

# 群目标跟踪技术综述

甘林海<sup>1</sup> 王刚<sup>1</sup> 刘进忙<sup>1</sup> 李松<sup>1</sup>

**摘要** 根据研究重点的不同,从群目标跟踪的建模和滤波算法方面展开综述,主要包括:量测处理、扩展外形建模、内部关系建模、群分裂/合并建模以及滤波算法等。最后,基于群目标跟踪现有研究进展和未来可能面临的挑战,对群目标跟踪领域需要重点研究和关注的方向作了展望。

**关键词** 群目标, 随机有限集, 随机矩阵, 演化网络模型, 群精细跟踪, 群分裂/合并

**引用格式** 甘林海, 王刚, 刘进忙, 李松. 群目标跟踪技术综述. 自动化学报, 2020, 46(3): 411–426

**DOI** 10.16383/j.aas.c180052

## An Overview of Group Target Tracking

GAN Lin-Hai<sup>1</sup> WANG Gang<sup>1</sup> LIU Jin-Mang<sup>1</sup> LI Song<sup>1</sup>

**Abstract** On the basis of the research focuses of group target tracking, an overview is presented, which includes modeling and filtering. Special attention is paid to the following areas: measurement processing, modeling of extension shape, modeling inter relationships, modeling of group splitting/combination, and filters for group target tracking based on the aforementioned models. Finally, based on the research progress and the challenges that maybe faced in the future, an outlook is made over the key issues that need to be focused on in the field of group target tracking.

**Key words** Group target, random finite set, random matrix, evolving networks model, group refined tracking, group splitting/combination

**Citation** Gan Lin-Hai, Wang Gang, Liu Jin-Mang, Li Song. An overview of group target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 411–426

编队目标(有人/无人机编队、舰艇编队、地面编队目标等)、密集多目标(中段弹道群目标,多发齐射的低空飞行导弹、人群、兽群等)等,通常由按照一定的方式协调运动或具有相似运动模式的多个目标组成,并展现出一定的群的运动特性,被归纳为群目标。

若采用点目标模型<sup>[1]</sup>对群目标建模和跟踪: 1) 群目标量测的高密度分布会使传感器对群内目标可分辨性差,量测与目标难以一一对应<sup>[2]</sup>; 2) 庞大的目标数量会使得在目标关联和跟踪过程中占用大量的计算资源和传感器资源; 3) 将群内目标当作独立分布的个体,一方面不利于对某些不可能情况(碰撞、重叠等)的排除,增大了算法计算量,另一方面不利于群内目标运动信息的相互支援,提高跟踪精度和稳定性; 4) 只考虑群内个体目标或群质心的运动信息,不能够有效把握群整体的结构变化信息

(如:分裂/合并),不利于对目标进行快速识别、分类,和对目标企图及时有效的判断。

根据群内目标数目的多少可将群目标分为大群和小群<sup>[3]</sup>,也可根据群目标产生的量测分布情况分为密集群目标和可分辨群目标<sup>[4–7]</sup>。其中,可分辨群内目标的量测可分辨性好,容易对群内所有目标或大多数目标做出分辨,建立稳定航迹;密集群目标的量测可分辨性差、回波交叉严重、目标消失和再现频繁<sup>[8]</sup>,难以对群内目标建立稳定航迹。大群目标由于群内目标数目多,无论群内目标是否可分辨,都难以分配足够多的资源对群内每一个目标建立航迹。因此,针对大群目标和密集群目标主要采取群整体跟踪算法,同时估计群质心和扩展外形的群整体跟踪算法是当前研究的热点<sup>[9–11]</sup>。群精细跟踪算法用于跟踪群内成员数目少且可分辨的群目标,既估计群内所有成员的运动状态,又对群与群之间、群内成员之间的相互关系进行描述。扩展目标的回波通常比较密集,且同一扩展目标的反射源具有整体运动的特征,可将其看作特殊的密集群目标<sup>[3, 12–14]</sup>。

群目标跟踪的主要研究内容如图 1 所示。其中,针对传感器量测处理的研究主要有量测划分和量测数目建模。量测划分的任务是将同一个群产生的量测划分到同一量测集合中去,正确的量测划分是后续正确估计群目标状态和数目的基础,当群内目标

收稿日期 2018-01-22 录用日期 2018-08-17  
Manuscript received January 22, 2018; accepted August 17, 2018

国家自然科学基金青年基金(61703412, 61503407)资助  
Supported by National Natural Science Foundation of Youth Fund of China (61703412, 61503407)

本文责任编辑 朱纪洪  
Recommended by Associate Editor ZHU Ji-Hong

1. 空军工程大学防空反导学院 西安 710051  
1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051

数目较多时,有效的量测划分方法是影响算法计算效率的关键;量测数目建模通常应用于群整体跟踪算法,包含目标信息较少,但在某些情况下可对跟踪精度产生较大影响<sup>[15]</sup>,还可同其他特征结合(如群扩展外形的空间面积)作为群结构是否发生分裂的判断依据<sup>[16]</sup>.群目标质心运动状态的研究与点目标相似,本文不再单独分析.群结构可分为外部结构和内部结构:外部结构针对大群和密集群目标,研究的是群目标整体的空间分布情况,扩展外形建模是群外部结构研究的最主要内容;群内部关系是内部结构的重要表现形式,研究的是群内成员之间的相互关系,是群精细跟踪的重要研究内容.群分裂/合并同群外形变化、群成员关系变化都属于群结构演化的范畴,同后者相比,群分裂/合并引起的群结构变化更为直观和综合,涉及到群目标数目、群扩展外形、群内成员数目和群内成员关系等的变化.将群目标的不同模型与点目标跟踪的滤波方法相结合并作适当改进,可得群整体和群精细跟踪算法.群目标跟踪算法效能的评估主要涉及到算法效率、跟踪精度和稳定性等方面.

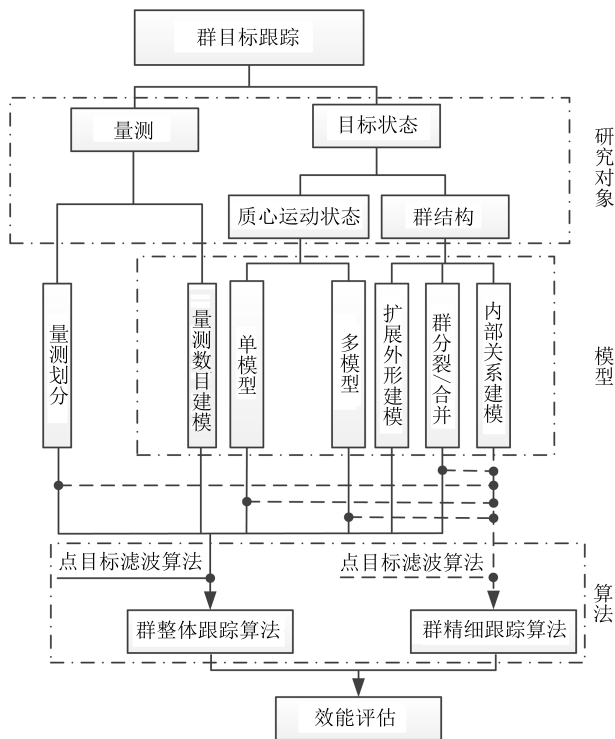


图1 群目标跟踪技术主要研究内容

Fig. 1 Main research contents of group target tracking

本文对当前群目标跟踪领域的主要研究方法和内容进行回顾和分析,根据研究的内容不同分为:量测处理、扩展外形建模、内部关系建模、群分裂/合并建模以及滤波算法等几大模块,并对面临的挑战

和未来发展趋势作了总结与展望.

## 1 量测处理

### 1.1 量测划分

群目标跟踪算法在理论上是要从所有可能的量测中确定群目标所产生的对应量测组合,但庞大的计算量使之在实际中无法实现,需要进行合理的近似.量测划分将量测集合划分成非空的子集,再将这些子集同目标关联,极大减小了算法的计算量.Granström 等<sup>[17]</sup>在不考虑群目标扩展外形条件下,通过设定距离阈值筛选可能的量测组合,提出的距离划分的方法,是当前应用最广泛的量测划分方法.

对于  $k$  时刻的两个量测  $\mathbf{z}^{(1)}$ ,  $\mathbf{z}^{(2)}$  在给定概率  $P_g$  的条件下,距离划分准则可由下式给出

$$(\mathbf{z}^{(1)} - \mathbf{z}^{(2)})^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{z}^{(1)} - \mathbf{z}^{(2)}) < \delta_{P_g} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{R}_k$  为量测噪声协方差;  $\delta_{P_g}$  是距离划分阈值,由概率  $P_g$  和量测维数共同确定.若  $\mathbf{z}^{(1)}$ ,  $\mathbf{z}^{(2)}$  满足式 (1),则将其划分到同一量测子集;否则,将其划分到不同量测子集.

随后,Granström 等<sup>[18]</sup>又针对距离划分不能处理空间临近群目标划分的问题,对距离划分方法做出完善,提出了子划分方法,但不适用于空间临近且大小不同的群目标<sup>[19]</sup>.文献 [20] 对量测子划分方法作出改进,通过马氏距离区分不同尺寸目标的量测分布范围,考虑了目标的扩展信息,能够对不同尺寸的空间临近目标作出较好划分.王聪等<sup>[21]</sup>提出一种基于坐标映射的量测划分方法,将二维量测坐标映射到一维,对各维坐标分别进行划分,再进行整体划分,获得了较高的划分效率,适于可分辨群目标划分.

在考虑目标扩展外形的情况下,文献 [22] 利用随机矩阵将目标外形建模为椭圆,提出了预测划分和期望最大划分方法,但在多个空间临近的群目标发生分离的跟踪场景中容易对目标的势造成低估<sup>[23]</sup>.Zhang 等<sup>[24-27]</sup>基于 ART (Adaptive resonance theory),针对以上量测划分方法的不足,提出了一系列改进的距离划分方法,具有较高的划分效率和稳定性,但容易出现“饱和”问题<sup>[28]</sup>.各划分方法优缺点可总结如表 1 所示.

### 1.2 量测数目建模

同目标质心状态和扩展状态相比,各群目标产生的量测数目期望值包含更少的信息,但当多个尺寸,外形相同的群目标在空间上相距较近时,各群目标量测数目的已知与否将严重影响跟踪精度<sup>[15]</sup>.

当前,关于量测数目分布主要有两种模型:泊松模型和多贝努利模型.其中,泊松模型假设每个群产

表1 常见量测划分方法及其特点  
Table 1 Common partitioning methods and their characteristics

划分方法	特点
距离划分 <sup>[17, 29]</sup>	应用广泛, 不能处理空间临近群目标划分问题
距离子划分 <sup>[17, 20]</sup>	距离划分方法的改进, 可用于处理空间临近但大小相同的群目标划分问题
预测划分和期望最大划分 <sup>[22]</sup>	考虑了目标扩展外形, 但在多个空间临近群分离的场景容易造成势低估
基于 ART 的系列方法 <sup>[24-27]</sup>	较好的划分效率和稳定性, 易出现“饱和”问题

生的量测数目服从泊松分布, 将量测看作点的聚类而不是一个具有结构的整体, 在目标量测呈现出明显结构特点的跟踪中同样可取得良好效果<sup>[30]</sup>. 当数目服从泊松分布的量测在泊松率未知时, 量测比率服从伽马分布, 此时可将椭圆外形的群目标状态建模为伽马高斯逆威夏特 (Gamma Gaussian inverse Wishart, GGIW) 分布<sup>[31]</sup>. 量测数目的多贝努利建模通常假设目标反射点已知且各反射点独立产生量测, 具有两个参数 (泊松分布只有一个, 期望和方差相同), 可求量测数目估计的方差. 已知公开文献中, 尚未见有未知反射点数目多贝努利量测数目建模方法跟踪群目标.

## 2 扩展外形建模

扩展外形估计是群目标跟踪的重要内容, 根据模型的复杂程度以及适用范围, 可将外形建模分为简单几何外形 (如: 圆、椭圆、矩形等) 建模<sup>[9, 30, 32-38]</sup>、星凸外形建模<sup>[39-42]</sup>、任意形状建模<sup>[12-13, 43]</sup>. 图 2(a)~2(d) 分别给出了椭圆外形、矩形外形、星凸外形以及任意外形的群目标示意图.

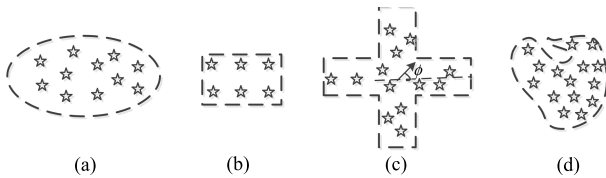


图2 不同扩展外形的群目标示意图

Fig. 2 Group targets with different extended shapes

### 2.1 椭圆外形建模

Koch 教授<sup>[10]</sup> 提出利用随机矩阵描述椭圆外形的群目标跟踪算法, 在贝叶斯框架下实现了对目标运动学状态和扩展状态后验概率密度的联合估计. 随机矩阵法用对称正定 (Symmetrical positive definite, SPD) 的随机矩阵 (Random matrix, RM) 将

群目标外形建模为一个椭圆 (图 2(a) 给出了具有椭圆外形的群目标示意图), 具有滤波方程简单, 预设先验参数少、鲁棒性强等特点, 是当前群目标跟踪中应用最广泛的一种外形建模方法. 此时, 扩展状态服从逆威夏特 (Inverse Wishart, IW) 分布, 运动学状态是依赖于扩展状态的高斯分布, 称群目标状态服从高斯逆威夏特 (Gaussian inverse Wishart, GIW) 分布.

假设传感器在  $t_k$  个时刻内累积获得的量测的集合为  $Z^k$ , 群质心状态向量为  $\mathbf{x}_k$ , 扩展状态矩阵为  $\mathbf{X}_k$ . 根据条件概率密度公式,  $\mathbf{x}_k$  和  $\mathbf{X}_k$  的联合条件概率密度可表示为<sup>[9]</sup>

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k | Z^k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{X}_k, Z^k) p(\mathbf{X}_k | Z^k) = N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_{k|k}, \tilde{\mathbf{P}}_{k|k} \otimes \mathbf{X}_k) \times IW(\mathbf{X}_k; \nu_{k|k}, \alpha_{k|k} \mathbf{X}_{k|k}) \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{m}_{k|k}$  为质心状态估计;  $\tilde{\mathbf{P}}_{k|k}$  为单维状态空间中的质心状态协方差;  $\otimes$  为 Kronecker 乘积;  $\nu_{k|k}$  为分布的自由度估计值;  $\alpha_{k|k} = \nu_{k|k} - d - 1$ ,  $d$  为  $\mathbf{X}_k$  的维数;  $\mathbf{X}_{k|k}$  为估计的扩展状态矩阵. 从式可以看出, 质心状态估计的不确定性受到扩展状态的影响, 群扩展外形越大, 质心状态估计的不确定性就越大.

在此基础上, Feldmann 等<sup>[44-45]</sup> 在同时考虑回波散射点位置不确定性 (假设群成员散射回波随机分布于扩展范围内) 以及量测噪声不确定性的情况下推导了量测似然函数, 放宽了量测噪声对目标扩展尺寸的影响可忽略不计的假设, 但文献 [10, 44-45] 都假设目标扩展状态在相邻两个时刻是时不变的. Lan 等<sup>[14]</sup> 在扩展状态预测的过程中, 通过乘以描述扩展状态随时间变化的矩阵和描述观测失真 (可能由杂波或传感器与目标相对位置关系的变化引起) 的矩阵, 推导了能够反应群扩展外形、尺寸、方向随时间和量测变化的扩展状态演化模型, 提高了模型的准确性和鲁棒性.

与随机矩阵法不同的是, 椭圆随机超曲面模型 (Random hypersurface model, RHM)<sup>[35, 46-47]</sup> 对描述椭圆扩展外形的矩阵进行 Cholesky 分解, 将分解得到的下 (上) 三角阵的元素作为状态元素, 与目标运动状态结合构成一个增广的描述群目标状态的向量, 通过对增广向量的估计实现对群目标质心运动状态和扩展状态的联合估计.

假设二维椭圆质心的位置向量为  $\mathbf{m}_k$ ,  $\mathbf{A}_k$  为半正定的椭圆外形矩阵, 则椭圆可定义为<sup>[47]</sup>

$$\{z | z \in \mathbf{R}^2, (z - \mathbf{m}_k)^T \mathbf{A}_k^{-1} (z - \mathbf{m}_k)\} \leq 1 \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{z}$  表示分布在椭圆上的点. 对  $\mathbf{A}_k$  作 Cholesky 分解, 可表示为  $\mathbf{A}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{L}_k^T$

$$\mathbf{L}_k = \begin{bmatrix} a_k & 0 \\ b_k & c_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

则群外形真实椭圆的参数矢量可表示为  $\mathbf{x}_k = [\mathbf{m}_k^T, a_k, b_k, c_k]^T$ . 对位于真实椭圆上的第  $j$  个量测源  $\mathbf{z}_k^j$ , 有

$$g(\mathbf{z}_k^j, \mathbf{x}_k) = (s_k^j)^2 \quad (5)$$

其中,  $s_k^j \in [0, 1]$  是表示量测源  $\mathbf{z}_k^j$  所在椭圆相对群椭圆轮廓的随机尺度因子, 是一维随机变量;  $g(\mathbf{z}, \mathbf{x}_k) = (\mathbf{z} - \mathbf{m}_k)^T (\mathbf{L}_k \mathbf{L}_k^T)^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{m}_k)$  为外形函数.

同基于随机矩阵的椭圆外形建模方法相比, 基于椭圆 RHM 方法的椭圆外形建模方法跟踪精度更高, 但随机矩阵方法具有计算更简单的优点.

## 2.2 星凸外形建模

当前, 主要采用星凸 RHM 方法对星凸群目标进行外形建模. 星凸外形的轮廓在极坐标系中能够用反映角度到半径 (半径指的是从目标中心在给定角度下到目标边界的距离) 映射的半径函数描述. 基于此描述, 可以得到两类星凸群的量测模型: 轮廓模型 (假设量测都由群扩展轮廓产生, 半径函数项的尺度系数为 1) 和表面模型 (假设量测由群目标所分布区域产生, 半径函数项的尺度系数为  $[0, 1]$  之间的变量)<sup>[48]</sup>. 需要注意的是, 在表面模型中, 目标位置与半径函数不唯一, 二者不同的组合可能得到相同的外形轮廓. 文献 [40] 提出了基于星凸外形建模的星凸 RHM 方法, 能够递归地估计半径函数和目标质心状态. 同简单外形建模方法相比, RHM 方法<sup>[40]</sup>: 1) 可将目标建模为椭圆或一般的星凸外形; 2) 即使对于复杂的星凸外形, RHM 的贝叶斯推理依然计算可行; 3) 基于高斯状态表示, 能够直接允许估计外形的不确定性的存在; 4) RHM 是一个鲁棒的目标模型, 即使建模的外形与真实外形不一致, 也能够得到目标外形的精确近似.

星凸外形可在极坐标下建模为参数向量  $\mathbf{p}_k = [\mathbf{b}_k^T, \mathbf{m}_k^T]^T$  的函数

$$\mathcal{S}(\mathbf{p}_k) = \left\{ sr(\mathbf{b}_k, \phi) \mathbf{e}(\phi) + \mathbf{m}_k | \phi \in [0, 2\pi], s \in [0, 1] \right\} \quad (6)$$

其中,  $s$  是一维随机尺度因子, 当群量测源均位于群外形轮廓上时  $s = 1$ ;  $\mathbf{m}_k$  为质心位置矢量;  $\mathbf{e}(\phi) = [\cos \phi, \sin \phi]^T$  为关于  $\phi$  的单位向量;  $\phi$  为质心到群轮廓任意点连线与参考线之间的夹角 (如图 2(c) 所

示). 半径函数  $r(\mathbf{b}_k, \phi)$  为质心到轮廓的距离, 其值取决于角度  $\phi$ .

式 (6) 实质描述的是量测源同群质心之间的相对位置关系, 半径函数控制目标轮廓与质心之间距离的大小, 单位向量  $\mathbf{e}(\phi)$  控制该点所在位置与质心的相对方向.

$$r(\mathbf{b}_k, \phi) = \frac{a_k^{(0)}}{2} + \sum_{j=1}^{N_F} a_k^{(j)} \cos(j\phi) + b_k^{(j)} \sin(j\phi) \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{b}_k = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N_F)}, b_k^{(N_F)}]$  为半径函数  $r(\mathbf{b}_k, \phi)$  傅里叶展开的系数;  $N_F$  为傅里叶展开的项数.

文献 [49] 利用高斯过程 (Gaussian processes, GP) 对半径函数进行建模, 与基于傅里叶扩展<sup>[41, 43]</sup> 建模半径函数的星凸 RHM 方法相比: 1) 由于高斯过程是一个概率模型, 其建模的半径函数具有能够描述后验分布的能力; 2) GP 定义在空域, 对目标外形的描述不需要 (像傅里叶扩展方法一样) 转换到频域; 3) 在学习目标扩展可观测部分的过程中, 能够保持不可观测部分的不确定性; 4) 能够对目标方向进行估计.

群目标轮廓的 GP 模型可表示为

$$f(\phi) \sim \text{GP}(r, \bar{h}(\phi, \phi')) \quad (8)$$

式中,  $r \sim \text{N}(0, \sigma_r^2)$  表示高斯过程的均值函数,  $\bar{h}(\phi, \phi')$  为协方差函数.

$$\bar{h}(\phi, \phi') = \sigma_f^2 \exp\left(\frac{-2 \sin\left(\frac{|\phi - \phi'|}{2}\right)}{l^2}\right) \quad (9)$$

其中,  $\phi'$  为预先采样的参考点对应的角度,  $\sigma_f^2$  为信号振幅的先验方差,  $l$  是预设的长度标量.

由式 (8) 和式 (9) 可知, 任意角度对应的群轮廓是通过与参考角之间的约束关系得到的, 参考点越多, 对群轮廓的估计也会越精确, 但会带来计算量的增加. 对于外形对称或外形半径已知的一些群外形, 还可根据不同的外形特征对的计算作进一步简化<sup>[48]</sup>.

两种星凸外形方法建模得到的半径函数都可能出现半径为负的情况. 当前关于 GP 建模星凸外形的研究还较少, 有待进一步挖掘和探索.

## 2.3 任意外形建模

实际应用中, 许多扩展外形都不能用星凸外形近似 (如图 2(d) 所示). 因此, 有必要加强对任意群外形建模方法的研究. 当前对群目标任意外形建模

的方法主要有: 水平集 (Level set) RHM 方法和多椭圆建模方法。

水平集随机超曲面方法的核心思想是利用给定外形函数的水平集实现外形转换, 能够对任意填充外形 (Filled shapes) 进行建模<sup>[43, 50]</sup>。文献 [43] 采用多边形方法实现水平集 RHM, 对量测源分布、初始化步骤以及如何利用正则化来增强算法鲁棒性作了探索, 能够在量测稀少和外形时变等情况下收集外形信息, 实现信息不确定条件下对外形的高精度跟踪。但水平集 RHM 方法建模存在以下难点: 1) 算法初始化困难, 需要提前知道形变参数的分布; 2) 需要正则化, 以满足在缺乏对目标和量测质量先验知识的情况下, 算法的鲁棒性要求; 3) 需要处理强噪声造成的估计偏差。

基于随机矩阵的椭圆外形建模方法将目标扩展外形近似为一个椭圆, 在跟踪非椭圆群目标时缺乏对群外形更多信息的描述。文献 [34] 将质心的运动状态作为群目标的运动状态, 将非椭圆群目标的外形扩展看作多概率分布的混合, 用多个中心位于同一质点的椭圆近似群目标外形, 但没有考虑子目标 (每个椭圆对应一个子目标) 的运动。文献 [12–13] 假设各子目标和量测之间的相关关系未知, 利用多椭圆建模方法对群目标非椭圆扩展外形进行建模 (如图 3 所示, 图中虚线表示群目标真实扩展外形轮廓, 实线表示多椭圆建模外形轮廓), 获得群目标尺寸、外形、方向等信息。将对非椭圆群目标的跟踪问题转换成对多个子目标运动状态和扩展状态的估计问题, 每个子目标之间通过不同的动态扩展和初始化参数进行区分, 但由于描述的是同一个群目标, 因此, 每个子目标之间 (特别是在机动过程中) 具有一

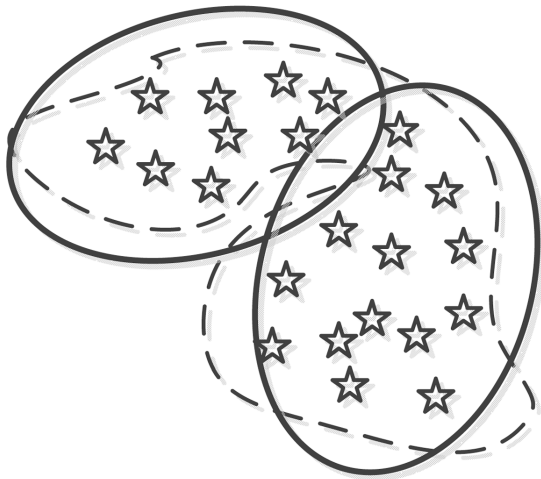


图 3 多椭圆建模任意外形群目标示意图

Fig. 3 Modeling arbitrary shape group targets with multiple ellipse

些相同的动态特性, 这些共同的特性又对每一个子目标的运动形成约束, 将非椭圆目标的多个子目标当作一个整体, 能够减少跟踪过程中, 尤其是目标机动过程中对目标估计的异常值。

多椭圆外形建模方法中, 任意子目标的质心状态和扩展状态的联合概率密度, 是通过所有可能的关联假设条件下, 联合概率密度的加权求和得到的, 加权的权值为对应关联事件的概率。第  $k$  时刻, 群目标第  $i$  个子目标的状态  $(\mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{X}_k^{(i)})$  的概率密度可表示为<sup>[13]</sup>

$$p \left[ \mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{X}_k^{(i)} \mid Z^k \right] = \sum_{l=1}^{n_k^E} p \left[ \mathbf{x}_k^{i|l}, \mathbf{X}_k^{i|l} \mid E_k^l, Z^k \right] \mu_k^l = \sum_{l=1}^{n_k^E} \left[ N \left( \mathbf{x}_k^{i|l}; \mathbf{m}_k^{i|l}, \tilde{\mathbf{P}}_k^{i|l} \otimes \mathbf{X}_k^{i|l} \right) \times \text{IW} \left( \mathbf{X}_k^{i|l}; \nu_k^{i|l}, \mathbf{V}_k^{i|l} \right) \mu_k^l \right] \quad (10)$$

其中,  $n_k^E$ ,  $E_k^l$  分别表示所有关联事件的数目和第  $l$  个关联事件;  $\mathbf{x}_k^{i|l}$ ,  $\mathbf{X}_k^{i|l}$  分别表示在第  $l$  个关联事件条件下对第  $i$  个子目标的质心和扩展状态的估计;  $\mu_k^l = p \left[ E_k^l \mid Z^k \right]$  为第  $l$  个关联事件的概率。

文献 [51] 将椭圆子目标的运动状态分为不同的位置参数以及其他相同参数 (如速度、运动方向和转弯速率等) 两部分, 用一个联合的状态向量描述所有椭圆的运动状态, 取得了比文献 [13] 更优的跟踪性能, 但方法对聚类算法要求较高, 聚类效果好坏对估计性能影响较大, 子目标数目的改变会造成状态向量维数的改变。另外, 算法适用于跟踪子目标具有部分相同质心状态的刚体扩展目标, 对于非刚体的群目标, 其子目标的速度、运动方向等参数可能不完全相同, 不能满足模型假设。文献 [16] 针对多椭圆外形建模中椭圆子目标数目固定<sup>[12–13, 52]</sup>的问题, 提出了自适应多椭圆跟踪方法, 在跟踪过程中能够根据量测的变化实时调整描述非椭圆群目标的椭圆个数, 增强了模型的灵活性与实用性。需要指出的是, 网络化条件下, 群与群的协同运动将是重要的发展趋势, 一个大群可能由多个子群组成, 多椭圆建模方法下一步可能朝着多子群协同运动跟踪的方向发展。

另外, Cao 等<sup>[53–54]</sup> 将复杂扩展外形看作是简单外形 (文中考虑的椭圆) 的变形, 通过将一些控制点按照一定准则进行移动, 实现了对复杂目标外形的描述, 但其假设形变控制点的数量先验给定, 且均匀分布在  $[0, 2\pi]$  范围内, 不适合描述在某些特定方向轮廓较为复杂, 但其他方向简单的扩展外形。

扩展目标和密集群目标的外形建模方法基本相同,但二者在具体问题的研究上,侧重点可能有所不同,例如:运动过程中,群目标外形可能在短时间发生较大变化,而扩展目标在运动过程中外形变化相对较小(但也可能由于目标运动姿态的改变,使传感器观测到的量测发生较大变化).因此,群目标跟踪对自适应外形建模的需求更为迫切.

通常情况下,越复杂的外形模型,其实现就越复杂.具体跟踪应用中,建模方法的选取需要根据群目标真实扩展外形的形状以及其他限制条件(计算效率、鲁棒性等)决定.群扩展外形的主要建模方法以及特点可总结如表2所示.

### 3 内部关系建模

具有群运动特性的目标跟踪场景中,多目标运动通常是相关的,目标个体的运动不仅与自身状态相关,而且还受到其他目标的影响,并影响群内其他目标的运动.群整体跟踪算法主要研究群质心和群外形的联合跟踪,不能有效描述群内成员之间的相互作用关系,此时需要研究群精细跟踪算法,内部关系建模是群精细跟踪的模型基础,主要针对的是可分辨的小群目标.

针对目标之间存在相互作用的跟踪场景,文献[60]介绍了几种考虑群成员之间相互作用模型,包括:基于多变量随机差分法的基本模型、虚拟领导者模型、马尔科夫随机场(Markov random field, MRF)模型和斥力模型. MRF 是一个由无向图确

定的因式化的概率模型.其中,节点表示目标状态,边表示目标在时空上的分离程度.文献[61]基于MRF对目标之间的交互进行建模,有助于帮助掌握主导交互目标联合行为的知识,能够检测目标的进入和离开,获得航迹的实时纪录,有效减少丢跟的情况,但其仅考虑了目标当前状态之间的相互作用关系,没有考虑与其他目标前一时刻历史信息的相关性.文献[62]考虑更复杂的动态模型,假设每个目标的状态仅取决于前一时刻所有目标的状态,在考虑所有目标相互作用的基础上,得到用于构建目标相互作用子集的目标交互图,所得方法在目标预测与更新过程中都考虑了目标相互作用的影响.文献[63]基于随机微分方程建立了群的连续时间动态模型,利用斥力模型描述群内目标可能存在的相互作用,并结合群结构转换模型,建立真实的群演化模型,同传统多目标跟踪相比,能够显著提高跟踪精度.但这种方法主要通过标记所有的目标来构建群结构库,限制了它描述群动态演化过程的能力.基于演化图形网络的群目标运动估计技术<sup>[64-65]</sup>利用图形的每一个节点表示一个群内目标,将马氏距离作为目标是否存在相互作用以及目标是否同属一个群的判别标准,通过起始模型、边的更新模型、顶点的合并模型、顶点的删除模型实现对群演化过程以及群内目标关系的刻画.虽然其理解了群内目标存在相互作用,但所用方法并没有包含在空间距离上不靠近的目标之间的相互作用.图4和图5分别给出了群目标演化图形网络边的更新和新定点合并示意

表2 常见群扩展外形的主要建模方法及特点

Table 2 Main modeling methods and features of common group extensions

扩展外形	建模方法	特点
椭圆外形	RM 方法 <sup>[14, 44, 55-57]</sup>	波方程简单, 预设先验参数少、鲁棒性强, 适用于线性系统
	RHM 方法 <sup>[43-44]</sup>	精度高, 比 RM 方法计算复杂
矩形外形	矩形参数法 <sup>[11]</sup>	波方程简单, 预设先验参数少、鲁棒性强, 适用于线性系统
	区间箱方法 <sup>[46]</sup>	密集杂波条件下效果较好; 只描述了量测外形而没有估计目标外形
星凸外形	星凸 RHM 方法 <sup>[20, 58]</sup>	比简单外形建模方法具有更高的跟踪精度和更强的鲁棒性, 可描述更复杂的群外形; 估计半径可能为负
	GP 方法 <sup>[49, 59]</sup>	半径函数具有描述后验分布的能力; 不需要进行频域转换; 能保持不可观测部分的不确定性; 能够估计目标方向; 估计半径可能为负
任意外形	水平集 RHM 方法 <sup>[40]</sup>	能够在信息不确定条件下对时变外形进行高精度跟踪; 初始化困难; 需要正则化以满足鲁棒性要求; 需要处理强噪声造成的估计偏差
	多椭圆方法 <sup>[12-13, 16, 52]</sup>	利用多个简单外形描述复杂外形, 具有较高的灵活性, 算法复杂度随着子目标数目的增加而增加

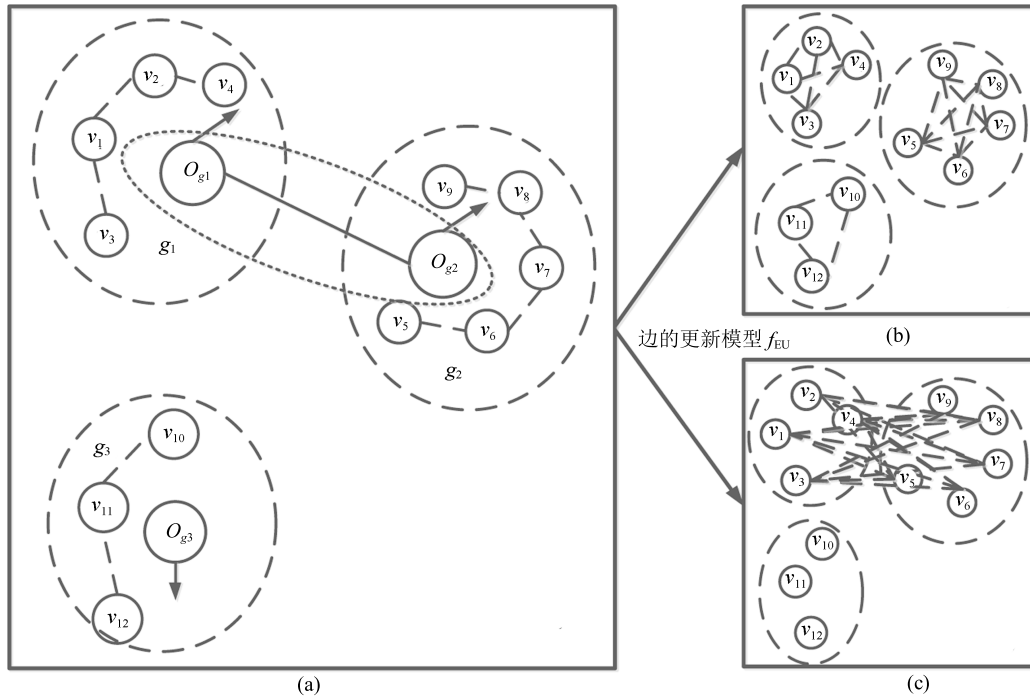


图 4 边更新模型示意图  
 Fig. 4 Model of edge renewal

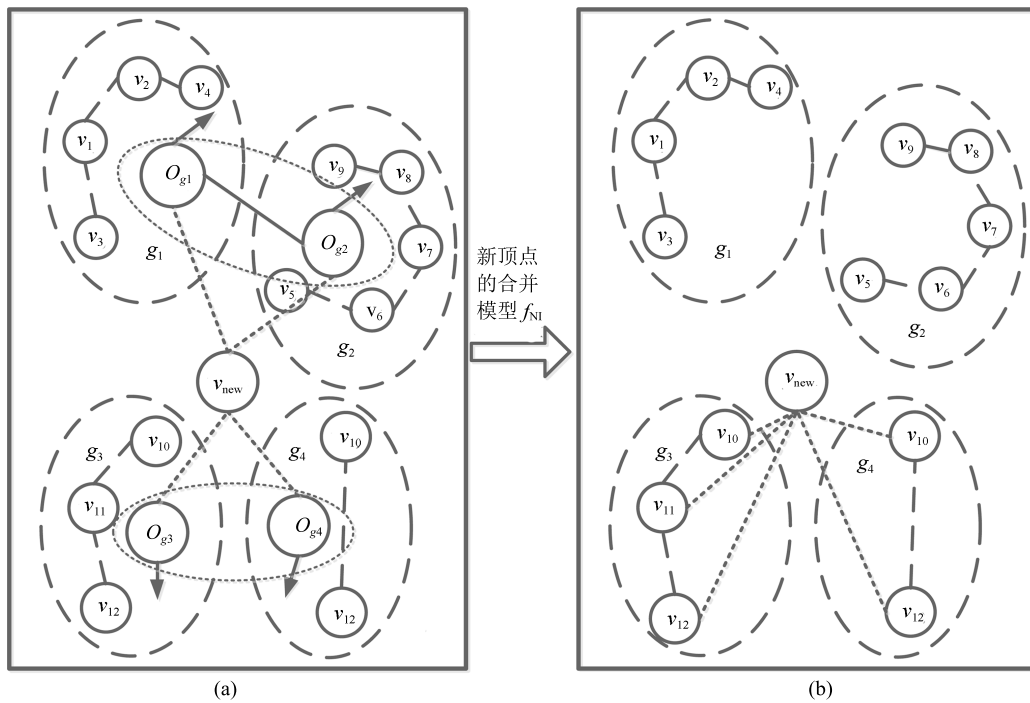


图 5 新顶点合并模型示意图  
 Fig. 5 Model of new vertex merging

图. 图中,  $O$  表示群的 (虚拟) 中心;  $v$  表示群内成员, 在演化图形网络模型中代表图形顶点;  $g_1 \sim g_3$  为群编号; 箭头方向表示群运动方向.

将群建模方法同社会行为结合起来, 就形成了社会力模型<sup>[66-69]</sup>, 当前主要用于人群的跟踪建模. 文献 [69] 提出了图形社会拓扑 (Graphical social

topology, GST) 模型, 利用拓扑表示联合建模群结构和目标运动状态, 实现对群状态的估计. 在拓扑表示下, 移动目标不仅被分配到群中, 而且目标彼此之间还存在动态链接, 使得群内个体目标能够被正确关联, 并且群与群的关联也能够被正确建模. 通过预设的拓扑学习模块和拓扑训练, 可以推断动态群的新生/消亡、合并/分裂. 与文献 [64, 68] 相比, 文献 [70] 的方法利用社会分组信息作为约束, 具有更灵活的特点. 其基于自下而上的分层分组方法构建社会拓扑矩阵, 根据目标社会属性实现分群, 需要合适的数据集用以模型的学习和训练, 且跟踪对象具有典型的社会属性. 此外, 文献 [71] 结合图解模型将群内目标视作具有依赖关系的随机有限集 (Random finite set, RFS) 变量 (传统的 RFS 将集合内变量视作无关的), 在结构加标签的离散可数空间定义群目标, 实现了对群内关系的有效描述. 群内部关系建模的主要方法及特点如表 3 所示.

表 3 常见群内部关系模型及特点

Table 3 Common group internal relationship models and their characteristics

模型	特点
虚拟领导者模型 <sup>[60, 72]</sup>	用于线性高斯系统; 可能出现目标的碰撞或重叠
MRF 模型 <sup>[61]</sup>	可以描述群内目标之间的复杂行为; 闭合表达式中的归一化常量通常是未知的; 没有考虑目标遮挡造成的航迹丢失问题 <sup>[70]</sup>
演化网络模型 <sup>[64]</sup>	引入随机图模型, 利用图中的节点表示群成员, 边表示群成员之间的相互关系, 可以通过增加或删减节点改变图的大小, 节点之间边的产生具有选择性; 没有对群内目标重要性作出区分
社会力模型 <sup>[66-70, 73]</sup>	主要用于人群跟踪, 有一个明确的目的吸引群内成员相向运动, 而其他成员或静态障碍的阻碍则产生反应斥力 <sup>[74]</sup>

#### 4 群分裂/合并建模

群分裂/合并是群结构演化的重要表现形式<sup>[75]</sup>, 在群精细跟踪算法中主要影响群内成员的数目和成员之间的相互作用关系; 在群整体跟踪算法中主要影响群扩展外形大小和量测比率.

##### 1) 可分辨群的分裂/合并

群精细跟踪算法中, 演化图形网络模型<sup>[64-65]</sup>是描述群分裂/合并的典型代表. 它通过计算不同目标之间位置和速度的马氏距离判断是否发生群分裂或合并. 当目标之间马氏距离大于阈值距离时, 发生群分裂, 如图 6(a) 所示; 当群与群之间马氏距离

小于阈值距离时, 发生群合并, 如图 6(b) 所示. 图 6(a) 表示群  $g_1$  分裂为群  $g_{1,1}$  和群  $g_{1,2}$ ; 图 6(b) 表示群  $g_2$  和  $g_3$  合并为群  $g_{2,3}$ .

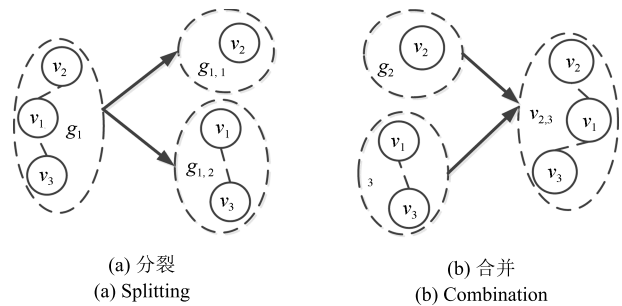


图 6 可分辨群的分裂/合并示意图

Fig. 6 Splitting/combination of resolvable groups

##### 2) 不可分辨群的分裂/合并

不可分辨群目标的分裂/合并主要包括两种模型, 第 1 种是分裂后原目标的扩展外形大小保持不变 (如图 7 中航迹 1 所示), 分裂产生的新目标的扩展状态通常小于原目标<sup>[76]</sup> (如: 编队飞行的战斗机同时发射多发导弹); 第 2 种是分裂后的所有目标的扩展状态均小于分裂前<sup>[31]</sup> (如图 7 中航迹 2 所示). 图 7 中航迹 3 给出了文献 [31] 的合并模型示意图. 图 7 中, 箭头方向为目标运动方向.

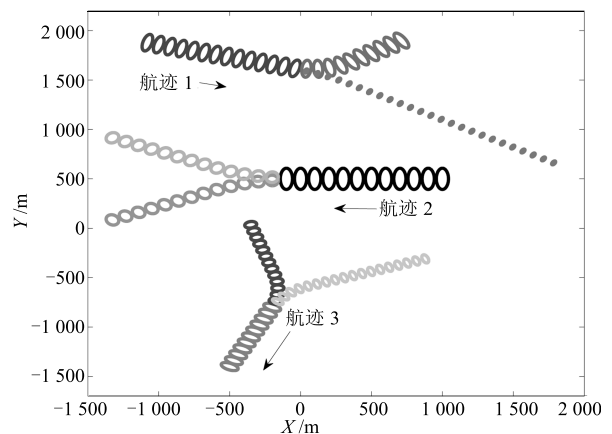


图 7 不可分辨群的分裂/合并示意图

Fig. 7 Splitting/combination of unresolvable groups

文献 [76] 采用第 1 种分裂模型研究了扩展目标的跟踪算法, 取得了较好的跟踪效果, 但它只有一个分裂假设, 当假设与实际分裂情况不符时, 跟踪性能较差; 文献 [31] 基于 GGIW 分量描述群目标状态, 采用第 2 种模型研究了群目标的分裂/合并演化, 可同时存在多种分裂假设, 具有更广泛的适用范围. 表 4 给出了文献 [31] 中群分裂/合并模型的主要表达式.

表 4 中, 下标  $k$  表示时刻, 上标 1, 2 表示群编



号的索引;  $\gamma_k, \gamma_k^{(1)}, \gamma_k^{(2)}$  表示服从泊松分布的量测比率;  $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k^{(1)}, \mathbf{x}_k^{(2)}$  表示质心状态向量;  $\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k^{(1)}, \mathbf{X}_k^{(2)}$  表示扩展状态矩阵;  $\mathbf{m}_{k|k-1}, \tilde{\mathbf{m}}_{k|k-1}^{(1,l,\eta)}, \mathbf{x}_k^{(2,l,\kappa)}$  表示质心状态的预测均值;  $\tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}^{(i,l,\eta)}, \tilde{\mathbf{P}}_{k|k-1}$  为质心状态的预测协方差;  $0 < \eta < 1$  为给定系数;  $d$  表示扩展状态的维数.  $\mathbf{H}$  为测量矩阵;  $\mathbf{v}_l, \mathbf{e}_l$  分别为第  $k$  时刻的预测扩展状态矩阵的第  $l$  个特征向量和特征值.

群合并时, 多个合并单元合并产生一个新的群; 群分裂时, 一个群分裂产生多个分裂单元. 从表 4 中可以看出, 合并后的量测比率为各合并单元的量测比率之和, 合并后的质心状态为各合并单元的质心状态关于量测比率的加权和, 合并后的扩展状态不仅与各合并单元的扩展状态有关, 还受到各合并单元质心相对位置影响. 群分裂时, 通过给定系数  $\eta$  来控制分裂后各分裂单元量测比率和扩展状态的比例, 以及质心状态的偏移量, 通过设定  $\eta$  的不同取值, 可得到不同的分裂假设. 群分裂可视作群合并的逆过程, 需要注意的是, 分裂后, 各分裂单元质心状态与目标在哪一维发生分裂有关, 扩展状态相应维的特征值和特征向量分别影响分裂后目标质心状态偏离原状态的大小和方向.

表 4 群分裂/合并模型

Table 4 Group splitting/combination model

分裂/合并	主要表达式
群合并	$\gamma_k = \gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)}$ $\mathbf{x}_k = \frac{\gamma_k^{(1)}}{\gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)}} \mathbf{x}_k^{(1)} + \frac{\gamma_k^{(2)}}{\gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)}} \mathbf{x}_k^{(2)}$ $\mathbf{X}_k = \frac{\gamma_k^{(1)}}{\gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)}} \mathbf{X}_k^{(1)} + \frac{\gamma_k^{(2)}}{\gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)}} \mathbf{X}_k^{(2)} + \frac{\gamma_k^{(1)} \gamma_k^{(2)}}{(\gamma_k^{(1)} + \gamma_k^{(2)})^2} \mathbf{X}_k^{(12)}$ $\mathbf{X}_k^{(12)} = \mathbf{H} (\mathbf{x}_k^{(1)} - \mathbf{x}_k^{(2)}) (\mathbf{x}_k^{(1)} - \mathbf{x}_k^{(2)})^T \mathbf{H}^T$
群分裂	$\gamma_k^{(1)} = \eta \gamma_k, \quad \gamma_k^{(2)} = (1 - \eta) \gamma_k$ $\mathbf{X}_k^{(1)} = \eta \mathbf{X}_k^{(1/2)}, \quad \mathbf{X}_k^{(2)} = (1 - \eta) \mathbf{X}_k^{(1/2)}$ $\mathbf{X}_k^{(1/2)} = \frac{1}{1 + 2\eta(1 - \eta)} \mathbf{X}_k - \frac{\eta(1 - \eta)}{1 + 2\eta(1 - \eta)} \mathbf{X}_k^{(12)}$ $\mathbf{m}_{k k-1}^{(1,l,\eta)} = \mathbf{m}_{k k-1} + (1 - \eta) \sqrt{e_l} \mathbf{H}^T \mathbf{v}_l$ $\mathbf{m}_{k k-1}^{(2,l,\eta)} = \mathbf{m}_{k k-1} - \eta \sqrt{e_l} \mathbf{H}^T \mathbf{v}_l, \quad l = 1, 2, \dots, d$ $\tilde{\mathbf{P}}_{k k-1}^{i,l,\eta} = \tilde{\mathbf{P}}_{k k-1}, \quad i = 1, 2$

文献 [31] 中关于群目标分裂/合并的模型较好地描述了某些场景下的群合并分裂现象, 但合并模型的合并对象仅限于两个合并单元, 分裂模型也仅适用于每次分裂产生 2 个分裂单元的场景. 文献 [16] 的分裂模型在文献 [31] 的基础上做了一定改进, 可以保证每次分裂同时产生多个分裂单元, 且不需要对各位置维分别假设分裂分量, 但模型假设各分裂单元的大小和量测比率相同.

## 5 群目标滤波算法

### 5.1 群整体滤波算法

群目标整体滤波算法主要是将不同的目标运动模型与扩展外形模型结合, 联合估计群目标质心状态和扩展状态的线性、非线性滤波算法. Koch<sup>[10]</sup> 利用 singer 模型描述群目标质心运动, 对群整体处于平稳运动的椭圆外形目标具有较好的跟踪效果, 但对群机动运动的跟踪能力不足; 基于交互式多模型的群目标跟踪算法<sup>[44-45, 77-78]</sup> 能够增强对目标机动的跟踪能力, 李振兴等<sup>[4]</sup> 在单群目标机动跟踪方面做了大量工作, 通过引入强跟踪滤波、修正“当前”统计模型、转移概率自适应、变结构多模型滤波等, 研究了单模型和多模型条件下的机动群目标跟踪问题, 但没有考虑非线性、非高斯以及非椭圆目标的跟踪应用. 文献 [13, 79-80] 基于随机矩阵方法分别研究了线性和非线性条件下的非椭圆外形机动群目标跟踪算法. 其中, 文献 [79-80] 更是将随机矩阵方法应用到非线性量测的群目标跟踪系统中, 扩展了 RM 外形建模方法的适用范围. 粒子滤波器 (Particle filter, PF) 是非线性量测条件下群目标跟踪算法研究的重点. GP 方法跟踪星凸群目标在滤波步骤中同时存在线性和非线性部分, Özkan 等<sup>[81]</sup> 由此提出了基于 GP 方法建模星凸外形的 Rao-Blackwellised PF 方法, 减小了算法计算量; 通常采用基于卡尔曼滤波器 (Kalman filter, KF) 及其衍生的线性估计器 (扩展 KF<sup>[82]</sup>、无迹 KF<sup>[83]</sup>) 跟踪星凸 RHM 方法<sup>[40]</sup> 建模的扩展目标, 但非线性量测在线性化的过程中会造成算法精度的降低. 文献 [84] 将星凸 RHM 方法同 PF 方法结合起来, 成功推导了算法似然函数的闭合表达式, 提高了星凸 RHM 算法对复杂外形目标的跟踪性能. 箱粒子滤波方法通过区间化的箱粒子代替传统 PF 算法中的点粒子进行采样, 有效减小了采样粒子数目, 文献 [85-87] 将基于区间分析理论的箱粒子滤波方法用于跟踪群目标, 与同传统 PF 方法相比, 极大地减小了算法的计算量.

多群目标整体跟踪算法可看作是对传统多目标跟踪技术的发展, 主要可分为传统方法 (如联合

概率数据关联 (Joint probability data association, JPDA) 方法和概率多假设跟踪 (Probabilistic multiple hypothesis tracking, PMHT) 方法) 和基于 RFS 的方法. Zhu 等<sup>[88]</sup> 在杂波环境下利用 JPDA 算法跟踪多群目标, 算法复杂度随量测数目的增加呈指数增长. Streit<sup>[89]</sup> 推导了一种基于 JPDA 的非参数滤波方法 — JPDA 强度滤波, 避免了 JPDA 算法中的复杂的数据关联问题, 比 JPDA 具有更高的计算效率, 与 JPDA 方法一样, 仅适用于目标数目已知且固定的跟踪场景. PMHT 方法<sup>[90]</sup> 是对 MHT 方法的改进, 通过去掉 MHT 方法中每个目标都要产生一个量测的条件, 牺牲部分计算精度, 获得了更高的计算效率, 能够处理目标数目未知时变的多群目标跟踪问题. JPDA 滤波器和 PMHT 滤波器都是通过数据关联 (将量测分成潜在的航迹和虚警) 实现的在单目标滤波器基础上的发展, 而 RFS 方法主要针对的不是数据关联问题, 而是直接寻求多目标状态的最优和次优解, 部分基于 RFS 的算法不需要进行数据关联. 基于随机集的多群目标跟踪算法主要包括 PHD (Probability hypothesis density)<sup>[11, 18, 20, 91–92]</sup>, CPHD (Cardinality PHD)<sup>[47, 77, 93–94]</sup>, MB (Multi-Bernoulli)<sup>[95–97]</sup>, LMB (Labeled multi-Bernoulli)<sup>[1, 98]</sup> 以及 GLMB (Generalized LMB)<sup>[1]</sup> 等. 其中, 只有 GLMB/LMB 算法能够在对目标质心和扩展状态进行估计的同时形成目标航迹.

在线性高斯条件下, Granström 等<sup>[22]</sup> 基于随机矩阵方法将群目标状态建模为 GIW 分布, 引入 PHD 滤波算法实现对多群目标的跟踪. 基于此, Li 等<sup>[99]</sup> 和欧阳成等<sup>[100]</sup> 通过引入多模型思想, 研究了多模型 PHD 的群目标机动跟踪问题, 增强了算法对机动多群目标的跟踪能力. 韩玉兰等<sup>[101]</sup> 将 PHD 滤波算法同 RHM 外形建模方法结合, 提出了 RHM-GM-PHD 滤波算法, 实现了对多个星凸群目标的跟踪. 以上均假设目标数目的泊松分布率已知, 在目标数目的泊松分布率未知的情况下, Granström 和 Lundquist 等<sup>[31, 93]</sup> 分别提出了基于 GGIW-PHD 和 GGIW-CPHD 的多群目标跟踪算法, 实现了对群目标量测比率的估计, Wang 等<sup>[102–103]</sup> 在此基础上引入最适高斯近似 (Best fitting Gaussian approximation, BFG) 和强跟踪滤波器 (Strong tracking filter, STF), 研究了多模型多机动群目标的跟踪问题. 在非线形条件下, 严超和汪云等<sup>[104–105]</sup> 引入箱粒子滤波方法对群目标进行滤波和量测的矩形外形建模, 提出了基于箱粒子滤波的 PHD 和 CPHD 群目标跟踪算法, 计算效率较高, 在强杂波条件下具有较好的跟踪效果, 但没有对群外形进行估计. 基于 CPHD 的群目标跟踪算法<sup>[93]</sup>

能够对目标的势进行估计, 具有比 PHD 更高的估计精度, 但二者均会在目标漏检时漏检目标的 PHD 强度质量转移到其他检测到的目标上, 造成“幽灵效应 (Spooky effect)”<sup>[15]</sup>. MB 滤波方法<sup>[106]</sup> 不同于 PHD/CPHD 滤波假设目标服从独立同分布, 而是假设目标独立不同分布, 具有和 CPHD 相当的势估计性能, 但可避免“幽灵效应”. 李鹏涛<sup>[107]</sup> 引入箱粒子滤波技术, 研究了基于箱粒子的势平衡多扩展目标多贝努利 (Cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli, CBMeMber) 滤波算法, 比基于 SMC 的 MB 跟踪方法具有更高的跟踪效率和更优的势估计性能. 以上基于 RFS 的群目标跟踪算法都只能通过后续处理得到目标航迹. LMB/GLMB 方法通过对状态的加标签处理, 能够在目标状态估计的过程中同时生成目标的航迹. 文献 [1, 98] 分别研究了线性和非线性条件下的 LMB 多群目标跟踪算法, 取得了比基于 PHD 和 CPHD 的群目标跟踪算法更好的跟踪精度.

假设  $k$  时刻群目标的概率密度服从 GGIW 分布, 即

$$p(\xi_k) = p(\gamma_k) p(\mathbf{x}_k) p(\mathbf{X}_k) = \text{GAM}(\gamma_k; \alpha_k, \beta_k) N(\mathbf{x}_k; \mathbf{m}_k, \tilde{\mathbf{P}}_k \otimes \mathbf{X}_k) \times \text{IW}(\mathbf{X}_k; \nu_k, \mathbf{V}_k) = \text{GGIW}(\xi_k; \zeta_k) \quad (11)$$

其中,  $\xi_k = (\gamma_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k)$  为  $k$  时刻群目标的待估状态;  $\zeta_k = (\alpha_k, \beta_k, \mathbf{m}_k, \tilde{\mathbf{P}}_k, \nu_k, \mathbf{V}_k)$  为 GGIW 分量的参数.

由 Bayes 准则可知, GGIW 分量所表示的群目标状态的后验概率密度函数可表示为

$$p(\xi_k | W) = \frac{\bar{p}(\xi_k) \tilde{g}(W | \xi_k)}{\Psi_k^W} = \frac{1}{\Psi_k^W} \text{GGIW}(\xi_k; \zeta_{k|k-1}) \tilde{g}(W | \xi_k) = \frac{1}{\Psi_k^W} \underbrace{\text{GAM}(\gamma_k; \alpha_{k|k-1}, \beta_{k|k-1}) \text{PS}(|W|; \gamma_k)}_{\text{量测比率部分}} \times \underbrace{\text{GIW}(\cdot; \mathbf{m}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}, \nu_{k|k-1}, \mathbf{V}_{k|k-1})}_{\text{质心状态部分}} \times \underbrace{\prod_{j=1}^W N(\mathbf{z}_k^{(j)}; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k + \mathbf{R}_k)}_{\text{扩展状态部分}} \quad (12)$$

其中,  $\bar{p}(\xi_k)$  为状态预测的概率密度函数;  $\Psi_k^W = \int p(u) \tilde{g}(W|u) du$  为归一化常量,  $W$  为量测子集.  $\tilde{g}(W | \xi_k)$  估状态  $\xi_k$  对量测子集  $W$  的似然函数的

概率密度分布.  $\xi_k$  中, 量测比率  $\gamma_k$  同质心状态  $\mathbf{x}_k$  和扩展状态  $\mathbf{X}_k$  独立, 则

$$(W | \xi_k) = \text{PS}(|W|; \gamma_k) \times \prod_{j=1}^{|W|} \text{N}(\mathbf{z}_k^{(j)}; \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k + \mathbf{R}_k) \quad (13)$$

其中,  $\text{PS}(\cdot; \gamma_k)$  是均值为  $\gamma_k$  的泊松概率密度函数.

GGIW-PHD 算法对 PHD 的预测和更新可表示为

$$D_{k|k-1}(\xi_k) = P_S \sum_{j=1}^{J_{k-1|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} \bar{p}(\xi_{k|k-1}^{(j)}) + \sum_{j=1}^{J_{b,k}} w_{b,k}^{(j)} p(\xi_{b,k}^{(j)}) \quad (14)$$

$$D_{k|k}(\xi_k) = \sum_{j=1}^{J_{k-1|k-1}} w_{k|k, \text{ND}}^{(j)} \bar{p}(\xi_{k|k-1}^{(j)}) + \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \sum_{\mathcal{U}(Z) \in \mathcal{P}_i(Z)} w_{k|k, \text{D}}^{(j)} \kappa_k^{-|\mathcal{U}(Z)|} p(\cdot | \mathcal{U}(Z)) \quad (15)$$

其中,  $\mathcal{P}_i(Z)$  表示对量测集  $Z$  的第  $i$  种划分,  $\mathcal{U}(Z)$  为量测子集;  $\kappa_k$  表示  $k$  时刻的杂波密度;  $|\cdot|$  表示求集合的势;  $J_{k-1|k-1}$ ,  $J_{b,k}$ ,  $J_{k|k-1}$  分别表示 GGIW 分量在  $k-1$  时刻的估计数目、 $k$  时刻的新生数目和  $k$  时刻的预测数目.  $w_{k|k-1}^{(j)}$  和  $w_{b,k}^{(j)}$  分别表示 GGIW 分量的预测概率和新生概率;  $w_{k|k, \text{ND}}^{(j)}$  和  $w_{k|k, \text{D}}^{(j)}$  分别为漏检和检测到时, GGIW 分量的估计概率. 式中参数的具体计算可参见文献 [31].

对基于 GGIW 进行状态建模的群目标, 当采用 GLMB 滤波算法时, GLMB 分量预测步骤与多目标 GLMB 滤波方法<sup>[101]</sup> 类似, 主要不同在于 GLMB 分量的更新表达

$$\pi(\mathcal{X}|Z) = \Delta(\mathcal{X}) \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{i=1}^{|\mathcal{X}|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z) \in \mathcal{P}_i(Z) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z))}} w_{\mathcal{U}(Z)}^{(c, \theta)}(\mathcal{L}(\mathcal{X})) \times [p^{(c, \theta)}(\cdot | \mathcal{U}(Z))]^{\mathcal{X}} \quad (16)$$

其中, 若标签集合的势与状态集合的势相等, 则  $\Delta(\mathcal{X}) = 1$ , 否则  $\Delta(\mathcal{X}) = 0$ ;  $c$  为 GLMB 分量的索引;  $w_{\mathcal{U}(Z)}^{(c, \theta)}(\cdot)$  为 GLMB 分量的权值;  $[h(\cdot)]^{\mathcal{X}} = \prod_{x \in \mathcal{X}} h(x)$ , 且  $h^\emptyset = 1$ ;  $\mathcal{X}$  为加标签的群目标状态;  $\theta$  为状态到量测子集的映射;  $\Theta(\cdot)$  为映射空间. 式中各参数具体计算可参见文献 [1].

## 5.2 群精细跟踪算法

群精细跟踪与群整体跟踪相对应, 本文中主要指的是考虑群内目标相互作用的情况. 此时, 既要跟踪群内目标各自的运动状态, 又要考虑群目标内部结构的变化. 群目标的精细跟踪研究, 通常是在一定的群内目标相互作用模型下针对多目标关联算法和非线性滤波算法展开. Lau 等<sup>[108]</sup> 结合最大期望和置信传播方法提出了群期望最大化置信传播 (Group expectation maximization belief propagation, GEMBP) 方法, 获得了比 JPDA 和 PMHT 方法更好的跟踪精度, 在杂波和强噪声环境下具有更强的鲁棒性. 马尔科夫蒙特卡罗 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 方法在高维状态下比序贯粒子滤波方法具有更高的计算效率, 且 MCMC 粒子滤波 (MCMC particle filter, MCMC-PF) 方法具有抑制粒子枯竭的作用<sup>[109-110]</sup>, 在群精细跟踪研究中得到广泛应用<sup>[62, 111-112]</sup>. 李振兴等<sup>[113-114]</sup> 一方面, 针对区间量测情况, 在滤波算法上用区间量测代替点量测, 提出基于箱粒子滤波的群目标跟踪算法; 另一方面, 提出联合模糊聚类减小 JPDA 计算复杂度, 用拟蒙特卡罗 (Quasi-Monte Carlo, QMC) 重采样代替蒙特卡罗方法, 有效抑制样本枯竭, 取得了更好的跟踪效果. 需要注意的是, JPDA 和 GEMBP 算法均只能用于目标数目已知且固定的跟踪场景. Liu 等<sup>[71]</sup> 引入 GM-CPHD 方法, 不需要进行数据关联, 能处理目标随机新生、消亡和衍生的跟踪场景, 但不能直接形成目标航迹; 朱书军等<sup>[115]</sup> 利用图论描述群结构, 引入 GLMB 算法, 实现了对可分辨群目标结构和目标状态的有效跟踪, 建立了目标航迹.

总的来说, 与 RFS 的结合是群整体跟踪和群精细跟踪共同的研究热点. 群整体跟踪的滤波算法还重点研究群质心机动跟踪算法和非线性滤波算法的应用; 群精细跟踪的滤波算法主要基于非线性滤波方法, 从算法的计算效率和多目标关联方法等方面展开研究.

## 6 结论与展望

由于在军事和民用领域都有着广泛应用, 群目标跟踪近年来受到越来越多的关注和研究, 尤其是与 RFS 的结合更是成为研究热点. 本文从群目标建模和跟踪算法的方面, 以主要研究的问题为依据, 将群目标跟踪分为量测处理、扩展外形建模、内部关系建模、群分裂/合并建模以及在这些基础上的跟踪算法研究, 系统梳理了近年来群目标跟踪的研究进展. 未来需要关注的重点问题可总结为

1) 群目标自适应外形建模. 现有扩展外形建模

方法通常考虑目标在运动过程中扩展外形不变或变化很小,但跟踪过程中实际面临的群目标.如:人群、兽群、鸟群等群外形可能实时发生变化,无人机集群也正向着灵活编队的方向发展,这势必带来群外形的灵活变化.当群目标呈现复杂外形时,简单的外形建模方法难以对其进行充分描述;当群目标呈现简单外形时,复杂的外形建模方法计算量太大,造成计算资源的浪费.因此,有必要进一步深入研究能够根据群外形的变化情况自适应调整跟踪模型的群外形自适应建模方法.

2) 复杂背景下的群目标跟踪研究.由于群目标跟踪问题的复杂性,通常需要预设很多先验参数,如:检测概率、虚警概率、杂波率、目标新生概率等.而在实际跟踪场景中,这些参数通常是未知且随环境和时间发生变化的,而这些参数设置的准确与否又直接关系到算法对群目标的跟踪效果.因此,如何实现未知杂波率、检测概率、目标新生概率等复杂环境下的群目标跟踪,增强群目标跟踪算法的鲁棒性和实用性,是一个值得研究的方向.

3) 不同性质目标共存场景中的目标跟踪研究.当前跟踪算法的跟踪场景中通常都只有单一表现形式的目标(如:只考虑点目标),但跟踪系统可能面临可分辨群目标与不可分辨群目标、点目标、扩展目标等不同表现形式的目标共存或相互转换(如:点目标变为扩展目标)的情况.针对目标不同的表现形式,采用的模型和算法都是有所区别的,设计能够自适应跟踪不同形式目标的系统将是一件有意义的工作.

4) 群目标跟踪算法评价指标研究.当前针对群目标跟踪算法的评价方法还不够完善,例如:评价群外形建模的好坏,通常会将估计外形与实际群外形图形相交的面积与两者相并的面积之比作为评价指标,但实际可能面临的是两者的比值很大,但外形相似性却很差.在群目标精细跟踪或多群目标整体跟踪中,通常会采用 OSPA (Optimal sub-pattern assignment) 距离作为评价标准,但 OSPA 对虚警和漏检并不敏感<sup>[98]</sup>.因此,设计合理的评价指标来对算法性能进行更全面有效地评价还需要更深入探索.

5) 多传感器三维跟踪群目标研究.当前针对群目标的跟踪研究主要是基于二维场景的,对三维场景的跟踪研究较少,基于二维场景得到的模型和算法在向三维扩展的时候对计算复杂度的影响以及可能遇到的其他问题都有待进一步探索.由于误差、遮挡和传感器分辨问题,不同传感器获得的群目标观测值可能来自不同的量测源,很难将不同传感器的观测信息一一对应,因此,多传感器跟踪群目标是一个有挑战性的问题.但若能够实现多传感器在三维

场景中跟踪群目标,将有助于获得目标更完整的信息,提升系统对目标的识别、跟踪、分类能力.

## References

- 1 Beard M, Reuter S, Granström K, Vo B T, Vo B N, Scheel A. Multiple extended target tracking with labeled random finite sets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **64**(7): 1638–1653
- 2 Geng Wen-Dong, Wang Yuan-Qin, Dong Zheng-Hong. *Group-Targets Tracking*. Beijing: National Defense Industry Press, 2014.  
(耿文东, 王元钦, 董正宏. 群目标跟踪. 北京: 国防工业出版社, 2014.)
- 3 Mihaylova L, Carmi A Y, Septier F, Gning A, Pang S K, Godsill S. Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking. *Digital Signal Processing*, 2014, **25**: 1–16
- 4 Waxman M J. A bibliography of cluster (Group) tracking. In: *Proceedings of the SPIE 5428, Signal and Data Processing of Small Targets*. Florida, USA: SPIE, 2004. 551–560
- 5 Drummond O E, Blackman S S, Pretrisor G C. Tracking clusters and extended objects with multiple sensors. In: *Proceedings of the SPIE 1305, Signal and Data Processing of Small Targets*. Florida, USA: SPIE, 1990. 362–375
- 6 Li Zhen-Xing. *Research on the Key Technologies of Group Target Tracking* [Ph. D. dissertation], Air Force Engineering University, China, 2014.  
(李振兴. 群目标跟踪关键技术研究 [博士学位论文], 空军工程大学, 中国, 2014.)
- 7 Wang Hai-Peng, Dong Yun-Long, Xiong Wei, Pan Xin-Long, Jia Shu-Yi. *Multi-Sensor Formation Targets Tracking Method*. Beijing: Electronic Industry Press, 2016.  
(王海鹏, 董云龙, 熊伟, 潘新龙, 贾舒宜. 多传感器编队目标跟踪技术. 北京: 电子工业出版社, 2016.)
- 8 Taenzer E. Tracking multiple targets simultaneously with a phased array radar. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1980, **AES-16**(5): 604–614
- 9 Baum M, Faion F, Hanebeck U D. Modeling the target extent with multiplicative noise. In: *Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion*. Singapore, Singapore: IEEE, 2012. 2406–2412
- 10 Koch J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, **44**(3): 1042–1059
- 11 Granström K, Reuter S, Meissner D, Scheel A. A multiple model PHD approach to tracking of cars under an assumed rectangular shape. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion (Fusion)*. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 12 Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix, Part II: irregular object. In: *Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion*. Singapore, Singapore: IEEE, 2012. 2185–2192
- 13 Lan J, Li X R. Tracking of maneuvering non-ellipsoidal extended object or target group using random matrix. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(9): 2450–2463

- 14 Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix, Part I: new model and approach. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore, Singapore: IEEE, 2012. 2177–2184
- 15 Granstrom K, Baum M, Reuter S. Extended object tracking: introduction, overview and applications. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2017, **12**(2): 139–174
- 16 Hu Q, Ji H B, Zhang Y Q. Tracking of maneuvering non-ellipsoidal extended target with varying number of sub-objects. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **99**: 262–284
- 17 Granström K, Lundquist C, Orguner U. A Gaussian mixture PHD filter for extended target tracking. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 18 Granström K, Lundquist C, Orguner U. Extended target tracking using a Gaussian-mixture PHD filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(4): 3268–3286
- 19 Zhang Yong-Quan. Research on Algorithms of Extended Target Tracking Based on Random Finite Set [Ph. D. dissertation], Xidian University, China, 2014.  
(张永权. 随机有限集扩展目标跟踪算法研究 [博士学位论文], 西安电子科技大学, 中国, 2014.)
- 20 Li P, Ge H W, Yang J L. Adaptive measurement partitioning algorithm for a Gaussian inverse Wishart PHD filter that tracks closely spaced extended targets. *Radioengineering*, 2017, **26**(2): 573–580
- 21 Wang Cong, Wang Hai-Peng, He You. Fast algorithm of group segmentation based on coordinates transformations and distance differentiations. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, **38**(8): 1716–1722  
(王聪, 王海鹏, 何友. 基于坐标映射距离差分的快速群分割算法. 系统工程与电子技术, 2016, **38**(8): 1716–1722)
- 22 Granström K, Orguner U. A PHD filter for tracking multiple extended targets using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(11): 5657–5671
- 23 Yang J L, Li P, Yang L, Ge H W. An improved ET-GM-PHD filter for multiple closely-spaced extended target tracking. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2017, **15**(1): 468–472
- 24 Zhang Y Q, Ji H B. A novel fast partitioning algorithm for extended target tracking using a Gaussian mixture PHD filter. *Signal Processing*, 2013, **93**(11): 2975–2985
- 25 Zhang Y Q, Ji H B. Clustering Gaussian mixture reduction algorithm based on fuzzy adaptive resonance theory for extended target tracking. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2014, **8**(5): 536–546
- 26 Zhang Y Q, Ji H B. Gaussian mixture reduction based on fuzzy ART for extended target tracking. *Signal Processing*, 2014, **97**: 232–241
- 27 Zhang Y Q, Ji H B. A robust and fast partitioning algorithm for extended target tracking using a Gaussian inverse Wishart PHD filter. *Knowledge-Based Systems*, 2016, **95**: 125–141
- 28 Feng Xin-Xi, Pu Lei, Kong Yun-Bo, Wang Xue. A survey of multiple extended targets tracking techniques based on FISST. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2016, **17**(3): 93–99  
(冯新喜, 蒲磊, 孔云波, 王雪. 基于随机有限集理论的多扩展目标跟踪技术综述. 空军工程大学学报(自然科学版), 2016, **17**(3): 93–99)
- 29 Shen X L, Song Z Y, Fan H Q, Fu Q. Generalised distance partitioning for multiple-detection tracking filter based on random finite set. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2018, **12**(2): 260–267
- 30 Granström K, Lundquist C. On the use of multiple measurement models for extended target tracking. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1534–1541
- 31 Granström K, Orguner U. On spawning and combination of extended/group targets modeled with random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(3): 678–692
- 32 Petrov N, Mihaylova L, Gning A, Angelova D. A novel sequential Monte Carlo approach for extended object tracking based on border parameterisation. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion, Chicago, Illinois, USA: IEEE, 2011. 306–313
- 33 Schuster M, Reuter J, Wanielik G. Probabilistic data association for tracking extended targets under clutter using random matrices. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, USA: IEEE, 2015. 961–968
- 34 Zhu H Y, Han C Z, Li C. An extended target tracking method with random finite set observations. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1–6
- 35 Baum M, Noack B, Hanebeck U D. Extended object and group tracking with elliptic random hypersurface models. In: Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion. Edinburgh, UK: IEEE, 2010. 1–8
- 36 Granström K, Lundquist C, Orguner U. Tracking rectangular and elliptical extended targets using laser measurements. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1–8
- 37 Petrov N, Gning A, Mihaylova L, Angelova D. Box particle filtering for extended object tracking. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore, Singapore: IEEE, 2012. 82–89
- 38 Yan Chao. Box Particle Filter's Application to Extended Target Tracking [Master thesis], Xidian University, China, 2014.  
(严超. 箱粒子滤波在扩展目标跟踪中的应用 [硕士学位论文], 西安电子科技大学, 中国, 2014.)
- 39 Baum M, Feldmann M, Franken D, Hanebeck U D, Koch W. Extended object and group tracking: a comparison of random matrices and random hypersurface models. In: Proceedings of the 5th IEEE ISIF Workshop on Sensor Data Fusion: Trends, Solutions, Applications (SDF). Leipzig, Germany: IEEE, 2010. 904–906
- 40 Baum M, Hanebeck U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHMs. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 1–8

- 41 Baum M, Hanebeck U D. Extended object tracking with random hypersurface models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 149–159
- 42 Hirscher T, Scheel A, Reuter S, Dietmayer K. Multiple extended object tracking using Gaussian processes. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion (Fusion). Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 868–875
- 43 Zea A, Faion F, Baum M, Hanebeck U D. Level-set random hypersurface models for tracking nonconvex extended objects. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, **52**(6): 2990–3007
- 44 Feldmann M, Franken D. Advances on tracking of extended objects and group targets using random matrices. In: Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion. Seattle, USA: IEEE, 2009. 1029–1036
- 45 Feldmann M, Franken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1409–1420
- 46 Baum M, Hanebeck U D. Random hypersurface models for extended object tracking. In: Proceedings of the 2009 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT). Ajman, United Arab Emirates: IEEE, 2009. 178–183
- 47 Li Cui-Yun, Lin Jin-Peng, Ji Hong-Bing. A Gamma Gaussian-mixture CPHD filter based on ellipse random hypersurface models for extended targets. *Control and Decision*, 2015, **30**(9): 1551–1558  
(李翠芸, 林锦鹏, 姬红兵. 一种基于椭圆 RHM 的扩展目标 Gamma 高斯混合 CPHD 滤波器. 控制与决策, 2015, **30**(9): 1551–1558)
- 48 Wahlström N, Özkan E. Extended target tracking using Gaussian processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, **63**(16): 4165–4178
- 49 Aftab W, De Freitas A, Arvaneh M, Mihaylova L. A Gaussian process approach for extended object tracking with random shapes and for dealing with intractable likelihoods. In: Proceedings of the 22nd International Conference on Digital Signal Processing (DSP). London, UK: IEEE, 2017. 1–6
- 50 Zea A, Faion F, Baum M, Hanebeck U D. Level-set random hypersurface models for tracking non-convex extended objects. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1760–1767
- 51 Granström K, Willett P, Bar-Shalom Y. An extended target tracking model with multiple random matrices and unified kinematics. In: Proceedings of the 18th International Conference on Information Fusion. Washington, USA: IEEE, 2015. 1007–1014
- 52 Lan J, Li X R. Joint tracking and classification of non-ellipsoidal extended object using random matrix. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 53 Cao X M, Lan J, Li X R. Extension-deformation approach to extended object tracking. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 1185–1192
- 54 Cao X M, Lan J, Li X R. Extended object tracking using control-points-based extension deformation. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–8
- 55 Cao W, Lan J, Li X R. Extended object tracking and classification using radar and ESM sensor data. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, **25**(1): 90–94
- 56 Hu Q, Ji H B, Zhang Y Q. A standard PHD filter for joint tracking and classification of maneuvering extended targets using random matrix. *Signal Processing*, 2018, **144**: 352–363
- 57 Vivone G, Granström K, Braca P, Willett P. Multiple sensor measurement updates for the extended target tracking random matrix model. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **53**(5): 2544–2558
- 58 Yao G, Dani A. Image moment-based random hypersurface model for extended object tracking. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–7
- 59 Michaelis M, Berthold P, Meissner D, Wuensche H J. Heterogeneous multi-sensor fusion for extended objects in automotive scenarios using Gaussian processes and a GMPHD-filter. In: Proceedings of the 2017 Sensor Data Fusion: Trends, Solutions, Applications (SDF). Bonn, Germany: IEEE, 2017. 1–6
- 60 Pang S K, Li J, Godsill S J. Models and algorithms for detection and tracking of coordinated groups. In: Proceedings of the 2008 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, USA: IEEE, 2008. 1–17
- 61 Khan Z, Balch T, Dellaert F. MCMC-based particle filtering for tracking a variable number of interacting targets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, **27**(11): 1805–1819
- 62 Tchango A F, Thomas V, Buffet O, Dutech A, Flacher F. Tracking multiple interacting targets using a joint probabilistic data association filter. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 63 Pang S K, Li J, Godsill S J. Detection and tracking of coordinated groups. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, **47**(1): 472–502
- 64 Gning A, Mihaylova L, Maskell S, Pang S K, Godsill S. Group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1383–1396
- 65 Georgieva P, Mihaylova L, Jain L C. *Advances in Intelligent Signal Processing and Data Mining*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. 7–53
- 66 Chen X J, Qin Z, An L, Bhanu B. Multiperson tracking by online learned grouping model with nonlinear motion context. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2016, **26**(12): 2226–2239
- 67 Qin Z, Shelton C R. Social grouping for multi-target tracking and head pose estimation in video. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016, **38**(10): 2082–2095
- 68 Bazzani L, Zanotto M, Cristani M, Murino V. Joint individual-group modeling for tracking. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2015, **37**(4): 746–759

- 69 Ur-Rehman A, Naqvi S M, Mihaylova L, Chambers J A. Multi-target tracking and occlusion handling with learned variational Bayesian clusters and a social force model. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **64**(5): 1320–1335
- 70 Gao S, Chen X G, Ye Q X, Xing J L, Kuijper A, Ji X Y. A graphical social topology model for multi-object tracking [Online], available: <https://arxiv.org/abs/1702.04040>, September 29, 2017
- 71 Liu W F, Wen C L. The structure-labeled group target estimation with random finite set observation. In: Proceedings of the 2014 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS 2014). Gwangju, South Korea: IEEE, 2014. 1–8
- 72 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Norwood: Artech House, Inc, 2007.
- 73 Feng P M, Wang W W, Dlay S, Naqvi S M, Chambers J. Social force model-based MCMC-OCSVM particle PHD filter for multiple human tracking. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2017, **19**(4): 725–739
- 74 Mazzon R, Cavallaro A. Multi-camera tracking using a multi-goal social force model. *Neurocomputing*, 2013, **100**: 41–50
- 75 Geng W D, Wang Y Q, Dong Z H. *Group-Target Tracking*. Singapore: Springer, 2017. 115–142
- 76 Lian F, Han C Z, Liu W F, Yan X X, Zhou H Y. Sequential Monte Carlo implementation and state extraction of the group probability hypothesis density filter for partly unresolvable group targets-tracking problem. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2010, **4**(5): 685–702
- 77 Wang Yun, Hu Guo-Ping, Gan Lin-Hai. Group targets tracking algorithm using a multiple models Gaussian inverse Wishart CPHD filter. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2017, **45**(2): 89–94  
(汪云, 胡国平, 甘林海. 基于多模型 GGIW-CPHD 滤波的群目标跟踪算法. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, **45**(2): 89–94)
- 78 Gan L H, Wang G. Tracking maneuvering group target with extension predicted and best model augmentation method adapted. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, **2017**: Article No. 5752870
- 79 Lan J, Li X R. Extended object or group target tracking using random matrix with nonlinear measurements. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 901–908
- 80 Lei B T, Li C Y, Ji H B. Nonlinear maneuvering non-ellipsoidal extended object tracking using random matrix. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–6
- 81 Özkan E, Wahlström N, Godsill S J. Rao-Blackwellised particle filter for star-convex extended target tracking models. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 1193–1199
- 82 Simon D. *Optimal State Estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches*. New York: Wiley-Interscience, 2006.
- 83 Baum M. Simultaneous Tracking and Shape Estimation of Extended Objects [Ph. D. dissertation], Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe, Germany, 2013.
- 84 Steinbring J, Baum M, Zea A, Faion F, Hanebeck U D. A closed-form likelihood for particle filters to track extended objects with star-convex RHMs. In: Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI). San Diego, USA: IEEE, 2015. 25–30
- 85 de Freitas A, Mihaylova L, Gning A, Angelova D, Kadiramanathan V. Autonomous crowds tracking with box particle filtering and convolution particle filtering. *Automatica*, 2016, **69**: 380–394
- 86 Zhang Y Q, Ji H B, Gao X B, Hu Q. An ellipse extended target CBMeMber filter using gamma and box-particle implementation. *Signal Processing*, 2018, **149**: 88–102
- 87 Zhang Y Q, Ji H B, Hu Q. A fast ellipse extended target PHD filter using box-particle implementation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, **99**: 57–72
- 88 Zhu H Y, Ma T T, Chen S, Jiang W. A random matrix based method for tracking multiple extended targets. In: Proceedings of the 17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–8
- 89 Streit R. JPDA intensity filter for tracking multiple extended objects in clutter. In: Proceedings of the 19th International Conference on Information Fusion. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016. 1477–1484
- 90 Wieneke M, Koch W. A PMHT approach for extended objects and object groups. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, **48**(3): 2349–2370
- 91 Zhang Y Q, Ji H B, Hu Q. A box-particle implementation of standard PHD filter for extended target tracking. *Information Fusion*, 2017, **34**: 55–69
- 92 Li P, Ge H W, Yang J L, Zhang Y Q. Shape selection partitioning algorithm for Gaussian inverse Wishart probability hypothesis density filter for extended target tracking. *IET Signal Processing*, 2017, **10**(9): 1041–1051
- 93 Lundquist C, Granström K, Orguner U. An extended target CPHD filter and a Gamma Gaussian inverse Wishart implementation. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, **7**(3): 472–483
- 94 Li C Y, Wang R, Hu Y H, Wang J B. Cardinalised probability hypothesis density tracking algorithm for extended objects with glint noise. *IET Science, Measurement and Technology*, 2016, **10**(5): 528–536
- 95 Jiang T Y, Liu M Q, Fan Z, Zhang S L. On multiple-model extended target multi-Bernoulli filters. *Digital Signal Processing*, 2016, **59**: 76–85
- 96 Zong P, Barbary M. Improved multi-Bernoulli filter for extended stealth targets tracking based on sub-random matrices. *IEEE Sensors Journal*, 2016, **16**(5): 1428–1447
- 97 Ma D D, Lian F, Liu J. Sequential Monte Carlo implementation of cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter for extended target tracking. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2016, **10**(2): 272–277
- 98 Li M, Lin Z P, An W, Zhou Y Y. Box-particle labeled multi-Bernoulli filter for multiple extended target tracking. *Radioengineering*, 2016, **25**(3): 527–535

- 99 Li W L, Jia Y M, Du J P, Yu F S. Gaussian mixture PHD filter for multiple maneuvering extended targets tracking. In: Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando, USA: IEEE, 2014. 2410–2415
- 100 Ouyang Cheng, Chen Xiao-Xu, Hua Yun. Improved best-fitting Gaussian approximation PHD filter. *Journal of Radars*, 2013, **2**(2): 239–246  
(欧阳成, 陈晓旭, 华云. 改进的最适高斯近似概率假设密度滤波. 雷达学报, 2013, **2**(2): 239–246)
- 101 Han Yu-Lan, Zhu Hong-Yan, Han Chong-Zhao, Wang Jing. Gaussian-mixture probability hypothesis density filter for multiple extended targets. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2014, **48**(4): 95–101  
(韩玉兰, 朱洪艳, 韩崇昭, 王静. 多扩展目标的高斯混合概率假设密度滤波器. 西安交通大学学报, 2014, **48**(4): 95–101)
- 102 Wang Y, Hu G P, Zhou H. Group targets tracking using multiple models GGIW-CPHD based on best-fitting Gaussian approximation and strong tracking filter. *Journal of Sensors*, 2016, **2016**: Article No. 7294907
- 103 Wang Y, Hu G P, Li Z X. Tracking of group targets using multiple models GGIW-PHD algorithm based on best-fitting Gaussian approximation and strong tracking filter. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2018, **232**(2): 331–343
- 104 Song Li-Ping, Yan Chao, Ji Hong-Bing, Liang Meng. PHD filter for tracking multiple extended targets using box particle. *Control and Decision*, 2015, **30**(10): 1759–1765  
(宋骊平, 严超, 姬红兵, 梁萌. 基于箱粒子的多扩展目标 PHD 滤波. 控制与决策, 2015, **30**(10): 1759–1765)
- 105 Wang Yun. Research on the Group Target Tracking Algorithm [Ph.D. dissertation], Air Force Engineering University, China, 2017.  
(汪云. 群目标跟踪关键技术研究 [博士学位论文], 空军工程大学, 中国, 2017.)
- 106 Ristic B, Sherrah J. Bernoulli filter for joint detection and tracking of an extended object in clutter. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2013, **7**(1): 26–35
- 107 Li Peng-Tao. Research on MeMber Extended Target Tracking Based on Box Particle Filter [Master thesis], Xidian University, China, 2016.  
(李鹏涛. 基于箱粒子滤波的 MeMber 扩展目标跟踪算法研究 [硕士学位论文], 西安电子科技大学, 中国, 2016.)
- 108 Lau R A, Williams J L. Tracking a coordinated group using expectation maximisation. In: Proceedings of the 2013 IEEE Eighth International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing. Melbourne, Australia: IEEE, 2013. 282–287
- 109 Zhu Zhi-Yu. *Particle Filter and Its Application*. Beijing: Science Press, 2010.  
(朱志宇. 粒子滤波算法及其应用. 北京: 科学出版社, 2010.)
- 110 Yang Xiao-Jun, Pan Quan, Wang Rui, Zhang Hong-Cai. Development and prospect of particle filtering. *Control Theory and Applications*, 2006, **23**(2): 261–267  
(杨小军, 潘泉, 王睿, 张洪才. 粒子滤波进展与展望. 控制理论与应用, 2006, **23**(2): 261–267)
- 111 Carmi A Y, Mihaylova L, Septier F, Pang S K, Gurfil P, Godsill S J. Inferring leadership from group dynamics using Markov chain Monte Carlo methods. *Modeling, Simulation and Visual Analysis of Crowds*. New York: Springer, 2013. 325–346
- 112 Carmi A Y, Mihaylova L, Septier F. Subgradient-based Markov chain Monte Carlo particle methods for discrete-time nonlinear filtering. *Signal Processing*, 2016, **120**: 532–536
- 113 Li Zhen-Xing, Liu Jin-Mang, Li Song, Bai Dong-Ying, Ni Peng. Group targets tracking algorithm based on box particle filter. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(4): 785–798  
(李振兴, 刘进忙, 李松, 白东颖, 倪鹏. 基于箱式粒子滤波的群目标跟踪算法. 自动化学报, 2015, **41**(4): 785–798)
- 114 Li Zhen-Xing, Liu Jin-Mang, Li Chao, Bai Dong-Ying, Guo Xiang-Ke. Group targets tracking algorithm by combination of fuzzy clustering and Quasi-Monte Carlo resampling method. *Control Theory and Applications*, 2014, **31**(11): 1597–1603  
(李振兴, 刘进忙, 李超, 白东颖, 郭相科. 联合模糊聚类 and 拟蒙特卡罗重采样的群目标跟踪算法. 控制理论与应用, 2014, **31**(11): 1597–1603)
- 115 Zhu Shu-Jun, Liu Wei-Feng, Cui Hai-Long. Multiple resolvable groups tracking using the GLMB filter. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(12): 2178–2189  
(朱书军, 刘伟峰, 崔海龙. 基于广义标签多伯努利滤波的可分辨群目标跟踪算法. 自动化学报, 2017, **43**(12): 2178–2189)



**甘林海** 空军工程大学博士研究生. 主要研究方向群目标跟踪. 本文通信作者.  
E-mail: ganlh123@163.com  
(GAN Lin-Hai Ph.D. candidate at Air Force Engineering University. His main research interest is group target tracking. Corresponding author of this paper.)



**王刚** 空军工程大学防空反导学院教授. 主要研究方向为多传感器任务规划.  
E-mail: profwang123@163.com  
(WANG Gang Professor at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His main research interest is multi-sensor planning.)



**刘进忙** 空军工程大学防空反导学院教授. 主要研究方向为目标跟踪, 多传感数据融合. E-mail: liujinmang1@163.com  
(LIU Jin-Mang Professor at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His research interest covers targets tracking and multi-sensor data fusion.)



**李松** 空军工程大学防空反导学院副教授. 主要研究方向为模式识别及数据融合. E-mail: lisong77@163.com  
(LI Song Associate professor at the College of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University. His research interest covers pattern recognition and data fusion.)