. 一般情况下, 当外界车辆密度高于临界密度时, 车辆之间的相互作用较强烈, 后方车辆的驾驶员为了保持最优速度往往会采用鸣笛来警示前方车辆; 而当道路交通流密度值低于临界密度值时, 车辆之间的相互作用较低, 后方车辆容易保持最优速度行驶, 因此通过引入临界密度 ρ_{lim} 能够更好地界定出不同驾驶员是否考虑后方车辆鸣笛的条件, 同时更真实地反映现实的交通状况. 由于熟练型驾驶员为了追求尽可能大的速度, 所以其采取鸣笛的临界密度值 ρ_{lim_1} 将小于胆怯型驾驶员的临界密度 ρ_{lim_2} , 为了方便后续分析, 这里假定 $\rho_{\text{lim}_2} = \rho_{\text{lim}_1} + c$, 其中 c 表示两类不同类型驾驶员临界密度的差值.

在日常中, 有些驾驶员在交通拥堵情况下并不鸣笛, 而在某些情况下不是因为拥堵驾驶员却会鸣笛, 因此, 驾驶员采取鸣笛措施存在一定的概率. 一般而言, 交通密度越大, 驾驶员由于受到外界压力而采取鸣笛的可能性也越大, 为此, 文中引入参数 p 来表示鸣笛的可能性 (如式 (4) 所示), 同时参数 p 也可表示驾驶员受到鸣笛影响的权重值, 参数 p 的值越大, 表示车辆鸣笛发生的可能性越大, 同时也表示驾驶员受后方车流鸣笛影响也越大, 反之亦然. 实际上, 司机驾车过程中主要依据前方车辆信息, 即司机对前车运行状态的关注度会大于后车鸣笛的关注度, 因而 p 值不应过大, 为此, Tang 等^[21] 建议 p 的选取不超过 $\frac{1}{3}$, 本文仍然沿用该结论, 即设定参数 $p \in [0, 0.3]$, $p = 0$ 表明驾驶员在驾车过程中不会受到鸣笛的影响, 即车辆运行过程中都不会采取鸣笛措施, 此时演化方程 (4) 与 Nagatani^[14] 格子模型的演化方程一致. 另外, 当 $\rho_{\text{lim}} = 0$ 时, 等价于 $\beta \equiv 1$, 即当前车辆一直考虑后车鸣笛的影响, 同时车辆在行驶过程中一直采取鸣笛措施, 因此该情况与 Tang 等^[21] 在微观跟驰模型中所提出的恒定考虑后车鸣笛影响的内在假设一致; 而当 $\rho_{\text{lim}} > 0$ 时, 系数 β 并非恒等于 1, 包含两种情况: 当 $\beta = 1$ 时, 由于后方区域密度 ρ 超过临界密度 ρ_{lim} , 因而跟驰车辆将采取鸣笛措施, 此时鸣笛效应对该模型起作用, 而当 $\beta = 0$ 时, 后方区域密度 ρ 低于临界密度 ρ_{lim} , 此时跟驰车辆并不会采取鸣笛措施, 因此, 本文所提出的

模型亦可以看成是 Tang 等^[21] 所提出的鸣笛效应在格子模型的扩展.

对式 (1) 中的导数进行离散化展开, 同时忽略其中的非线性项的影响, 可得:

$$\rho_j(t+2\tau) - \rho_j(t+\tau) + \rho_0\tau(\rho_j(t+\tau)v_j(t+\tau) - \rho_{j-1}(t+\tau)v_{j-1}(t+\tau)) = 0 \quad (7)$$

同理, 由式 (6) 可得:

$$\rho_j(t+\tau)v_j(t+\tau) = \rho_0(V^F(\rho_{j+1})(1-p) + \beta V^B(\rho_j)p) \quad (8)$$

相似的,

$$\rho_{j-1}(t+\tau)v_{j-1}(t+\tau) = \rho_0(V^F(\rho_j)(1-p) + \beta V^B(\rho_{j-1})p) \quad (9)$$

将式 (8)~(9) 代入式 (7), 则可得:

$$\rho_j(t+2\tau) - \rho_j(t+\tau) + \tau\rho_0^2(1-p)(V^F(\rho_{j+1}) - V^F(\rho_j) + p\beta\tau\rho_0^2(V^B(\rho_j) - V^B(\rho_{j-1}))) = 0 \quad (10)$$

需要指出的是, 本文所考虑的鸣笛效应并不限于日常中所能够感知的用喇叭鸣笛, 在市区的禁鸣路段上, 当后方车辆受到空间密度压缩导致行驶速度受限时, 为了对前方车辆进行警示, 往往会采取其他手段以引起前方注意 (如打灯), 这些措施的效果与鸣笛几乎一致, 都是为了警示前方车辆加速通行, 因此也可以理解为虚拟的鸣笛机制; 而本文仅考虑常规拥挤过程中的鸣笛效应, 尚未考虑非常规的鸣笛效应 (如车辆由于意外发生事故问题而采取的鸣笛警示行为), 车辆为了超车而对前车采取的鸣笛措施将在后续研究中进行. 另外, 在实际驾驶中, 当整个路段处于拥挤或饱和交通状态时, 鸣笛通常没有什么效果, 因此, 本文模型适用于分析非饱和交通状态下的交通流行为.

2 线性稳定性分析

为了分析鸣笛效应对交通流拥挤演化的影响, 本节对该模型进行线性稳定性分析, 以获得新格子模型 (1) 和 (6) 的稳定性条件. 假设系统的初始状态是密度为 ρ_0 的均匀交通流, 且所有格子的最优速度相同, 同为 $V(\rho_0)$, 则关于该均匀交通流的稳态解可由下式给出:

$$\rho_j(t) = \rho_0 v_j(t) = V(\rho_0) \quad (11)$$

假定 $y_j(t)$ 为稳定状态格子 j 的一小干扰项, 则

$$\rho_j(t) = \rho_0 + y_j(t) \quad (12)$$

将以上干扰项代入式 (10), 同时线性化表出, 则可获得如下等式:

$$y_j(t+2\tau) - y_j(t+\tau) + \tau\rho_0^2(1-p)V^{F'}\Delta y_j(t) + p\beta\tau\rho_0^2V^{B'}\Delta y_{j-1}(t) = 0 \quad (13)$$

这里 $\Delta y_{j+1}(t) = y_{j+1}(t) - y_j(t)$, $V^{F'}$ 表示 $\frac{dV^F(\rho)}{dt}|_{\rho=\rho_0}$, 与之相似, $V^{B'}$ 表示 $\frac{dV^B(\rho)}{dt}|_{\rho=\rho_0}$, 令 $y_j(t) = \exp(ikj + zt)$, 同时将新的 $y_j(t)$ 代入上式, 则可得:

$$e^{2\tau z} - e^{\tau z} + \tau\rho_0^2(1-p)V^{F'}(e^{ik} - 1) + p\beta\tau\rho_0^2V^{B'}(1 - e^{-ik}) = 0 \quad (14)$$

设 $z = z_1(ik) + z_2(ik)^2 + \dots$, 同时将上式插入式 (14), 则可得到如下关于 ik 的一阶和二阶项系数, 分别为:

$$z_1 = -\rho_0^2[(1-p)V^{F'} + p\beta V^{B'}] \\ z_2 = -\frac{3\tau z_1^2}{2} - \frac{\rho_0^2(1-p)V^{F'}}{2} + \frac{1}{2}p\beta\rho_0^2V^{B'} \quad (15)$$

当 $z_2 < 0$, 则均匀交通流将逐渐变成不稳定状态, 相反, 当 $z_2 > 0$ 时, 均匀交通流是稳定的, 因此, 关于中立稳定曲线可由下式给出:

$$\tau = \frac{-(1-p)V^{F'} + p\beta V^{B'}}{3\rho_0^2[(1-p)V^{F'} + p\beta V^{B'}]^2} \quad (16)$$

同理, 均匀交通流的非稳定条件是:

$$\tau > \frac{-(1-p)V^{F'} + p\beta V^{B'}}{3\rho_0^2[(1-p)V^{F'} + p\beta V^{B'}]^2} \quad (17)$$

当 $p = 0$ 时, 以上的不稳定条件与 Nagatani 模型所给出的一致.

根据式 (17) 可知, 参数 p 在考虑鸣笛效应影响的新格子模型的稳定性条件中起到关键作用. 为了考察参数 p 与交通流稳定性的关系, 图 1 给出了不同参数 p 下的临界稳定曲线 (实线), 其中 $p = 0$ 表示 Nagatani 模型, 即不存在车辆的鸣笛效应. 可以看出, 每条临界稳定曲线都存在着唯一的顶点 (ρ_c, a_c) , 该顶点称为临界点, 在临界稳定曲线的上方表示的是交通流的稳定性区域, 在该区域交通拥挤不会出现, 而下方则表示非稳定性区域, 在该区域内任意微小的干扰都会被逐渐放大并最终形成拥挤. 从图 1 可知, 随着参数 p 的不断增大, 临界曲线的临界点不断下移, 曲线也由陡峭逐渐趋于平缓, 此时的稳定性区域逐渐扩大, 说明增大权重系数 p 能够有效增强交通流的稳定性, 同时当 $p > 0$ 时, 新模型的稳定性区域都大于 Nagatani 模型的稳定性区域, 从而可知, 鸣笛效应将有效提高交通流的稳定性.

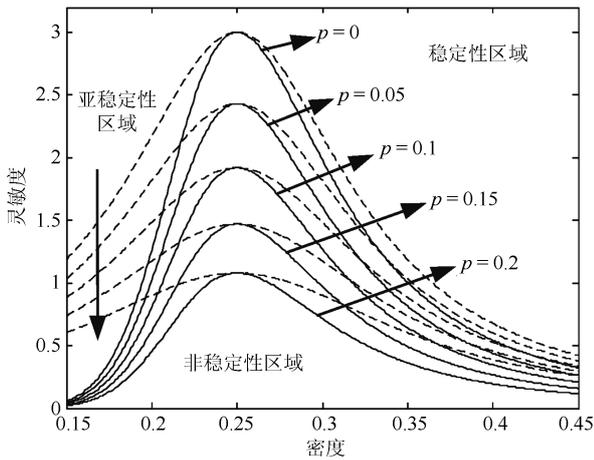


图 1 对于不同的参数 p 下的车辆的灵敏度与密度相图 (ρ, a)

Fig. 1 The phase diagram (ρ, a) of the sensitivity and the density under different values of parameter p

3 非线性稳定性分析

当道路上的车流密度超过临界值后, 伴随阻塞车流将出现复杂的非线性现象, 为了揭示流量差因素对系统研究临界点 (ρ_c, a_c) 附近车流时空演化特性的影响机理, 本节将利用还原扰动法在交通流不稳定区域的临界点附近分析交通流的非线性现象. 首先, 针对时间参数 t 和空间参数 j , 引入慢化变量 X 和 T , 当 $0 < \varepsilon \leq 1$ 时, 定义如下:

$$X = \varepsilon(j + bt), \quad T = \varepsilon^3 t \quad (18)$$

其中 b 代表待定常数, 同时, 本文假设 ρ_j 满足如下等式:

$$\rho_j(t) = \rho_c + \varepsilon R(X, T) \quad (19)$$

将式 (18) 和式 (19) 代入式 (10), 并对式 (10) 进行泰勒展开, 获得关于 ε 的五阶项, 则可得到如下非线性等式:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 k_1 \partial_X R + \varepsilon^3 k_2 \partial_X^2 R + \varepsilon^4 (\partial_T R + k_3 \partial_X^3 R + \\ k_4 \partial_X R^3) + \varepsilon^5 (k_5 \partial_T \partial_X R + \\ k_6 \partial_X^4 R + k_7 \partial_X^2 R^3) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

其中: $k_1 = b + \rho_c^2 [(1-p)V^{F'} + \beta pV^{B'}]$; $k_2 = \frac{3}{2}b^2\tau + \frac{1}{2}\rho_c^2 [(1-p)V^{F'} - \beta pV^{B'}]$; $k_3 = \frac{7}{6}b^3\tau^2 + \frac{\rho_c^2}{6} [(1-p)V^{F'} + \beta pV^{B'}]$; $k_4 = \frac{\rho_c^2}{6} [(1-p)V^{F'''} + \beta pV^{B'''}]$; $k_5 = 3b\tau$; $k_6 = \frac{5}{8}b^4\tau^3 + \frac{1}{24}\rho_c^2 [(1-p)V^{F'} - \beta pV^{B'}]$; $k_7 = \frac{\rho_c^2}{12} [(1-p)V^{F'''} - \beta pV^{B'''}]$. $V^{F'}$ 、 $V^{F'''}$ 分别表示最优速度函数 $V^F(\cdot)$ 在临界密度 ρ_c 处的一阶和三阶导数, 同理, $V^{B'}$ 、 $V^{B'''}$ 分别表示最优速度函数 $V^B(\cdot)$ 在临界密度 ρ_c 处的一阶和三阶导数, τ 可表

示为:

$$\tau = \tau_c(\varepsilon^2 + 1) \quad (21)$$

下面, 本文假设 $b = -\rho_c^2 [(1-p)V^{F'} + \beta pV^{B'}]$, 同时为了消除关于 ε 的二阶和三阶项, 将式 (19) 转变为

$$\begin{aligned} \varepsilon^4 (\partial_T R - g_1 \partial_X^3 R + g_2 \partial_X R^3) + \\ \varepsilon^5 (g_3 \partial_T \partial_X R + g_4 \partial_X^4 R + g_5 \partial_X^2 R^3) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $g_1 = -\frac{7}{6}b^3\tau^2 - \frac{\rho_c^2}{6} [(1-p)V^{F'} + \beta pV^{B'}]$; $g_2 = \frac{\rho_c^2}{6} [(1-p)V^{F'''} + \beta pV^{B'''}]$; $g_3 = \frac{3}{2}b^2\tau_c$; $g_4 = \frac{5}{8}b^4\tau_c^3 + \frac{1}{24}\rho_c^2 [(1-p)V^{F'} - \beta pV^{B'}] + 3b\tau_c g_1$; $g_5 = \frac{\rho_c^2}{12} [(1-p)V^{F'''} - \beta pV^{B'''}] - 3b\tau_c g_2$.

为了将上式转化为标准的 mKDV 方程, 这里对 T 和 R 做如下变形:

$$T' = g_1 T, \quad R = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} R' \quad (23)$$

则式 (22) 可转化为:

$$\partial_{T'} R' - \partial_X^3 R' + \partial_X R'^3 + \varepsilon M[R'] = 0 \quad (24)$$

其中: $M[R'] = \frac{1}{g_1} [g_3 \partial_X^2 R' + g_4 \partial_X^4 R' + \frac{g_1 g_5}{g_2} \partial_X^2 R'^3]$, 忽视校正项 $O(\varepsilon)$ 对式 (24) 的干扰, 则上式可转换成标准的 mKDV 方程, 其中该方程的解为:

$$R'_0(X, T') = \sqrt{c} \tanh \left(\sqrt{\frac{c}{2}} (X - cT') \right) \quad (25)$$

其中 c 表示扭结-反扭结解的传播速度, 该解的具体值可通过求解如下必要条件得到:

$$(R'_0, M[R']) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dX R'_0 M[R'] = 0 \quad (26)$$

这里 $M[R'_0] = M[R']$, 通过求解上式, 可获得关于参数 c 的具体值:

$$c = \frac{5g_2 g_3}{2g_2 g_4 - 3g_1 g_5} \quad (27)$$

因此, 该扭结-反扭结解可完整表示为:

$$\rho_j = \rho_c + \varepsilon \sqrt{\frac{g_1 c}{g_2}} \tanh \left(\sqrt{\frac{c}{2}} (X - c g_1 T) \right) \quad (28)$$

这里 $\varepsilon^2 = \frac{a_c}{a} - 1$, 则关于扭结-反扭结解得震荡幅度可表示为:

$$A = \sqrt{\frac{g_1}{g_2} \varepsilon^2 c} \quad (29)$$

基于上述 mKDV 求解所得到的扭结反扭结解表示的是共存相, 在该相中兼具低密度区的自由流

运动相和高密度区域的阻塞相两部分, 其中自由流运动相的密度表示为 $\rho_j = \rho_c + A$, 阻塞相的密度表示为 $\rho_j = \rho_c - A$, 由自由流相密度和阻塞流相密度组成的曲线称为共存曲线 (见图 1 中的虚线). 整个相空间被该两条曲线 (共存曲线和中性稳定曲线) 切分成三部分, 包括稳定性区域, 亚稳定区域和非稳定性区域, 在亚稳态区域中, 既存在稳定性区域的性质, 同时还有非稳定区域的性质.

4 仿真算例

本节将通过仿真算例验证上述线性和非线性分析的结论, 首先, 假定所有格点是周期有界的, 该闭环条件能够更好地再现交通拥挤的演化规律. 为了观察交通拥挤现象, 先将模型运行经过足够长的时间步长. 本文将道路切分为 N 个格点, 每个格点的

初始条件可由如下分段函数给出:

$$\begin{cases} \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0, j \neq 0.5N, 0.5N + 1 \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 - \delta, j = 0.5N \\ \rho_j(1) = \rho_j(0) = \rho_0 + \delta, j = 0.5N + 1 \end{cases}$$

其中初始扰动参数 $\delta = 0.1$, 最优密度为 $\rho_0 = 0.25$, 格子的总数 $N = 100$, 为了便于研究, 假设所有格点内驾驶员的灵敏度 $a = 1.1$.

图 2 给出了所有格点在 $t = 10^4$ 步长后在不同参数 p 下的密度-时间演化图像, 其中图 2(a)~2(d) 分别对应于参数 $p = 0, 0.1, 0.15, 0.2$, 其中 $\rho_{lim_1} = 0.25, c = 0.05, q = 0.5$, 通过观察图 2 可知, 交通流在图 2(a)~2(c) 下是非稳定的, 这是因为在给定参数 p 下无法满足稳定性条件 (17), 因而初始扰动随着时间的推移而

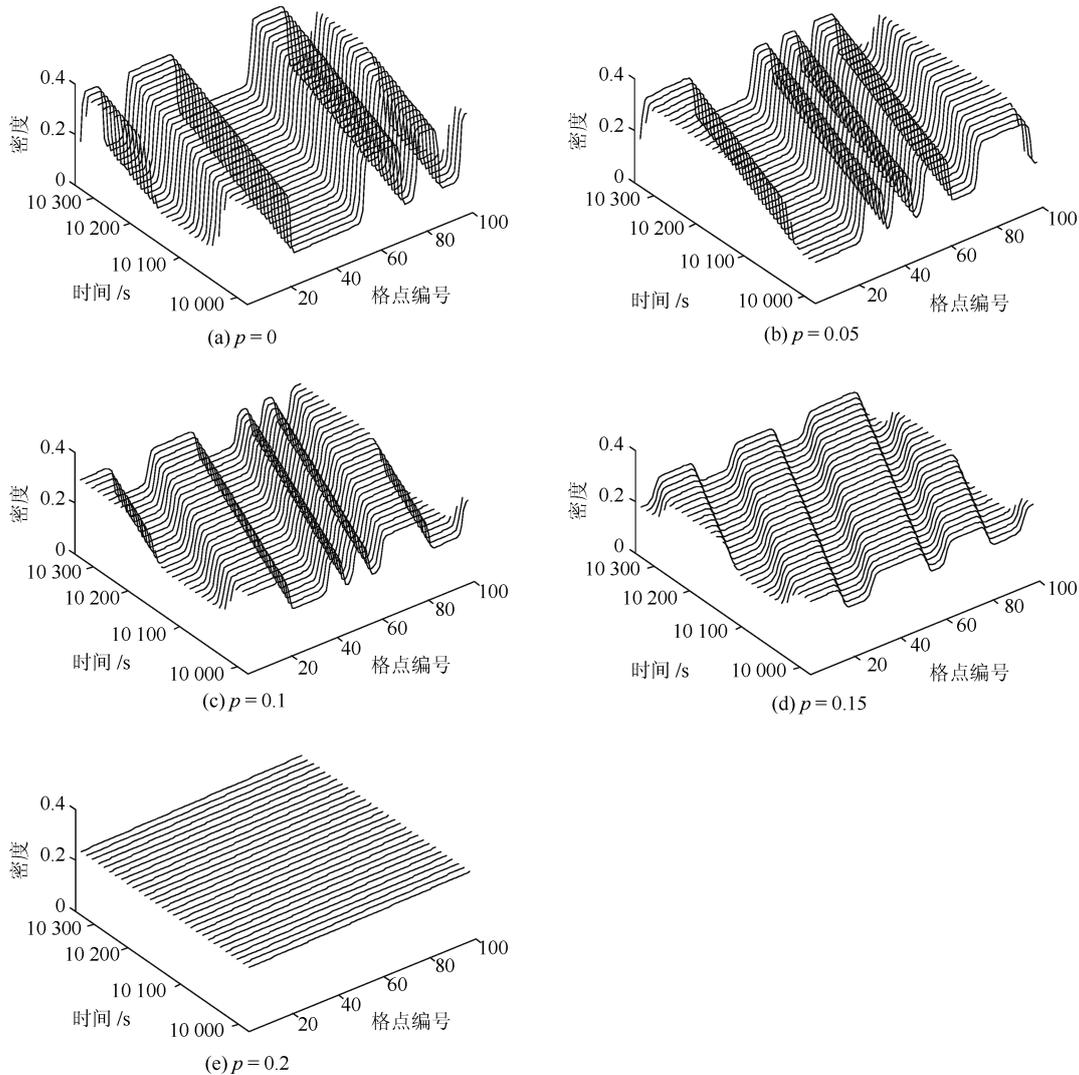


图 2 在不同参数权重 p 下新模型的密度时空演化图

Fig. 2 The space-time evolution of density for the new model under different values of parameter p

逐渐放大, 最终形成交通拥堵, 其中交通拥堵的演化行为可通过上述非线性分析中求解 mKDV 方程所获得的扭结-反扭结孤立波而描述; 当 $p = 0.2$ 时, 交通稳定性条件 (16) 得以满足, 可以看到在图 2(d) 下初始干扰随着时间的推移而逐渐消失, 最终交通流恢复到平稳状态. 通过上述的结果可知, 鸣笛效应能够有效抑制交通拥挤, 提升交通流的稳定性.

为了进一步分析鸣笛效应的影响, 图 3(a) 进一步给出了在 $t = 10300$ 时刻下所有格点的瞬时密度分布情况, 通过对比图 3(a) 中不同的权重 p 可知, 考虑鸣笛效应的新格子模型 ($p \neq 0$) 的密度波动幅度略低于传统的 Nagatani 模型 ($p = 0$), 这也进一步验证了上述的结论的正确性, 即鸣笛效应能够有效地增强交通流的稳定性. 另外, 从图中还可以看出, 随着参数 p 的不断增大, 密度波的震荡幅度呈现递减趋势, 当 $p = 0.2$ 时, 密度波的震荡幅度完全消失, 说明在此情形下交通流重新恢复到了平稳状态.

为了进一步证明鸣笛效应能够有效地增强交通流稳定性, 图 3(b) 给出了在不同参数 p 下的磁滞回旋曲线, 模型中的其余参数保持不变, 该曲线所围区域的面积可用来判断交通流的稳定性强弱, 面积越大, 稳定性越差, 反之亦然. 从图中可知, 当 $p = 0$ 时, 此时的磁滞回旋曲线所围成的面积最大, 说明传统的 Nagatani 格子模型与考虑后车鸣笛效应的新格子模型相比稳定性更差, 随着参数 p 的逐渐增大, 磁滞回旋曲线逐渐向内收缩, 区域面积逐渐减少, 稳定性逐渐增强, 当 $p = 0.2$ 时, 该曲线最终收敛于一点, 此时交通流满足稳定性条件.

“当后方车流密度超过临界密度 ρ_{lim_1} 时将出现鸣笛现象”是本文提出的新特征, 为了分析该特征对交通流的影响, 图 4(a) 给出了当 $t = 10300$ 时

不同临界密度 ρ_{lim_1} 对应的瞬时密度分布情况, 而图 4(b) 描述了相应的磁滞回旋曲线, 这里取 $p = 0.2$, 其中图 4 中圆圈标注的是鸣笛影响. 从图中可以看出, 当 $\rho_{lim_1} = 0$ 时 (等价于 $\beta \equiv 1$ 即 Tang 等^[21] 模型), 由于驾驶员一直考虑鸣笛影响, 此时交通流的波动幅度为 0, 交通流为稳定的, 而随着 ρ_{lim_1} 的不断增大, 交通流波动幅度逐渐增大, 车流运行的随机震荡也随之增加, 同时从图 4(b) 中的发现磁滞线所围成的区域面积以及随机震荡随着参数 ρ_{lim_1} 的增大而不断增大, 因此, 较大的临界密度 ρ_{lim_1} 对交通流稳定性存在消极影响. 圆圈中的随机震荡再现了车辆在行驶过程中鸣笛现象, 这是因为当且仅当交通流密度高于设定的临界密度 ρ_{lim_1} 时, 后方车辆才采取鸣笛来迫使前方车辆加速通行. 有趣的是, 从图 4(b) 中震荡部分区域 (圆圈) 可以看出, 鸣笛常发生在密度高且流量低的地方, 即交通拥堵发生地段, 这解释了为什么在现实生活中鸣笛现象往往出现在常发性拥堵区域, 以及城市市区采取限制鸣笛以减少交通噪音污染, 然而, 微观模型由于不包含流量和密度信息因而不能解释此类现象. 另外, 当 $\rho_{lim} = 0$ 时, 等价于 $\beta \equiv 1$ 即当前车辆一直考虑后车鸣笛的影响, 同时车辆在行驶过程中一直采取鸣笛措施, 因此该情况与 Tang 等^[21] 在微观跟驰模型中所提出的恒定考虑后车鸣笛影响的内在假设一致.

为了分析鸣笛效应下不同驾驶员类型对交通流稳定性的影响, 图 5 和图 6 分别展示了不同类型驾驶员的临界密度差值 c 与熟练型驾驶员的比例权重系数 q 对交通流稳定性的影响. 从图 5 可以发现, 在熟练型驾驶员的比例权重系数 q 给定的情况下, 随着驾驶员的临界密度差值 c 的不断增大, 交通流的震荡幅度也不断增大, 原因如下: 通过 β_1 和 β_2 的

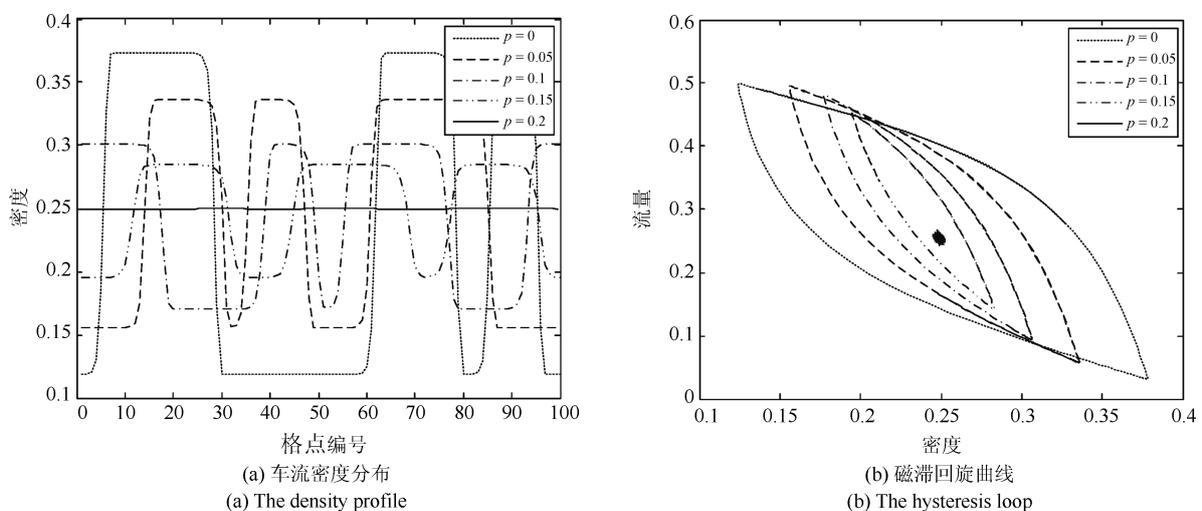


图 3 参数 q 对交通流稳定性的影响

Fig. 3 The influence of parameter q on the traffic flow stability

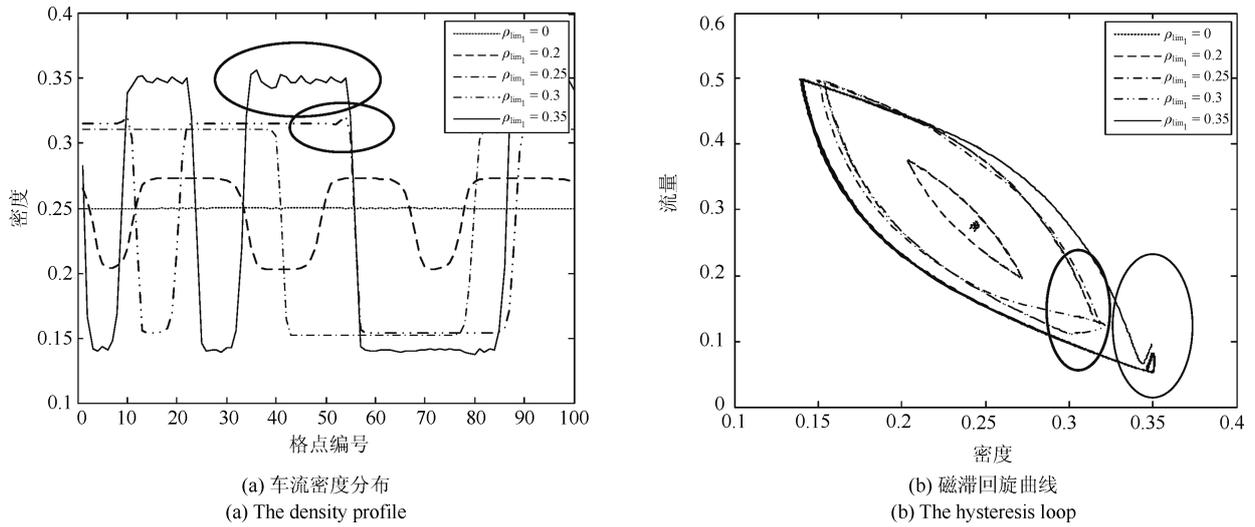


图 4 临界密度 ρ_{lim1} 对交通流稳定性的影响

Fig. 4 The influence of critical density ρ_{lim1} on the traffic flow stability

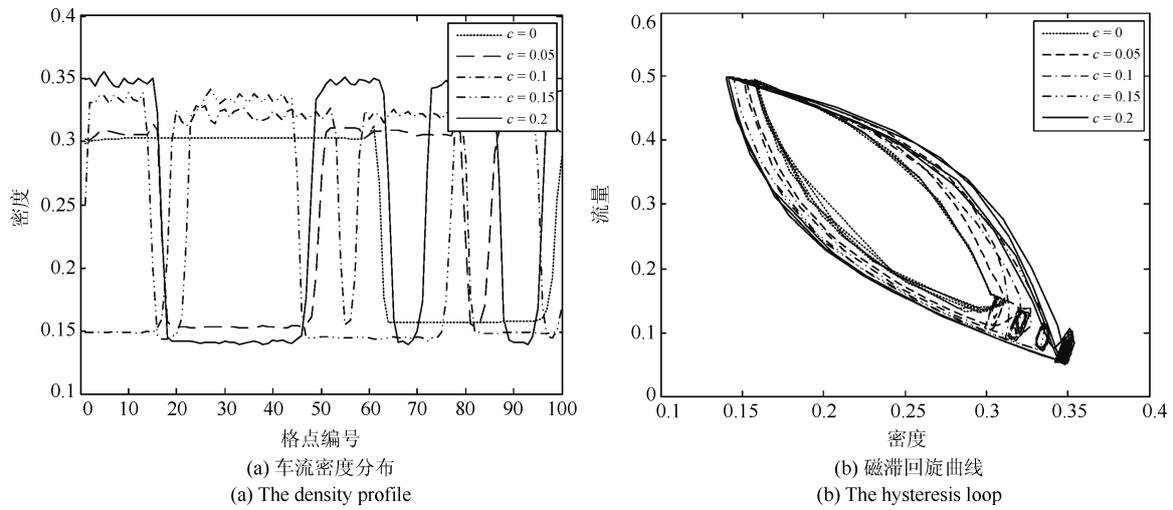


图 5 参数 c 对交通流稳定性的影响

Fig. 5 The influence of parameter c on the traffic flow stability

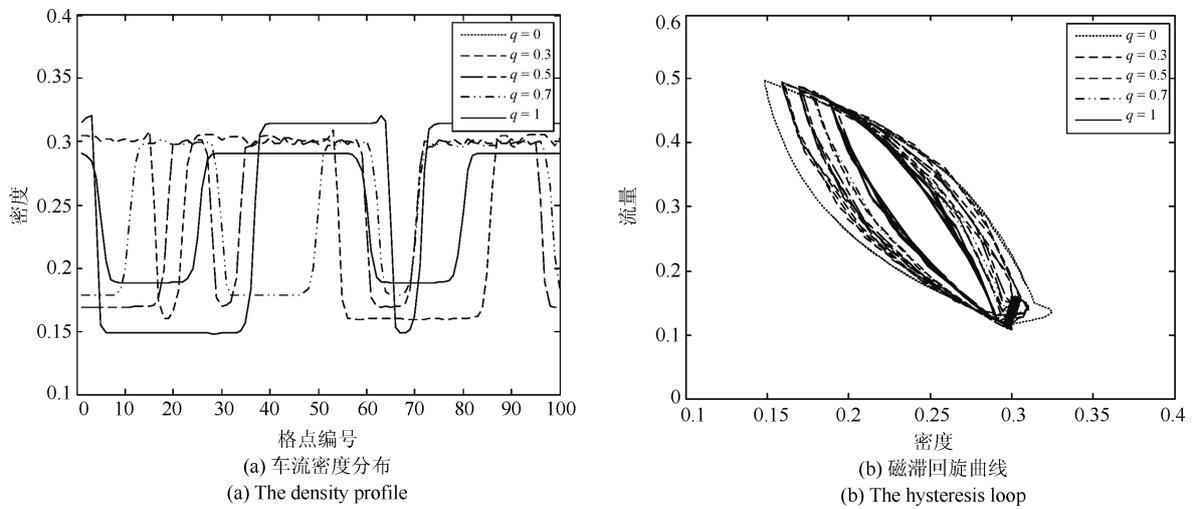


图 6 参数 q 对交通流稳定性的影响

Fig. 6 The influence of parameter q on the traffic flow stability

表达式可知,当 ρ_{lim_1} 和 ρ_{lim_2} 的数值越小时, β_1 和 β_2 等于 1 的可能性越大,意味着各类驾驶员在行驶过程中考虑鸣笛的可能性也越大;由于熟练型驾驶员的临界密度 ρ_{lim_1} 是固定的,当差值 c 增大时,胆怯型驾驶员的临界密度 ρ_{lim_2} 随着增大,因而 β_2 的可能性减小,即考虑鸣笛的可能性越低,根据图 4 得到的结论“驾驶员在行车过程中考虑鸣笛效应能够增强交通流的稳定性”可知,通过增大临界密度的差值 c (即驾驶员感知差异越大) 会降低交通流的稳定性。

图 6 给出了在 $t = 10300$ 时刻熟练型驾驶员的比例权重系数 q 与交通流稳定性关系,其中 $q = 0$ 表示全部驾驶员都是胆怯型,而 $q = 1$ 表示全部驾驶员都是熟练型。从图中可以看出,随着权重系数 q 的增大,车队瞬时密度震荡越小,说明熟练型驾驶员的存在有利于交通流的稳定。这是因为与胆怯型驾驶员相比,熟练型驾驶员对交通环境的密度感知更灵敏,更能够对未来交通状态变化做出相对准确的预判和响应,从而提前调整自身车辆速度以期达到最优车流状态,并促进交通流稳定性的提高。

综合上述可知,本文通过建立包含流量和密度信息的宏观模型验证了鸣笛效应对交通流的稳定性存在显著影响,同时还解释下鸣笛发生的自然条件(即密度高且流量低的地方),以及驾驶员类型对交通流稳定性的影响,因此,本文模型相比以往模型更能反映出现实交通状况。

5 结论

文中在 Nagatani 格子模型的基础上,通过引入临界密度的概念构建了反映鸣笛发生机制的阶跃函数,提出更符合实际的鸣笛驾驶行为并建立了相应的格子模型。基于线性稳定性分析方法,给出了新模型满足稳定的条件,同时利用求解 mKDV 方程所获得的扭结-反扭结波分析了交通密度波在临界点处的传播规律,最后通过仿真算例验证了鸣笛效应对交通流稳定存在积极影响,通过增大权重系数 p 和降低鸣笛发生临界密度 ρ_{lim} 都能够有效地增强交通流的稳定性,该结论与上述的线性和非线性分析结论一致,最后本文验证了在鸣笛环境下,熟练型驾驶员与胆怯型驾驶员相比更有利于交通流稳定性的提高,驾驶员感知差异变大会降低交通流的稳定性。值得一提的是,本文通过建立包含流量和密度信息的宏观模型进一步解释了非饱和交通状态下鸣笛现象发生的自然条件,为交通仿真和控制提供了理论基础。

本文探讨了鸣笛效应下考虑驾驶员特性的格子模型,后续研究可结合交通安全和心理学等理论方法,收集不同交通状态和路况的实际数据对驾驶员

的临界感知密度进行分析和标定,并研究此模型在真实交通场景中的模拟和应用。

References

- 1 Lighthill M J, Whitham G B. On kinematic waves I. Flood movement in long rivers. *Proceedings of the Royal Society of London A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1955, **229**(1178): 281–316
- 2 Lighthill M J, Whitham G B. On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1955, **229**(1178): 317–345
- 3 Richards P I. Shock waves on highway. *Operations Research*, 1956, **4**(1): 45–51
- 4 Wu Zheng. Traffic flow modelling for jam developing procedure on expressway. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2003, **3**(2): 61–64
(吴正. 高速交通中堵塞形成阶段的交通流模型. 交通运输工程学报, 2003, **3**(2): 61–64)
- 5 Jiang Rui, Wu Qing-Song. A new traffic flow dynamics model. *Chinese Science Bulletin*, 2000, **45**(17): 1895–1899
(姜锐, 吴青松. 一种新的交通流动力学模型. 科学通报, 2000, **45**(17): 1895–1899)
- 6 Xia Dong-Xue, Li Chun-Gui. Hydrodynamic model for two lane traffic flow considering the information of multi-vehicles ahead and lateral vehicles. *Systems Engineering - Theory and Practice*, 2012, **32**(7): 1562–1567
(夏冬雪, 李春贵. 基于邻近车道车辆和多前车信息的双车道交通流动力学模型. 系统工程理论与实践, 2012, **32**(7): 1562–1567)
- 7 Guo J, Jin H Z, Chen X L, Wu D J. An improved one-dimensional cellular automation model of traffic flow. In: *Proceedings of the 2008 Chinese Control and Decision Conference*. Yantai, China: IEEE, 2008. 4481–4485
- 8 Zhang Z, Ming C, Wang L. Research of longitudinal safety separation based on nagel-schreckenberg traffic flow model. *Physics Procedia*, 2012, **33**(1): 573–579
- 9 Zhang Jie, He Guo-Guang. Study on chaos in traffic flow based on the one-dimensional cellular automation model. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2009, **33**(1): 33–36
(张杰, 贺国光. 基于一维元胞自动机模型的交通流混沌研究. 武汉理工大学学报, 2009, **33**(1): 33–36)
- 10 Li Yong-Fu, Sun Di-Hua, Cui Ming-Yue. Lyapunov stability analysis for the full velocity difference car following model. *Control Theory and Application*, 2010, **27**(12): 1669–1673
(李永福, 孙德华, 崔明月. 全速度差跟驰模型的 Lyapunov 稳定性分析. 控制理论与应用, 2010, **27**(12): 1669–1673)
- 11 Wu Yang, Luo Xia, Liu Yu-Gang. Sliding mode control system modeling of car following driving behavior. *Control Theory and Application*, 2008, **25**(4): 671–676
(吴洋, 罗霞, 刘昱岗. 跟驰驾驶行为的滑模控制系统建模. 控制理论与应用, 2008, **25**(4): 671–676)
- 12 Ngoduy D. Linear stability of a generalized multi-anticipative car following model with time delays. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, **22**(1–3): 420–426

- 13 Zhai Cong, Liu Wei-Ming, Tan Fei-Gang. Feedback control of a class of coupled map fuzzy time delay car following system. *Journal of South China University of Technology*, 2017, **45**(1): 9–17
(翟聪, 刘伟铭, 谭飞刚. 一类耦合映射模糊时滞跟驰系统的反馈控制. 华南理工大学学报, 2017, **45**(1): 9–17)
- 14 Nagatani T. TDGL and MKdV equations for jamming transition in the lattice models of traffic. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 1999, **264**(3): 581–592
- 15 Peng G, Liu C, Tuo M. Influence of the traffic interruption probability on traffic stability in lattice model for two-lane freeway. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, **436**(1): 952–959
- 16 Tian J F, Yuan Z Z, Jia B. The stabilization effect of the density difference in the modified lattice hydrodynamic model of traffic flow. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2012, **391**(19): 4476–4482
- 17 Ge H X, Cheng R J. The “backward looking” effect in the lattice hydrodynamic model. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2008, **387**(387): 6952–6958
- 18 Li Y, Zhang L, Zheng T, et al. Lattice hydrodynamic model based delay feedback control of vehicular traffic flow considering the effects of density change rate difference. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, **29**(1–3): 224–232
- 19 Wang Y N, Cheng R J, Ge H X. A lattice hydrodynamic model based on delayed feedback control considering the effect of flow rate difference. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2017, **479**(1): 478–484
- 20 Tian Y F, Jia B, Li X G. Flow difference effect in the lattice hydrodynamic model. *Chinese Physics B*, 2010, **19**(4): 31–36
- 21 Tang T Q, Li C Y, Wu Y H. Impact of the honk effect on the stability of traffic flow. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2011, **390**(20): 3362–3368
- 22 Wen H, Rong Y, Zeng C. The effect of driver’s characteristics on the stability of traffic flow under honk environment. *Nonlinear Dynamics*, 2016, **84**(3): 1517–1528
- 23 Kuang H, Xu Z P, Li X L. An extended car-following model accounting for the honk effect and numerical tests. *Nonlinear Dynamics*, 2017, **87**(1): 149–157
- 24 Zheng L, Ma S, Zhong S. Analysis of honk effect on the traffic flow in a cellular automaton model. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2011, **390**(6): 1072–1084
- 25 Jia B, Jiang R, Wu Q S. Honk effect in the two-lane cellular automaton model for traffic flow. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2005, **348**(3): 544–552
- 26 Zhai C, Wu W T. An extended multi-phase lattice model with consideration of optimal current changes with memory. *Cluster Computing*, 2019, (22): S7447–S7457
- 27 Zhai C, Wu W T. Stability analysis of two-lane lattice hydrodynamic model considering lane-changing and memorial effects. *Modern Physics Letters B*, 2018, **32**(20): 1–16
- 28 Pan Xiao-Dong. The application of body information technology on road and traffic environment and safety evaluation. *China Journal of Highway and Transport*, 2007, **14**(1): 109–111
(潘晓东. 人体信息技术在道路交通环境与安全性评价中的应用. 中国公路学报, 2007, **14**(1): 109–111)
- 29 Golias I, Karlaftis M G. An international comparative study of self-reported driver behavior. *Transportation Research Part F Psychology and Behaviour*, 2001, **4**(4): 243–256
- 30 Tricot N, Sonnerat D, Popieul J C. Driving styles and traffic density diagnosis in simulated driving conditions. *Intelligent Vehicle Symposium*, 2002, **2**(1): 298–303
- 31 Sharma S. Lattice hydrodynamic modeling of two-lane traffic flow with timid and aggressive driving behavior. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, **421**(1): 401–411
- 32 Peng G, Li Q. A new macro model of traffic flow by incorporating both timid and aggressive driving behaviors. *Modern Physics Letters B*, 2016, **30**(29): 5429–5431
- 33 Zhai C, Wu W T. A new car-following model considering driver’s characteristics and traffic jerk. *Nonlinear Dynamics*, 2018, **93**(4): 2185–2199



翟聪 佛山科学技术学院交通与土木建筑学院讲师。2017 年获得华南理工大学博士学位。主要研究方向为交通流理论, 智能交通。

E-mail: zhaicong89@126.com

(**ZHAI Cong** Lecturer at the School of Transportation and Civil Engineering and Architecture, Fo Shan University. He received his Ph.D. degree from South China University of Technology in 2017. His research interest covers traffic flow theory and intelligent transportation system.)



巫威眺 华南理工大学土木与交通学院副教授。2015 年获得华南理工大学博士学位。主要研究方向为交通规划, 交通仿真。本文通信作者。

E-mail: ctwtwu@scut.edu.cn

(**WU Wei-Tiao** Associate professor at the School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology. He received his Ph.D. degree from South China University of Technology in 2015. His research interest covers transportation planning and traffic simulation. Corresponding author of this paper.)