

具有传感器增益退化、传输时延和丢包的离线状态估计器

赵国荣¹ 韩旭¹ 王康¹

摘要 研究了具有传感器增益退化、数据传输时延和丢包的网络化状态估计问题,传感器增益退化现象通过统计特性已知的随机变量来描述,数据包时延和丢失发生于传感器量测输出向远程处理中心传送过程中,将各时延的发生描述为随机过程,在远程处理中心端建立只存储最新时刻数据包的时延-丢包模型,考虑到利用每一时刻实时的时延值和丢包情况,设计了一种离线的无偏估计器,推导出最小方差原则下的离线最优估计器增益.最后,通过算例仿真验证所设计离线状态估计器的有效性.

关键词 传感器增益退化,传输时延,丢包,网络化状态估计

引用格式 赵国荣,韩旭,王康.具有传感器增益退化、传输时延和丢包的离线状态估计器.自动化学报,2020,46(3):540-548

DOI 10.16383/j.aas.2018.c180230

An Off-line State Estimator With Sensor Gain Degradation, Transmission Delays and Data Dropouts

ZHAO Guo-Rong¹ HAN Xu¹ WANG Kang¹

Abstract The state estimation problem is investigated for a class of networked stochastic systems subject to sensor gain degradation, stochastic data transmission delays, and data dropouts. The sensor gain degradation is described by random variable whose probability is assumed to be known. Stochastic delays and data dropouts are considered when the sensor transmits its measurement to the remote processing node. Data transmission delays are considered to be a stochastic process, and a delay-dropout model is put forward to account for receiving the newest packet. An off-line unbiased state estimator is proposed to make good use of real-time delay and dropout information, and the optimal estimator gain is obtained by minimizing the mean square error. Finally, a simulation example is given to confirm the effectiveness of the proposed approach.

Key words Sensor gain degradation, transmission delay, data dropout, networked state estimation

Citation Zhao Guo-Rong, Han Xu, Wang Kang. An off-line state estimator with sensor gain degradation, transmission delays and data dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 540-548

网络化状态估计因其在航空航天、工业控制、环境监测及导航等领域的广泛应用,已经成为了学术界的一个研究热点^[1-5].实际环境下的网络化系统中不可避免地存在传感器随机故障、数据包传输时延和丢失问题,严重损害了传统状态估计方法的估计效果.目前,针对如何在这些问题存在时设计有效的状态估计器,已有学者提出了一些方法.首先,针对时延和丢包同时发生的状态估计器设计问题,文献[6]和文献[7]均规定处理中心端每个时刻至多接收一个数据包,利用射影理论导出最小方差意义下的无偏估计器.不同的是,文献[6]通过状态增广方法将随机时延和丢包转化为新的系统矩阵中的随

机参数,而文献[7]则将时延和丢包转化为新的量测矩阵中的随机参数,从而避免了文献[6]中高维的系统增广矩阵,降低了计算复杂度.以上两种对时延和丢包的处理方式虽然可以保证得到的状态估计在精度上是最优的,但是每一时刻估计器增益和误差协方差矩阵的计算需要实时获取该时刻数据包具体的时延和丢包情况,是一种在线计算方式,不利于实时性要求高的应用场景.为此,文献[6]利用时延和丢包的分布概率代替每一时刻具体的时延和丢包变量,得到一种依赖时延分布概率和丢包率的无偏离线估计器,方便了计算,增强了实时性.文献[8-10]则是将文献[6]的这一处理方法推广到了多传感器状态估计中.然而这种离线设计方法相比于文献[6]和文献[7]的在线设计方法,虽然实时性得到了增强,但是其只利用了时延和丢包的静态分布规律,忽略了对动态时延和丢包信息的利用,造成了有效信息的浪费,导致估计器的准确性降低.因而,如何在保证实时性的前提下有效利用动态时延和丢包信息来提高估计器的精度是一个具有重要研究意义的问题.

收稿日期 2018-04-19 录用日期 2018-08-23
Manuscript received April 19, 2018; accepted August 23, 2018
国家自然科学基金(61473306)资助
Support by National Natural Science Foundation of China (61473306)
本文责任编辑 董海荣
Recommended by Associate Editor DONG Hai-Rong
1. 海军航空大学 烟台 264001
1. Naval Aviation University, Yantai 264001

与此同时,在实际使用环境中,传感器除常见的失效故障外,还会出现传感器增益衰减退化^[11-15],如传感器放大电路因元器件老化和环境因素干扰导致增益系数发生衰减;传感器量测值经无线信道传输时,因作用距离长而发生量测信号衰减等.与传感器失效相比,传感器增益衰减退化在网络化状态估计中并未得到广泛重视和研究.

针对具有传感器增益退化、随机时延和丢包的多传感器状态估计问题,文献[14]和文献[15]分别给出了分布式和集中式两种框架下的离线估计器.其中,为了提高对时延信息的利用,文献[15]设计了一种包含当前和过去所收到的时延数据的新息模型,推导出最小方差意义下的离线无偏估计器,并验证其估计精度优于传统 Kalman 滤波方法.不足的是,文献[15]忽略了对每一时刻丢包变量的运用,在发生丢包时,非零新息反而会导致较大误差.本文旨在解决两个问题:1) 如何有效利用动态的时延和丢包信息来提高离线估计器的精度;2) 对传感器增益退化进行建模,并研究其对状态估计的影响.为此,本文在文献[15]的研究基础上,考虑系统模型存在不确定性,将模型的不确定性描述为系统矩阵中的乘性噪声,传感器增益退化现象描述为统计特性已知的随机变量.数据包传输时延和丢失发生于传感器量测输出通过无线信道向远程处理中心传送的过程中.处理中心根据数据包的时间戳筛选并保留时延值最小的数据包,并据此设计了一种新的最优离线无偏估计器.该估计器与文献[15]所提离线估计器相比,不仅每一时刻参与估计计算的数据包是相对最新的,而且通过时间戳获取并利用了每一时刻的丢包变量,使得发生丢包时新息为零,避免了文献[15]中方法因丢包导致的误差,从而在保证实时性的前提下提高了状态估计精度.

1 问题描述与分析

考虑如下离散不确定线性时变随机系统

$$\mathbf{x}_{k+1} = (A_k + g_k \hat{A}_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态, A_k 和 \hat{A}_k 为已知矩阵, $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^n$ 为零均值白噪声,其协方差矩阵为 W_k , g_k 是乘性白噪声,用来描述模型的不确定性,且有 $E\{g_k\} = \bar{g}_k$, $E\{g_k^2\} = \tilde{g}_k$.

传感器的量测方程描述为

$$\mathbf{y}_k = f_k C_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

其中, $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^m$ 为传感器的测量输出, C_k 为量测矩阵, \mathbf{v}_k 为零均值白噪声,其协方差矩阵为 V_k ,并假设 \mathbf{v}_k 与 \mathbf{w}_k , g_k 均互不相关. f_k 为分布在区间 $[a, b]$

($0 \leq a \leq b \leq 1$) 上的随机变量,用来描述传感器增益退化程度,且有 $E\{f_k\} = \bar{f}_k$, $E\{f_k^2\} = \tilde{f}_k$.

不失一般性,对系统进行如下假设:

假设 1. 对于任意时刻 k , 变量 g_k , f_k , \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k 两两互不相关.

假设 2. 初始状态 \mathbf{x}_0 与变量 f_k , g_k , \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k 均不相关,且定义 $X_{0,0} = E\{\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T\}$.

如图 1 所示,传感器的量测输出被封装成数据包后经通信网络向远程处理中心传输.由于网络不稳定或带宽不足等原因,数据包在到达处理中心前会发生时间延迟和丢失.考虑到长时延可能会导致不同时刻的多个数据包在某一采用周期内到达远程处理中心,而估计器只能选择其中一个进行计算.为进行筛选,本文采取文献[16]所提出的数据包存储机制,即每一时刻的传感器量测输出在发送前均被标记好时间戳.处理中心根据所收到数据包的时间戳,只保存最新时刻(时延最小)的数据包,丢掉其他时刻的数据包.与此同时,因数据包丢失,处理中心在某一采样周期内可能接收不到数据包.因此, k 时刻到达处理中心的传感器量测输出 $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 可描述为

$$\begin{cases} \mathbf{z}_k = \sum_{m=0}^L \delta(\tau_k, m) \mathbf{y}_{k-m}, & 0 \leq m \leq L \\ \mathbf{y}_d = \mathbf{0}, & d = -L, -L+1, \dots, -1 \end{cases} \quad (3)$$

其中, L 为最大时延值, $\delta(\cdot)$ 为标准 Dirac 函数,并满足 $E\{\delta(\tau_k, m)\} = \text{Prob}\{\tau_k = m\} = p_{m,k}$, $\sum_{m=0}^L p_{m,k} \leq 1$; $\tau_k = m$ 表示 k 时刻数据包时延为 m .

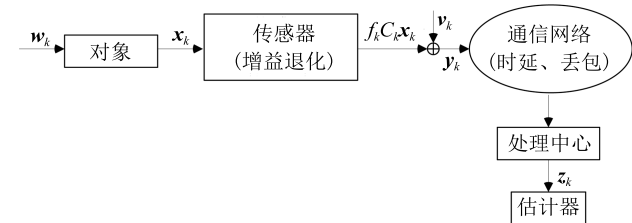


图 1 网络化状态估计结构图

Fig. 1 Networked state estimation

定义如下变量

$$\begin{cases} \gamma_k = \sum_{m=0}^L \delta(\tau_k, m) \\ \tilde{p}_{m,k} = \frac{p_{m,k}}{\sum_{m=0}^L p_{m,k}} \end{cases} \quad (4)$$

显然, $\gamma_k \in \{0, 1\}$, $\gamma_k = 0$ 表示 k 时刻数据包丢失, 且丢包发生的概率为 $1 - \sum_{m=0}^L p_{m,k}$.

基于式 (3) 和式 (4), 本文估计器采用如下形式:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = K_k \left(\mathbf{z}_k - \gamma_k \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m} \right) + (A_k + \bar{g}_k \hat{A}_k) \hat{\mathbf{x}}_k \quad (5)$$

其中, K_k 表示需要设计的估计器增益.

下面给出定理说明所提估计器 (5) 是无偏的.

定理 1. 当满足初始条件 $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_0\}$ 时, 状态估计器 (5) 是无偏的.

证明. 利用数学归纳法, 定义估计误差 $\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$, 当 $k=0$ 时, $\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_0\}$, 假设在 k 时刻, 有 $\mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{x}}_k\} = \mathbf{0}$ 成立, 则在 $k+1$ 时刻, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}\} &= \mathbf{E}\{(A_k + \bar{g}_k \hat{A}_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k\} - \\ &\quad (A_k + \bar{g}_k \hat{A}_k) \hat{\mathbf{x}}_k - K_k \left(\mathbf{E}\{\mathbf{z}_k\} - \right. \\ &\quad \left. \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m} \right) \times \mathbf{E}\{\gamma_k\} = \\ &\quad (A_k + \bar{g}_k \hat{A}_k) \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{x}}_k\} - \\ &\quad K_k \sum_{m=0}^L p_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \times \\ &\quad \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{x}}_{k-m}\} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6)$$

□

这里需要说明的是: 为方便描述, 离线估计器 (5) 中 $(\mathbf{z}_k - \gamma_k \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m})$ 一项可称为新息项. 一方面, 状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k-m}$ 包含过去时刻收到的数据包, 因此该新息项同时利用当前时刻和过去时刻收到的数据包进行状态估计计算. 这样避免了文献 [6] 和文献 [7] 因直接利用增广方法对时延进行处理所导致的高维计算负担, 同时利用了多个不同时刻的数据包, 间接对时延进行了利用, 降低了估计器的保守性. 另一方面, 新息项 $(\mathbf{z}_k - \gamma_k \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m})$ 创新性地加入随机变量 γ_k . 其意义在于: 数据包丢失即 $\mathbf{z}_k = \mathbf{0}$ 时, 处理中心可判定 $\gamma_k = 0$, 新息项值为 $\mathbf{0}$, 滤波增益 K_k 不起作用. 此时估计值为上一时刻估计值的一步预测值 $(A_k + \bar{g}_k \hat{A}_k) \hat{\mathbf{x}}_k$, 式 (4) 所进行的变量代换, 则保证了估计器的无偏性. 相对地, 包括文献 [15] 在内的国内外文献在对时延和丢包同时发生的情况设计离线估计器时, 均忽视了对 γ_k 的利用, 如文献 [15], 其新息项设计为 $(\mathbf{z}_k - \sum_{m=0}^L p_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m})$.

这样设计的结果是, 当发生丢包时, $\mathbf{z}_k = \mathbf{0}$, 新息项变为 $-\sum_{m=0}^L p_{m,k} \bar{f}_{k-m} C_{k-m} \hat{\mathbf{x}}_{k-m}$, 而滤波增益 K_k 并不为 0, 则该新息项反而导致了估计误差. 这便是忽略每时刻丢包变量的不利影响, 继而说明本文所用方法的优势.

针对上述系统, 下面通过设计无偏估计器 (5) 的估计器增益 K_k , 使得估计器 (5) 估计误差协方差最小.

2 最优估计增益设计

为得出主要结论, 首先给出引理 1.

引理 1. 定义如下算子:

$$\begin{cases} X_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j^T\}, & Y_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{y}_i \mathbf{y}_j^T\} \\ Z_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{z}_i \mathbf{z}_j^T\}, & N_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{y}_i \hat{\mathbf{x}}_j^T\} \\ \Phi_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{y}_i \mathbf{z}_j^T\}, & U_{i,j} = q \mathbf{E}\{\mathbf{z}_i \hat{\mathbf{x}}_j^T\} \\ H_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_i \mathbf{y}_j^T\}, & \Lambda_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_i \hat{\mathbf{x}}_j^T\} \\ M_{i,j} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_i \mathbf{z}_j^T\}, & \Gamma_{i,j} = \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{x}}_i \hat{\mathbf{x}}_j^T\} \\ A_{\bar{g},i} = A_i + \bar{g}_i \hat{A}_i, & A_{g,i} = A_i + g_i \hat{A}_i \end{cases} \quad (7)$$

则式 (7) 中各变量的递推公式如下:

$$X_{i,j} = \begin{cases} A_{i-1} X_{i-1,i-1} A_{i-1}^T + \bar{g}_{i-1} (A_{i-1} X_{i-1,i-1} \times \\ \quad \hat{A}_{i-1}^T + \hat{A}_{i-1} X_{i-1,i-1} A_{i-1}^T) + \tilde{g}_{i-1} \hat{A}_{i-1} \times \\ \quad X_{i-1,i-1} \hat{A}_{i-1}^T + W_{i-1}, & i = j \\ \prod_{m=1}^{i-j} A_{\bar{g},i-m} X_{j,j}, & i > j \\ X_{i,i} \prod_{m=1}^{j-i} A_{\bar{g},j-m}, & i < j \end{cases} \quad (8)$$

$$Y_{i,j} = \begin{cases} \tilde{f}_i C_i X_{i,i} C_i^T + V_i, & i = j \\ \tilde{f}_i \tilde{f}_j C_i X_{i,j} C_j^T, & i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

$$Z_{i,j} = \begin{cases} \sum_{m=0}^L p_{m,k} Y_{i-m,i-m}, & i = j \\ \sum_{m=0}^L \sum_{n=0}^L p_{m,k} p_{n,k} Y_{i-m,j-n}, & i \neq j \end{cases} \quad (10)$$

$$H_{i,j} = \tilde{f}_j X_{i,j} C_j^T \quad (11)$$

$$M_{i,j} = \sum_{m=0}^L p_{m,j} H_{i,j-m} \quad (12)$$

$$\Phi_{i,j} = \sum_{m=0}^L p_{m,j} Y_{i,j-m} \quad (13)$$

$$N_{i,j} = N_{i,j-1}A_{\bar{g},j-1}^T + \left(\Phi_{i,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1}\bar{f}_{j-1-m}N_{i,j-1-m}C_{j-1-m}^T \right) K_{j-1}^T \quad (14)$$

$$\Lambda_{i,j} = \Lambda_{i,j-1}A_{\bar{g},j-1}^T + \left(M_{i,j-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1}\bar{f}_{j-1-m}\Lambda_{i,j-1-m}C_{j-1-m}^T \right) K_{j-1}^T \quad (15)$$

$$U_{i,j} = \begin{cases} U_{i,j-1}A_{\bar{g},j-1}^T + \left(Z_{i,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \times \bar{f}_{j-1-m}U_{i,j-1-m}C_{j-1-m}^T \right) K_{j-1}^T, & i \neq j-1 \\ U_{i,i}A_{\bar{g},i}^T + \left(Z_{i,i} - \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,i}\tilde{p}_{m,i}\bar{f}_{i-m} \times N_{i-p,i-m}C_{i-m}^T \right) K_i^T, & i = j-1 \end{cases} \quad (16)$$

$$\Gamma_{i,j} = \begin{cases} A_{\bar{g},i-1}\Gamma_{i-1,j-1}A_{\bar{g},j-1}^T + K_{i-1}(U_{i-1,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1}\bar{f}_{i-1-m}C_{i-1-m}^T\Gamma_{i-1-m,j-1}) \times A_{\bar{g},j-1}^T + A_{\bar{g},i-1}(U_{j-1,i-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \times \bar{f}_{j-1-m}\Gamma_{i-1,j-1-m}C_{j-1-m}^T)K_{j-1}^T + K_{i-1} \times (Z_{i-1,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1}\bar{f}_{j-1-m} \times U_{i-1,j-1-m}C_{j-1-m}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1}\bar{f}_{i-1-m} \times C_{i-1-m}U_{j-1,i-1-m}^T + \sum_{m=0}^L \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \times p_{m,j-1}\bar{f}_{i-1-m}\bar{f}_{j-1-m}C_{i-1-m} \times \Gamma_{i-1-m,j-1-n}C_{j-1-n}^T)K_{j-1}^T, & i \neq j \\ A_{\bar{g},i-1}\Gamma_{i-1,i-1}A_{\bar{g},i-1}^T + K_{i-1}(U_{i-1,i-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1}\bar{f}_{i-1-m}C_{i-1-m}^T\Gamma_{i-1-m,i-1}) \times A_{\bar{g},i-1}(U_{i-1,i-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \times \bar{f}_{i-1-m}A_{\bar{g},i-1}^T + \Gamma_{i-1,i-1-m}C_{i-1-m}^T) \times K_{i-1}^T + K_{i-1}T_{i-1}K_{i-1}^T, & i = j \end{cases} \quad (17)$$

引理 1 中各公式的推导过程比较繁琐, 其具体证明过程见附录 A.

根据假设 2, $X_{0,0}$ 为已知, 进行如下初值设置:

$$\begin{cases} U_{i,0} = \sum_{m=0}^L p_{m,i}\bar{f}_{i-m}C_{i-m} \prod_{n=1}^{i-m} A_{\bar{g},i-m-n} \times E\{\mathbf{x}_0\}E\{\mathbf{x}_0^T\} \\ \Lambda_{i,0} = \prod_{m=1}^i A_{\bar{g},i-m}E\{\mathbf{x}_0\}E\{\mathbf{x}_0^T\} \\ N_{i,0} = \bar{f}_i C_i \prod_{m=1}^i A_{\bar{g},i-m}E\{\mathbf{x}_0\}E\{\mathbf{x}_0^T\} \\ \Gamma_{0,0} = E\{\mathbf{x}_0\}E\{\mathbf{x}_0^T\} \end{cases} \quad (18)$$

定理 2. 定义估计器 (5) 估计误差协方差矩阵为 $P_k = E\{\tilde{\mathbf{x}}_k\tilde{\mathbf{x}}_k^T\}$, 则使得 P_k 最小的估计增益的形式为

$$K_k = S_k^T T_k^{-1} \quad (19)$$

最小估计误差协方差递推形式为

$$P_{k+1} = A_{\bar{g},k}P_kA_{\bar{g},k}^T - S_k^T T_k^{-1} S_k^T + (\tilde{g}_k - \bar{g}_k^2) \hat{A}_k X_{k,k} \hat{A}_k^T + W_k \quad (20)$$

其中,

$$S_k = \left[M_{k,k}^T - U_{k,k} - \sum_{m=0}^L p_{m,k}\bar{f}_{k-m}C_{k-m} \times (\Lambda_{k,k-m} - \Gamma_{k,k-m})^T \right] A_{\bar{g},k}^T \quad (21)$$

$$T_k = \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L \sum_{n=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\tilde{p}_{n,k}\bar{f}_{k-m}\bar{f}_{k-n}C_{k-m} \times \Gamma_{k-m,k-n}C_{k-n}^T - \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\bar{f}_{k-m} \times N_{k-p,k-m}C_{k-m}^T - \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\bar{f}_{k-m} \times C_{k-m}N_{k-p,k-m}^T + Z_{k,k} \quad (22)$$

证明. 下面证明式 (19) 和式 (20). 由式 (1) 和式 (5) 可得估计误差为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \\ & A_{\bar{g},k}\tilde{\mathbf{x}}_k + (g_k - \bar{g}_k)\hat{A}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k - \\ & K_k \left(\mathbf{z}_k - \gamma_k \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,k}\bar{f}_{k-m}C_{k-m}\hat{\mathbf{x}}_{k-m} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

结合式 (7) 以及假设 1 和假设 2, 可得

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} = E\{\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}\tilde{\mathbf{x}}_{k+1}^T\} = & \\
 & A_{\tilde{g},k}P_kA_{\tilde{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \tilde{g}_k^2)\hat{A}_kX_{k,k}\hat{A}_k^T + \\
 & W_k - A_{\tilde{g},k}[M_{k,k} - U_{k,k}^T - \\
 & \sum_{m=0}^L p_{m,k}\tilde{f}_{k-m}(\Lambda_{k,k-m} - \Gamma_{k,k-m})C_{k-m}^T] \times \\
 & K_k^T - K_k[M_{k,k}^T - U_{k,k} - \\
 & \sum_{m=0}^L p_{m,k}\tilde{f}_{k-m}C_{k-m}(\Lambda_{k,k-m} - \\
 & \Gamma_{k,k-m})^T]A_{\tilde{g},k}^T + K_k \times \\
 & (\sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L \sum_{n=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\tilde{p}_{n,k}\tilde{f}_{k-m}\tilde{f}_{k-n} \times \\
 & C_{k-m}\Gamma_{k-m,k-n}C_{k-n}^T - \\
 & \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\tilde{f}_{k-m}N_{k-p,k-m}C_{k-m}^T - \\
 & \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,k}\tilde{p}_{m,k}\tilde{f}_{k-m}C_{k-m}N_{k-p,k-m}^T + \\
 & Z_{k,k})K_k^T \quad (24)
 \end{aligned}$$

结合式 (21) 和式 (22), 式 (24) 可简化为

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} = & A_{\tilde{g},k}P_kA_{\tilde{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \tilde{g}_k^2)\hat{A}_kX_{k,k}\hat{A}_k^T + \\
 & W_k - S_k^T K_k^T - K_k S_k + K_k T_k K_k^T \quad (25)
 \end{aligned}$$

将式 (25) 变形为

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} = & A_{\tilde{g},k}P_kA_{\tilde{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \tilde{g}_k^2)\hat{A}_kX_{k,k}\hat{A}_k^T + \\
 & W_k + (K_k T_k - S_k^T)T_k^{-1}(K_k T_k - S_k^T)^T - \\
 & S_k^T T_k^{-1} S_k \quad (26)
 \end{aligned}$$

显然, 令 $K_k = S_k^T T_k^{-1}$, 则使得式 (26) 中 P_{k+1} 最小, 即得到式 (20). \square

估计器并未采用文献 [6] 的状态增广方法, 无法直接应用射影定理得到估计器的递推形式, 只能通过最小化估计误差协方差的方法得到估计增益. 并且由式 (23) 和式 (24) 可知, 估计误差包含之前各时刻估计误差的耦合, 因而不再像文献 [6] 那样方便稳定性分析.

需要说明的是: 本文继承了文献 [15] 所提状态估计器利用过去时刻数据包的特点, 导致本文中定理 2 的形式与文献 [15] 提出的定理 1 有相似之处.

然而本文相比于文献 [15] 中的方法, 在无偏估计器的设计上增加了对每一时刻丢包情况的利用, 因此二者虽然形式上相似, 但是在变量的含义和公式的推导上, 二者有很大区别. 引理 1 中各变量的含义和推导均建立在估计器 (5) 的设计上, 尤其体现了二者的区别.

3 算例仿真

考虑如下线性离散随机系统

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_{k+1} &= (A_k + g_k \hat{A}_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \\
 \mathbf{y}_k &= f_k C_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 A_k &= \begin{bmatrix} 1.0240 & -0.5788 \\ 1 & 0.05 \end{bmatrix}, \quad C_k = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.9 \\ 0.9 & 0 \end{bmatrix} \\
 \hat{A}_k &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} p_k, \quad \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} q_k
 \end{aligned}$$

p_k 和 q_k 是协方差分别为 0.02 和 0.04 的互不相关零均值白噪声, 令最长传输时延为 $L = 1$, $p_{0,k} = 0.4$, $p_{1,k} = 0.3$. 系统初值 \mathbf{x}_0 两个分量在区间 $[-1, 1]$ 上服从均匀分布, 且 $\hat{\mathbf{x}}_0 = [0 \ 0]^T$, $X_{0,0} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix}$, $P_0 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 \\ 0 & 0.19 \end{bmatrix}$. 根据式 (5) 和式 (19) 求得估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$.

本文着重与文献 [15] 所提估计器方法进行对比, 状态估计计算结果图 2 所示, 3 条曲线分别表示本文所提估计器的估计结果、文献 [15] 所提估计器的估计结果及状态真实值. 设乘性噪声 g_k 和传感器增益退化系数 f_k 分别在区间 Dg 和 Df 服从均匀分

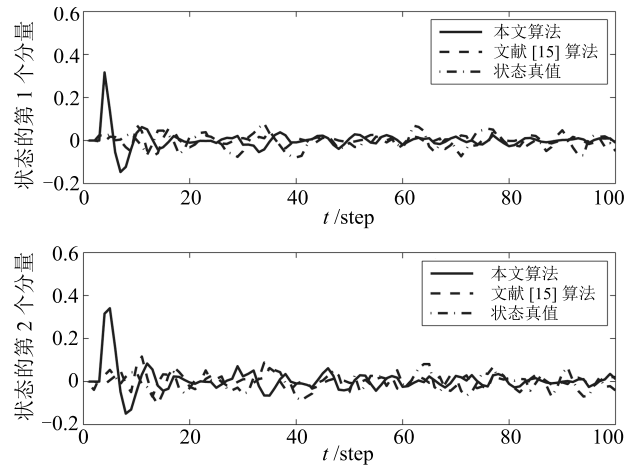


图 2 状态真值与状态估计值的轨迹

Fig. 2 Trajectories of true state and state estimates

布, 图 2 表示, 当 g_k 分布区间 $Dg = [-0.1, 0.1]$, f_k 分布区间 $Df = [0.6, 0.8]$ 时, 本文所提估计器与文献 [15] 所提估计器估计误差协方差矩阵的迹的计算结果. 由图 3 可以看出, 本文所提估计器的估计误差小于文献 [15] 所提方法, 这是因为本文在文献 [15] 基础上增加了对丢包信息利用, 减少有效信息的损失, 从而在最小方差原则下, 提高了估计精度.

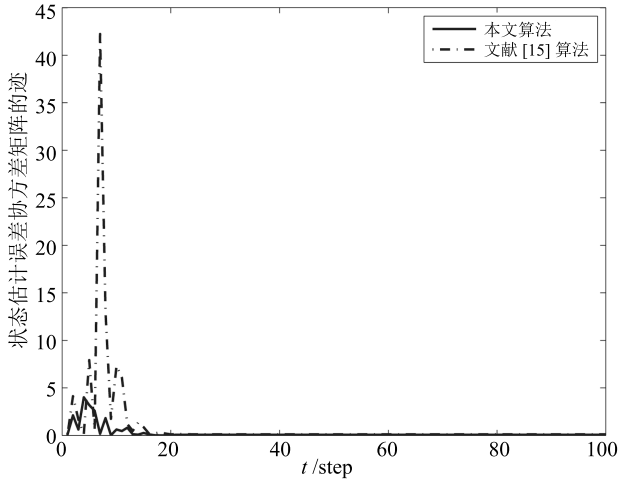


图 3 两种估计器下的估计误差对比

Fig. 3 Comparison of two type of estimators

同时, 当 g_k 的分布区间 $Dg = [-0.1, 0.1]$, f_k 的分布区间分别为 $Df = [0.6, 0.8]$, $Df = [0.3, 0.5]$ 和 $Df = [0.1, 0.3]$ 时, 本文所提估计器的稳态估计误差协方差矩阵的迹 $\text{tr}(P_k)$ 的计算结果如表 1 所示. 由表 1 可知, 在达到稳态时, 本文所提估计器的估计误差随着增益退化系数的增大而减小, 这说明传感器增益退化故障越严重, 估计误差越大. 当 f_k 的分布区间 $Df = [0.6, 0.8]$, g_k 的分布区间分别为 $Dg = [-0.1, 0.1]$, $Dg = [-0.3, 0.3]$ 和 $Dg = [-0.5, 0.5]$ 时, 本文所提估计器的状态估计误差协方差矩阵的迹 $\text{tr}(P_k)$ 的计算结果如表 2 所示. 由表 2 可知, 估计器稳态随着 g_k 方差的增大而增大, 这说明模型不确定性越大, 估计误差越大, 因而符合实际情况.

表 1 退化系数分布在不同区间下的估计稳态误差

Table 1 Steady-state error with different distribution interval of the degradation coefficient

Df	$\text{tr}(P_k)$
[0.6, 0.8]	0.0708
[0.3, 0.5]	0.0939
[0.1, 0.3]	0.1341

表 2 乘性噪声分布在不同区间下的估计稳态误差

Table 2 Steady-state error with different distribution interval of the multiplicative noise

Dg	$\text{tr}(P_k)$
[-0.1, 0.1]	0.0708
[-0.3, 0.3]	0.0768
[-0.5, 0.5]	0.0886

4 结束语

本文设计了具有传感器增益退化、数据传输时延和丢包的状态估计器, 对传感器增益退化现象、随机时延和丢包现象依次进行建模. 通过增加对动态时延和丢包信息的利用, 设计了一种新的无偏离线估计器, 并推导出最小方差意义下的最优估计增益的递推形式. 增益中各变量均与时延和丢包具体情况无关, 从而方便工程实现. 仿真结果表明, 因增加了时延筛选和对丢包变量的应用, 估计精度得到提高. 同时, 估计误差将随着传感器增益退化故障和模型不确定性的增加而增大. 因此在工程应用中, 可考虑改善传感器抗干扰抗退化的性能, 降低建模的不确定性来提高估计精度.

附录 A 引理 1 的证明过程

证明. 依次对式 (8)~(17) 进行推导:

1) 对于式 (8), 当 $i = j$ 时, 将式 (1) 代入式 (7), 可得

$$\begin{aligned} X_{i,i} &= E\{[(A_{i-1} + g_{i-1}\hat{A}_{i-1})\mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_{i-1}] \times \\ & [(A_{i-1} + g_{i-1}\hat{A}_{i-1})\mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_{i-1}]^T\} = \\ & A_{i-1}X_{i-1,i-1}A_{i-1}^T + \bar{g}_{i-1} \times \\ & (A_{i-1}X_{i-1,i-1}\hat{A}_{i-1}^T + \hat{A}_{i-1}X_{i-1,i-1}A_{i-1}^T) + \\ & \bar{g}_{i-1}\hat{A}_{i-1}X_{i-1,i-1}\hat{A}_{i-1}^T + W_{i-1} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

当 $i > j$ 时, 由假设 1 和假设 2, 可得

$$\begin{aligned} X_{i,j} &= E\{[(A_{i-1} + g_{i-1}\hat{A}_{i-1})\mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_{i-1}]\mathbf{x}_j^T\} = \\ & \prod_{m=1}^{i-j} A_{\bar{g},i-m} E\{\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j^T\} = \prod_{m=1}^{i-j} A_{\bar{g},i-m} X_{j,j} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

同理, 当 $i < j$ 时, 易得

$$X_{i,j} = X_{i,i} \prod_{m=1}^{j-i} A_{\bar{g},j-m} \quad (\text{A3})$$

2) 对于式 (9), 当 $i = j$ 时, 将式 (2) 代入式 (7), 可得

$$Y_{i,i} = E \left\{ (f_i C_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i)(f_i C_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i)^T \right\} = \tilde{f}_i C_i X_{i,i} C_i^T + V_i \quad (\text{A4})$$

当 $i \neq j$ 时, 由假设 1 和假设 2, 可得

$$Y_{i,j} = E \left\{ (f_i C_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i)(f_j C_j \mathbf{x}_j + \mathbf{v}_j)^T \right\} = \bar{f}_i \bar{f}_j C_i X_{i,j} C_j^T \quad (\text{A5})$$

3) 对于式 (10), 当 $i = j$ 时, 将式 (3) 代入式 (7), 可得

$$Z_{i,i} = E \left\{ \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_i, m) \mathbf{y}_{i-m} \right) \times \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_i, m) \mathbf{y}_{i-m} \right)^T \right\} = \sum_{m=0}^L p_{m,k} Y_{i-m,i-m} \quad (\text{A6})$$

当 $i \neq j$ 时, 结合式 (7), 可得

$$Z_{i,j} = E \left\{ \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_i, m) \mathbf{y}_{i-m} \right) \times \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_j, m) \mathbf{y}_{j-m} \right)^T \right\} = \sum_{m=0}^L \sum_{n=0}^L p_{m,k} p_{n,k} Y_{i-m,j-n} \quad (\text{A7})$$

4) 对于式 (11), 结合式 (2) 和式 (7), 可得

$$H_{i,j} = E \left\{ \mathbf{x}_i (f_j C_j \mathbf{x}_j + \mathbf{v}_j)^T \right\} = \bar{f}_j X_{i,j} C_j^T \quad (\text{A8})$$

5) 对于式 (12), 结合式 (3) 和式 (7), 可得

$$M_{i,j} = E \left\{ \mathbf{x}_i \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_j, m) \mathbf{y}_{j-m} \right)^T \right\} = \sum_{m=0}^L p_{m,j} H_{i,j-m} \quad (\text{A9})$$

6) 对于式 (13), 结合式 (3) 和式 (7), 可得

$$\Phi_{i,j} = E \left\{ \mathbf{y}_i \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_j, m) \mathbf{y}_{j-m} \right)^T \right\} = \sum_{m=0}^L p_{m,j} Y_{i,j-m} \quad (\text{A10})$$

7) 对于式 (14), 结合式 (5) 和式 (7), 可得

$$N_{i,j} = E \left\{ \mathbf{y}_i [K_{j-1}(\mathbf{z}_{j-1} - \gamma_{j-1} \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} \times C_{j-1-m} \hat{\mathbf{x}}_{j-1-m}) + A_{\bar{g},j-1} \hat{\mathbf{x}}_{j-1}]^T \right\} = N_{i,j-1} A_{\bar{g},j-1}^T + (\Phi_{i,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} N_{i,j-1-m} C_{j-1-m}^T) K_{j-1}^T \quad (\text{A11})$$

8) 对于式 (15), 结合式 (5) 和式 (7), 可得

$$\Lambda_{i,j} = E \left\{ \mathbf{x}_i [K_{j-1}(\mathbf{z}_{j-1} - \gamma_{j-1} \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} \times C_{j-1-m} \hat{\mathbf{x}}_{j-1-m}) + A_{\bar{g},j-1} \hat{\mathbf{x}}_{j-1}]^T \right\} = \Lambda_{i,j-1} A_{\bar{g},j-1}^T + (M_{i,j-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} \Lambda_{i,j-1-m} C_{j-1-m}^T) K_{j-1}^T \quad (\text{A12})$$

9) 对于式 (16), 结合式 (3) 和式 (5), 可得

$$U_{i,j} = E \left\{ \left(\sum_{m=0}^L \delta(\tau_i, m) \mathbf{y}_{i-m} \right) [K_{j-1}(\mathbf{z}_{j-1} - \gamma_{j-1} \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} C_{j-1-m} \hat{\mathbf{x}}_{j-1-m}) + A_{\bar{g},j-1} \hat{\mathbf{x}}_{j-1}]^T \right\} \quad (\text{A13})$$

当 $i = j - 1$ 时, 结合式 (4) 和式 (7), 可得

$$U_{i,j} = U_{i,i} A_{\bar{g},i}^T + (Z_{i,i} - \sum_{p=0}^L \sum_{m=0}^L p_{p,i} \tilde{p}_{m,i} \bar{f}_{i-m} \times N_{i-p,i-m} C_{i-m}^T) K_i^T \quad (\text{A14})$$

当 $i \neq j-1$ 时, 结合式 (A13) 和式 (7), 可得

$$U_{i,j} = U_{i,j-1} A_{\bar{g},j-1}^T + (Z_{i,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} U_{i,j-1-m} C_{j-1-m}^T) K_{j-1}^T \quad (\text{A15})$$

10) 对于式 (17), 结合式 (3) 和式 (5), 可得

$$\Gamma_{i,j} = E\{[K_{i-1}(\mathbf{z}_{i-1} - \gamma_{i-1} \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,i-1} \bar{f}_{i-1-m} \times C_{i-1-m} \hat{\mathbf{x}}_{i-1-m}) + A_{\bar{g},i-1} \hat{\mathbf{x}}_{i-1}] [K_{j-1}(\mathbf{z}_{j-1} - \gamma_{j-1} \sum_{m=0}^L \tilde{p}_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} C_{j-1-m} \hat{\mathbf{x}}_{j-1-m}) + A_{\bar{g},j-1} \hat{\mathbf{x}}_{j-1}]^T\} \quad (\text{A16})$$

当 $i = j$ 时, 结合式 (4) 和式 (7), 可得

$$\Gamma_{i,i} = A_{\bar{g},i-1} \Gamma_{i-1,i-1} A_{\bar{g},i-1}^T + K_{i-1} (U_{i-1,i-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \bar{f}_{i-1-m} C_{i-1-m}^T \Gamma_{i-1-m,i-1}) \times A_{\bar{g},i-1}^T + A_{\bar{g},i-1} (U_{i-1,i-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \bar{f}_{i-1-m} \Gamma_{i-1,i-1-m} C_{i-1-m}^T) \times K_{i-1}^T + K_{i-1} T_{i-1} K_{i-1}^T \quad (\text{A17})$$

当 $i \neq j$ 时, 结合式 (A16) 和式 (7), 可得

$$\Gamma_{i,j} = A_{\bar{g},i-1} \Gamma_{i-1,j-1} A_{\bar{g},j-1}^T + K_{i-1} (U_{i-1,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \bar{f}_{i-1-m} C_{i-1-m}^T \Gamma_{i-1-m,j-1}) \times A_{\bar{g},j-1}^T + A_{\bar{g},i-1} (U_{j-1,i-1}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} \Gamma_{i-1,j-1-m} C_{j-1-m}^T) \times K_{j-1}^T + K_{i-1} (Z_{i-1,j-1} - \sum_{m=0}^L p_{m,j-1} \bar{f}_{j-1-m} U_{i-1,j-1-m} C_{j-1-m}^T - \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} \bar{f}_{i-1-m} C_{i-1-m} U_{j-1,i-1-m}^T + \sum_{m=0}^L \sum_{m=0}^L p_{m,i-1} p_{m,j-1} \bar{f}_{i-1-m} \bar{f}_{j-1-m} \times$$

$$C_{i-1-m} \Gamma_{i-1-m,j-1-n} C_{j-1-n}^T) K_{j-1}^T \quad (\text{A18})$$

综上所述式 (A1) ~ (A18), 则可得到式 (8) ~ (17). \square

References

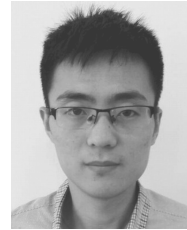
- 1 Qi Bo, Sun Shu-Li. Distributed fusion filtering for multi-sensor networked uncertain systems with unknown communication disturbances and compensations of packet dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(6): 1107–1114 (祁波, 孙书利. 带未知通信干扰和丢包补偿的多传感器网络化不确定系统的分布式融合滤波. *自动化学报*, 2018, **44**(6): 1107–1114)
- 2 Yong S Z, Zhu M H, Frazzoli E. A unified filter for simultaneous input and state estimation of linear discrete-time stochastic systems. *Automatica*, 2016, **63**: 321–329
- 3 Ma J, Sun S L. Distributed fusion filter for networked stochastic uncertain systems with transmission delays and packet dropouts. *Signal Processing*, 2017, **130**: 268–278
- 4 Hu J, Wang Z D, Chen D Y, Alsaadi F E. Estimation, filtering and fusion for networked systems with network-induced phenomena: new progress and prospects. *Information Fusion*, 2016, **31**: 65–75
- 5 Li Na, Ma Jing, Sun Shu-Li. Optimal linear estimation for stochastic uncertain systems with multiple packet dropouts and delays. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 611–619 (李娜, 马静, 孙书利. 带多丢包和滞后随机不确定系统的最优线性估计. *自动化学报*, 2015, **41**(3): 611–619)
- 6 Sun S L. Optimal linear filters for discrete-time systems with randomly delayed and lost measurements with/without time stamps. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, **58**(6): 1551–1556
- 7 Sun S L, Wang G H. Modeling and estimation for networked systems with multiple random transmission delays and packet losses. *Systems and Control Letters*, 2014, **73**: 6–16
- 8 Li N, Sun S L, Ma J. Multi-sensor distributed fusion filtering for networked systems with different delay and loss rates. *Digital Signal Processing*, 2014, **34**: 29–38
- 9 Ma J, Sun S L. Centralized fusion estimators for multi-sensor systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and uncertain observations. *IEEE Sensors Journal*, 2013, **13**(4): 1228–1235
- 10 Chen B, Yu L, Zhang W A. Robust Kalman filtering for uncertain state delay systems with random observation delays and missing measurements. *IET Control Theory and Applications*, 2011, **5**(17): 1945–1954
- 11 Solomon I S D, Knight A J. Spatial processing of signals received by platform mounted sonar. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2002, **27**(1): 57–65
- 12 Yalcin H, Collins R, Hebert M. Background estimation under rapid gain change in thermal imagery. In: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, CA, USA: IEEE, 2007. 12

- 13 Zhou D H, He X, Wang Z D, Liu G P, Ji Y D. Leakage fault diagnosis for an internet-based three-tank system: an experimental study. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, **20**(4): 857–870
- 14 Zhao Guo-Rong, Han Xu, Wan Bing, Yan Xin. A decentralized fusion estimator with stochastic sensor gain degradation, delays and data dropouts. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(7): 1053–1064
(赵国荣, 韩旭, 万兵, 闫鑫. 具有传感器增益退化、随机时延和丢包的分布式融合估计器. *自动化学报*, 2016, **42**(7): 1053–1064)
- 15 Liu Y, He X, Wang Z D, Zhou D H. Optimal filtering for networked systems with stochastic sensor gain degradation. *Automatica*, 2014, **50**(5): 1521–1525
- 16 Gao H J, Meng X Y, Chen T W. Stabilization of networked control systems with a new delay characterization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(9): 2142–2148



赵国荣 海军航空大学教授. 1996 年获得哈尔滨工业大学控制科学与工程博士学位. 主要研究方向为无线传感器网络, 飞行器导航, 制导与控制.
E-mail: grzhao6881@163.com
(**ZHAO Guo-Rong** Professor at the Naval Aviation University. He received his Ph. D. degree in control science and engineering from Harbin Institute of Technology in 1996.

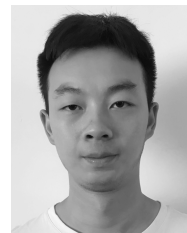
His research interest covers wireless sensor networks, aircraft navigation, and guidance and control.)



韩旭 海军航空大学博士研究生. 2015 年获得海军航空大学控制科学与工程硕士学位. 主要研究方向为飞行器导航, 多传感器信息融合. 本文通信作者.
E-mail: hxyy713@163.com

(**HAN Xu** Ph. D. candidate at the Naval Aviation University. He received his master degree from Naval Aviation

University in 2015. His research interest covers aircraft navigation and multi-sensor information fusion. Corresponding author of this paper.)



王康 海军航空大学博士研究生. 2015 年获得海军航空大学控制科学与工程硕士学位. 主要研究方向为飞行器导航, 制导与控制, 故障检测.
E-mail: kycore@163.com

(**WANG Kang** Ph. D. candidate at the Naval Aviation University. He received his master degree from Naval

Aviation University in 2015. His research interest covers aircraft navigation, guidance and control, and fault detection.)