

有限小批量定制生产伯努利三机器装配系统实时性能分析

刘畅^{1,2} 贾之阳^{1,2}

摘要 通常适用于大批量制造生产系统的稳态分析在过去几十年得到了广泛研究. 然而, 当生产量较小 (例如, 定制化有限小批量生产运行) 时, 暂态在生产过程中可能起到主要作用, 稳态分析将变得不再适用. 近年来, 对有限小批量生产条件下的串行生产线的研究已经有了一些初步成果. 与此同时, 装配系统, 其最终产品往往需要两个或者多个组件, 也广泛用于实践中. 本文中, 在有限小批量生产运行的三机装配系统框架下, 假设系统具有有限缓冲区容量, 并且使用伯努利机器可靠性模型, 研究了此类系统的性能评价问题. 具体来说, 首先推导出评价系统性能的数学模型和解析公式. 然后, 提出一种基于分解的方法来近似系统实时性能. 最后, 所提出的算法的准确性通过仿真数值实验进行了验证并通过一个数值实例进行了展示.

关键词 装配系统, 暂态分析, 伯努利机器, 实时性能分析

引用格式 刘畅, 贾之阳. 有限小批量定制生产伯努利三机器装配系统实时性能分析. 自动化学报, 2019, 45(3): 471–479

DOI 10.16383/j.aas.c170685

Real-time Performance Evaluation of Assembly Systems With Three Bernoulli Machines and Finite Production Runs

LIU Chang^{1,2} JIA Zhi-Yang^{1,2}

Abstract Steady state analysis of production, which is usually applicable to large-volume manufacturing systems, has been extensively studied during the past several decades. However, when the volume of the production is relatively small (e.g., finite production run-based operation with small run sizes), transient may play a major role during the production process and steady state analysis may become inapplicable. A few preliminary results have been derived for analyzing serial lines with finite production runs in recent years. Since assembly systems are also widely used in practice, where the final product requires several components, under the framework of finite production run-based assembly systems with finite buffers and with three machines having the Bernoulli reliability model, the problem of performance evaluation of such systems is investigated in this paper. Specifically, a mathematical model and analytical formulas to evaluate performances of the system are derived first. Then, a decomposition-based algorithm for performance approximation is also proposed and formulas for estimating the transient performance are derived. The accuracy of the algorithm is validated by numerical experiments and demonstrated by a numerical example.

Key words Assembly systems, transient analysis, Bernoulli machine, real-time performance evaluation

Citation Liu Chang, Jia Zhi-Yang. Real-time performance evaluation of assembly systems with three Bernoulli machines and finite production runs. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(3): 471–479

装配系统是生产实践中最基本的生产系统结构之一. 系统中最终的产品通常由两个或两个以上组件装配构成 (例如: 汽车、家电、消费电子). 相比在稳态分析研究方面取得的大量成果, 装配系统的暂态过程仍然未被深入研究. 这主要是由于不同零件生产线的相互作用导致了对装配系统的分析要比传统的串行线复杂得多. 装配系统的早期研究通常

只考虑多队列单服务器的情况, 即几种类型的零件到达一个装配机器, 从而被执行组装操作^[1]. 后来, Lipper 等^[2] 和 Kuo 等^[3] 研究了有限队列容量的三机器系统. 在这些研究中, 两个服务器代表组件的生产, 而另一个服务器代表装配操作. 此外, Manitz^[4] 对基于排队模型的装配系统进行了研究. 具有不可靠机器和有限缓冲区容量的装配系统的稳态性能评估在一些论文中进行了讨论^[5–10].

需要注意的是, 虽然在过去几十年里存在大量的串行线和装配生产线的研究工作, 但是其中的绝大部分都是假设系统运行在稳定状态之下的. 与此同时, 具有有限缓冲区容量和不可靠机器的生产系统的暂态性能只在最近的一些论文中得到初步的研究, 其中大部分集中在基于伯努利机器的串行线系统研究^[11–14]. 此外, Meerkov 等^[15] 研究了使用几何可靠性机器模型的串行线的暂态性能. 当一个生

收稿日期 2017-12-05 录用日期 2018-05-07
Manuscript received December 5, 2017; accepted May 7, 2018
中国博士后科学基金 (2017M620641) 资助
Supported by China Postdoctoral Science Foundation (2017M620641)
本文责任编辑 阳春华
Recommended by Associate Editor YANG Chun-Hua
1. 北京理工大学自动化学院 北京 100081 2. 复杂系统智能控制与决策国家重点实验室 北京 100081
1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081 2. Key Laboratory of Intelligent Control and Decision of Complex Systems, Beijing 100081

产系统根据客户订单或需求预测, 每次只生产一个批次(或批量)的同类产品时, 我们称之为有限小批量生产运行, 基于此, Jia 等^[16-18]近两年研究了串行生产线和闭环生产系统的实时系统性能。

基于暂态的装配系统的分析研究仅在以下几篇论文中出现, Alexander 等^[19]研究了一类具有无限队列容量的单机器马尔科夫类装配排队系统的暂态吞吐量. Jia 等^[20-21]研究了复杂装配系统的暂态性能, 但是假设了系统具有无限的原材料供应量. 与此同时, 值得关注的是, 近年来智能制造技术的发展对生产系统的暂态和动态特性研究提出了更高的要求, 这对于研究相应的实时生产控制算法也至关重要. 因此, 本文的目的是研究有限小批量定制化生产运行下, 具有有限缓冲区容量的三机装配系统的基于暂态的性能评价。

本文余下的部分组织如下: 第 1 节介绍了本文所研究的系统的前提假设并定义了所关注的系统性能指标. 第 2 节详细讨论了系统数学模型的建立以及相关性能指标的推导过程. 然后, 提出的一种基于分解的用于近似原始系统性能的方法在第 3 节中被详细介绍. 所提出方法的准确性通过数值实验进行了验证并分析展示. 最后, 第 4 节给出了总结和未来工作展望。

1 数学模型和性能指标

1.1 数学模型

考虑如图 1 所示的一个三机装配系统, 其中圆形表示机器, 矩形表示缓冲区。

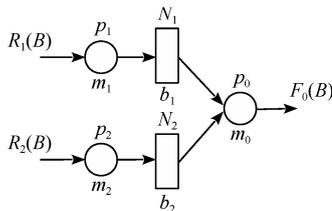


图 1 三机装配系统

Fig. 1 Assembly production system with three Bernoulli machines

系统根据以下假设来进行定义:

1) 系统的最终产品 (F_0) 需要两个组件. 一个组件 (R_1) 由机器 m_1 处理. 我们称系统的这一部分(从机器 m_1 到 b_1) 为零件生产线 1. 类似地, 另一个组件 (R_2) 由机器 m_2 处理. 系统的这一部分(从机器 m_2 到 b_2) 称为零件生产线 2.

2) 机器 m_0 从零件生产线 1 和零件生产线 2 各取一个完成的零件装配组成一个成品.

3) 机器 $m_i, i = 0, 1, 2$, 拥有恒定且相同的周期时间 τ . 以一个加工周期 τ 为一段, 将时间轴分段. 所有机器在一个新的生产批次开始时运行. 小批量

定制生产下的每个批次具有有限的产量, 每个生产批次的规模为 B . 每台机器在加工完规定数量的工件后立即停止工作。

4) 机器遵循伯努利可靠性模型, 即, 机器 $m_i, i = 0, 1, 2$, 如果既没有被阻塞也没有饥饿, 在一个时间间隙(即加工周期)里加工处理一个工件的概率是 p_i , 未能加工处理一个工件的概率是 $1 - p_i$. 参数 $p_i \in (0, 1)$ 称为机器 m_i 的效率.

5) 每一个在制品缓冲区, $b_i, i = 1, 2$, 可以用其容量 N_i 来表征, $0 < N_i < \infty$.

6) 如果机器 m_0 在时间间隙 n 内处于工作状态, 缓冲区 b_1 或者 b_2 在时间间隙开始时为空, 则机器 m_0 在时隙 n 内会饥饿. 机器 m_1 和 m_2 在一个批次生产结束前不会出现饥饿的情况.

7) 如果机器 $m_i, i = 1, 2$, 在时间间隙 n 内处于工作状态, 缓冲区 b_i 在时间间隙开始时有 N_i 个在制品工件, 并且装配机器 m_0 没能从其中取走一个工件进行处理(由于故障或源自另一条零件生产线的饥饿情况), 则机器 $m_i, i = 1, 2$, 在时隙 n 内被阻塞. 即, 加工前阻塞机制. 同时假设机器 m_0 任何时候都不会被阻塞.

注 1. 值得注意的是, 在许多生产系统中, 机器周期时间几乎是恒定或接近恒定的. 这样的情况大多见于汽车、电子、电器等行业的生产系统. 还需注意到, 伯努利可靠性机器模型是适用于平均故障时间接近机器的加工周期的情况(参见使用伯努利模型为实例的文献 [22-24]). 具有其他可靠性机器模型(例如: 几何型、指数型、威布尔型、对数正态型等)的生产系统将在今后的工作中进一步研究。

注 2. 基于批次的生产广泛用于各种制造系统(小规模, 中等规模, 甚至大规模生产, 单型或多类型产品生产等). 一个批次有时被称为一个分组或一个订单.

注 3. 由于通常定制化生产下每个批次生产数量是有限的, 整个生产过程部分或完全是在暂态下进行的. 因此, 严格来说, 稳定状态分析不再适用, 而基于暂态的系统分析是必要的.

注 4. 上述的模型仅仅包括两条零件生产线和一个装配操作机器. 每条零件生产线仅包含了一台机器和一个缓冲区. 每条零件生产线拥有多台机器和缓冲区, 以及拥有多条零件生产线的复杂装配系统具有类似的假设, 并且这样的装配系统会在未来工作中进一步研究.

1.2 性能指标

在上述定义的模型框架下, 我们感兴趣的性能指标包括:

1) 生产率 $PR(n)$: 在时间间隙 $n + 1$ 里, 机器 m_0 生产工件个数的期望;

2) 消耗率 $CR_i(n)$: 在时间间隙 $n + 1$ 里, 机器 $m_i, i = 1, 2$, 消耗原材料个数的期望;

3) 在制品库存水平, $WIP_i(n)$: 在时间间隙 n 里缓冲区 $b_i, i = 1, 2$, 中的在制品个数的期望;

4) 阻塞率 $BL_i(n)$: 机器 $m_i, i = 1, 2$, 在时间间隙 $n + 1$ 里被阻塞的概率.

由于机器 m_0 可能由于任意一条零件生产线而饥饿, 我们定义机器饥饿率为:

$$ST_{0,1}(n) = P[m_0 \text{ 在时间间隙 } n + 1 \text{ 里, 由于缓冲区 } b_1 \text{ 为空而饥饿}]$$

$$ST_{0,2}(n) = P[m_0 \text{ 在时间间隙 } n + 1 \text{ 里, 由于缓冲区 } b_2 \text{ 为空而饥饿}]$$

一种通过递归聚合来估计这些稳态性能值的方法在文献 [22] 中被提出. 在本文中, 我们提出了在有限量定制生产运行下评估这些暂态性能指标的方法.

此外, 使 ct 表示机器 m_0 完成生产 B 个产品的的时间. 将其均值表示为:

$$CT = E[ct] \tag{1}$$

2 系统性能精确分析

2.1 性能分析

用 $f_i(n)$ 表示机器 m_i 在时间间隙 n 结束时已经生产的工件总数量, 用 $h_i(n)$ 表示在时间间隙 n 结束时缓冲区内的在制品工件数量. 显而易见,

$$f_1(n) - f_0(n) = h_1(n)$$

$$f_2(n) - f_0(n) = h_2(n)$$

那么, 不失一般性, 系统可以用一个状态为 $(h_1(n), h_2(n), f_0(n))$ 的马尔科夫链来表征, 其中,

$$h_i(n) \in \{0, 1, \dots, N_i\}, i = 1, 2$$

$$f_0(n) \in \{0, 1, \dots, B\}$$

显然, 此马尔科夫链的最大系统状态数为

$$Q = (N_1 + 1) \times (N_2 + 1) \times (B + 1) \tag{2}$$

需要注意, 有一些系统状态是不可达到的, 比如, $(1, 1, B)$, 因为机器 m_1 和 m_2 在加工好 B 个工件后立刻停止了运作. 换句话说, 在任意一个时间间隙里, $h_1 + f_0 \leq B$, 并且 $h_2 + f_0 \leq B$.

为了计算这一马尔科夫链中的状态间转移概率, 我们首先如表 1 排列系统的状态.

表 1 系统状态排序
Table 1 Arrangement of the system states

State	h_1	h_2	f_0
1	0	0	0
2	0	0	1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$B + 1$	0	0	B
$B + 2$	0	1	0
$B + 3$	0	1	1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$Q - 1$	N_1	N_2	$B - 1$
Q	N_1	N_2	B

因此, 如果给定任何系统状态 $\mathbf{S} = (h_1, h_2, f_0)$, 这一状态的序号可通过式 (3) 计算:

$$\alpha(\mathbf{S}) = h_1(N_2 + 1)(B + 1) + h_2(B + 1) + f_0 + 1 \tag{3}$$

我们也将状态表示为 $\mathbf{S}_\alpha = (h_1^\alpha, h_2^\alpha, f_0^\alpha)$. 使 $s_i(n) = 0$ (故障), 1 (正常), 表示机器 m_i 在时间间隙 n 中的状态. 根据假设 1) ~ 7), 系统的动态特性可以表示为:

$$f_0(n + 1) = f_0(n) + s_0(n + 1)\min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

$$h_2(n + 1) = h_2'(n + 1) + s_2(n + 1) \times \min\{N_2 - h_2'(n + 1), 1\}$$

$$h_1(n + 1) = h_1'(n + 1) + s_1(n + 1) \times \min\{N_1 - h_1'(n + 1), 1\} \tag{4}$$

其中,

$$h_2'(n + 1) = h_2(n) - s_0(n + 1)\min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

$$h_1'(n + 1) = h_1(n) - s_0(n + 1)\min\{h_1(n), h_2(n), 1\}$$

同时也需要注意, 在每个时间间隙中, 系统状态的样本空间是由机器 2^3 种的工作状态所组成的. 那么,

$$P[s_1 = \eta_1, s_2 = \eta_2, s_0 = \eta_0] = \prod_{i=0}^2 p_i^{\eta_i} (1 - p_i)^{1 - \eta_i}, \quad \eta_i \in \{0, 1\} \tag{5}$$

因此, 在每一个时间间隔开始时, 对系统的每一个可达状态 $i, i \in \{1, \dots, Q\}$, 如果 $h_1^i + f_0^i < B$, 并且 $h_2^i + f_0^i < B$, 可以枚举所有的 2^3 种机器状态的组合, 根据系统动态性式 (4) 来确定相应的在这一时间间隔结束时的结果状态 $j, j \in \{1, \dots, Q\}$. 然后, 对于得到相同结果状态的机器状态组合情况, 使用式 (5) 来计算相应的转移概率, 并将这些概率相加, 最终得到一个时间间隔里, 从起始的系统状态 i

到结果状态 j 的转移概率. 对于所有符合条件的系统状态重复这一步骤.

然后, 对于 $h_1^i + f_0^i = B$, 或者 $h_2^i + f_0^i = B$, 系统状态之间的转移概率如下:

$$P[h_1(n+1) = i-1, h_2(n+1) = j-1, f_0(n+1) = k+1 | h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] =$$

$$(1-p_1)p_0, \quad i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k < B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j-1, f_0(n+1) = k+1 | h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = p_1 p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k < B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = i-1, h_2(n+1) = j-1, f_0(n+1) = k+1 | h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] =$$

$$(1-p_2)p_0, \quad i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k < B$$

$$P[h_1(n+1) = i-1, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k+1 | h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = p_2 p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k < B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k |$$

$$h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] =$$

$$(1-p_1)(1-p_2)(1-p_0),$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k < B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k |$$

$$h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] =$$

$$(1-p_1)(1-p_2)(1-p_0),$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k < B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k |$$

$$h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = p_1 p_2 p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k < B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k+1 |$$

$$h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = p_1 p_2 p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k < B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = i-1, h_2(n+1) = j-1, f_0(n+1) = k+1 | h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = i, h_2(n+1) = j, f_0(n+1) = k |$$

$$h_1(n) = i, h_2(n) = j, f_0(n) = k] = 1 - p_0,$$

$$i \in \{1, \dots, N_1\}, \quad j \in \{1, \dots, N_2\},$$

$$k \in \{0, \dots, B-1\}, \quad \text{且 } i+k = B, \quad j+k = B$$

$$P[h_1(n+1) = 0, h_2(n+1) = 0, f_0(n+1) = B |$$

$$h_1(n) = 0, h_2(n) = 0, f_0(n) = B] = 1 \quad (6)$$

用 $\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \cdots x_Q(n)]^T$, 其中 $x_i(n)$ 表示系统在状态 i 的概率, 并且用 A 表示转移状态矩阵. 那么, 系统状态进化可表示为:

$$\mathbf{x}(n+1) = A\mathbf{x}(n), \quad \mathbf{x}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (7)$$

系统的实时性能可以通过下式计算:

$$\begin{aligned} PR(n) &= \mathbf{V}_1 \mathbf{x}(n), \\ CR_i(n) &= \mathbf{V}_{2,i} \mathbf{x}(n), \quad i = 1, 2 \\ WIP_i(n) &= \mathbf{V}_{3,i} \mathbf{x}(n), \quad i = 1, 2 \\ BL_i(n) &= \mathbf{V}_{4,i} \mathbf{x}(n), \quad i = 1, 2 \\ ST_{0,i}(n) &= \mathbf{V}_{5,i} \mathbf{x}(n), \quad i = 1, 2 \\ CT &= \mathbf{V}_6 \mathbf{x}(n) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{V}_1 = [0_{1,(N_2+1)(B+1)} \quad [0_{1,B+1} \quad [p_0 J_{1,B} \quad 0] \\ C_{(B+1) \times N_2(B+1)}] C_{(N_2+1)(B+1) \times N_1(N_2+1)(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{2,1} = [p_1 J_{1,N_1(N_2+1)(B+1)} \quad 0_{1,B+1} \quad p_1 p_0 J_{1,N_2(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{2,2} = [p_1 J_{1,N_2(B+1)} \quad 0_{1,B+1} \quad [p_2 J_{1,N_2(B+1)} \\ p_2 p_0 p_1 J_{1,B+1}] C_{(N_2+1)(B+1) \times N_1(N_2+1)(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{3,1} = [0_{1,B+1} \quad 1 \times J_{1,B+1} \quad \cdots \quad N_2 \times J_{1,B+1}] \\ C_{(N_2+1)(B+1) \times Q}$$

$$\mathbf{V}_{3,2} = [0_{1,(N_2+1)(B+1)} \quad 1 \times J_{1,(N_2+1)(B+1)} \\ N_1 \times J_{1,(N_2+1)(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{4,1} = [0_{1,N_1(N_2+1)(B+1)} \quad p_1 J_{1,B+1} \\ p_1(1-p_0) J_{1,N_2(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{4,2} = [0_{1,N_2(B+1)} \quad p_2 J_{1,B+1} \quad [0_{1,N_2(B+1)} \\ p_2(1-p_0) J_{1,B+1}] C_{(N_2+1)(B+1) \times N_1(N_2+1)(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{5,1} = [p_0 J_{1,(N_2+1)(B+1)} \quad 0_{1,N_1(N_2+1)(B+1)}]$$

$$\mathbf{V}_{5,2} = [p_0 J_{1,B+1} \quad 0_{1,N_2(B+1)}] C_{(N_2+1)(B+1) \times Q}$$

$$\mathbf{V}_6 = [0_{1,(N_2+1)(B+1)+2B} \quad p_0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

其中, $0_{1,k}$ 和 $J_{1,k}$ 分别代表 $1 \times k$ 的零矩阵和元素全为 1 的矩阵. 与此同时, $i \times j$ 维矩阵 $C_{i \times j} = [I_i \cdots I_i]$ 表示由 j/i 个单位矩阵 I_i 组成的矩阵.

3 基于分解的性能评估

上面描述的精确分析可以扩展到更大的系统, 即每个零件生产线中有多台机器的系统. 然而, 随着机器数量 M , 缓冲区容量 N_i 's, 和生产规模 B 的增长, 马尔科夫链状态的数量呈指数型增长, 这将导致对大型的复杂装配系统的分析变得不可能. 因此, 本节提出了一种基于分解的算法, 并将其应用于三台伯努利机器的小型装配系统. 相应的研究结果将在未来的工作中扩展到更通用的大型系统中.

3.1 基于分解的概念

文献 [8] 提出一种分解方法, 将原系统分解为一对串行线: 上线和下线, 研究了基于无限原材料供应的装配系统的稳态性能. 此外, 我们以前的工作^[20-21] 解决了这类系统的暂态性能研究的问题. 与此同时, 当考虑到小批量有限量生产运行下的串行线, 基于暂态的系统性能近似评估也在我们以前的工作^[16-17] 中进行了讨论. 在这一节中, 我们将基于有限量生产运行下系统的暂态性能分析扩展到三台机器的装配系统性能分析研究中. 对由多台机器组成的零件生产线或多条零件生产线以及多个装配操作的复杂装配系统, 将在今后的研究中进行分析.

具体而言, 引入三种辅助系统/生产线来分析此类系统. 辅助装配系统 (图 2 所示) 首先被引入, 这一辅助装配系统具有所有原始的机器和缓冲区, 但假设具有无限的原材料供应.

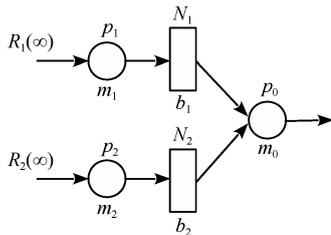


图 2 辅助装配系统

Fig. 2 Auxiliary assembly system

为了研究这一辅助装配系统的暂态性能, 分析方法可以参考我们以前的工作 (参阅文献 [20]). 具体而言, 使用辅助两机线 (图 3) 来近似分析.

上生产线通过移除辅助装配系统中的机器 m_2 和缓冲区 b_2 来构造. 考虑到这种修改, 组装机 m_0 由效率 $p_0^u(n)$ 随时间变化的虚拟机 m_0^u (图 3(a)) 来代替. 同样, 下生产线可以通过移除机器 m_1 和缓冲区 b_1 , 同时使用效率 $p_0^l(n)$ 随时间变化的虚拟机 m_0^l 来构造.

为了获得 $p_0^u(n)$ 和 $p_0^l(n)$, 注意, 上生产线中的虚拟机 m_0^u , 只有原来的装配操作中装配机器 m_0 处于工作状态并且缓冲区 b_2 非空的情况下, 才可能处于工作状态. 同样, 下生产线中的虚拟机 m_0^l ,

只有原来的装配操作中装配机器 m_0 处于工作状态并且缓冲区 b_1 非空的情况下, 才可能处于工作状态. 因此, 让 $h_i(n)$ 表示在时间间隔 n 结束时缓冲区 b_i 中的在制品零件数, $p_0^u(n)$ 和 $p_0^l(n)$ 可以通过式 (9) 估算:

$$\begin{aligned} p_0^u(n) &\approx p_0 (1 - P[h_2(n-1) = 0]) \\ p_0^l(n) &\approx p_0 (1 - P[h_1(n-1) = 0]) \end{aligned} \quad (9)$$

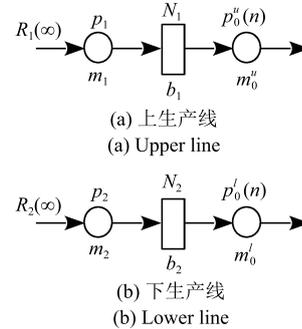


图 3 辅助双机串行线

Fig. 3 Auxiliary two-machine lines

用于分析这种辅助两机串行线的方法在文献 [11] 中被提出. 具体来说, 用 $x_{h,i}^u(n)$ 和 $x_{h,i}^l(n)$, 分别来表示辅助两机生产线中 b_1 和 b_2 在时隙 n 结束时, 有 i 个工件的概率. 令 $\mathbf{x}_h^u(n) = [x_{h,0}^u(n) \cdots x_{h,N_1}^u(n)]^T$, $\mathbf{x}_h^l(n) = [x_{h,0}^l(n) \cdots x_{h,N_2}^l(n)]^T$. 根据文献 [11], $\mathbf{x}_h^u(n)$ 的演化可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_h^u(n+1) &= A_2^u(n) \mathbf{x}_h^u(n), \quad \sum_{i=0}^{N_1} x_{h,i}^u(n) = 1 \\ \mathbf{x}_h^u(0) &= \begin{cases} 1, & i = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $A_2^u(n)$ 在式 (11) 中进行了定义. 同时, $\mathbf{x}_h^l(n)$ 和 $A_2^l(n)$ 可以通过同样的方法被推导出来.

最后, 引入有限量生产运行下的辅助单机生产线 (见图 4).

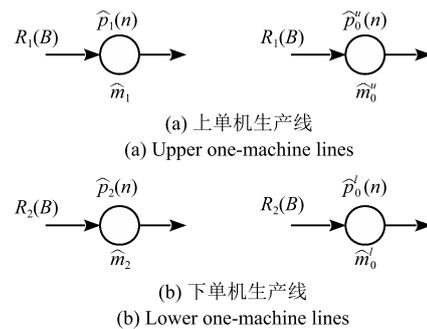


图 4 辅助单机生产线

Fig. 4 Auxiliary one-machine lines

$$A_2^u(n) = \begin{bmatrix} 1 - p_1 & p_0^u(1 - p_1) & 0 & \cdots & 0 \\ p_1 & 1 - p_1 - p_0^u + 2p_1p_0^u & p_0^u(1 - p_1) & \cdots & 0 \\ 0 & p_1(1 - p_0^u) & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 - p_1 - p_0^u + 2p_1p_0^u & p_0^u(1 - p_1) \\ 0 & 0 & \cdots & p_1(1 - p_0^u) & p_1p_0^u + 1 - p_0^u \end{bmatrix} \quad (11)$$

由于无论是 m_1 还是 m_2 , 能够生产一个工件的前提条件都是当且仅当它处于工作状态且不被阻塞, 同时无论 m_0^u 或者是 m_0^l , 能够生产的条件是当且仅当其处于工作状态且不会饥饿, 我们定义随时间变化的辅助单机机器效率如下:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1(n) &= p_1[1 - x_{h,N_1}^u(n-1)(1 - p_0^u(n))] \\ \hat{p}_2(n) &= p_2[1 - x_{h,N_2}^l(n-1)(1 - p_0^l(n))] \\ \hat{p}_0^u(n) &= p_0^u(n)[1 - x_{h,0}^u(n-1)] \\ \hat{p}_0^l(n) &= p_0^l(n)[1 - x_{h,0}^l(n-1)] \end{aligned} \quad (12)$$

换句话说, 辅助单机生产线中的机器 \hat{m}_1, \hat{m}_2 当且仅当机器 m_1 和 m_2 处于工作状态, 并且辅助两机生产线上的第一台机器在同一时隙期间不会被阻塞的情况下, 才可以处理工件. 同样, 辅助单机生产线中的机器 \hat{m}_0^u, \hat{m}_0^l 当且仅当机器 m_0^u 和 m_0^l 处于工作状态, 并且辅助两机生产线上的第二台机器在同一时隙期间不会被饥饿的情况下, 才可以处理工件.

为了分析辅助单机生产线, 注意, 它们每个都可由一个马尔科夫链来表征, 其中, 系统状态为已被这台机器加工过的工件数量 (参阅文献 [17]). 让 $\mathbf{x}_f^{(i)}(n) = [x_{f,0}^{(i)}(n) \ x_{f,1}^{(i)}(n) \ \cdots \ x_{f,B}^{(i)}(n)]^T$, 其中 $x_{f,j}^{(i)}(n)$ 表示 $\hat{m}_i, i = 1, 2$, 在时隙 n 结束时已经加工了 j 个工件的概率. $\mathbf{x}_f^{(i)}(n)$ 的演化可以通过以下线性时变方程给出:

$$\mathbf{x}_f^{(i)}(n+1) = A_f^{(i)}(n)\mathbf{x}_f^{(i)}(n) \quad (13)$$

其中初始状态是

$$\mathbf{x}_f^{(i)}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0]^T$$

时变的转移矩阵 $A_f^{(i)}(n)$ 可以通过下式计算:

$$A_f^{(i)}(n) = \begin{bmatrix} 1 - \hat{p}_i(n) & & & & \\ \hat{p}_i(n) & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 - \hat{p}_i(n) & \\ & & & \hat{p}_i(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 $\hat{p}_i(n)$ 通过式 (12) 来计算.

此外, 为了分析虚拟机器 \hat{m}_0^u 和 \hat{m}_0^l , 使 $\mathbf{x}_f^{(0,u)}(n) = [x_{f,0}^{(0,u)}(n) \ x_{f,1}^{(0,u)}(n) \ \cdots \ x_{f,B}^{(0,u)}(n)]^T$, 并且 $\mathbf{x}_f^{(0,l)}(n) = [x_{f,0}^{(0,l)}(n) \ x_{f,1}^{(0,l)}(n) \ \cdots \ x_{f,B}^{(0,l)}(n)]^T$, 其中 $x_{f,j}^{(0,u)}(n)$ 和 $x_{f,j}^{(0,l)}(n)$ 分别表示机器 \hat{m}_0^u 和 \hat{m}_0^l , 在时隙 n 结束时已经生产加工 j 个工件的概率. 类似的分析同样适用, $\mathbf{x}_f^{(0,u)}(n)$ 和 $\mathbf{x}_f^{(0,l)}(n)$ 的演化将由以下线性时变方程给出:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_f^{(0,u)}(n+1) &= A_f^{(0,u)}(n)\mathbf{x}_f^{(0,u)}(n) \\ \mathbf{x}_f^{(0,l)}(n+1) &= A_f^{(0,l)}(n)\mathbf{x}_f^{(0,l)}(n) \end{aligned} \quad (15)$$

其中初始状态是

$$\mathbf{x}_f^{(0,u)}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T, \ \mathbf{x}_f^{(0,l)}(0) = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T$$

时变转移状态矩阵 $A_f^{(0,u)}(n)$ 可以通过式 (16) 来计算:

$$A_f^{(0,u)}(n) = \begin{bmatrix} 1 - \hat{p}_0^u(n) & & & & \\ \hat{p}_0^u(n) & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 - \hat{p}_0^u(n) & \\ & & & \hat{p}_0^u(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中 $\hat{p}_0^u(n)$ 通过式 (12) 来计算. $A_f^{(0,l)}(n)$ 可以通过相同的方法进行推导, 并把所有 (16) 中的 \hat{p}_0^u 用通过 (12) 计算得来的 \hat{p}_0^l 来替代.

综上, 为了分析图 1 中的有限量运行下的三机装配线的暂态性能, 我们将原始系统的动态特性进行分解和简化, 通过分析一系列分解后相互影响的动态特性更加简单的系统, 来近似评估原始系统的实时性能. 具体来说, 对于原始系统 (图 1), 其动态特性包括两方面: 缓冲区中在制品数量的演化和在每台机器上已完成加工处理的工件数量. 首先引入使用原始系统机器和缓冲区参数的辅助装配系统, 同时假设无限原材料 (图 2). 在这个系统中, 我们只关注系统中的缓冲区在制品数量的演化. 为了分析图 2 所示系统, 进一步引入辅助双机串行线 (图 3), 其中, 为了考虑移除相应机器和缓冲区所带来的影响, 上生产线和下生产线中装配机器所在位置分别使用相应的参数时变的虚拟机器来替代. 因此, 通过

分析辅助双机串行线(图 3), 事实上可以得到辅助装配系统(图 2)中系统状态(缓冲区在制品数量)的实时分布情况. 最后, 引入辅助单机生产线(图 4)来分析在相应机器上完成加工处理工件数量的动态特性. 而每一台单机生产线的时变参数都是在考虑了辅助双机串行线中的系统状态的影响下, 近似推导得出的.

3.2 性能评估近似公式

基于上述构造的辅助生产线或生产系统, 我们提出了近似原系统性能指标的计算公式. 首先, 有限量生产运行下一个批次的生产完成时间通过使用辅助虚拟单机线 \widehat{m}_0^u 或 \widehat{m}_0^l 中的任意一个来近似估算. 不失一般性, 使用 \widehat{m}_0^u , 同时令 $\widehat{P}_{ct}(n)$ 表示原始系统中机器 m_0 在时隙 n 结束时处理加工完整个批次所有工件的近似概率. 那么,

$$\widehat{P}_{ct}(n) = P\{\{\widehat{m}_0^u \text{ 在时隙 } n \text{ 处于工作状态}\} \cap \{\text{已加工处理完 } B-1 \text{ 个工件}\} = \widehat{p}_0^u(n) x_{f,B-1}^{(0,u)}(n-1) \quad (17)$$

其次, 原系统的生产率和各个零件生产线的消耗率可由辅助单机生产线的生产率来近似:

$$\begin{aligned} \widehat{PR}(n) &= [\widehat{p}_0^u(n) J_{1,B} \quad 0] \mathbf{x}_f^{(0,u)}(n-1) \\ \widehat{CR}_1(n) &= [\widehat{p}_1(n) J_{1,B} \quad 0] \mathbf{x}_f^{(1)}(n-1) \\ \widehat{CR}_2(n) &= [\widehat{p}_2(n) J_{1,B} \quad 0] \mathbf{x}_f^{(2)}(n-1) \end{aligned} \quad (18)$$

为了估算 $WIP_i(n)$, $BL_i(n)$ 和 $ST_{0,i}(n)$, 两种辅助生产线需要结合起来. 具体来说, 这些性能评估使用相应的辅助两机生产线来近似估算, 同时考虑相对应的机器在辅助单机生产线上还没有完成加工整个批次所有产品的概率:

$$\begin{aligned} \widehat{WIP}_1(n) &= [0 \ 1 \ \cdots \ N_1] \mathbf{x}_h^u(n) (1 - x_{f,B}^{(0,u)}(n-1)) \\ \widehat{WIP}_2(n) &= [0 \ 1 \ \cdots \ N_2] \mathbf{x}_h^l(n) (1 - x_{f,B}^{(0,l)}(n-1)) \\ \widehat{ST}_{0,1}(n) &= [p_0 \ 0_{1,N_1}] \mathbf{x}_h^u(n-1) (1 - x_{f,B}^{(0,u)}(n-1)) \\ \widehat{ST}_{0,2}(n) &= [p_0 \ 0_{1,N_2}] \mathbf{x}_h^l(n-1) (1 - x_{f,B}^{(0,l)}(n-1)) \\ \widehat{BL}_1(n) &= [0_{1,N_1} \ p_1(1-p_2)] \mathbf{x}_h^u(n-1) \times (1 - x_{f,B}^{(1)}(n-1)) \\ \widehat{BL}_2(n) &= [0_{1,N_2} \ p_2(1-p_2)] \mathbf{x}_h^l(n-1) \times (1 - x_{f,B}^{(2)}(n-1)) \end{aligned} \quad (19)$$

最后, 一个批次的完成时间期望可以被近似为:

$$\widehat{CT} = \sum_{n=1}^T n \widehat{P}_{ct}(n) \quad (20)$$

其中, T 满足以下条件:

$$\sum_{n=1}^T \widehat{P}_{ct}(n) \geq 0.999$$

综上, 基于分解的计算方法流程图如图 5 所示.

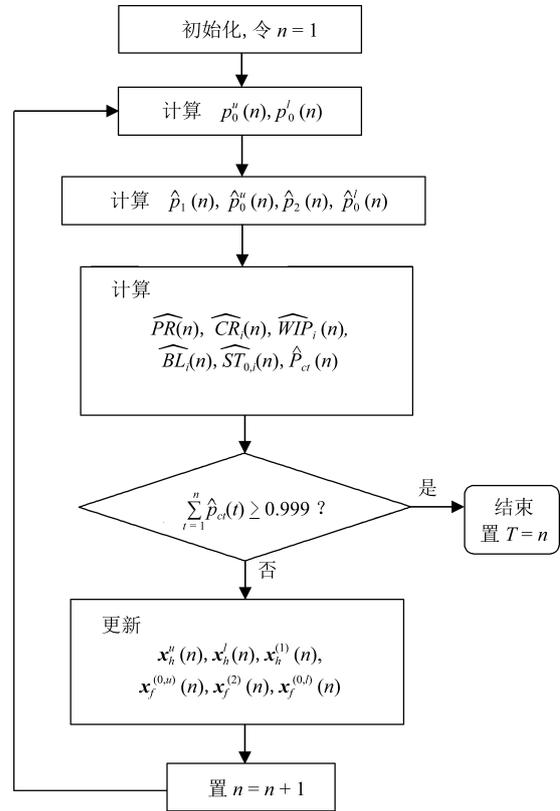


图 5 分解算法流程图

Fig. 5 Flow chart of the calculation procedure

对于所提出的性能近似的方法的精确程度, 我们通过对 10000 条参数随机而均匀地从式 (21) 所示的集合或者区间中选取的三机伯努利装配系统, 进行基于精确解析和基于分解的近似性能评估分析, 来验证所提近似方法的精确性.

$$\begin{aligned} B &\in \{20, 21, \dots, 100\}, p_i \in (0.7, 1), i = 0, 1, 2 \\ N_i &\in \{2, 3, 4, 5\}, i = 1, 2 \end{aligned} \quad (21)$$

对于每一条参数随机产生的装配系统, 我们分别通过精确分析式 (8) 和基于分解的近似分析式 (17)~(20) 来计算其各项性能指标. 结果显示, 对于这 10000 条装配系统的各项性能指标的平均相对误差, 它们的中值都在 1% 以下.

作为一个例子, 考虑图 6 所显示的装配系统. 每个机器(圆形表示)上的数字表示其效率, 而每个缓冲区(矩形)中的数字表示其容量. 这些参数是随机生成的. 在本例中, 所有缓冲区都被假设在起始状

态时是空的. 首先需要注意的是, 使用精确分析方法, 根据式 (2), 系统的状态数量为 1620; 而经过分解后, 我们只需要分析六个相对较小但相互影响的系统: 一条双机上生产线, 一条双机下生产线, 两条上单机生产线, 两条下单机生产线. 六个较小的马尔科夫链的总状态数为 333. 在保证精确度的基础上, 相较精确分析, 基于分解的近似分析使系统状态数量有了极大的降低. 与此同时, 从计算时间的角度来看, 使用 MATLAB 软件在同一台电脑配置为英特尔酷睿 i7-6700 的 CPU 和 16 GB 的 RAM 上, 基于精确分析和基于分解的近似分析, 所需要的运算时间分别为 13.35 秒和 0.11 秒, 近似算法在计算高效性上也显示出了极大的优势. 系统的暂态性能如图 7 所示, 从图中可以看出, 整个生产运行过程分为三个阶段. 在第一阶段, 产品开始进入空系统. 在此期间, 生产率和在制品数量都从 0 上升到稳态值. 同时, 由于更多的工件进入系统, 零件生产线 1 (或者零件生产线 2) 的消耗率从 p_1 (或者 p_2) 开始逐渐减小. 在第二阶段中, 系统运行接近稳定状态, 所有暂态性能指标都或多或少地处于平稳状态. 最后, 当生产运行接近完成时, 所有性能指标开始下降, 最终达到 0. 基于该分解算法的高精度也可以从图中清晰地看到. 需要注意的是, 虽然精确的分析在这种小型装配系统中仍然可以被推导出来, 然而随着系统参数 (M , N'_i s 和 B) 的增长, 精确分析也变得越来来越不可能实现. 基于分解思想的性能近似评估方法的计算高效性将在这样的大型装配系统中体现出来. 深入的相关研究将在未来的工作中被进一步讨论.

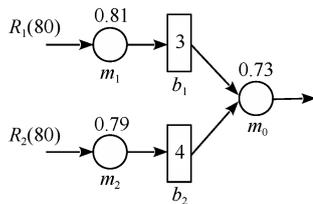


图 6 三机伯努利装配系统的数值实例

Fig. 6 Example of an assembly system with three Bernoulli machines

4 结束语

本文研究了具有三台伯努利机器, 有限缓冲区容量和有限量生产运行下的装配系统的暂态性能评估问题. 具体地, 首先推导了系统性能评价的精确数学模型和解析公式. 然后, 提出了一种基于分解的性能评估算法, 通过将系统转换成一系列相互作用的辅助串行线来近似评估原始系统的暂态性能. 论文推导了基于分解的三机装配系统实时性能估计公式, 并通过数值实验验证了算法的准确性和计算高效性.

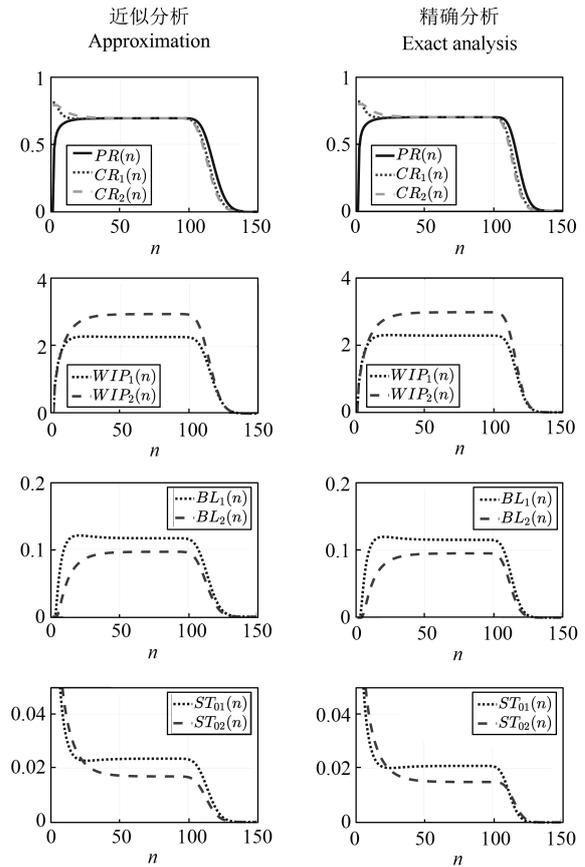


图 7 分解近似与精确分析的三机伯努利装配系统暂态实时性能评估对比

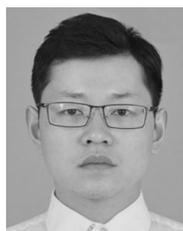
Fig. 7 Comparison of decomposition-based approximation and exact analysis for transient performance evaluation in assembly system with three Bernoulli machines

今后在这方面的工作包括将算法扩展到每个零件生产线具有多台机器和多个缓冲区的系统, 或多条零件生产线和多装配操作的复杂装配系统. 此外, 还会将研究结果推广到具有其他机器可靠性模型 (几何型、指数型、威布尔型等) 的装配系统中.

References

- Harrison J M. Assembly-like queues. *Journal of Applied Probability*, 1973, **10**(2): 354–367
- Lipper E H, Sengupta B. Assembly-like queues with finite capacity: bounds, asymptotics and approximations. *Queueing Systems*, 1986, **1**(1): 67–83
- Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M, Park E. Improvability theory for assembly systems: two component-one assembly machine case. *Mathematical Problems in Engineering*, 1997, **3**(2): 95–171
- Manitz M. Analysis of assembly/disassembly queueing networks with blocking after service and general service times. *Annals of Operations Research*, 2015, **226**(1): 417–441

- 5 Gershwin S B. Assembly/disassembly systems: an efficient decomposition algorithm for tree-structured networks. *IIE Transactions*, 1991, **23**(4): 302–314
- 6 Liu X G, Buzacott J A. Approximate models of assembly systems with finite inventory banks. *European Journal of Operational Research*, 1990, **45**(2–3): 143–154
- 7 Di Mascolo M, David R, Dallery Y. Modeling and analysis of assembly systems with unreliable machines and finite buffers. *IIE Transactions*, 1991, **23**(4): 315–330
- 8 Chiang S Y, Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M. Improvability of assembly systems I: problem formulation and performance evaluation. *Mathematical Problems in Engineering*, 2000, **6**(4): 321–357
- 9 Chiang S Y, Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M. Improvability of assembly systems II: improvability indicators and case study. *Mathematical Problems in Engineering*, 2000, **6**(4): 359–393
- 10 Ching S, Meerkov S M, Zhang L. Assembly systems with non-exponential machines: throughput and bottlenecks. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 2008, **69**(3): 911–917
- 11 Meerkov S M, Zhang L. Transient behavior of serial production lines with Bernoulli machines. *IIE Transactions*, 2008, **40**(3): 297–312
- 12 Meerkov S M, Zhang L. Unbalanced production systems with floats: analysis and lean design. *International Journal of Manufacturing Technology & Management*, 2011, **23**(1–2): 4–15
- 13 Zhang L, Wang C F, Arinez J, Biller S. Transient analysis of Bernoulli serial lines: performance evaluation and system-theoretic properties. *IIE Transactions*, 2013, **45**(5): 528–543
- 14 Chen G R, Zhang L, Arinez J, Biller S. Energy-efficient production systems through schedule-based operations. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2013, **10**(1): 27–37
- 15 Meerkov S M, Shimkin N, Zhang L. Transient behavior of two-machine geometric production lines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, **55**(2): 453–458
- 16 Jia Z Y, Zhang L, Chen G R, Arinez J, Xiao G X. Performance evaluation in finite production run-based serial lines with geometric machines. In: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering. Fort Worth, Texas, USA: IEEE, 2016. 450–455
- 17 Jia Z Y, Zhang L, Arinez J, Xiao G X. Finite production run-based serial lines with Bernoulli machines: performance analysis, bottleneck, and case study. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, **13**(1): 134–148
- 18 Jia Z Y, Zhang L. Transient performance analysis of closed production lines with Bernoulli machines, finite buffers, and carriers. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, **2**(4): 1893–1900
- 19 Alexander D R, Premachandra I M, Kimura T. Transient and asymptotic behavior of synchronization processes in assembly-like queues. *Annals of Operations Research*, 2010, **181**(1): 641–659
- 20 Jia Z Y, Zhang L, Arinez J, Xiao G X. Performance analysis of assembly systems with Bernoulli machines and finite buffers during transients. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, **13**(2): 1018–1032
- 21 Jia Z Y, Zhang L, Arinez J, Xiao G X. Transient performance evaluation of assembly systems with Bernoulli machines. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, **48**(3): 88–93
- 22 Li J S, Meerkov S M. *Production Systems Engineering*. US: Springer, 2009.
- 23 Arinez J, Biller S, Meerkov S M, Zhang L. Quality/quantity improvement in an automotive paint shop: a case study. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2010, **7**(4): 755–761
- 24 Chiang S Y, Kuo C T, Lim J T, Meerkov S M. Improvability of assembly systems I: problem formulation and performance evaluation. *Mathematical Problems in Engineering*, 2000, **6**(4): 321–357



刘畅 北京理工大学自动化学院博士研究生。2012 年和 2016 年分别获得天津职业技术师范大学自动化系学士学位和天津工业大学控制科学与工程系硕士学位。主要研究方向为模糊理论, 智能计算, 生产系统性能分析与控制。

E-mail: liuchang1990@bit.edu.cn

(LIU Chang Ph.D. candidate at

School of Automation, Beijing Institute of Technology. He received his bachelor degree and master degree from Department of Automation, Tianjin University of Technology and Education in 2012, and Department of Control Science and Engineering, Tianjin Polytechnic University in 2016. His research interest covers fuzzy theory, intelligent computing, and performance evaluation and control of production systems.)



贾之阳 北京理工大学自动化学院博士后。2010 年和 2013 年分别获得西北工业大学电气工程系学士学位和北京工业大学控制科学与工程系硕士学位。2017 年获得美国康涅狄格大学电气工程系博士学位。主要研究方向为智能制造, 生产系统建模, 性能分析, 能源高效生产管理。本文通信作者。

E-mail: zhiyang.jia@bit.edu.cn

(JIA Zhi-Yang Postdoctoral researcher at the School of Automation, Beijing Institute of Technology. He received his bachelor degree and master degree from Department of Electrical Engineering, Northwestern Polytechnical University in 2010, and Department of Control Science and Engineering, Beijing University of Technology in 2013, respectively. He received his Ph.D. degree from Department of Electrical and Computer Engineering, University of Connecticut, USA, in 2017. His research interest covers smart manufacturing, modeling, analysis and control of production systems. Corresponding author of this paper.)