

交通流动态扰动下的区域交通信号协调控制

魏永涛¹ 高原¹ 孙文义¹ 王秀蒙²

摘要 针对区域交通信号,考虑智能交通系统中交通流的动态特性,提出了区域交通系统改进的存储-转发模型.考虑大型区域的复杂性和协调性,将区域交通划分成 N 个子区域,分别建立了对应的子区域模型.针对子区域模型,提出了基于分层模型预测控制的过饱和和区域交通信号控制优化目标.通过引入拉格朗日对偶原理解决约束条件问题的方法,对子区域的车辆排队数量进行了预测,并对有效绿灯时间进行优化控制.为了验证所提区域交通控制算法的有效性,给出了本文改进的模型与存储-转发模型的对比仿真.实验结果表明,在达到相同的控制效果时,本文改进模型的控制算法所需的计算时间较短,计算成本较低.

关键词 区域交通,交通流动态特性,改进模型,分层 MPC

引用格式 魏永涛,高原,孙文义,王秀蒙.交通流动态扰动下的区域交通信号协调控制.自动化学报,2019,45(10):1983-1994

DOI 10.16383/j.aas.2018.c180403

Regional Traffic Signal Control Considering the Dynamic Characteristics of Traffic Flow

WEI Yong-Tao¹ GAO Yuan¹ SUN Wen-Yi¹ WANG Xiu-Meng²

Abstract In this paper, regional traffic signal control is studied. Considering the dynamic characteristics of traffic flow, an improved store-forward model is proposed. Due to the complexity and coordination of regional traffic, a large-scale regional traffic is divided into several sub-regions using a region decomposition method firstly. Secondly, the optimization problem of the large-scale regional traffic is presented based on Hico-MPC. Lagrange dual theory multipliers are introduced to deal with interconnecting constraints among sub-regions. Then we forecast the vehicle queue of sub-regions and optimize the green light time. Finally, the simulation is presented to illustrate the effectiveness of the improved model by comparing with the store-forward model. The results show that the improved model requires less computation time and lower computational cost when the same control effect is achieved.

Key words Regional traffic, the dynamic characteristics, improved model, hierarchical MPC

Citation Wei Yong-Tao, Gao Yuan, Sun Wen-Yi, Wang Xiu-Meng. Regional traffic signal control considering the dynamic characteristics of traffic flow. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(10): 1983-1994

随着机动车保有量的增加,城市交通拥堵现象日益严重,高峰期部分路段或区域常呈现过饱和状态.与此同时,由于不同区域交通分布不均匀,导致部分道路资源浪费.目前,大部分交通信号灯配时控制策略都针对非饱和交叉口,当道路处于过饱和状态时,路网交通效率显著降低.另外,区域路网的信号灯协调优化配时研究较少,尤其过饱和和区域路网

交通信号控制仍是公开的难题,急需寻求智能优化控制方法.

针对过饱和和区域交通信号灯优化问题,文献 [1] 提出一种能平衡车辆数量增长率的优化配时算法,并基于队列增长给出了过饱和和交通流条件下的交通信号最优等式,即队列增长等式以及最小化区域交通队列增长等式,有效避免了特定路段车辆数量过多造成的排队溢出现象.文献 [2] 提出基于边界需求控制和区域网络内部平衡的过饱和和区域主动控制模型,给出了基于边界目标函数和内部信号控制的双层规划优化方法,提高了区域路网的通行能力.文献 [3] 提出了一种基于区域路网固有属性宏观基本图的过饱和和区域控制优化模型,建立了边界控制信号和内部控制信号目标函数的双层规划优化,设计了基于 BP 神经网络的自适应动态规划模型.但是基于单个过饱和路口模型对多个路口叠加建模,不能充

收稿日期 2018-06-07 录用日期 2018-09-12
Manuscript received June 7, 2018; accepted September 12, 2018
国家自然科学基金 (61573077) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61573077)

本文责任编辑 赵勇
Recommended by Associate Editor ZHAO Yong
1. 东北大学秦皇岛分校控制工程学院 秦皇岛 066004 2. 大连海事大学信息科学技术学院 大连 116026
1. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004 2. School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026

分保证跨区域交通的协调性.

为提高城市交通区域网络协调控制性能,人们做了很多有益的探讨,其中模型预测控制^[4]即是常用的区域信号灯协调控制方法. Aboudolas 等^[5]提出了基于滚动优化的交通信号灯协调控制策略. Lin 提出了一种非线性宏观交通模型,并以此为基础设计了一种全网交通信号模型预测控制方法^[6],将优化问题归结为一个混合整数线性规划问题来求解^[7]. 此后, Zhou 等^[8]提出一种新的模型预测方法,将机会约束应用到城市交通信号灯控制之中. 由于大型交通网络高度复杂,上述集中式模型预测控制方法并不适合大型区域信号灯协调控制,必须采用分布式控制方法. Tettamanti 等^[9]提出了一种基于模型预测控制的分布式交通控制方法,把整个城市交通网络分解成若干小的子区域,每个子区域看作一个独立控制和运行的智能体,多个智能体之间通过网络互联、共享资源,从而实现全网信号灯协调控制. 文献 [10] 提出了一种区域路网信号灯协调控制的多智能体模型预测控制框架,利用拉格朗日对偶原理处理智能体间的耦合约束. De Oliverira 等^[11]也针对线性动态城市区域交通流给出了多智能体分布式控制模型,将集中式模型预测控制问题分解成几个子问题,由分布式智能体来求解. 在此基础上, Camponogara 等^[12]考虑输入-输出约束,提出线性动态交通网络模型预测控制的分布式优化算法. 文献 [12] 结合周边控制和路径诱导执行器,提出了非线性模型预测控制方法,提高了城市路网的机动性. Sirmatel 等^[13]对上述非线性模型加以改进,提出一种用于协调信号拆分控制的分布式协调模型预测控制方法. 但该方法计算较为复杂,为此文献 [14] 将大型区域路网划分成多个子区域,将交通流在多个子区域之间进行存储转发^[15],采用文献 [16] 的存储-转发方法描述路网交通流变化,规避了模型需引入二进制变量来描述信号灯处于红绿状态的问题,并提出一种计算简便的分层模型预测控制算法,便于实现区域信号灯的最优协调控制.

值得指出的是,文献 [15] 未考虑交通流变化扰动对区域交通协调控制的影响,其方法不够实用. 为此,本文在文献 [15] 的基础上,考虑交通流的动态变化,通过改进存储-转发机制,建立了更贴近实际排队长度的区域交通模型,进而提出一种区域交通信号协调控制的分层优化求解的模型预测控制方法.

本文结构安排如下:第 1 节,考虑交通流的动态特性,引入存储-转发的思想,建立区域交通模型;第 2 节,提出模型预测优化模型;第 3 节,将优化模型进行分层,求解出控制变量最优解,并给出区域交通的控制算法;第 4 节,给出本文算法的仿真分析;

第 5 节,对本文内容进行总结.

1 区域交通建模

为了简化表示,城市区域交通可以被定义为一个有向图. 其中,节点代表交叉路口 i ,弧线代表交通流 r . 不失一般性,假设区域中交通流 r_1 转弯率为 τ_{r_1,r_2} 和饱和流率 S_{r_1} 是可测的常数. 另外,交叉路口 i 中相位 p 的有效绿灯时间 $g_{i,p}$, 损失时间 L_i 和周期时长 C_i 满足 $C_i = L_i + \sum_{p \in F_i} g_{i,p}$. 其中 F_i 是允许车辆离开交叉路口 i 的相位集合. 为了协调整个区域,对于任意一个交叉路口 i ,都有 $C_i = C$ 成立.

考虑从交叉路口 i 流向交叉路口的单交通流 j (见图 1 (a)),对于下一个时刻 $k+1$ 末,交通流 r 上的车辆排队长度等于在 k 末,路口剩余的排队长度加上到来的车辆流量 $I_{i,r}$,减去在有效绿灯时间内流出的流量 $O_{i,r}$. 图 1 (b) 表示区域中交通流 link r 只有外界输入流量.

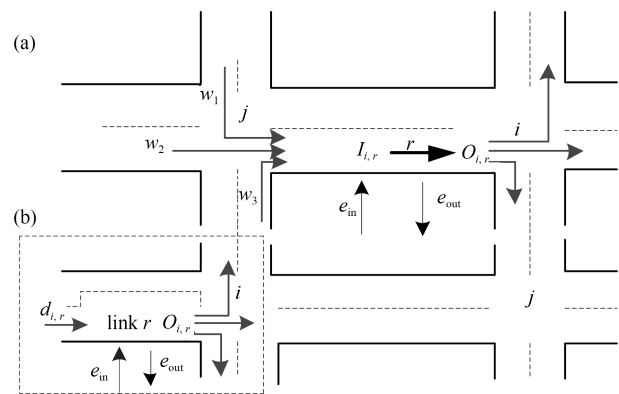


图 1 交通流 r 的交通动态图
 ((a) 交通流无外界输入; (b) 交通流有外界输入(虚线))
 Fig. 1 Traffic dynamics ((a) Traffic without input; (b) Traffic with input dotted lines)

可以通过下面的离散时间模型建立 r 的交通流动态模型.

$$x_{i,r}(k+1) = x_{i,r}(k) + T(I_{i,r}(k) - O_{i,r}(k)) + (e_{in}(k) - e_{out}(k)) \quad (1)$$

其中, $x_{i,r}(k)$ 表示在第 k 个信号周期开始时,位于 i 交叉路口的交通流 r 上的车辆数量. $x_{i,r}(k+1)$ 表示在第 k 个信号周期结束时(第 $k+1$ 个信号周期开始时),位于 i 交叉路口的交通流 r 上的车辆数量. $I_{i,r}(k)$ 和 $O_{i,r}(k)$ 表示交通流 r 的流入流量和流出流量. 较之文献 [15] 中采用经验值的做法,用 $e_{in}(k)$ 表示在第 k 个信号周期内由路口进入交通流 r 的车辆数量. $e_{out}(k)$ 表示在第 k 个信号周期内由路口离开交通流 r 的车辆数量. 令 $e_{i,r}(k) = e_{in}(k) - e_{out}(k)$

称为交通流的扰动, 比如路边停车位的车辆. 由此分析可知 $e_{i,r}(k)$ 是一个随机变量. T 表示控制间隔. 本文假设控制间隔 T 为一个信号周期 C .

假设交叉路口 i 和相邻交叉路口 j 之间的偏移量等于零. 针对交通流 r , 流入的车辆来自于路口 j 中的交通流 w_1, w_2, w_3 , 然而并不是交通流 w_1 中所有的车辆都会流入 r , 只有左转车流最终会驶入交通流 r , 假设左转车辆占整个交通流 w_1 的比例为 $\tau_{j,w_1;i,r}$, 称之为转弯率, 即 $\tau_{j,w_1;i,r}$ 表示从交叉口 j 的 w_1 交通流转入到交叉口 i 的 r 交通流的转弯率. 同理交通流 w_2 中只有直行车辆流入交通流 r , 交通流 w_3 中只有右转车辆流入交通流 r . 故 r 的流入流量 $I_{i,r}(k) = \tau_{j,w_1;i,r}O_{j,w_1}(k) + \tau_{j,w_2;i,r}O_{j,w_2}(k) + \tau_{j,w_3;i,r}O_{j,w_3}(k)$. 即交通流 r 的流入流量 $I_{i,r}(k)$ 可以写成:

$$I_{i,r}(k) = \sum_{w \in G} \tau_{j,w;i,r}O_{j,w}(k) \quad (2)$$

其中, G 表示交叉口 j 中流入交通流 r 的交通流集合 (对于交通流 r 来说, $G = w_1, w_2, w_3$). $\tau_{j,w;i,r}$ 表示从交叉口 j 的 w 交通流转入到交叉口 i 的 r 交通流的转弯率.

对于流出流量, 文献 [15] 将其表示为饱和和流率 (常量) 乘以绿灯时间, 但在实际的交通中, 并不是每一时刻的车流量都是以饱和和流率流出的. 所以结合实际交通情况, 本文把实时检测到的交通流量和绿灯时长作为控制变量. 这样建立的模型更符合实际交通. 即对于流出流量 $O_{i,r}(k)$, 它是由相位的绿灯时间 $g_{i,p}(k)$ 和单位周期内的释放的车流量 q 决定的. 即交通流 r 的流出流量 $I_{i,r}(k)$ 可以写成:

$$O_{j,w}(k) = \frac{\sum_{p \in v_{i,r}} q_{i,r}g_{i,p}(k)}{C} \quad (3)$$

其中, $v_{i,r}$ 代表允许交通流 r 通行的相位集合. $q_{i,r}$ 称为交通流 r 的交通流量.

以一天的交通流量为例进行分析, 早上 7 点到 9 点属于上班高峰期, 下午 5 点到 7 点属于下班高峰期. 很大程度上高峰期车流量可以以饱和和流率驶离路口, 但是在一天中的非高峰期, 车辆通常不能按照饱和和流率通行. 对一周内交通流分析, 周一到周五工作日的交通流量和周末的交通流量特性肯定不同, 所以仅依靠饱和和流率计算车辆的流出量不够准确. 智能交通系统中, 可以实时检测车流量, 这为车流量的取值提供方便. 如果将交通流考虑成时变量, 处理排队长度优化问题会很复杂, 所以本文将仿真一个仿真周期内的交通流量平均值作为整个仿真周期的交通流量, 即在每一个仿真周期内交通流量为

常数. 但是每个仿真周期开始时, 会更新交通流量的值, 交通流量的大小随着仿真周期的变化而变化, 这也能体现交通流的动态特性.

据上述分析, 本文把 $u_{i,p}(k) = q_{i,r}g_{i,p}(k)$ 作为整体控制变量. 将式 (2) 和式 (3) 及 $u_{i,p}(k) = q_{i,r}g_{i,p}(k)$ 代入式 (1) 得:

$$x_{i,r}(k+1) = x_{i,r}(k) + T \left(\sum_{w \in G} \tau_{j,w;i,r} \cdot O_{j,w}(k) - \frac{\sum_{p \in v_{i,r}} u_{i,p}(k)}{C} \right) + e_{i,r}(k) \quad (4)$$

根据式 (3) 中 $O_{j,w}(k)$ 的定义, 式 (4) 中的 $O_{j,w}(k)$ 可以写成 $O_{j,w}(k) = \sum_{p_1 \in v_{j,w}} u_{j,p_1}(k)/C$ 以及 $T = C$. 所以式 (4) 可以写成:

$$x_{i,r}(k+1) = x_{i,r}(k) + \sum_{w \in G} \tau_{j,w;i,r} \cdot \sum_{p_1 \in v_{j,w}} u_{j,p_1}(k) - \sum_{p \in v_{i,r}} u_{i,p}(k) + e_{i,r}(k) \quad (5)$$

然后, 整个区域都应用式 (5), 可得到整个区域的离散时间状态空间表达式:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (6)$$

另外, 若区域中交通流只有外界输入流量 (见图 1(b)), 则式 (2) 和式 (4) 必须写成如下的形式:

$$I_{i,r}(k) = d_{i,r}(k) \quad (7)$$

$$x_{i,r}(k+1) = x_{i,r}(k) + Cd_{i,r} - \sum_{p \in v_{i,r}} u_{i,p}(k) + e_{i,r}(k) \quad (8)$$

其中, $d_{i,r}$ 代表 i 交叉口进入流 r 的交通需求. 为了简化, 假设 $d_{i,r}$ 已知. 然后, 式 (6) 可以写成:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) + \mathbf{D}\mathbf{d}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (9)$$

其中, $\mathbf{X}(k)$, $\mathbf{U}(k)$, $\mathbf{d}(k)$, $\mathbf{e}(k)$ 分别表示状态向量、控制向量、需求向量和扰动向量, 且 $\mathbf{d}(k)$ 是常数向量, $\mathbf{e}(k)$ 是一组随机数组成的常数向量. 状态矩阵 \mathbf{A} 为单位矩阵, \mathbf{B} 是控制输入矩阵, \mathbf{D} 是需求矩阵. 值得注意的是一些网络特性 (如拓扑结构、饱和和流率、转弯率) 都包含在输入矩阵 \mathbf{B} 中.

2 区域交通分解和优化目标

2.1 动态子区域的划分

随着城市建设的发展, 城市空间结构和城市功能有了新的变化与发展, 而不同的布局结构和功能

对交通需求是不一样的, 由此造成的交通流分布形态也是不一样的, 不同的交通流分布形态对交通诱导与控制的要求是不一样的. 因此要实现有效的交通控制, 应该根据城市空间和功能的发展变化来对整个交通络系统进行分区. 但是值得注意的是, 许多资料中显示, 系统结构或模型的分解在大规模复杂系统的协调和控制方面都存在先决条件. 因此, 为了控制和优化的目的, 在接下来的部分引入网络分解策略.

为保证控制小区内各路口间协调合作, 疏导拥挤交通流, 将拥挤区域与临近稀疏路口划为同一个小区, 以便于路口间信号协同配时. 基于上述思想, 本文主要以排队比值的原则划分子区, 具体原则如下:

当相邻交叉路口之间的路段距离较短或者交通需求较高, 即排队比值较小时, 通过关联后实行协调控制, 可降低排队溢出而造成交通拥堵的风险. 最大可能存在的车辆数与路段堵塞车辆数比值称之为排队比值:

$$B = \frac{Q + q_{\max} \cdot \gamma}{L \cdot K_{\text{jam}} \cdot n}$$

式中, Q 表示相邻两个交叉口之间的路段存在的最大交通流量; γ 表示相邻交叉口路段交通流量的波动系数; L 为车队长度, K_{jam} 表示阻塞密度, n 表示车道数.

本文定义相邻交叉路口的排队比值关联度为:

$$I_B = \max \{B_{(i \rightarrow j)}, B_{(j \rightarrow i)}\}$$

所以, 从排队比值的角度, 可以通过确定 I_B , 来合并交叉路口.

对于城市交通网络, 每个交叉口和流入的交通流都可以看成一个子区域. 分解区域的依据是能保证优化问题相对应的每个子区域考虑和相邻子区域的所有独立性. 因此, 每一个子区域 $S_i \in S$ 包括一个中心交叉口 $i \in I$ 和流入的交通流, 其中 S 为子区域集合, I 为中心交叉口集合. 图 2 就是区域分解的例子, 可以看出交叉口 1 和交通流 x_1, x_2, x_3 组成子区域 S_1 . 图 2(b) 是对应图 2(a) 中基准网络的分解示意图.

2.2 优化目标

作为工业过程中最通用和最有效控制技术, MPC 被广泛用于解决大型多变量约束控制问题. MPC 的基本原理是选择一个未来控制行动的序列, 解决有限层约束最优控制问题. 在每一步, 只实现第一个元素的优化计算控制序列. 然后, 通过样品改变时域大小, 这样由测量的新信息重复整个过程.

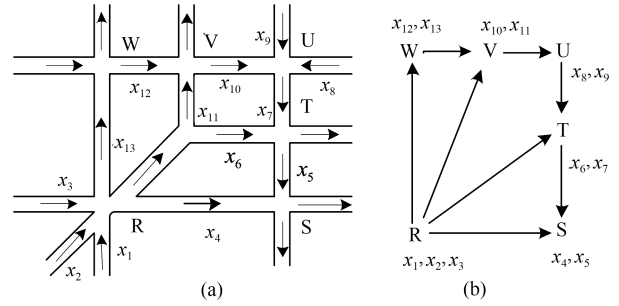


图 2 区域分解的例子

((a) 实验区域; (b) 实验区域的分解情况)

Fig. 2 Example of network decomposition

((a) A test network; (b) The decomposition of (a))

由于 MPC 具有解决实际交通的不确定性和避免近视控制方案的能力, 采用 MPC 协调城市区域网络的信号控制也特别有利于本文的研究. 因此, 优化的存储-转发的方法得出的交通动态模型可以作为预测模型. 开发了 MPC 信号分割优化框架. 就像前文提到的那样, 把一个大型区域分割成无数个子区域的目的是减少计算的复杂性. 因此, 大型区域的优化问题可以转化为各个子区域的相互协作和优化问题.

根据前面提到的子区域划分方法, 假定大型区域可以划分成 $|S|$ 个子区域. 定义这些子区域的集合为 S , 那么子区域 $S_i \in S$ 的离散时间动态模型为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k + k_0 + 1 | k_0) &= \mathbf{X}(k + k_0 | k_0) + \\ &BU(k + k_0 | k_0)Dd(k + k_0 | k_0) + \\ &\mathbf{e}(k + k_0 | k_0) \end{aligned} \quad (10)$$

假设当前的时间索引为 k_0 , 预测时域为 N_p . 那么子区域 $S_i \in S$ 的优化问题可以定义为:

$$\begin{aligned} \min_u J(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}(k)) &= \\ &\min_u \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{N_p} \|\mathbf{X}(k + k_0 | k_0)\|_Q^2 + \right. \\ &\left. \sum_{k=1}^{N_p-1} \|\mathbf{U}(k + k_0 | k_0)\|_R^2 \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{X}(k_0) = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}(k + k_0 + 1 | k_0) = \mathbf{X}(k + k_0 | k_0) + \\ BU(k + k_0 | k_0) + Dd(k + k_0 | k_0) + \\ \mathbf{e}(k + k_0 | k_0) \\ g(\mathbf{U}(k + k_0 | k_0)) = 0 \\ h(d(k + k_0 | k_0)) = 0 \\ \mathbf{U}_{\min}(k) \leq \mathbf{U}(k + k_0 | k_0) \leq \mathbf{U}_{\max}(k) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{X}(k+k_0|k_0)$ 代表在 $t=k_0T$ 时刻对 $t=(k+k_0)T$ 时刻进行预测的状态向量. B 和 D 分别代表控制输入矩阵和需求矩阵. $g(\cdot) = C - L_i - \sum_{p \in F_i} u_p/q_p$ 和 $h(\cdot)$ 分别代表绿灯时间约束和交通需求约束. $Q \geq 0$ 和 $R \geq 0$ 是两个对角矩阵. Q 是状态 (区域中车辆的数) 权重. R 阵为控制量的权重.

如前文描述, 为了减少区域计算的复杂性, 本文把区域分解成无数个小的子区域. 因此, 大型区域的优化问题可以转化成分解子区域的协同和优化. 假设利用上述分解原理, 可以把大型区域分解成 $|S|$ 个子区域. 定义区域的集合是 S , 子区域的优化问题可以定义为:

$$\begin{aligned} \min_{u_i} J_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) = & \\ \min_{u_i} \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{N_p} \|\mathbf{X}_i(k+k_0|k_0)\|_{Q_i}^2 + \right. & \\ \left. \sum_{k=0}^{N_p-1} \|\mathbf{U}_i(k+k_0|k_0)\|_{R_i}^2 \right) & \quad (13) \end{aligned}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{X}_i(k_0) = \mathbf{X}_{i,0} \\ \mathbf{X}_i(k+k_0+1|k_0) = \mathbf{X}_i(k+k_0|k_0) + \\ \quad B_i \mathbf{U}_i(k+k_0|k_0) + D_i \mathbf{d}_i(k+k_0|k_0) + \\ \quad \mathbf{z}_i(k+k_0|k_0) + \mathbf{e}_i(k+k_0|k_0) \\ g_i(\mathbf{U}_i(k+k_0|k_0)) = 0 \\ h_i(\mathbf{d}_i(k+k_0|k_0)) = 0 \\ \mathbf{z}_i(k+k_0|k_0) = \sum_{j \in N_i^{\text{in}}} M_{j,i} \mathbf{z}_{j,i}(k+k_0|k_0) \\ \mathbf{y}_i(k+k_0|k_0) = \sum_{j \in N_i^{\text{out}}} M_{i,j} \mathbf{y}_{i,j}(k+k_0|k_0) \\ \mathbf{U}_{i,\min}(k) \leq \mathbf{U}_i(k+k_0|k_0) \leq \mathbf{U}_{i,\max}(k) \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{U}_i = [(\mathbf{U}_i(k_0))' \cdots (\mathbf{U}_i(k_0+N_p-1))']'$ 是决策向量, $N_i^{\text{in}} = \{S_{j_1}, \cdots, S_{j_{n_1}}\}$ 表示相邻子区域的流入集合, $N_i^{\text{out}} = \{S_{j_2}, \cdots, S_{j_{n_2}}\}$ 表示相邻子区域的流出集合.

为了简化 $\mathbf{z}_{j,i}(k+k_0|k_0)$ 可缩写成 $\mathbf{z}_{j,i}$, $\mathbf{z}_{j,i} = [(\mathbf{z}_{j,1;i})', \cdots, (\mathbf{z}_{j,l;i})', \cdots, (\mathbf{z}_{j,R_j;i})']'$ 代表从相邻子区域 S_j 流入到子区域 S_i 的流入流量. $\mathbf{z}_{j,r;i} = [\mathbf{z}_{j,r;i,1}, \cdots, \mathbf{z}_{j,r;i,l}, \cdots, \mathbf{z}_{j,r;i,R_i}]'$ 表示从相邻子区域 S_j 的 r 交通流流入到子区域 S_i 的交通流量. $\mathbf{z}_{j,r;i,l}$ 是从相邻子区域 S_i 的 r 交通流流入到子区域 S_j 的 l 交通流的预测流量. 子区域 S_i 和 S_j 的相互影响如图 3 所示. R_i 和 R_j 分别代表子区域 S_i 和 S_j 的总交通流数. $\mathbf{y}_{i,j}(k+k_0|k_0)$ 表示从子区域 S_i 流出

的交通流量.

$\mathbf{z}_{j,i}(k+k_0|k_0)$ 和 $\mathbf{y}_{i,j}(k+k_0|k_0)$ 区别在于前者表示 S_j 的预测流入的交通流量, 这个交通流来自于 S_i . 后者表示从 S_i 流出的实际交通流量, 这个交通流流入 S_j . 相对应于 $\mathbf{z}_{j,i}(k+k_0|k_0)$, 可以定义 $\mathbf{y}_{i,j} = [(\mathbf{y}_{i,1;j})', \cdots, (\mathbf{y}_{i,l;j})', \cdots, (\mathbf{y}_{i,R_j;j})']'$, 和 $\mathbf{y}_{i,r;j} = [(\mathbf{y}_{i,r;j,1})', (\mathbf{y}_{i,r;j,1})', \cdots, (\mathbf{y}_{i,r;j,l})', \cdots, (\mathbf{y}_{i,r;j,R_j})']'$. $M_{i,j}$ 和 $M_{j,i}$ 是相互影响的矩阵, 它们反映了子区域中交通流的输入流和输出流的关系. 可以导出:

$$\begin{aligned} M_{i,j} &= \begin{bmatrix} \underbrace{I_{R_j \times R_j}, \cdots, I_{R_j \times R_j}}_{R_i} \end{bmatrix} \\ M_{j,i} &= \begin{bmatrix} \underbrace{I_{R_i \times R_i}, \cdots, I_{R_i \times R_i}}_{R_j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $I_{R_j \times R_j}$ 和 $I_{R_i \times R_i}$ 分别是维数 R_j 和 R_i 的单位矩阵.

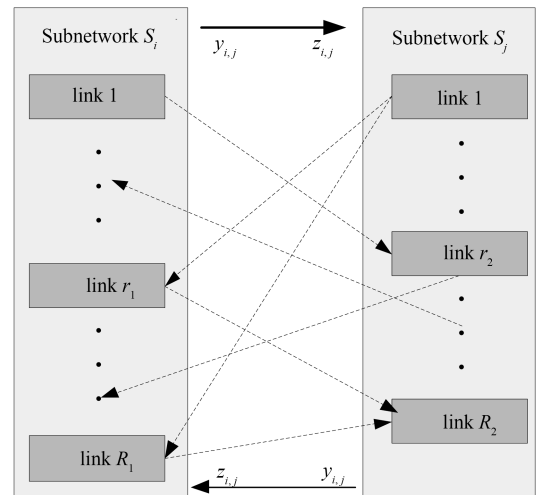


图 3 相邻区域之间的影响

Fig. 3 Influence between adjacent subnetworks

另外, 为了更准确地对实际交通情况建立模型, 从子区域 S_i 的 r_1 交通流驶出转入子区域 S_j 的 r_2 交通流的车辆数量可以通过下式计算:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_{i,r_1;j,r_2}(k+k_0|k_0) &= \sum_{p \in F_i} u_{i,p}(k+k_0|k_0) \\ \hat{\mathbf{y}}_{i,r_1;j,r_2}(k+k_0|k_0) &= \\ & \frac{\tau_{i,r_1;j,r_2}}{R_j} (x_{i,r_1;j,r_2}(k+k_0|k_0) + \\ & \sum_{r=1}^{R_j} \tau_{i,r_1;j,r_2} \\ & z_{i,r_1;j,r_2}(k+k_0|k_0) + e_{i,r_1}(k+k_0|k_0)) \end{aligned}$$

$$\mathbf{y}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0) = \min \begin{cases} \hat{\mathbf{y}}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0) \\ \hat{\mathbf{y}}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0) \end{cases} \quad (16)$$

在这里, $\hat{\mathbf{y}}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0)$ 表示最大容量, $\hat{\mathbf{y}}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0)$ 表示打算从子区域 S_i 的 $r1$ 交通流驶出转入子区域 S_j 的 $r2$ 交通流的车辆数量. 值得注意的是, 在这里假设下游子区域 S_j 的 $r2$ 交通流上能容纳来自于子区域 S_i 的 $r1$ 交通流的所有车辆.

基于上述讨论, 可以推导出每个子区域的优化问题. 另外需要注意的是, 基于预测输入即 $\mathbf{z}_{j,i}$ 的子区域 S_i 的优化问题可以解决. 因此, 为了反映子区域和它相邻的子区域之间的关系, 必须添加下面的相互平衡的约束条件,

$$\mathbf{z}_{i,j}(k+k_0|k_0) = \mathbf{y}_{i,j}(k+k_0|k_0) \quad (17)$$

一般来说, 为了协调分割后的子区域, 整个区域的优化问题 (10) 可以定义为:

$$\min_{\mathbf{U}} J(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \min_{\mathbf{U}} J_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) \quad (18)$$

约束条件为式 (13) ~ (17).

3 分层 MPC 控制系统设计

由于大规模系统通过集中控制结构很难得到理想的鲁棒性和可靠性, 而且在大规模系统的最优控制计算复杂性大. 鉴于这些原因, 在大规模系统中可使用分层控制结构, 结合分解、协调和并行处理进行改进. 分级控制背后的基本原理是通过一些互相联系的变量将给定的大规模系统分解为几个子系统, 然后定义每个子系统的优化问题, 协调子系统导出一个最优的解决方案. 目标协调法和关联预估法可用于协调改进, 但目标协调法通常需要额外的术语引入到代价函数, 以避免解决方案有奇点, 有奇点可能增加计算负担. 相比之下, 关联预估方法有潜力加快计算过程. 因此, 在本文研究中将注意力放在关联预估方法上.

如果子区域 S_i 和相邻子区域之间的交互可以通过通信估计, 然后为了减少较大的计算量, 大规模的城市区域网络可以分解成几个小的子区域, 与之相对应的优化问题可以分为几个子区域的优化. 因此, 为了确保满足子区域 S_i 和相邻子区域之间的互动平衡约束, 子区域 S_i 需要和相邻的子区域之间沟通和协调. 为了协调所有划分的子区域、需要设计层次 (或分布) 控制结构下协调算法.

需要注意的是, 为了方便起见在接下来的讨论中, 时间步长 $k+k_0|k_0$ 简写成 k , 例如 $\mathbf{z}(k+k_0|k_0)$ 和 $\mathbf{y}_{i,r1;j,r2}(k+k_0|k_0)$ 分别简写成 $\mathbf{z}(k)$ 和 $\mathbf{y}_{i,r1;j,r2}(k)$.

3.1 基于 MPC 优化目标分析

一般来说, 对偶优化方法可以用来解决分解子网之间的协调问题. 所有相互约束条件可以考虑采用拉格朗日乘子向量 λ . 整个交通网络优化问题 (13) 的增广拉格朗日函数可以被定义为:

$$L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) = \sum_{S_i \in S} \{J_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) + \sum_{k=1}^{N_p} \sum_{S_j \in N_i^{\text{in}}} \lambda'_{i,j}(\mathbf{z}_{j,i}(k) - \mathbf{y}_{j,i}(k))\} \quad (19)$$

其中, $\lambda_{i,j}$ 是对应每个子系统的拉格朗日乘子, 它与子网 S_i 和 S_j 之间的约束有关^[17].

拉格朗日对偶原理: 定义函数 $\theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \max_{\lambda} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda)$, 下标 P 表示原始问题. 假设给定某个 \mathbf{U} , 如果违反原始问题的约束问题, 即存在某个 $S_j \in N_i^{\text{in}}$ 使得 $\mathbf{z}_{j,i}(k) \neq \mathbf{y}_{j,i}(k)$, 那么就有

$$\theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \max_{\lambda} \sum_{S_i \in S} \{J_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) + \sum_{k=1}^{N_p} \sum_{S_j \in N_i^{\text{in}}} \lambda_{i,j}(\mathbf{z}_{j,i}(k) - \mathbf{y}_{j,i}(k))\} \rightarrow +\infty \quad (20)$$

相反的, 如果满足约束条件, 则由式 (17) 和式 (18) 可知: $\theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = J(\mathbf{X}, \mathbf{U})$

因此:

$$\theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \begin{cases} J(\mathbf{X}, \mathbf{U}), & \mathbf{U} \text{ 满足原始问题约束} \\ +\infty, & \text{其他} \end{cases}$$

故在满足约束条件下, 考虑极小化问题, $\min_{\mathbf{U}} \theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \min_{\mathbf{U}} \max_{\lambda} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) = \min_{\mathbf{U}} J(\mathbf{X}, \mathbf{U})$, 为了方便, 定义原始问题的最优值

$$P^* = \min_{\mathbf{U}} \theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U})$$

称为原始问题的值.

定义 $\theta_D(\lambda) = \min_{\mathbf{U}} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda)$, 再考虑极大化 $D(\lambda)$, 即 $P^* = \min_{\mathbf{U}} \theta_P(\mathbf{X}, \mathbf{U})$

$$\max_{\lambda} \theta_D(\lambda) = \max_{\lambda} \min_{\mathbf{U}} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda)$$

问题 $\max_{\lambda} \min_{\mathbf{U}} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda)$ 称为广义拉格朗日函数的极大极小问题. 可以将广义拉格朗日函数的极

大极小问题表示为约束最优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda} \theta_D(\lambda) &= \max_{\lambda} \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \\ \text{s. t. } \mathbf{z}_{j,i}(k_0 + k | k_0) &= \mathbf{y}_{j,i}(k_0 + k | k_0) \end{aligned}$$

称为原始问题的对偶问题. 定义对偶问题的最优值

$$d^* = \max_U \theta_D(\mathbf{X}, \mathbf{U})$$

称为对偶问题的值.

定理 1. 若原始问题与对偶问题都有最优值, 则

$$\begin{aligned} d^* &= \max_{\lambda} \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \leq \\ &\min_U \max_{\lambda} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) = p^* \end{aligned}$$

证明. 对于任意的 λ 和 (\mathbf{X}, \mathbf{U}) , 有

$$\begin{aligned} \theta_D(\lambda) &= \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \leq L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \leq \\ &\max_{\lambda} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) = \theta_p(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \end{aligned}$$

即

$$\theta_D(\lambda) \leq \theta_p(\mathbf{X}, \mathbf{U})$$

由于原始问题和对偶问题都有最优值, 所以

$$\max_{\lambda} \theta_D(\lambda) \leq \min_{\mathbf{X}, \mathbf{U}} \theta_p(\mathbf{X}, \mathbf{U})$$

即

$$\begin{aligned} d^* &= \max_{\lambda} \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \leq \\ &\min_U \max_{\lambda} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) = p^* \end{aligned}$$

□

基于拉格朗日对偶原理, 拉格朗日对偶函数可以定义为:

$$\theta_D(\lambda) = \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \quad (21)$$

约束条件是式 (13) ~ (17), 优化变量 \mathbf{U} 称之为原始变量, 拉格朗日算子 λ 也被称为对偶变量. 然后, 与问题 (19) 相关的增广对偶优化问题可以定义为:

$$\max_{\lambda} \theta_D(\lambda) = \max_{\lambda} \min_U L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) \quad (22)$$

约束条件是 (13) ~ (17), 并且

$$\lambda \in \mathbf{R}_+^m \quad (23)$$

为了减少计算的复杂性, 也为了保证每个子网络都能独立被优化. 给出下面这个引理.

引理 1. 如果拉格朗日乘子 λ 和作用矢量 $\mathbf{z}_{j,i}(k)$ 固定不变, 拉格朗日函数可以被扩展成:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \lambda) &= \\ &\sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} \hat{L}_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k), \tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{\mathbf{z}}_{i,j}, \tilde{\mathbf{z}}_{j,i}) \quad (24) \\ \hat{L}_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k), \tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{\mathbf{z}}_{i,j}, \tilde{\mathbf{z}}_{j,i}) &= \\ J_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k)) &+ \sum_{S_j \in N_i^{\text{in}}} \sum_{k=1}^{N_p} A + \sum_{S_j \in N_i^{\text{out}}} \sum_{k=1}^{N_p} B \\ \tilde{\mathbf{z}}_{j,i} = \mathbf{z}_{j \in N_i^{\text{in}}, i} &= [(\mathbf{z}_{j_1, i})', \dots, (\mathbf{z}_{j_{n_1}, i})']' \\ \tilde{\mathbf{z}}_{i,j} = \mathbf{z}_{i, j \in N_i^{\text{out}}} &= [(\mathbf{z}_{i, j_1})', \dots, (\mathbf{z}_{i, j_{n_2}})']' \\ \tilde{\lambda}_{j,i} = \lambda_{j \in N_i^{\text{in}}, i} &= [(\lambda_{j_1, i})', \dots, (\lambda_{j_{n_1}, i})']' \\ \tilde{\lambda}_{i,j} = \lambda_{i, j \in N_i^{\text{out}}} &= [(\lambda_{i, j_1})', \dots, (\lambda_{i, j_{n_2}})']' \\ A &= \sum_{r_1=1}^{R_j} \sum_{r_2=1}^{R_i} (\lambda_{j, r_1; i, r_2}(k) \cdot \mathbf{z}_{j, r_1; i, r_2}(k)) \\ B &= \sum_{r_1=1}^{R_i} \sum_{r_2=1}^{R_j} (-\lambda_{i, r_1; j, r_2}(k) \cdot \mathbf{y}_{i, r_1; j, r_2}(k)) \quad (25) \end{aligned}$$

然后将 (24) 代入到对偶优化问题 (22) 中, 可以得到:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda} D(\lambda) &= \max_{\lambda, \mathbf{z}} \sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} \min_{U_i} \hat{L}_i(\cdot) = \\ &\sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} \max_{\tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{\mathbf{z}}_{j,i}} \min_{U_i} \hat{L}_i(\cdot) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} \max_{\tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\mathbf{z}}_{i,j}} \varphi_i(\cdot) \quad (26) \end{aligned}$$

约束条件为式 (11) ~ (16) 和式 (24).

3.2 分层 MPC 控制器设计

基于以上讨论: 可以采用两层模型预测控制解决对偶优化问题. 在上层控制中优化协调量 λ , \mathbf{z} , 在下层控制中通过求解每一个子区域的优化问题 $\phi_i(\cdot)$, 求得下层控制的优化目标 \mathbf{U} .

下层控制: 在下层控制中, 每一个子区域的优化问题是:

$$\min_{U_i} \hat{L}_i(\mathbf{X}_i(k), \mathbf{U}_i(k), \tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{\mathbf{z}}_{i,j}, \tilde{\mathbf{z}}_{j,i}) \quad (27)$$

约束于式 (13) ~ (17). 值得注意的是, 在解决子优化问题 (26) 过程中, 拉格朗日乘子 $\tilde{\lambda}_{i,j}$, $\tilde{\lambda}_{j,i}$ 以及作用矢量 $\tilde{\mathbf{z}}_{i,j}$, $\tilde{\mathbf{z}}_{j,i}$ 在解决子区域的优化过程中被认为是常量.

上层控制: 下层控制中拉格朗日乘子 $\tilde{\lambda}_{i,j}$ 和 $\tilde{\lambda}_{j,i}$ 沿着梯度方向更新. 根据式 (22)~(26) 可以得到拉格朗日函数沿着 λ 梯度方向的函数为:

$$\nabla L(\lambda(k)) = z(k) - y(k) \quad (28)$$

为了方便说明, 定义:

$$e^\ell(k) = z^\ell(k) - y^\ell(k) = \begin{bmatrix} \vdots \\ z_{i,j}^\ell(k) - y_{i,j}^\ell(k) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (29)$$

然后, 对于任意的子区域 S_i 和它的相邻子区域 S_j , 拉格朗日算子 $\lambda_{i,r_1;j,r_2}$ 和 $\lambda_{j,r_3;i,r_4}$ 可以更新如下:

$$\begin{aligned} \lambda_{i,r_1;j,r_2}^{(\ell+1)}(k) &= \lambda_{i,r_1;j,r_2}^{(\ell)}(k) + \\ &\quad \beta_1(z_{i,r_1;j,r_2}^{(\ell)}(k) - y_{i,r_1;j,r_2}^{(\ell)}(k)) \\ \lambda_{j,r_3;i,r_4}^{(\ell+1)}(k) &= \lambda_{j,r_3;i,r_4}^{(\ell)}(k) + \\ &\quad \beta_2(z_{j,r_3;i,r_4}^{(\ell)}(k) - y_{j,r_3;i,r_4}^{(\ell)}(k)) \end{aligned} \quad (30)$$

其中, β_1 和 β_2 是正定的常量, 表示给定的步长, 可以是所有迭代的固定值, 或者可以针对每次迭代变化和优化. 上标 ℓ 表示迭代步骤.

基于交互预测方法的理论基础, 任意两个子网络 S_i 和 S_j 之间的作用矢量 $z_{i,j}$ 和 $z_{j,i}$ 通过上层协调量估算. 作用矢量在下层控制的各个子区域的 MPC 优化量中收集信息. 因此, 在 $(\ell+1)$ 步迭代中, 作用矢量的估计量 $z_{i,j}^{\ell+1}(k)$ 可以更新如下:

$$z_{i,j}^{\ell+1}(k) = y_{i,j}^\ell(k) \quad (31)$$

将式 (29) 代入式 (27), 可得:

$$e^{(\ell)}(k) = y^{(\ell-1)}(k) - y^{(\ell)}(k) \quad (32)$$

然后结束协同的条件可以定义为:

$$\|e^{(\ell)}(k)\|_2 \leq \varepsilon \quad (33)$$

其中, $0 < \varepsilon$ 是给定误差容限值.

另外, 在式 (28) 和式 (29) 中值得注意的是, 迭代过程是从 $\ell = 1$ 开始的. 因此, 任意的子区域 S_i 和它的相邻子区域 S_j , 拉格朗日算子 $\lambda_{i,r_1;j,r_2}$ 和 $\lambda_{j,r_3;i,r_4}$, 以及作用矢 $z_{i,j}$ 和 $z_{j,i}$ 都必须在第一步迭代中初始化.

图 4 说明了所提出的方法的方案图.

为了表述简单, 定义 $\tilde{y}_{j,i} = y_{j \in N_i^{\text{in}}, i} = [(y_{j_1, i})', \dots, (y_{j_{n_1}, i})']'$ 和 $\tilde{y}_{i,j} = y_{i, j \in N_i^{\text{out}}} = [(y_{i, j_2})', \dots, (y_{i, j_{n_2}})']'$. 基于上述讨论, 本文的控制方法可以总结如第 3.3 节所述.

3.3 区域交通信号控制算法

算法 1 (区域交通信号控制算法).

步骤 1 (初始化). 假设在当前采样步长 k_0 的所有初始状态 $X_i(k_0)$ ($i = 1, 2, \dots, |S|$) 均是可测的, 对于 $k = k_0 + 1, \dots, k_0 + N_p$, 关联向量 $\tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{z}_{i,j}, \tilde{z}_{j,i}$ 都能被初始化. 令 $c = 1$.

步骤 2 (预测). 对于 $k = k_0 + c - 1, \dots, k_0 + c - 2 + N_p$, 假设可以预测子区域 S_i 的交通流 r 的交通需求 $d_i(k)$ 和扰动 $e_i(k)$. 令 $\ell = 1$. 如果 $c = 1$, 则跳转到步骤 4.

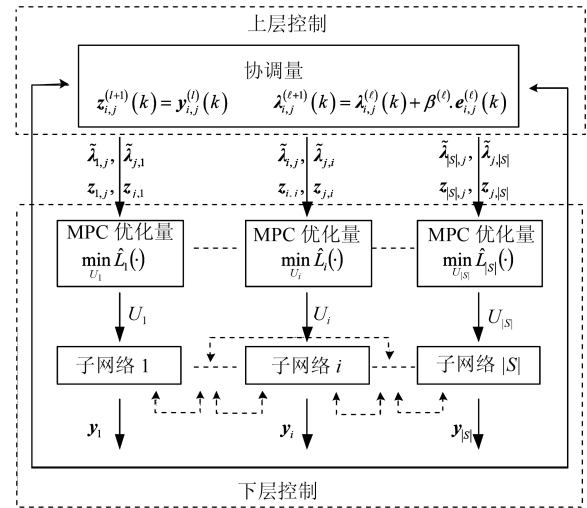


图 4 所提出方法的方案图

Fig. 4 Scheme of the proposed method

步骤 3 (启动). 对于任意的 $i = 1, 2, \dots, |S|$ 和 $k = k_0 + c - 1, \dots, k_0 + c - 2 + N_p$,

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_{i,j}^{(1)} &= \tilde{\lambda}_{i,j}^{(\ell^*)}(k-1), & \tilde{\lambda}_{j,i}^{(1)} &= \tilde{\lambda}_{j,i}^{(\ell^*)}(k-1) \\ \tilde{z}_{i,j}^{(1)} &= \tilde{y}_{i,j}^{(\ell^*)}(k-1), & \tilde{z}_{j,i}^{(1)} &= \tilde{y}_{j,i}^{(\ell^*)}(k-1) \end{aligned}$$

步骤 4 (下层优化). 对于任意的 $i = 1, 2, \dots, |S|$ 和 $k = k_0 + c - 1, \dots, k_0 + c - 2 + N_p$, 由于关联向量量 $\tilde{\lambda}_{i,j}, \tilde{\lambda}_{j,i}, \tilde{z}_{i,j}, \tilde{z}_{j,i}$ 可以由上层控制得到, 每个子区域 S_i 的 MPC 优化量记忆可以通过解决式 (27) 中的最优化问题得到决策向量 $U_i^\ell(k_0 + c - 1), \dots, U_i^\ell(k_0 + c - 2 + N_p)$. 同时, 可以通过 (16) 计算得到输出交通流量 $y_{i,j}^\ell(k_0 + c - 1), \dots, y_{i,j}^\ell(k_0 + c - 2 + N_p)$, 然后将这组数据传送到上层优化控制.

步骤 5 (上层优化). 对于任意的 $i = 1, 2, \dots, |S|$ 和 $k = k_0 + c - 1, \dots, k_0 + c - 2 + N_p$, 基于迭代预测的方法, 应用下层优化得到的 $\tilde{y}_{i,j}^\ell(k)$ 和 $\tilde{y}_{j,i}^\ell(k)$, 根据式 (30) 和式 (31) 更新 $\tilde{\lambda}_{i,j}, \lambda_{j,i}, \tilde{z}_{i,j}, \tilde{z}_{j,i}$.

步骤 6 (检验和更新). 检测是否满足最终的迭代条件, 如果在迭代次数 ℓ^* 时满足停止条件, 然后结束迭代过程, 跳转至步骤 7; 否则, 令 $\ell = \ell + 1$, 返回到步骤 4.

步骤 7 (完成). 对于任意的交叉路口 $i = 1, 2, \dots, |S|$, 最优控制变量序列 $U_i^\ell(k_0 + c - 1), \dots, U_i^\ell(k_0 + c - 2 + N_p)$ 的第一项 $U_i^\ell(k_0 + c - 1)$ 应用到子区域 S_i .

步骤 8 (滚动时域). 将时域移动到下一个控制间隔, 令 $c = c + 1$, 跳转至步骤 2.

4 仿真结果及分析

为了验证本文改进模型后分层协调模型预测控制算法的有效性, 本节主要通过与文献 [15] 中所提出的存储-转发模型进行对比, 从计算成本和算法性能两个方面对比分析, 评估本文算法的优越性. 对于计算成本的度量, 本文采用了在不同的预测范围 N_p 内, 用于解决在线优化问题的模拟的平均 CPU 运行时间. 对于算法性能的度量, 采用在测试网络中 1 小时 (即 30 个模拟步骤) 的测试中车辆的总时间消耗 (TTS).

研究对象主要是图 2 所示的交通网络, 测试网络中包括 18 条交通流, 其中有 5 条是流出的交通流, 其余 13 条是流入的交通流. 因此 x_1, x_2, x_3 和 x_8, x_9 是所研究网络的流入交通流. x_3 和 x_4 的长度是一样的, 都是 1 200 m, x_6 和 x_{11} 是 1 440 m, 其他长度都是 600 m. 此外, 为了保证同步, 假定任意两个交叉口之间的偏移量都是零. 表 1 给出了基本参数的定义, 表 2 给出了测试路网中各个交通流的转弯率, 不存在直接转弯关系的交通流转弯率为零.

表 1 基本参数的定义

Table 1 Definitions of basic parameters

参数	变量	仿真值
周期时长	C	120 s
损失时间	L	20 s
控制间隔	T	120 s
车辆平均长度	l	5 m

图 5 给出了 5 条输入交通流在仿真时间段的随机变化情况, 变化周期是 10 min (相当于 5 个仿真步数). 图 5 测试网中的每条流入的交通流的变化周期是 10 min (相当于 5 个仿真步数), 初始状态和扰动是随机产生的, 为了简化, 初始状态和扰动的定义如表 3 所示.

图 6 说明了在预测时间窗不同的情况下, 每个仿真周期中基于两种不同模型的 CPU 运行时间.

表 2(a) 测试网中的转弯率

Table 2(a) Turning rates of the test network

$\tau_{w,r}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	0	0	0.2	0	0.5
x_2	0	0	0	0.15	0	0.35
x_3	0	0	0	0.5	0	0.15
x_4	0	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	0
x_6	0	0	0	0	0.3	0
x_7	0	0	0	0	0.6	0
x_8	0	0	0	0	0	0
x_9	0	0	0	0	0	0
x_{10}	0	0	0	0	0	0
x_{11}	0	0	0	0	0	0

表 2(b) 测试网中的转弯率

Table 2(b) Turning rates of the test network

$\tau_{w,r}$	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}
x_1	0	0	0	0	0.15	0	0.5
x_2	0	0	0	0	0.35	0	0.15
x_3	0	0	0	0	0.2	0	0.15
x_4	0	0	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	0	0
x_6	0	0	0	0	0	0	0
x_7	0	0	0	0	0	0	0
x_8	0.4	0	0	0.6	0	0	0
x_9	0.6	0	0	0.4	0	0	0
x_{10}	0	0	0	0	0	0.7	0
x_{11}	0	0	0	0	0	0.3	0

表 3 初始状态和扰动

Table 3 initial states and disturbances

定义	描述	范围
I_L	低初态	$x_i^{6,11} \in [25, 50), x_i^{4,13} \in [20, 40), x_i^{other} \in [10, 20)$
I_M	中初态	$x_i^{6,11} \in [45, 80), x_i^{4,13} \in [35, 60), x_i^{other} \in [15, 30)$
I_H	高初态	$x_i^{6,11} \in [60, 100), x_i^{4,13} \in [50, 80), x_i^{other} \in [20, 40)$
e_L	低扰动	$e_i^{6,11} \in [5, 10), e_i^{4,13} \in [4, 8), e_i^{other} \in [2, 4)$
e_H	高扰动	$e_i^{6,11} \in [8, 15), e_i^{4,13} \in [6, 10), e_i^{other} \in [4, 6)$

注: $x_i^{6,11}$ 表示交通流 $\{x_6, x_{11}\}$ 现有的排队长度, $x_i^{4,13}$ 表示交通流 $\{x_4, x_{13}\}$ 现有的排队长度, x^{other} 表示其他交通流现有的排队长度. 同理 $x_i^{6,11}, x_i^{4,13}, x^{other}$ 表示相应交通流的扰动.

从表中可以看出, 随着 N_p 的增长, 基于两种模型的 CPU 运行时间都在迅速的增加. 同时, 与文献 [15] 中的存储-转发模型相比, 因为改进模型对流量的高效疏散, 本文改进的存储-转发模型的每个仿真的 CPU 运行时间会减少 0.25% ~ 70.25%. 另外, 从表中可以看出, 随着 N_p 的增长, 本文改进模型控制策略的性能优势更为明显.

图 7 ~ 10 表明了不同预测窗下, 对应测试的 6 种不同状态 (低初态低扰动 LSLD、低初态高

扰动 LSHD、中初态低扰动 MSLD、中初态高扰动 MSHD、高初态低扰动 HSLD、高初态高扰动 HSHD) 下, 测试区域中车辆总的消耗时间 (TTS) 的情况.

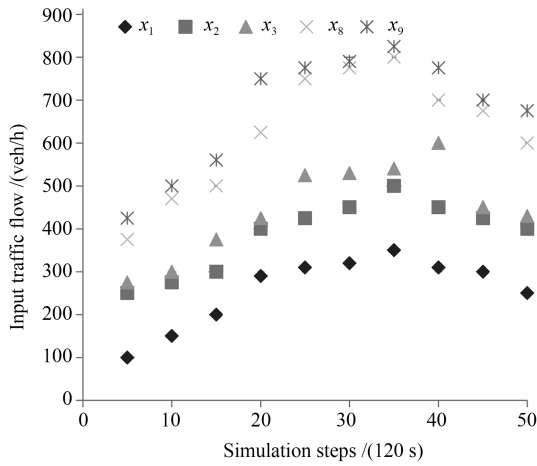


图 5 外界输入交通流

Fig. 5 Input traffic flow from outside

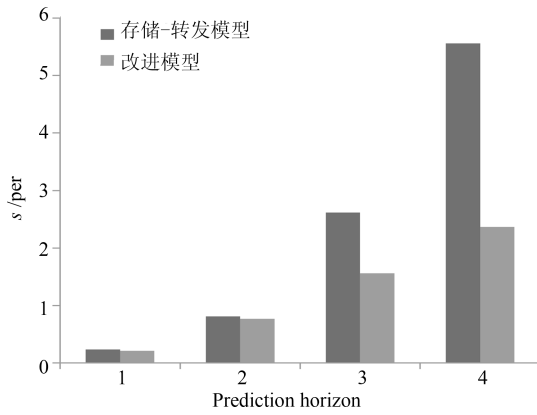


图 6 不同预测窗的运行时间

Fig. 6 Running time under different prediction window

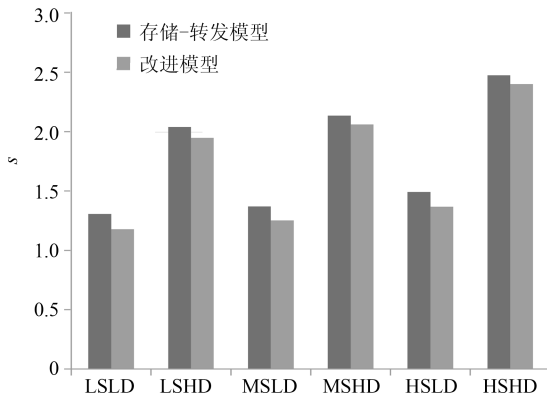


图 7 $N_p = 1$ 时不同状态下两种模型的 TTS

Fig. 7 TTS of each model under $N_p = 1$

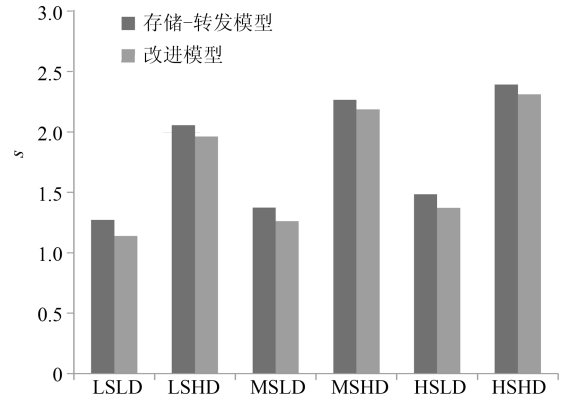


图 8 $N_p = 2$ 时不同状态下两种方法的 TTS

Fig. 8 TTS of each model under $N_p = 2$

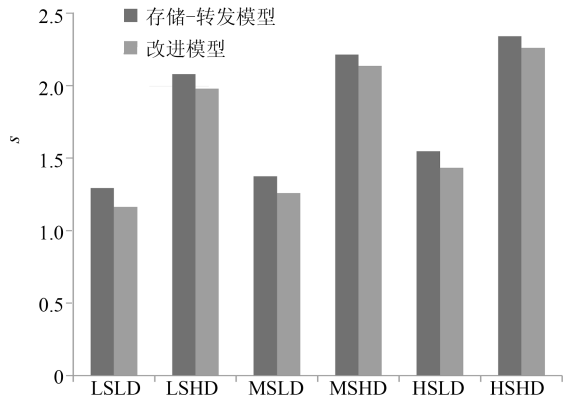


图 9 $N_p = 3$ 时不同状态下两种方法的 TTS

Fig. 9 TTS of each model under $N_p = 3$

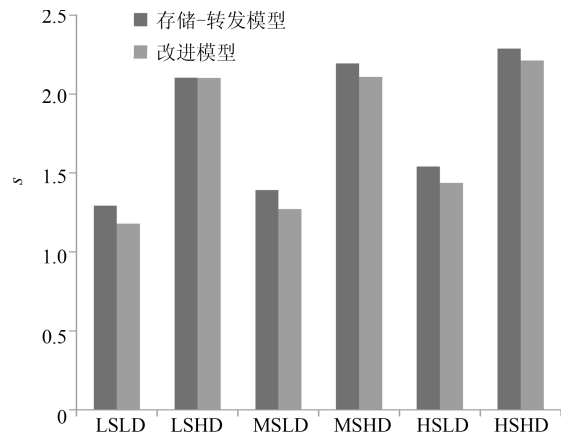


图 10 $N_p = 4$ 时不同状态下两种方法的 TTS

Fig. 10 TTS of each model under $N_p = 4$

从上述 4 图中, 可以看出在不同状态下, 分布式模型预测控制的 TTS 都短于集中式模型预测, 并且随着预测窗的增大, TTS 呈增长的趋势.

下面从不同类型交通流的车辆消耗情况来探究本文所述方法的有效性. 选取两个具有代表性的交通流进行研究, 分别是有外界输入的交通流 x_3 , 无

外界输入的 x_7 . 图 11~14 给出所研究的两个交通流在不同状态下, 由两种控制策略分别控制的车辆数量的对比.

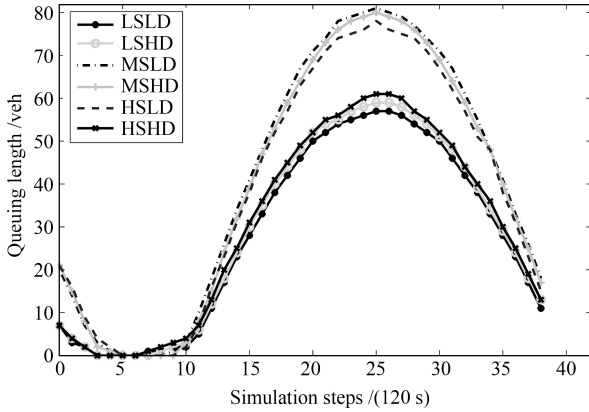


图 11 本文改进模型控制的交通流 x_3 的变化

Fig. 11 The changing of traffic x_3 under proposed model

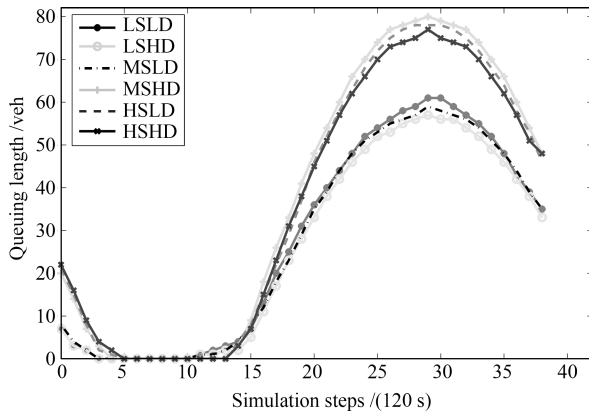


图 12 存储转发模型控制的交通流 x_3 的变化

Fig. 12 The changing of traffic x_3 under store and forward model

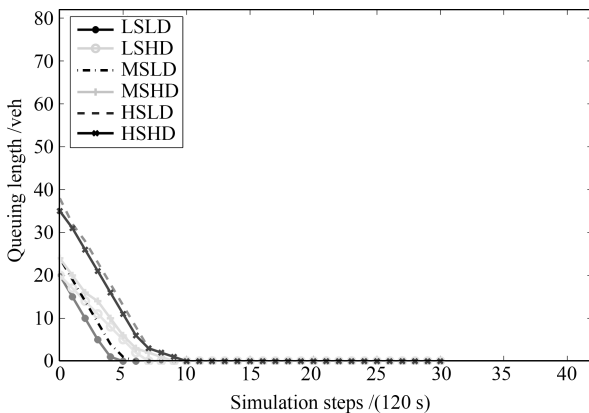


图 13 本文改进模型控制的交通流 x_7 的变化

Fig. 13 The changing of traffic x_7 under proposed model

观察上述 4 图, 首先在相同状态下, 由两种不同模型控制的交通流, 车辆排队数量的变化趋势几乎是一样的. 由图 11 和图 12 对比可以发现, 不管初

始排队车辆处于什么状态, 低扰动下交通流 x_3 的车辆排队数量远远低于高扰动状态下的车辆排队数量. 由图 13 和图 14 对比可以发现, 相同状态不同控制策略下对交通流 x_7 的控制性能几乎相同.

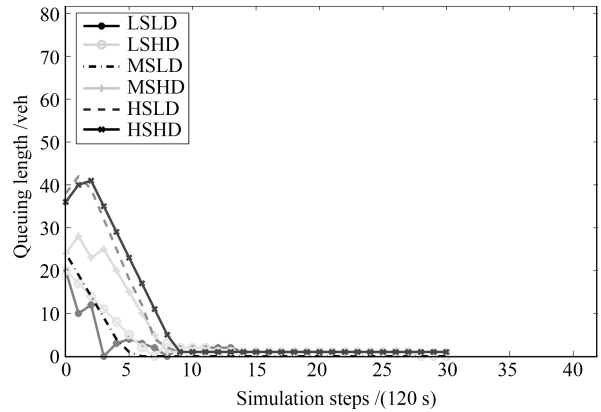


图 14 存储转发模型控制的交通流 x_7 的变化

Fig. 14 The changing of traffic x_7 under store and forward model

对比图 11 和图 12 可见, 图 11 中, 约 10 个仿真步数 (即 20 min) 后, 排队数量出现了递增的趋势, 并且出现了最大值. 这是因为 x_3 是有外界输入的交通流, 所以排队长度的车辆数量远远大于没有外界流入的交通流排队数量. 图 11 的队列长度峰值比图 12 提前出现, 但到仿真结束时, 平均队列长度下降到了图 12 的 1/3 左右.

综上所述, 本文提出改进的存储-转发模型在计算损耗和总的损失时间 (TTS) 上, 性能优于文献 [15] 的存储-转发模型, 尤其是随着预测时间窗长度的增加, 优势越来越明显. 同时, 相同条件下, 两种控制模型对排队车辆的消耗情况是一样甚至更优的. 也就是说, 在能达到相同的控制性能情况下, 本文提出的改进的存储-转发模型在整个运行的计算速度上更优, 这也是大型控制系统追求的目标.

5 结论

本文主要是针对区域交通进行研究, 根据交通流的动态特性, 提出了改进的存储-转发模型, 建立相应的区域交通状态方程. 为了减小计算复杂度, 本文根据相应的子区域划分原则, 把大型区域划分成小的子区域. 根据模型预测控制理论, 提出区域交通的优化问题, 给出相应的约束条件. 为了协调各子区域, 引进了分布式模型预测控制算法. 仿真结果表明, 在能达到相同的控制性能情况下, 本文提出的基于改进的存储-转发模型的算法在解决问题的计算速度上优于文献 [15] 中基于存储-转发模型的分层模型预测.

References

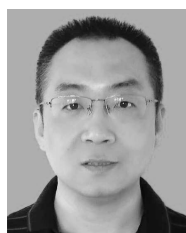
- 1 Jang K, Kim H, Jang I G. Traffic signal optimization for oversaturated urban networks: queue growth equalization. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, **16**(4): 2121–2128
- 2 Meng X, Tang S H, Liu X M, Zhang L. Oversaturated traffic signal optimization based on active control. In: Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Intelligent Transportation Engineering (ICITE). Singapore: IEEE, 2016. 91–95
- 3 Liu Xiao-Ming, Tang Shao-Hu, Zhu Feng-Hua, Chen Zhao-Meng. Urban area oversaturated traffic signal optimization control based on MFD. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(7): 1220–1233
(刘小明, 唐少虎, 朱凤华, 陈兆盟. 基于 MFD 的城市区域过饱和和交通信号优化控制. *自动化学报*, 2017, **43**(7): 1220–1233)
- 4 Zhu Yu-Xuan, Li Shao-Yuan. Analysis and system design of multi-convex hull stabilization domain for double-layered model predictive control system. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(2): 262–269
(朱宇轩, 李少远. 双层模型预测控制系统的多包镇定域分析与系统设计. *自动化学报*, 2018, **44**(2): 262–269)
- 5 Aboudolas K, Papageorgiou M, Kosmatopoulos E. Store-and-forward based methods for the signal control problem in large-scale congested urban road networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2009, **17**(2): 163–174
- 6 Lin S, De Schutter B, Xi Y G, Hellendoorn H. Efficient network-wide model-based predictive control for urban traffic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2012, **24**: 122–140
- 7 Lin S, De Schutter B, Xi Y G, Hellendoorn H. Fast model predictive control for urban road networks via MILP. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, **12**(3): 846–856
- 8 Zhou X H, Ye B L, Lu Y Z, Xiong R. A novel MPC with chance constraints for signal splits control in urban traffic network. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, **47**(3): 11311–11317
- 9 Tettamanti T, Varga I. Distributed traffic control system based on model predictive control. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 2010, **54**(1): 3–9
- 10 Negenborn R R, De Schutter B, Hellendoorn J. Multi-agent model predictive control for transportation networks: serial versus parallel schemes. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2008, **21**(3): 353–366
- 11 De Oliveira L B, Camponogara E. Multi-agent model predictive control of signaling split in urban traffic networks. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2010, **18**(1): 120–139
- 12 Camponogara E, Scherer H F. Distributed optimization for model predictive control of linear dynamic networks with control-input and output constraints. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2011, **8**(1): 233–242
- 13 Sirmatel I I, Geroliminis N. Economic model predictive control of large-scale urban road networks via perimeter control and regional route guidance. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, **19**(4): 1112–1121
- 14 Ye B L, Wu W M, Mao W J. Distributed model predictive control method for optimal coordination of signal splits in urban traffic networks. *Asian Journal of Control*, 2015, **17**(3): 775–790
- 15 Ye B L, Wu W M, Li L X, Mao W J. A hierarchical model predictive control approach for signal splits optimization in large-scale urban road networks. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, **17**(8): 2182–2192
- 16 Gazis D C, Potts, R B. The oversaturated intersection. In: Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow. London, UK: ARRB Group Ltd., 1963. 221–237
- 17 Xing T, Zhou X S. Finding the most reliable path with and without link travel time correlation: a Lagrangian substitution based approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2011, **45**(10): 1660–1679



魏永涛 东北大学秦皇岛分校控制工程学院讲师. 2012 年获得东北大学信息学院博士学位. 主要研究方向为智慧城市与智能交通. 本文通信作者.
E-mail: weiyt@neuq.edu.cn

(**WEI Yong-Tao** Lecturer at the School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao. He

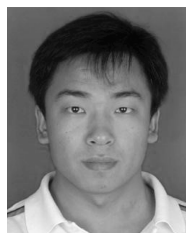
received his Ph.D. from School of Information, Northeastern University in 2012. His research interest covers smart city and intelligent transportation system. Corresponding author of this paper.)



高原 东北大学秦皇岛分校控制工程学院讲师. 2002 年获得东北大学硕士学位. 主要研究方向为智能控制与智能交通. E-mail: gaoyuan@neuq.edu.cn

(**GAO Yuan** Lecturer at the School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao. He

received his master degree from Northeastern University in 2002. His research interest covers intelligent control and intelligent transportation system.)



孙文义 东北大学博士研究生. 2009 年获得燕山大学硕士学位. 主要研究方向为智能控制与智能交通.

E-mail: sunwenyi@neuq.edu.cn

(**SUN Wen-Yi** Ph.D. candidate at Northeastern University. He received his master degree from Yanshan University in 2009. His research interest

covers intelligent control and intelligent transportation system.)



王秀蒙 2018 年获得大连海事大学控制科学与工程专业硕士学位. 主要研究方向为智能交通, 车辆协同控制.

E-mail: public-class@163.com

(**WANG Xiu-Meng** She received her master degree in control science and engineering from Dalian Maritime University in 2018. Her research interest

covers intelligent transportation system and vehicle collaborative control.)