

## 快速协方差交叉融合算法及应用

从金亮<sup>1,2</sup> 李银伢<sup>2</sup> 戚国庆<sup>2</sup> 盛安冬<sup>2</sup>

**摘要** 针对分布式传感网络系统中存在互协方差未知的情形,融合系数的科学设计对于融合性能至关重要.本文以各节点估计方差矩阵逆的迹的倒数作为计算融合系数的中间变量,设计了一种序贯快速协方差交叉融合算法,可以显著减少各个融合节点的计算量,能够保证各融合节点融合结果相同.在给定系统的误差方差上界约束与优化指标前提下,该融合算法结合粒子群优化算法,能够给出对分布式系统中各个节点的传感器精度要求.工程实践中,可为传感器的选型提供理论依据.最后,给出了一个分布式网络传感器精度选型的算例及快速协方差交叉融合算法在雷达网中的应用实例.

**关键词** 分布式传感网,估计融合,协方差交叉,传感器选型,方差约束

**引用格式** 从金亮,李银伢,戚国庆,盛安冬.快速协方差交叉融合算法及应用.自动化学报,2020,46(7):1433-1444

**DOI** 10.16383/j.aas.c170410

### A Fast Covariance Intersection Fusion Algorithm and Its Application

CONG Jin-Liang<sup>1,2</sup> LI Yin-Ya<sup>2</sup> QI Guo-Qing<sup>2</sup> SHENG An-Dong<sup>2</sup>

**Abstract** In the distributed sensor net-system with unknown cross-covariance, the design of fusion coefficients is crucial for the fusion performance. In this paper, a fast covariance intersection algorithm is presented, which can significantly reduce the computational complexity of each fusion node and ensure that the fusion result of each node is the same. The new fusion coefficients can be calculated straightforward by taking the reciprocal of the trace of the inverse variances as local fusion coefficients and using an iterative process for fusion step to revise the co-efficient weight. For given upper bound of the fusion error variance, the proposed fusion algorithm which combines with the idea of particle swarm optimization can give the sensor precision requirements of each node for the distributed system. In the engineering practice, it can provide a theoretical basis for the selection of sensors. Finally, a real radar system example is provided to verify the effectiveness of the proposed algorithm and an application example is given for the sensor selection of distributed network.

**Key words** Distributed sensor network, estimation fusion, covariance intersection, sensor selection, variance constraint

**Citation** Cong Jin-Liang, Li Yin-Ya, Qi Guo-Qing, Sheng An-Dong. A fast covariance intersection fusion algorithm and its application. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(7): 1433-1444

分布式传感网络系统可广泛应用于目标跟踪、环境监测以及危险区域搜救等领域,受到越来越多学者的关注<sup>[1-5]</sup>.对于分布式传感网络中各节点之间的互协方差精确已知情形下的传感器网络数据融合问题的研究,如何设计融合算法来提高融合精度已经取得了许多有意义的成果<sup>[6-8]</sup>.然而,在分布式传

感网的工程应用中,存在着本节点无法获取与其他节点估计值之间的互相关性矩阵的现象<sup>[9-11]</sup>,即互协方差未知的情形.

对于各节点局部估计值之间互协方差未知的情形主要有两类处理方法:一是忽略各节点局部估计值之间的相关性,假定它们相互独立;二是采用协方差交叉融合算法进行融合.忽略各节点局部估计值之间的互相关性会导致融合精度下降,甚至会出现融合结果不收敛的情况.采用已有的互协方差交叉算法进行序贯融合时,各节点最终的融合结果与数据融合的次序相关,而且融合系数计算复杂.

针对分布式系统中存在互协方差未知的情形,为了能够获得一致(Consistent)的系统融合结果,Julier等首先提出了经典的协方差交叉算法(Covariance intersection, CI)<sup>[12-13]</sup>.协方差交叉算法以牺牲系统融合精度来保证系统最终融合结果的一致

收稿日期 2017-07-24 录用日期 2018-05-07

Manuscript received July 24, 2017; accepted May 7, 2018

国家自然科学基金(61871221, 61876024),国防基础研究项目(JCKY2018209B010),江苏省高等学校自然科学研究项目(19KJB510015)资助

National Natural Science Foundation of China (61871221, 61876024), National Defense Basic Research Project of China (JCKY2018209B010), and Natural Science Research Projects of Colleges and Universities in Jiangsu Province (19KJB510015)

本文责任编辑 潘泉

Recommended by Associate Editor PAN Quan

1. 常熟理工学院电气与自动化工程学院 苏州 215500 2. 南京理工大学自动化学院 南京 210094

1. School of Electric and Automatic Engineering, Changshu Institute of Technology, Suzhou 215500 2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

性,为各节点间互协方差未知的分布式系统提供了一种可行的融合策略.以此为基础,国内外一些学者分析了协方差交叉算法的基本性质并针对不同的应用场合提出了多种改进方案.对于系统中只有两个传感器节点的情形,Chen等证明:在一维空间中搜索最优融合系数的经典协方差交叉算法也能保证融合结果是最优的<sup>[14]</sup>.对于系统中具有多个子节点的情况,Reinhardt等证明了经典协方差交叉算法具有一定的保守性<sup>[15]</sup>.

此外,针对经典互协方差算法中存在计算量大且占用通信资源较多的不足,Niehsen等提出了一种不必优化融合系数的快速协方差交叉算法,可大幅减小计算负担<sup>[16]</sup>.在此基础上,Franken等提出了一种改进的快速协方差交叉算法,能够显著避免极端情况下融合值偏离真实值的情形<sup>[17]</sup>.Deng等基于经典的协方差交叉算法提出了一种序贯协方差交叉算法,此算法能在小幅降低融合精度的前提下,大幅减小融合过程的计算负担<sup>[18]</sup>.

目前,一些研究者尝试将协方差交叉算法应用于分布式融合系统中,并取得了许多有利的结果<sup>[19-21]</sup>.然而,由于分布式传感网各节点对数据的融合次序不同,对于已有的序贯融合类协方差交叉算法虽然能够显著减小计算负担却无法保证每个融合节点得到相同的融合结果<sup>[18]</sup>.此外,对于分布式融合系统问题的研究主要围绕设计各种融合算法来提高融合精度,关于工程应用中分布式融合系统传感器选取准则的文献也较少<sup>[22-23]</sup>.

综上所述,本文提出了一种序贯快速协方差交叉算法,通过选取合适的融合系数,在显著减小计算负担的同时,可以保证网络中各节点的融合结果与融合次序无关,便于工程应用中的信息处理.值得指出的是,本文算法的分析与验证主要定位于线性系统,而对于非线性系统只能得到次优的融合结果.

其次,传感器选型时,给定估计误差方差的上界指标是对系统融合精度的最低要求.通过将该算法与粒子群优化思想相结合,提出了一种传感器精度设计准则,能够在给定的方差指标约束下,计算出网络中各个节点对传感器的精度要求,可为工程中分布式传感网络传感器的选取提供理论依据.最后通过数值算例与已有算法进行比较,验证了算法的有效性.

为了描述方便,文中若无特殊说明则0表示数字0, $\mathbf{0}$ 表示适维的全零矩阵, $A > 0$ 表示矩阵 $A$ 为正定阵, $\text{tr}(A)$ 为矩阵 $A$ 的迹, $\text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$ 是以 $a_1, \dots, a_n$ 为对角元素的对角矩阵.

## 1 问题描述

考虑如下具有 $N$ 个节点的分布式传感网络

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= F(k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{y}_i(k) &= H_i(k)\mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\nu}_i(k), \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 为 $k$ 时刻 $n$ 维目标状态, $F(k)$ 为 $k$ 时刻目标的状态转移矩阵, $\boldsymbol{\omega}(k) \in \mathbf{R}^n$ 为零均值、方差为 $Q$ 的高斯白噪声; $\mathbf{y}_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 为节点 $i$ 在 $k$ 时刻的量测向量, $H_i(k)$ 为节点 $i$ 在 $k$ 时刻的适维量测矩阵, $\boldsymbol{\nu}_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 为零均值、方差为 $R_i$ 的量测噪声.

当系统中各节点无法获取与其他节点局部估计值之间的互协方差矩阵,即各节点间的互协方差未知时,我们无法使用传统的最优融合算法进行分布式融合.对于这种情形协方差交叉算法可以保证各节点能够获得一致估计,然而传统的协方差交叉算法存在计算复杂度高、节点间序贯融合结果不相同的问题.

针对以上问题,我们的目的是:1)在分布式传感网络各节点间互协方差未知时,给出一种能够计算简单、序贯融合结果相同的分布式融合算法;2)考虑在给定的估计误差方差约束下,如何确定各传感器的精度 $R_i$ .

## 2 经典协方差交叉融合算法

对于具有 $N$ 个传感器的传感器网络,批处理最优协方差交叉融合算法如下

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{CI}} = \sum_{n=1}^N \omega_n P_{\text{CI}} P_n^{-1} \hat{\mathbf{x}}_n \quad (2)$$

$$P_{\text{CI}}^{-1} = \sum_{n=1}^N \omega_n P_n^{-1} \quad (3)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_{\text{CI}}$ 为融合后的状态估计值, $P_n$ 为节点 $n$ 的局部估计误差方差, $P_{\text{CI}}$ 为融合后的估计误差方差, $0 \leq \omega_n \leq 1$ , $\sum_{n=1}^N \omega_n = 1$ ,融合系数 $\omega_n$ 通过最小化如下指标函数 $J = \text{tr}(P_{\text{CI}})$ 得到

$$\begin{aligned} \min_{0 \leq \omega_n \leq 1} J &= \min_{0 \leq \omega_n \leq 1} \text{tr}(P_{\text{CI}}) = \\ & \min_{0 \leq \omega_n \leq 1} \text{tr} \left\{ \left( \sum_{n=1}^N \omega_n P_n^{-1} \right)^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

对于分布式传感网络,当各节点之间的互协方差难以计算或者无法获得时,采用协方差交叉融合算法可以保证融合结果一致(Consistent),能够有效改善由于忽略节点间的互协方差引起的融合结果精度下降、且能够避免融合结果发散现象.

### 3 快速序贯协方差交叉融合算法

引入协方差交叉融合算法能够有效地解决系统各节点间互协方差未知的传感器精度设计问题, 然而分布式传感网络中各节点常常无法在同一时刻获取整个网络其他节点的信息, 目前采用的序贯融合导致各节点间无法融合出统一的结果, 且经典的 CI 算法系数计算复杂、耗时耗力. 为此我们提出一种新的快速序贯 CI 融合算法, 该算法不仅减小了各节点的计算负担, 还能够保证各个子节点融合结果相同, 而且保留了经典 CI 融合结果的一致性 (Consistent) 的优良特征. 算法描述如下

$$\varepsilon_f = \frac{k}{\text{tr}(P_{f,k}^{-1})}, \quad \varepsilon_{\text{new}} = \frac{1}{\text{tr}(P_{\text{new}}^{-1})}$$

$$\omega_f = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_f + \varepsilon_{\text{new}}}, \quad \omega_{\text{new}} = \frac{\varepsilon_{\text{new}}}{\varepsilon_f + \varepsilon_{\text{new}}}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{f,k+1} = \omega_f P_{f,k+1} P_{f,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{f,k} + \omega_{\text{new}} P_{f,k+1} P_{\text{new}}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{\text{new}}$$

$$P_{f,k+1}^{-1} = \omega_f P_{f,k}^{-1} + \omega_{\text{new}} P_{\text{new}}^{-1}$$

其中,  $\varepsilon$  为中间权重系数,  $\omega$  为融合系数,  $\hat{\mathbf{x}}_{f,k}$  为在本轮融资中融合子节点总共获取到  $k$  个节点的数据融合后得到的中间融合结果,  $\hat{\mathbf{x}}_{\text{new}}$  为融合子节点在执行本次融合时接收到的其他节点的状态估计值. 假设当前融合节点为  $j$ , 当  $k=1$ , 即融合子节点只有通过自身测量到的数据无其他节点估计值时,  $\hat{\mathbf{x}}_{f,k} = \hat{\mathbf{x}}_j$ .

其批处理形式为

$$\varepsilon_n = \frac{1}{\text{tr}(P_n^{-1})}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\omega_n = \frac{\varepsilon_n}{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{BFCIF}} = \sum_{n=1}^N \omega_n P_{\text{BFCIF}} P_n^{-1} \hat{\mathbf{x}}_n$$

$$P_{\text{BFCIF}}^{-1} = \sum_{n=1}^N \omega_n P_n^{-1}$$

将序贯快速协方差交叉融合算法与其批处理形式进行对比可以看出: 对于系统中只有 1 个节点的情况, 此时不进行数据融合, 节点的局部估计值即为最终估计值; 当系统具有两个节点的情况, 本文所提算法的序贯处理形式与批处理形式完全相同; 对于具有多个节点的情况, 可以证明: 采用序贯处理方法得到的最终结果与采用批处理方法得到的结果相同.

**定理 1.** 对于具有  $N$  个节点的分布式传感网络, 若各子节点间的互协方差未知时, 采用快速协方差交叉算法可以保证各子节点的最终融合结果一致, 即对于任意节点  $j$  有,  $P_j = P_{\text{BFCIF}}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_j = \hat{\mathbf{x}}_{\text{BFCIF}}$ .

**证明.** 首先, 系统中只有 2 个子节点时, 显然所提算法的序贯融合结果与批处理结果相同. 其次, 假设当系统中有  $K$  个子节点时, 各节点序贯融合结果与批处理结果相同.

$$\varepsilon_k = \frac{1}{\text{tr}(P_k^{-1})}, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$\omega_k = \frac{\varepsilon_k}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i}, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{f,K} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{BFCIF},K} = \sum_{k=1}^K \omega_k P_{\text{BFCIF},K} P_k^{-1} \hat{\mathbf{x}}_k$$

$$P_{f,K}^{-1} = P_{\text{BFCIF},K}^{-1} = \sum_{k=1}^K \omega_k P_k^{-1}$$

$$\text{tr}(P_{f,K}^{-1}) = \text{tr} \left( \sum_{k=1}^K \omega_k P_k^{-1} \right) =$$

$$\text{tr} \left( \frac{\sum_{k=1}^K \frac{\varepsilon_k}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i} P_k^{-1} \right) =$$

$$\frac{K}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i}$$

那么, 当系统中有  $K+1$  个子节点时, 由序贯快速协方差交叉融合算法的计算公式可以得到

$$\varepsilon_f = \frac{K}{\text{tr}(P_{f,K}^{-1})}$$

$$\varepsilon_{\text{new}} = \frac{1}{\text{tr}(P_{K+1}^{-1})}$$

$$\omega_f = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_f + \varepsilon_{\text{new}}}$$

$$\omega_{\text{new}} = \frac{\varepsilon_{\text{new}}}{\varepsilon_f + \varepsilon_{\text{new}}}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{f,K+1} = \omega_f P_{f,K+1} P_{f,K}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{f,K} +$$

$$\omega_{\text{new}} P_{f,K+1} P_{K+1}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{K+1}$$

$$P_{f,K+1}^{-1} = \omega_f P_{f,K}^{-1} + \omega_{\text{new}} P_{K+1}^{-1}$$

因此, 可以得到

$$\omega_f = \frac{K \cdot (\text{tr}(P_{f,K}^{-1}))^{-1}}{K \cdot (\text{tr}(P_{f,K}^{-1}))^{-1} + (\text{tr}(P_{K+1}^{-1}))^{-1}} =$$

$$K \left( \frac{K}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i} \right)^{-1} \left( K \left( \frac{K}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i} \right) + \varepsilon_{K+1} \right)^{-1} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i}{\frac{K+1}{\sum_{j=1}^K \varepsilon_j}}$$

同理,可以得到

$$\omega_{\text{new}} = \frac{\varepsilon_{K+1}}{K+1} \sum_{j=1}^K \varepsilon_j$$

因此,可以得到

$$P_{f,K+1}^{-1} = \omega_f P_{f,K}^{-1} + \omega_{\text{new}} P_{\text{new}}^{-1} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i}{K+1} \sum_{k=1}^K \omega_k P_k^{-1} + \frac{\varepsilon_{K+1}}{K+1} P_{\text{new}}^{-1} =$$

$$\sum_{j=1}^K \varepsilon_j \sum_{i=1}^K \varepsilon_i \sum_{k=1}^K \varepsilon_k P_k^{-1} + \frac{\varepsilon_{K+1}}{K+1} P_{K+1}^{-1} =$$

$$\sum_{k=1}^K \frac{\varepsilon_k}{K+1} P_k^{-1} + \frac{\varepsilon_{K+1}}{K+1} P_{K+1}^{-1} =$$

$$\sum_{k=1}^K \frac{\varepsilon_k}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i} P_k^{-1} + \frac{\varepsilon_{K+1}}{\sum_{i=1}^K \varepsilon_i} P_{K+1}^{-1} =$$

$$\sum_{k=1}^{K+1} \frac{\varepsilon_k}{K+1} P_k^{-1} =$$

$$\sum_{i=1}^{K+1} \varepsilon_i \omega_k^{\text{new}} P_k^{-1} = P_{\text{BFCIF},K+1}^{-1}$$

其中,  $\omega_k^{\text{new}} = \frac{\varepsilon_k}{\sum_{i=1}^{K+1} \varepsilon_i}$ . 同理可证,  $\hat{x}_j = \hat{x}_{\text{BFCIF}}$ .

可以看出,增加一个新的节点后,最终的序贯融合值与批处理融合值相同. 由于上述证明过程中对系统中节点个数的选取具有任意性,故当系统中有  $N$  个节点时,结论仍成立.  $\square$

因此,本文所提快速协方差交叉融合算法可以保证各子节点最终融合结果相同.

**引理 1**<sup>[18]</sup>. 对于分布式传感网络,若各节点间未

知的互协方差为  $P_{ij}$  ( $i \neq j$ ), 则采用序贯协方差交叉算法融合结果的真实误差方差为

$$\tilde{P}_{\text{SCI}} = P_{\text{SCI}} \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j P_i^{-1} P_{ij} P_j^{-1} \right] P_{\text{SCI}}^T \quad (5)$$

并且有

$$\tilde{P}_{\text{SCI}} < P_{\text{SCI}} \quad (6)$$

其中,  $P_{\text{SCI}}$  为序贯协方差交叉融合方差,  $\tilde{P}_{\text{SCI}}$  为真实的融合误差方差,  $\omega_i$ 、 $\omega_j$  是最终的融合系数.

**注 1.** 关于引理 1 的具体证明可以参阅文献 [18], 值得指出的是对于任意的协方差交叉融合算法, 最终的融合系数  $\omega_i$  只要满足  $0 \leq \omega_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^N \omega_i = 1$ , 引理 1 都适用.

由于序贯快速协方差交叉算法融合系数的计算主要为矩阵的求逆与乘积运算, 对于具有  $N$  个节点的分布式传感网络, 若子节点估计器的维数为  $n$ , 所用算法具有  $O(n^3 N)$  的计算复杂度. 而传统的协方差交叉融合系数利用最优化方法获取, 计算负担较重. 以目前较为成熟的内点法为例, 其序贯融合与批处理融合计算复杂度分别不低于  $O\left(n^{3.5} \lg\left(\frac{n}{\varepsilon}\right) N\right)$ ,  $O\left(n^{3.5} \lg\left(\frac{n}{\varepsilon}\right) N^2\right)$ . 对于网络节点较多的分布式融合系统, 快速协方差交叉算法具有更快的处理速度, 本文方法与文献 [18] 对比结果如表 1 所示.

表 1 本文与文献 [18] 算法复杂度对比  
Table 1 Comparison of algorithm complexity with [18]

	批处理计算复杂度	序贯处理计算复杂度
本文算法	$O(n^3 N)$	$O(n^3 N)$
文献[18]算法	$O\left(n^{3.5} \lg\left(\frac{n}{\varepsilon}\right) N^2\right)$	$O\left(n^{3.5} \lg\left(\frac{n}{\varepsilon}\right) N\right)$

值得指出的是, 虽然原始的序贯协方差交叉融合算法与本文提出的序贯快速交叉融合算法都会随着节点数量的增多而线性增长, 但是由于原始的序贯协方差交叉融合算法单次融合所需的时间远远大于本文提出的序贯快速交叉融合算法, 使得其在实际工程中的应用受到极大的限制.

原始的序贯协方差交叉融合算法之所以具有较重的计算负担, 其主要原因是融合系数的计算需要优化如式 (4) 所示的一个或者几个多维非线性指标函数; 而本文所提出的融合算法中, 由于将局部估计值误差方差矩阵的逆的迹作为中间融合系数, 融合系数的计算不需要优化指标函数, 消耗的时间主要是矩阵的乘积计算, 因此可以大幅减少计算负担, 对于系统中节点数目较多的情况还可以采用并行计算的方法进一步缩短融合时间.

## 4 分布式传感网络传感器精度选取准则

### 4.1 互协方差未知的情形

为了提高跟踪系统的跟踪精度与鲁棒性, 分布式传感网络被广泛应用于现在的跟踪系统中. 相对于单节点的目标跟踪系统, 分布式系统由多个子节点组成, 具有更好的鲁棒性, 并且能够获得更加精确的目标信息. 对于分布式目标跟踪系统中各节点间的融合策略已有很多方法, 但是对于分布式跟踪系统中各节点传感器的选取仍然没有较好的参考算法.

经典 Kalman 滤波方差矩阵、滤波增益矩阵更新过程如下:

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ P_k &= (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k H_k R_k K_k^T \\ P_k^- &= F_{k-1} P_{k-1}^- F_{k-1}^T + Q_{k-1} \end{aligned}$$

其中,  $K_k$  为  $k$  时刻系统的滤波增益,  $P_k$  为  $k$  时刻滤波误差方差矩阵,  $P_k^-$  为  $k$  时刻一步预测误差方差矩阵.

本文针对分布式传感网络系统给出了在给定的融合方差约束条件下各传感器选择策略. 在给出本文的结果前, 首先引入如下引理

**引理 2**<sup>[23]</sup>. 设  $(X_0, S_0)$  是如下 LMI (Linear matrix inequality)

$$\begin{bmatrix} -X & XF - SHF & X - SH & S \\ (XF - SHF)^T & -X & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ X - H^T S^T & \mathbf{0} & -Q^{-1} & \mathbf{0} \\ S^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -R^{-1} \\ 0 & & & \end{bmatrix} < \quad (7)$$

约束极大值问题  $\max_{(X,K) \in \Omega} \text{tr}(X)$  相应的极值点, 则系统 1 单个节点的稳态 Kalman 滤波增益及误差方差分别为  $K = X_0^{-1} S$ ,  $P = X_0^{-1}$ .

**引理 3**<sup>[23]</sup>. 给定方差上界指标  $\delta^2$  满足  $\delta^2 > \text{diag}\{P_L\}$ , 假设  $r_L, X_L, S_L$  是如下 LMI

$$\begin{bmatrix} -X & XF - SHF & X - SH & S \\ (XF - SHF)^T & -X & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ X - H^T S^T & \mathbf{0} & -Q^{-1} & \mathbf{0} \\ S^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -r \end{bmatrix} < \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -P_1 & I \\ I & -X \end{bmatrix} < 0$$

约束极值问题  $\max_{(r,X,K) \in \Omega} \text{tr}(r)$  相应的极值点,

其中  $P_1 > P_L$  且  $\text{diag}\{P_1\} = \delta^2$ , 则  $K = X_L^{-1} S_L$  是一个满足方差约束  $\text{diag}\{P\} \leq \delta^2$  的稳态滤波增益.

**注 2.** 引理 3 给出了系统中仅有一个节点时, 在给定误差方差约束条件下的一个可行解, 其中  $r_L$  为在方差约束条件下传感器最大误差方差矩阵, 即传感器的最低精度需求,  $K = X_L^{-1} S_L$  是传感器测量误差方差为  $r_L$  时的稳态滤波增益.

为简化书写, 定义矩阵

$$A_i = \begin{bmatrix} -X_i & X_i F - S_i H F & X_i - S_i H \\ (X_i F - S_i H F)^T & -X_i & \mathbf{0} \\ X_i - H^T S_i^T & \mathbf{0} & -Q^{-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B_i^T = [S_i, \mathbf{0}, \mathbf{0}] \quad (10)$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ , 设  $(X_i^*, S_i)$  是  $A_i < 0$  的约束极值问题  $\max_{(X_i, K_i) \in \Omega} \text{tr}(X_i)$  相应的极值点,  $P_i^* = (X_i^*)^{-1}$ ,  $P_{CI}^*$  是对  $P_1^*, \dots, P_N^*$  采用协方差交叉算法融合出的误差方差.

对于各节点间估计值互协方差未知的情形下, 由于 CI 的融合结果为一估计,  $P_{\text{fusion}} \geq P_{CI}^*$ , 其中  $P_{\text{fusion}}$  为采用快速协方差交叉融合算法得到的融合误差方差,  $P_{CI}^*$  为真实的融合误差方差. 因此, 对所有满足  $\delta^2 \geq P_{\text{fusion}}$  的方差上界指标  $\delta^2$ , 均可以考虑误差上界约束  $\text{diag}\{P\} \leq \delta^2$  下分布式传感网络各节点的传感器精度设计. 由协方差交叉算法的性质易知, 当存在  $P_i^*$  满足  $\delta^2 \geq P_i^*$  时, 只要对第  $i$  个子滤波器设计鲁棒滤波, 最终融合结果即可满足要求. 本文主要考虑不存在  $P_i^*$  满足  $\delta^2 \geq P_i^*$  时的分布式网络中传感器精度设计.

**定理 2.** 对于具有  $N$  个节点的分布式传感网络, 当各子节点间的互协方差未知时, 给定方差上界指标  $\delta^2$ , 若系统中所有子节点使得  $A_i < 0$  的约束极值问题  $\max_{(X,K) \in \Omega} \text{tr}(X)$  相应的极值点满足  $\delta^2 < \text{diag}\{(X_i^*)^{-1}\}$  时, 则针对如下非线性约束方程组有解, 可以设计满足  $\delta^2 \geq P_{CI}^*$  的分布式传感网络系统.

$$\begin{bmatrix} -A_i & B_i \\ B_i^T & -r_i \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -P_i^{\text{con}} & I \\ I & -X_i \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$0 < \omega_i < 1 \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \quad (14)$$

$$P_{\text{fusion}}^{-1} = \sum_{i=1}^N \omega_i X_i \quad (15)$$

$$P_{\text{fusion}} - \delta^2 < 0 \quad (16)$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ ,  $P_i^{\text{con}}$  为网络节点  $i$  的方差上界约束条件.

**证明.** 由引理 2 可知, 对于满足方程组 (11) 约束极大值问题  $\max_{(X_i, K_i) \in \Omega} \text{tr}(X_i)$  相应的极值点  $P_i = (X_i^*)^{-1}$ , 为系统 1 各节点的传感器测量精度为  $R_i = r_i^{-1}$  时的稳态 Kalman 滤波误差方差.

由引理 1 可知, 协方差交叉融合算法得到的融合方差  $P_{\text{fusion}}$  大于真实的融合误差方差  $P_{\text{CI}}^*$ , 即  $P_{\text{fusion}} > P_{\text{CI}}^*$ . 又由于  $P_{\text{fusion}} < \delta^2$  是传感器精度设计要求的方差约束上界指标, 故得到  $\delta^2 > P_{\text{CI}}^*$ , 即本文所提快速协方差交叉融合方差满足上述约束指标.

因此, 对于满足式 (11) 与式 (13) ~ (16) 的  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  是一组使得分布式系统 1 融合方差满足方差约束  $\delta^2$  的一组可选传感器精度.

由引理 3 可知, 对于同时满足方程组 (11) 和 (12) 式约束极大值问题  $\max_{(r_i, X_i, K_i) \in \Omega} \text{tr}(r_i)$  相应的极值点  $R_i = (r_i^*)^{-1}$ , 为系统 1 各节点滤波方差约束为  $\delta_i > P_i^{\text{con}}$  时传感器最低精度要求.

综上, 对于满足式 (11) ~ (16) 的分布式系统 1 可以设计针对指标函数  $g(R_1, \dots, R_N)$  的传感器精度要求.  $\square$

不同协方差交叉算法的主要区别在于融合系数选取的规则不同, 对于需要各节点融合结果保持一致的应用场合, 我们可以采用本文所提快速协方差交叉算法. 具体的分布式传感器精度设计新的约束条件为

$$\begin{bmatrix} -A_i & B_i \\ B_i^T & -r_i \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} -P_i^{\text{con}} & I \\ I & -X_i \end{bmatrix} < 0$$

$$\varepsilon_n = \frac{1}{\text{tr}(P_n^{-1})}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\omega_n = \frac{\varepsilon_n}{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$P_{\text{fusion}}^{-1} = \sum_{i=1}^N \omega_i X_i$$

$$P_{\text{fusion}} - \delta^2 < 0$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ . 其证明过程可参照定理 2.

另外, 我们可以设计测量精度受限时的容许量测噪声. 此时在约束条件中添加

$$R_i^{\text{min}} \leq f(R_i) \leq R_i^{\text{max}}$$

其中,  $f(R_i)$  是与节点  $i$  测量精度相关的指标函数,  $R_i^{\text{min}}$ ,  $R_i^{\text{max}}$  是节点  $i$  测量精度的可设计范围.

针对满足上述条件的分布式系统, 我们可以定义优化指标函数  $g(R_1, \dots, R_N)$  设计合理的各节点传感器精度.

由以上分析可知, 对于互协方差未知的分布式传感网络, 为了保证系统的一致性采用协方差交叉算法作为融合策略会加强系统的保守性. 对于互协方差可计算获得的情况, 我们可以采用其他融合算法 (最优 Kalman 融合算法) 来降低系统的保守性, 进一步放宽对传感器的选择范围.

目前, 对于凸优化的问题已有很多处理方法, 本文以粒子群优化思路为例给出各节点传感器选型的实现步骤如下:

- 1) 给定系统的拓扑结构、系统融合方差约束条件  $\delta^2$  及传感器测量误差方差取值范围, 确定优化指标 (如最大化传感器测量误差方差矩阵迹的最小值);
- 2) 将各节点的测量误差方差矩阵  $r_i$  设置为最小值, 即各传感器可选的最高精度值;
- 3) 根据定理 2 计算各约束条件是否满足: 若不满足定理 2 所述条件, 则不存在可行的传感器精度组合满足系统约束方差; 若满足定理 2 所有条件, 则可以转到第 4) 步;
- 4) 根据系统复杂程度设定粒子群粒子数目、权重因子、学习因子、速度约束等优化参数, 以及各粒子初值;
- 5) 以各节点传感器测量误差方差矩阵  $r_i$  为优化变量, 采用粒子群优化算法对优化指标进行优化, 获得各节点传感器测量误差方差矩阵.

值得指出的是, 粒子群优化算法中参数的选取对优化速度与优化精度具有一定的影响, 选取不当则可能导致优化过程不收敛或者收敛到局部极小值点. 以粒子数  $M$  为例, 当算法其他参数一定时,  $M$  越大得到的优化精度就越高. 同样, 惯性权重较小时, 偏重于发挥粒子群算法的局部搜索能力; 惯性权重较大时, 将会偏重于发挥粒子群算法的全局搜索能力, 其具体取值需要根据系统的可行解集的分布进行调整.

#### 算法 1. 协方差交叉粒子群优化算法

1. 初始化:  
设定粒子群粒子数量  $M$ 、优化参数  $\omega$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  与优化结束条件;
2. 选取初值:

$k = 1$ , 随机给定  $M$  组满足方差约束指标的传感器精度值

$R^{j,k} = [R_1^j, \dots, R_i^j, \dots, R_N^j], j = 1, \dots, M$  作为粒子群位置初始值即,  $P_{\text{present}}^{j,k} = R^{j,k}, P_{\text{best}}^{j,k} = R^{j,k}$ ,

$g_{\text{best}}^k = \{R^{m,k} | \max(g(R^{1,k}), \dots, g(R^{M,k}))\}$ ,  
给定初始速度  $V^{j,k}$ ;

3. 计算各粒子速度:

$$V^{j,k+1} = \omega V^{j,k} + c_1 \cdot \text{rnd}_1 \cdot (P_{\text{best}}^{j,k} - P_{\text{present}}^{j,k}) + c_2 \cdot \text{rnd}_2 \cdot (g_{\text{best}}^k - P_{\text{present}}^{j,k})$$

其中,  $\text{rnd}_1, \text{rnd}_2$  为随机数;

4. 粒子位置更新:

$$P_{\text{present}}^{j,k+1} = P_{\text{present}}^{j,k} + V^{j,k}$$

5. 最优值更新:

$$\text{if } g(P_{\text{present}}^{j,k+1}) < g(P_{\text{best}}^{j,k}) \\ P_{\text{best}}^{j,k+1} = P_{\text{present}}^{j,k+1}$$

else

$$P_{\text{best}}^{j,k+1} = P_{\text{best}}^{j,k}$$

$$g_{\text{best}}^{k+1} = \{R^{m,k} | \max(g(R^{1,k}), \dots, g(R^{M,k}))\}$$

6. 判断是否满足优化结束条件

if 满足

$$R = g_{\text{best}}^{k+1}$$

else

$$k = k + 1, \text{ 转到步骤 3.}$$

## 4.2 互协方差已知的情形

为后续推导方便, 在此定义中间变量

$$e^T = [I_n, \dots, I_n]$$

系统中各节点的估计方差矩阵及节点间互协方差矩阵组成的矩阵

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{N1} & \cdots & P_{NN} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中,  $I_n$  为  $n$  维单位矩阵,  $P_{ii}$  为节点  $i$  的估计方差,  $P_{ij}$  为节点  $i, j$  之间的互协方差, 则分布式跟踪系统的最优融合系数矩阵  $\Omega_i$  与融合方差分别为

$$[\Omega_1, \dots, \Omega_N] = (e^T P^{-1} e)^{-1} e^T P^{-1} \\ P_{\text{fusion}} = (e^T P^{-1} e)^{-1}$$

当分布式传感网络中各节点之间的互协方差已知时, 由上式可知对于任意的子节点估计方差有  $P_i > P_{\text{fusion}}$ . 因此, 只要系统中存在子节点  $i$  使得  $A_i < 0$  的约束极值问题  $\max_{(X,K) \in \Omega} \text{tr}(X)$  相应的极值点满足  $\text{diag}\{P_L\} > \text{diag}\{(X_i^*)^{-1}\}$ , 则可以设计满足  $\delta^2 \geq \text{diag}\{P_L\}$  的分布式系统.

在实际应用中, 为了降低系统的硬件成本, 我们常常用到各子节点采用精度比较差的传感器. 对于系统中所有子节点使得  $A_i < 0$  的约束极值问题  $\max_{(X,K) \in \Omega} \text{tr}(X)$  相应的极值点  $\text{diag}\{P_L\} < \text{diag}\{(X_i^*)^{-1}\}$  时的情况, 同时各子节点有独立的方差约束条件的情形, 我们有如下方差约束下的传感器精度设计存在性定理.

**定理 3.** 对于具有  $N$  个节点的分布式传感网络, 给定方差上界指标  $\delta^2$ , 若对如下非线性约束方程组有解, 则可以设计满足  $\delta^2 \geq \text{diag}\{P_L\}$  的分布式传感网络系统, 其中  $P_L$  为系统的融合方差约束.

$$\begin{bmatrix} -A_i & B_i \\ B_i^T & -r_i \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -P_i^{\text{con}} & I \\ I & -X_i \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

$$P_{\text{fusion}} = (e^T P^{-1} e)^{-1} \quad (20)$$

$$P_{\text{fusion}} - P_L < 0 \quad (21)$$

其中,  $i = 1, \dots, N$ ,  $P_i^{\text{con}}$  为网络节点  $i$  的方差上界约束条件.

证明过程可参照定理 2.

对于各节点间互协方差矩阵可以获取的情形, 由于系统中各节点获取到了更多的信息, 采用传统最优的融合算法相对于协方差交叉融合算法可以得到更高的精度.

## 5 数值算例

为了进一步验证序贯快速协方差交叉算法在工程中的可用性、有效性, 将采集到的 4 部火控雷达组网对目标进行跟踪的数据进行融合比较. 雷达系统配置如图 1 所示, 4 部雷达分别对目标进行跟踪并将滤波结果与其他各雷达进行交互融合. 每部雷达能够独立地量测到目标的距离、方位角、高低角, 本次实验中直接读取经坐标转换后各雷达对目标状态的局部估计值在  $O-XYH$  坐标系中位置估计值  $[\hat{x}, \hat{y}, \hat{h}]$ .

实验结果如图 2 ~ 4 所示, 其中图 2 为各雷达独立跟踪的目标空间位置轨迹及 SFCI 融合后的空间位置轨迹, 图 3 为各雷达独立跟踪的目标空间位置轨迹及 SFCI 融合后的空间位置轨迹在水平面的投影, 图 4 为各雷达独立估计值的距离误差及融合后的距离误差比较.

为了说明所提传感器选取准则的有效性, 我们将其应用于文献 [20] 所述系统加以验证. 假设某分布式雷达航迹辨识系统的参数分别为

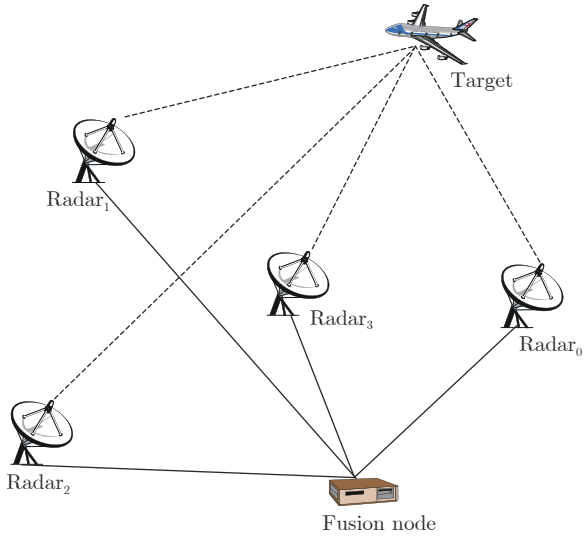


图 1 雷达系统配置图

Fig.1 Radar system configuration diagram

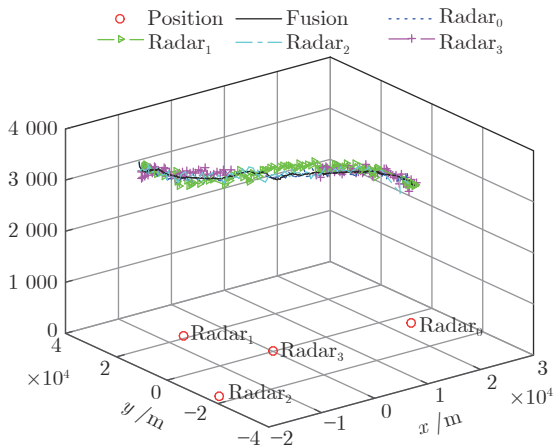


图 2 各雷达跟踪轨迹及 SFCI 融合轨迹

Fig.2 Four radar tracking trajectories and SFCI fusion trajectory

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 1.234 \\ 0 & 1 & 0.125 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 12\ 839.62 & 1\ 950.31 & 2.5 \\ 1\ 950.31 & 392.5 & 20.0 \\ 2.5 & 20.0 & 160.0 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = [ 1 \ 0 \ 0 ]$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

对于方差上界指标  $\delta^2 = [1.128 \times 10^7, 8.0 \times 10^3, 800.0]$ , 可以求得节点 1 相应的最大测量噪声强度  $R_u = 3.9574 \times 10^7$  的误差方差为

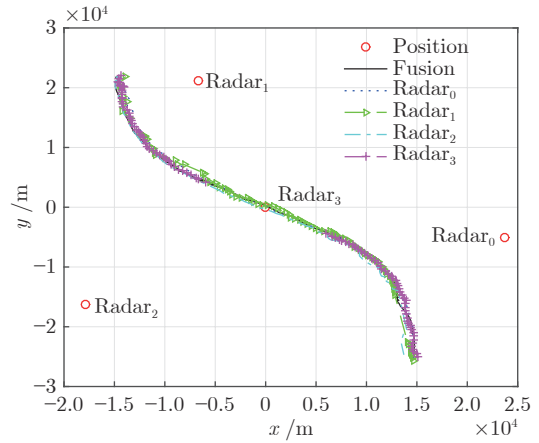


图 3 各雷达跟踪轨迹及 SFCI 融合轨迹水平投影

Fig.3 The horizontal projection of four radar tracking trajectories and SFCI fusion trajectory

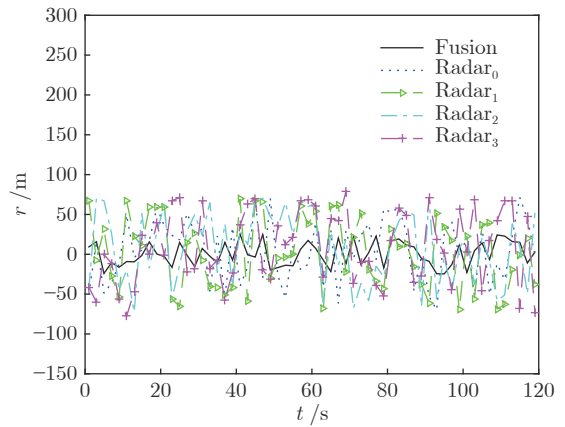


图 4 各雷达独立估计值及 SFCI 融合值距离分量误差

Fig.4 The errors of each radar estimate value and SFCI fusion value

$$P = \begin{bmatrix} 8.8236 \times 10^6 & 1.109 \times 10^5 & 27.516 \\ 1.109 \times 10^5 & 2.982 \times 10^3 & 15.577 \\ 27.516 & 15.577 & 200.0 \end{bmatrix}$$

对于方差上界指标  $\delta^2 = [1.128 \times 10^7, 8.0 \times 10^3, 800.0]$ , 当测量噪声的位置分量与速度分量权重相同时, 可以求得节点 2 相应的最大测量噪声强度为

$$R_u = \begin{bmatrix} 7.454 \times 10^7 & -1.787 \times 10^9 \\ -1.787 \times 10^9 & 9.557 \times 10^{10} \end{bmatrix}$$

时的误差方差为

$$P = \begin{bmatrix} 8.8633 \times 10^6 & 1.102 \times 10^5 & 24.285 \\ 1.102 \times 10^5 & 2.972 \times 10^3 & 15.515 \\ 24.285 & 15.515 & 196.339 \end{bmatrix}$$

对于节点 2, 我们还可以考虑各测量通道精度需求不同时, 设计不同权重的传感器设计算法. 例如将测量噪声的速度分量权重缩小 1 000 倍时, 可



以求得节点 2 相应的最大测量噪声强度  $R_u$  取值为

$$R_u = \begin{bmatrix} 9.001 \times 10^9 & -5.423 \times 10^8 \\ -5.423 \times 10^8 & 3.292 \times 10^7 \end{bmatrix}$$

时的误差方差为

$$P = \begin{bmatrix} 9.400 \times 10^6 & 9.854 \times 10^4 & -30.608 \\ 9.854 \times 10^4 & 2.815 \times 10^3 & 14.714 \\ -30.608 & 14.714 & 196.2995 \end{bmatrix}$$

当系统中有三个节点, 观测矩阵如下时

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

方差上界指标  $\delta^2 = 10^3 \times I(3)$ , 各传感器独立约束指标  $10^3 \times [1, 1, 1] < R_1, R_2, R_3 < 10^4 \times [1, 1, 1]$ , 优化指标函数  $g = \max(\min(\text{tr}(R_1), \text{tr}(R_2), \text{tr}(R_3)))$ . 采用粒子群优化算法设计各节点传感器精度指标时, 有如下结果.

当采用序贯 CI 方法选取融合系数时, 其结果如下

$$R_1 = 10^3 \times \text{diag} \{1.0000, 1.0000, 1.2959\}$$

$$R_2 = 10^3 \times \text{diag} \{10.0000, 3.4340, 3.6166\}$$

$$R_3 = 10^3 \times \text{diag} \{7.6923, 6.8803, 2.4014\}$$

融合后的误差方差为

$$P_{\text{CI}} = \begin{bmatrix} 632.9791 & -107.6086 & -213.5861 \\ -107.6086 & 528.6542 & -250.4947 \\ -213.5861 & -250.4947 & 795.4549 \end{bmatrix}$$

指标函数值为  $g = 3.2959 \times 10^3$ . 对于选定的传感器精度, 其最优的融合方差为

$$P_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 554.7776 & -129.1675 & -122.7258 \\ -129.1675 & 454.9536 & -145.7545 \\ -122.7258 & -145.7545 & 507.6569 \end{bmatrix}$$

可见, 当分布式传感网络系统中各个节点之间的互协方差未知时, 采用本文提出的互协方差传感器精度设计算法可以计算出满足指定约束条件与优化指标的传感器精度要求.

当采用传统 CI 方法选取融合系数时, 其结果如下

$$R_1 = 10^3 \times \text{diag} \{1.0000, 1.0015, 1.2901\}$$

$$R_2 = 10^3 \times \text{diag} \{1.0163, 1.2490, 1.0000\}$$

$$R_3 = 10^3 \times \text{diag} \{1.0024, 1.2610, 1.0018\}$$

融合后的误差方差为

$$P_{\text{CI}} = \begin{bmatrix} 762.3339 & 28.3119 & -113.6472 \\ 28.3119 & 651.6511 & -124.1852 \\ -113.6472 & -124.1852 & 890.5863 \end{bmatrix}$$

指标函数值为  $g = 3.2653 \times 10^3$ . 对于选定的传感器精度, 其最优的融合方差为

$$P_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 269.1348 & -63.7823 & -51.7756 \\ -63.7823 & 322.4918 & -65.1106 \\ -51.7756 & -65.1106 & 280.8557 \end{bmatrix}$$

当各节点互协方差已知时, 采用最优融合策略的传感器精度设计结果为

$$R_1 = 10^3 \times \text{diag} \{1.9433, 9.9995, 8.1143\}$$

$$R_2 = 10^3 \times \text{diag} \{1.0572, 9.9980, 9.0524\}$$

$$R_3 = 10^3 \times \text{diag} \{9.3790, 9.5326, 1.2994\}$$

融合后的误差方差为

$$P = \begin{bmatrix} 743.7410 & 113.6274 & -190.8733 \\ 113.6274 & 709.4118 & -208.6750 \\ -190.8733 & -208.6750 & 499.7609 \end{bmatrix}$$

指标函数值为  $g = 2.0057 \times 10^4$ .

从仿真结果中可以看出, 对于各节点之间互协方差已知的设计出的传感器精度要求明显低于各节点间互协方差未知的情况. 值得指出的是, 由于协方差交叉算法为一致融合算法, 最终的设计结果具有一定的保守性. 因此, 对于各节点间互协方差能够通过计算获得时, 可以采用最优融合算法计算各个传感器的精度要求.

值得指出的是, 粒子群优化算法中参数的选取对于优化结果的影响较为明显, 为了更加直观地展现粒子群优化参数与传感器精度选取之间的关系, 本文通过采用蒙特卡洛仿真的方式, 对粒子群优化参数及优化结果进行了分析, 并给出了一组优化系数作为参考. 仿真中将每组参数值在不同的初始条件下进行 1 000 次蒙特卡洛仿真, 在所有优化结果中选取最优解作为参照标准, 将所有优化结果与其对比, 若优化结果的指标函数与参照标准相比, 误差在 1% 以内则作为一次成功优化. 其中惯性权重系数  $\omega$  的取值在 0.4 ~ 1.0 之间, 学习因子  $c_1$ 、 $c_2$  取值在 1.0 ~ 3.0 之间, 由于学习因子  $c_1$ 、 $c_2$  之间的差异对结果影响相对较小, 为方便比较, 仿真中取值  $c_1 = c_2$ .

由图 5 可以看出, 开始随着  $\omega$  的增大, 粒子群优化算法优化成功率迅速上升, 然而当其值接近 1 时, 优化成功率反而出现缓慢下降. 对于学习因子  $c_1$ 、 $c_2$  的变化, 粒子群优化算法开始随着学习因子的增大而升高, 在  $c_1 + c_2 = 3.5$  附近达到最大, 之后随着学习因子的增大而下降. 因此对于传感器选型问题, 建议将优化参数  $\omega$  在 0.7 ~ 0.9 之间取值  $c_1$ 、

$c_2$  分别在 1.5 ~ 2.0 之间取值, 以提高优化结果成功率.

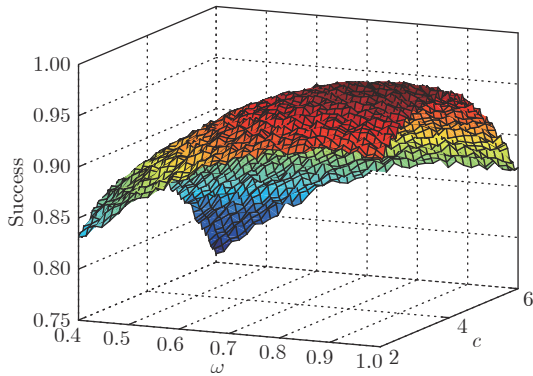


图 5 粒子群优化参数  $\omega$ 、 $c_1 + c_2$  与优化成功率  
Fig.5 The relationship of  $\omega$ 、 $c_1 + c_2$  and optimization success rate

为了进一步验证本文所提算法的有效性, 针对系统中具有三个节点的情形进行了数字仿真, 目标的运动方程与文献 [23] 所述系统相同, 各节点的观测矩阵分别为

$$H_1 = H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

图 6 ~ 图 8 为根据传感器选取准则设计的传感器精度作为各节点的测量误差方差矩阵, 然后采用快速协方差交叉融合算法进行 1 000 次蒙特卡洛仿真得到的各节点估计值的均方误差 (Mean square error, MSE)、均方根误差 (Root mean squared error, RMSE) 与快速协方差交叉融合值的 MSE、RMSE, 融合后的真实误差方差为

$$P = \begin{bmatrix} 540.2489 & 58.0622 & 16.6597 \\ 58.0622 & 42.9418 & 42.6787 \\ 16.6597 & 42.6787 & 51.4473 \end{bmatrix}$$

可以看出, 真实的融合精度高于给定指标, 因此满足实际工程中的设计要求. 此融合值与给定的系统误差方差约束对比, 具有较大差异. 由引理 1 可知, 采用快速协方差交叉融合算法得到的融合方差大于真实的融合误差方差, 仿真结果与此结论相符. 此外, 由图 6 的仿真结果可以看出, 融合误差方差的 MSE 与  $P$  的迹相符.

由图 7 可以看出, 采用快速协方差交叉融合算法对目标进行估计的速度分量 RMSE 大于第 2 个节点的局部估计速度分量 RMSE. 这是由于系统中节点 1、3 只能测量目标的位置信息, 仅节点 2 可以测量目标的位置与速度信息, 采用快速协方差交叉融合算法后将节点 1、3 的不利因素引入到了最终结果, 说明协方差交叉算法具有一定的保守性.

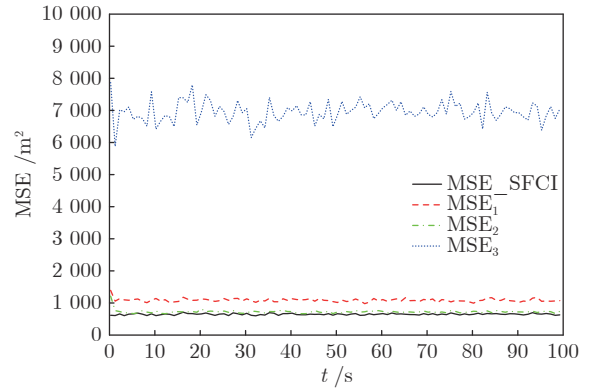


图 6 系统中各子节点估计值的 MSE 与快速协方差交叉融合值的 MSE  
Fig.6 The MSE of each local node estimation and fast covariance intersection fusion estimation

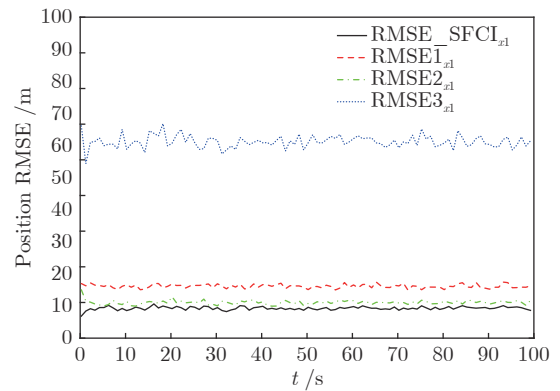


图 7 系统中各子节点估计值位置分量的 RMSE 与快速协方差交叉融合值位置分量的 RMSE  
Fig.7 The position RMSE of each local node estimation and fast covariance intersection fusion estimation

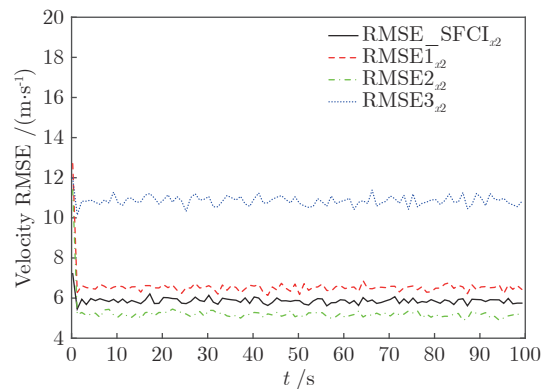


图 8 系统中各子节点估计值速度分量的 RMSE 与快速协方差交叉融合值速度分量的 RMSE  
Fig.8 The velocity RMSE of each local node estimation and fast covariance intersection fusion estimation

图 9 为系统中各子节点进行 1 000 次蒙特卡洛仿真后估计方差的迹与快速协方差交叉融合方差的

迹的比较, 结果进一步表明采用序贯快速协方差交叉算法进行分布式融合后所得到的融合结果优于理论计算值, 可以应用于实际的系统中。

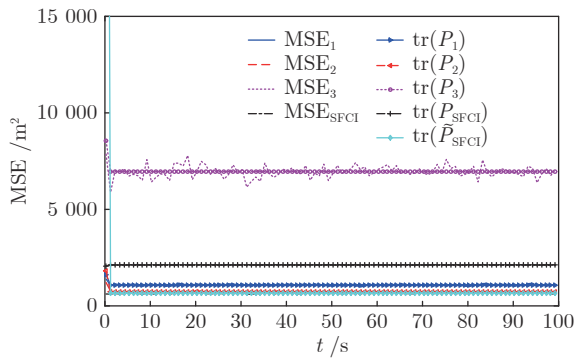


图 9 系统中各子节点估计方差的迹与快速协方差交叉融合方差的迹

Fig.9 The trace of each local node estimation variance and fast covariance intersection fusion estimation variance

图 10 为采用本文所提算法与文献 [18] 中的序贯协方差交叉融合算法进行 1 000 次蒙特卡洛仿真后估计方差的迹与快速协方差交叉融合方差的迹的比较, 图中 SCI 为文献 [18] 中的序贯协方差交叉融合算法, SFCI 为本文所提融合算法. 图 11 ~ 图 12 为图 10 的局部放大图。

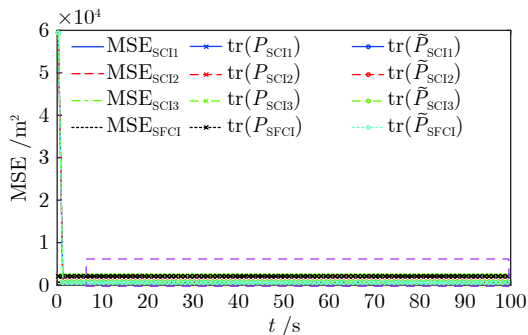


图 10 本文所提算法与文献 [18] 对比结果

Fig.10 The comparison of SFCI with SCI in [18]

从图中可以看出, 采用本文所提的快速序贯协方差交叉融合算法能够在保证融合精度未见明显下降的情况下使得各节点融合结果相同。

表 2 中给出了对于具有 3 个子节点的目标跟踪系统, 通过在 Core 2 CPU 2 GHz, RAM 2 GB 的电脑上, 在 Matlab 2013b 仿真环境中, 对各节点平均时间消耗进行了比较. 从表 2 中可以看出, 本文所提算法各节点单拍融合耗时远低于经典的序贯协方差交叉融合算法. 本文所提算法能够满足近程防空火控系统 40 毫秒周期的实时性要求。

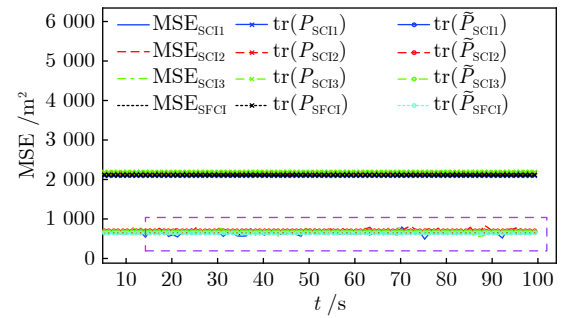


图 11 图 10 的局部放大图

Fig.11 Partial enlarged view of Fig. 10

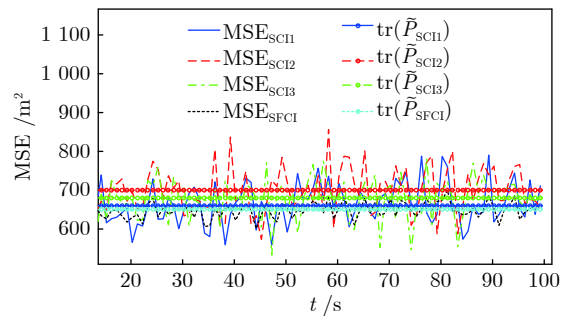


图 12 图 10 的局部放大图

Fig.12 Partial enlarged view of Fig. 10

表 2 各节点平均单次融合耗时

Table 2 Comparison of mean elapsed time in one period

	节点 1	节点 2	节点 3
SCI 平均耗时 (ms)	91.20	89.51	89.96
SFCI 平均耗时 (ms)	0.61	0.59	0.63

## 6 结论

对于实际的分布式跟踪系统中存在各个节点间互协方差未知、或者各个节点间互协方差难以计算的情形, 本文所提序贯快速协方差交叉融合算法可以保证最终的融合值与融合次序无关、各节点融合结果相同. 并且, 在保持经典协方差交叉算法融合结果一致性的优点的同时, 大幅减小了融合计算的复杂度. 另外, 针对如何合理地选取各节点传感器的问题, 本文提出的方差约束下的传感器精度计算方法能够在给定的方差约束下有效地计算出各个节点的容许量测噪声, 为工程中传感器的选取提供了理论依据。

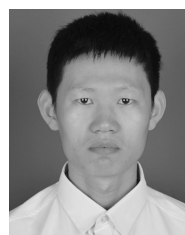
## References

- 1 Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655-661
- 2 Stankovic S S, Stankovic M S, Stipanovic D M. Consensus

- based overlapping decentralized estimator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(2): 410–415
- 3 Zhao Guo-Rong, Han Xu, LU Jian-Hua. A decentralized fusion estimator using data-driven communication strategy subject to bandwidth constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(9): 1649–1658  
(赵国荣, 韩旭, 卢建华. 一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器. *自动化学报*, 2015, **41**(9): 1649–1658)
  - 4 Zhang Yong-Gang, Wang Cheng-Cheng, Wei Ye, Li Ning, Zhou Wei-Dong. A spatially distributed variable taplength strategy over adaptive networks. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1355–1365  
(张勇刚, 王程程, 魏野, 李宁, 周卫东. 一种空间分布式变阶数自适应网络滤波算法. *自动化学报*, 2014, **40**(7): 1355–1365)
  - 5 Cavalcante R L G, Mulgrew B. Adaptive filter algorithms for accelerated discrete-time consensus. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(3): 1049–1058
  - 6 Liu W F, Tao D C, Cheng J, Tang Y. Multiview Hessian discriminative sparse coding for image annotation. *Computer Vision & Image Understanding*, 2014, **118**: 50–60
  - 7 Wang Y, Li, X R. A fast and fault-tolerant convex combination fusion algorithm under unknown cross-correlation. In: *Proceeding of the 12th International Conference on Information Fusion*. Seattle, USA: IEEE, 2009. 571–578
  - 8 Xu C, Tao D C, Xu C. Multi-view intact space learning. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2015, **37**(12): 2531–2544
  - 9 Deng Z L, Gao Y, Li C B. Self-tuning decoupled information fusion Wiener state component filters and their convergence. *Automatica*, 2008, **44**: 685–695
  - 10 Ran C J, Tao G L, Liu J F. Self-tuning decoupled fusion Kalman predictor and its convergence analysis. *IEEE Sensors Journal*, 2009, **9**: 2024–2032
  - 11 Cong J L, Li Y Y, Qi G Q, et al. An Order Insensitive Sequential Fast Covariance Intersection Fusion Algorithm. *Information Sciences*, 2016, **367**: 28–40
  - 12 Julier S J, Uhlman J K. Non-divergent estimation algorithm in the presence of unknown correlations, In: *Proceedings of the 1997 IEEE American Control Conference*. Albuquerque, USA: IEEE, 1997. 2369–2373
  - 13 Julier S J, Uhlman J K. *Handbook of multisensor data fusion*. Boca Raton: CRC Press, 2009. 196–283
  - 14 Chen L J, Arambel P O, Mehra R K. Estimation under unknown correlation: covariance intersection revisited. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**: 1879–1882
  - 15 Reinhardt M, Noack B, Arambel P O, Hanebeck U D. Minimum Covariance Bounds for the Fusion under Unknown Correlations. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, **22**(9): 1210–1214
  - 16 Niehsen W, Gmbh R B. Information fusion based on fast covariance intersection filtering. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Information Fusion*, Annapolis, USA: IEEE, 2002. 901–904
  - 17 Franken D, Hupper A. Improved fast covariance intersection for distributed data fusion. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Information Fusion*, Philadelphia, USA: IEEE, 2005. 1–7
  - 18 Deng Z L, Zhang P, Qi W J, Gao Y. Sequential covariance intersection fusion Kalman filter. *Information Sciences*, 2012, **189**: 293–309
  - 19 Tan H L, Shen B, Liu Y R, Alsaedi A, Ahmad B. Event-triggered multi-rate fusion estimation for uncertain system with stochastic nonlinearities and colored measurement noises. *Information Fusion*, 2017, **36**: 313–320
  - 20 Wang X M, Liu W Q, Deng Z L. Robust weighted fusion Kalman estimators for multi-model multisensor systems with uncertain-variance multiplicative and linearly correlated additive

white noises. *Signal Processing*, 2017, **137**: 339–355

- 21 Wang G Q, Li N, Zhang Y G. Diffusion distributed Kalman filter over sensor networks without exchanging raw measurements. *Signal Processing*, 2017, **132**: 1–7
- 22 Wang Y, Li X R. Distributed estimation fusion with unavailable cross-correlation. *IEEE Transition on Aerospace Electronic Systems*, 2012, **48**(1): 259–278
- 23 Sheng An-Dong, Wang Yuan-Gang. Application of satisfactory filtering to tracking-identification problem. *Acta Automatica Sinica*, 2002, **28**(4): 559–564  
(盛安冬, 王远钢. 满意率波在航迹辨识中的应用. *自动化学报*, 2002, **28**(4): 559–564)



**从金亮** 常熟理工学院电气与自动化工程学院讲师, 南京理工大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为分布式信息融合与目标跟踪.

E-mail: congjinliang@njjust.edu.cn

(**CONG Jin-Liang** Lecturer at the School of Electric and Automatic

Engineering, Changshu Institute of Technology and Ph. D. candidate at the School of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers distributed information fusion and target tracking.)



**李银佺** 南京理工大学自动化学院副研究员. 主要研究方向为非线性估计理论及应用.

E-mail: liyinya@njjust.edu.cn

(**LI Yin-Ya** Associate professor at the School of Automation, Nanjing University of Science and Techno-

logy. His research interest covers nonlinear estimation theory and application.)



**戚国庆** 南京理工大学自动化学院副研究员. 主要研究方向为随机状态估计, 多传感器数据融合.

E-mail: qiguogqing@njjust.edu.cn

(**QI Guo-Qing** Associate professor at the School of Automation, Nanjing University of Science and

Technology. His research interest covers stochastic state estimation and multi-sensor information fusion.)



**盛安冬** 南京理工大学自动化学院研究员. 主要研究方向为多源信息融合, 非线性估计理论及应用. 本文通信作者.

E-mail: shengandong@njjust.edu.cn

(**SHENG An-Dong** Professor at the School of Automation, Nanjing

University of Science and Technology. His research interest covers multi-source information fusion and the nonlinear estimation theory and its application. Corresponding author of this paper.)