

# 数据驱动的浮选过程运行反馈解耦控制方法

姜 艺<sup>1</sup> 范家璐<sup>1</sup> 贾 瑶<sup>1</sup> 柴天佑<sup>1</sup>

**摘 要** 浮选过程是利用矿物本身的亲水或疏气性质或经药剂处理得到的亲水或疏气性质进行矿物分离的物理过程. 本文通过建立以矿浆液位和矿浆流量为输入, 以浮选过程的精矿品位与尾矿品位为输出的多变量、强耦合、非线性、时变的运行过程模型, 利用未建模动态前一拍可测的特点, 提出了包括矿物品位运行过程控制器驱动模型、PID 控制器、反馈解耦控制器、未建模动态补偿器的数据驱动的一步最优未建模动态补偿 PID 解耦控制方法, 实现了消除稳态误差、静态解耦与未建模动态的补偿, 通过浮选过程运行反馈控制仿真实验验证了本文所提方法的有效性.

**关键词** 数据驱动, 浮选过程, 运行控制, 解耦

**引用格式** 姜艺, 范家璐, 贾瑶, 柴天佑. 数据驱动的浮选过程运行反馈解耦控制方法. 自动化学报, 2019, 45(4): 759–770

**DOI** 10.16383/j.aas.2018.c170552

## Data-driven Flotation Process Operational Feedback Decoupling Control

JIANG Yi<sup>1</sup> FAN Jia-Lu<sup>1</sup> JIA Yao<sup>1</sup> CHAI Tian-You<sup>1</sup>

**Abstract** The flotation process is a mineral separating physical process by taking advantage of the hydrophilic or hydrophobic properties of the mineral or the hydrophilic or hydrophobic properties obtained by treatment. In this paper, firstly, a multivariable, strong coupling, nonlinear and time-varying operational process model is established with the input and output of the pulp level and feed flow as its inputs and the concentrate grade and tailing grade as its outputs. Secondly, by taking the advantage that the unmodeled dynamics at last sampling point can be measured, a scheme of one-step optimal unmodeled dynamic compensation PID decoupling control is proposed including the ore grade operational process controller driven model, PID controller, feedback decoupling controller and unmodeled dynamic compensator, to guarantee zero steady-state error, static decoupling, and unmodeled dynamics compensation. Finally, a simulation experiment on the operational feedback control in an industrial flotation process is conducted to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words** Data-driven, flotation processes, operational control, decoupling

**Citation** Jiang Yi, Fan Jia-Lu, Jia Yao, Chai Tian-You. Data-driven flotation process operational feedback decoupling control. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(4): 759–770

随着控制理论的发展, 经典控制理论已经在实际工业运用中取得了良好的应用. 在控制理论的指导下, 过程控制器可以控制如阀门、泵等过程设备, 使得过程变量如流量等稳定地跟踪目标设定值, 但是对于大部分工业生产过程来说, 工业过程综合自动化的目标不仅是将被控变量控制在目标范围内, 而且要将表征整个工业过程运行性能的产品质量、生产效率、能耗等指标控制在目标工艺指标范围内<sup>[1–5]</sup>. 通常, 这些指标与过程变量存在密切的关

系, 但是常常表现为多变量、强耦合、非线性、时变等复杂特性, 常规控制方法难以实现工艺指标的运行控制.

对于浮选过程<sup>[6]</sup>, 其控制目标是不仅使浮选过程的矿浆液位和矿浆流量跟踪液位和流量的设定值, 而且将浮选过程的精矿品位与尾矿品位控制在目标范围内. 传统的浮选过程控制由工艺工程师给出精矿品位与尾矿品位目标范围, 操作人员根据精矿品位与尾矿品位的目标范围凭经验给出浮选过程矿浆流量与液位的设定值. 但是当矿浆浓度和粒度等生产边界条件频繁变化时, 人工控制不能及时准确地调整浮选过程矿浆流量与液位的设定值, 因而难以将精矿品位与尾矿品位控制在目标范围内, 甚至会造造成异常工况.

实时优化 (Real time optimization, RTO)<sup>[7–8]</sup>以过程的经济效益为运行指标, 采用过程的非线性静态模型开环优化运行指标, 确定过程变量的设定值, 通过过程控制使被控输出跟踪设定值, 进而保证

收稿日期 2017-09-27 录用日期 2017-10-20  
Manuscript received September 27, 2017; accepted October 20, 2017

国家自然科学基金 (61333012, 61533015, 61304028), 中央高校基本科研专项资金 (N160804001) 资助

Supported by National Natural Science Foundations of China (61333012, 61533015, 61304028) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (N160804001)

本文责任编辑 侯忠生

Recommended by Associate Editor HOU Zhong-Sheng

1. 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室 沈阳 110819

1. State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang 110819

过程运行在目标经济指标. 对于大部分复杂工业过程来说, 运行过程通常表现为多变量、强耦合、非线性、时变等复杂的动态特性, 而 RTO 这类基于稳态模型的运行优化控制方法, 忽略了复杂工业过程的动态特性, 所以往往存在一定的控制延迟.

针对工业过程的动态特性, 文献 [9] 提出了动态环境下运行指标的实时优化方法; 文献 [10] 将稳态优化与模型预测控制相结合来解决控制延迟问题; 文献 [11] 针对浮选过程, 提出智能优化方法来提高浮选过程的精矿品位与金属回收率; 文献 [12] 针对赤铁矿浮选过程, 将模糊控制、规程推理、切换控制相结合, 提出一种智能运行控制方法; 文献 [13–14] 针对浮选过程提出一种基于强化学习的无模型控制方法. 但是对于浮选过程来说, 由于生产边界条件变化频繁, 例如通气量波动、浮选药剂波动、原矿品位波动等, 因而上述动态优化和智能运行反馈控制方法均难以实现动态环境下浮选过程的运行控制.

本文针对浮选过程运行过程的多变量、强耦合、非线性、时变等复杂的动态特性, 利用未建模动态前一拍可测的特点, 提出包括矿物品位控制器驱动模型、PID 控制器、反馈解耦控制器、未建模动态补偿器的数据驱动的一步最优未建模动态补偿 PID 解耦控制方法, 并以单浮选槽为对象进行了仿真实验.

## 1 控制问题描述

### 1.1 浮选过程描述

浮选过程是利用矿物本身的亲水或疏气性质或经药剂处理得到的亲水或疏气性质进行矿物分离的物理过程. 本文以黄铜矿单浮选槽的浮选过程为例, 该过程主要由槽体、给矿阀门、精矿阀门、尾矿阀门、通气集流器组成, 如图 1.

由磨矿过程生产得到的矿粒, 与水 and 浮选药剂混合成为浮选槽的给矿矿浆, 经给矿泵进入浮选槽槽体, 在浮选药剂的作用下, 被选矿物产生一定的亲水性, 在空气集流器作用下, 浮选槽内产生大量气泡, 气泡从槽底部向上浮, 将被选矿物带入浮选槽的泡沫层, 达到分层分离的作用. 被选矿物在泡沫层中经由精矿阀门流出, 为精矿矿浆; 杂质等在矿浆中经由尾矿阀门流出, 为尾矿矿浆, 从而达到分离被选矿物与杂质的效果.

浮选过程中, 精矿品位与尾矿品位的控制具有重要意义. 精矿品位是指浮选过程最终产品精矿中所含金属量占精矿量的百分比, 是反映精矿质量的指标之一. 尾矿品位是指浮选过程最终产品尾矿中所含金属量占尾矿量的百分比, 反映了混合选别生产过程中金属损失在尾矿中的情况.

浮选过程的运行控制结构为两层结构, 底层为

设备层, 通过改变给矿矿浆泵转速与尾矿阀门开度来改变给矿流量和泥浆高度, 上层为运行层, 通过改变给矿流量和泥浆高度来控制精矿品位和尾矿品位. 当浮选过程受到随机扰动时, 传统的人工控制不能及时准确地调整浮选过程矿浆流量与液位的设定值, 难以将精矿品位与尾矿品位控制在目标范围内.

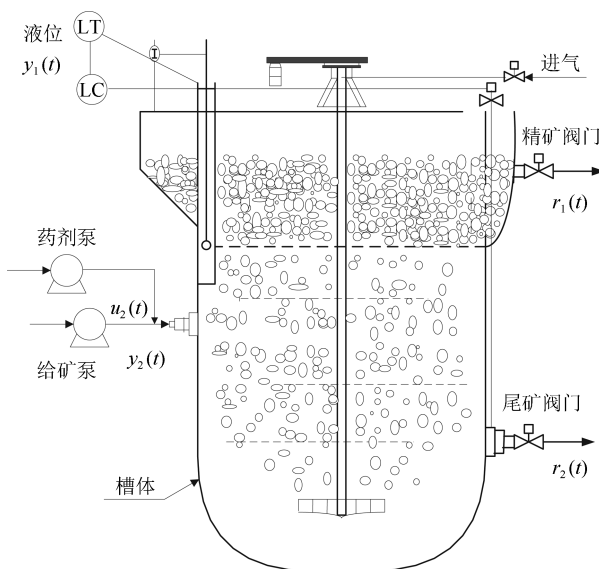


图 1 单浮选槽原理图

Fig. 1 Schematic diagram of single flotation cell

#### 1.1.1 浮选过程动态模型分析

给矿流量和泥浆高度是以尾矿阀门开度  $u_1(t)$  与给矿矿浆泵转速  $u_2(t)$  为输入, 泥浆高度  $y_1(t)$  与给矿流量  $y_2(t)$  为输出的模型, 其机理模型如下:

$$\dot{y}_1(t) = \frac{y_2(t)}{A} - \frac{k_1}{A} u_1(t) \sqrt{2gy_1(t)} \quad (1)$$

$$\dot{y}_2(t) = -\frac{y_2(t)}{\tau} + \frac{k_0}{\tau} u_2(t) \quad (2)$$

其中,  $\tau$  为时间常数,  $k_0$  与  $k_1$  为与泵和阀门相关的恒定常数,  $g$  为重力加速度.

根据文献 [15–18], 假设: 1) 浮选槽中只有泡沫层与泥浆层; 2) 泡沫层与泥浆层中的矿物与脉石颗粒充分混合; 3) 泡沫层与泥浆层中的矿物与脉石上浮、下沉速率变化恒定. 当满足以上假设时, 可知泥浆层与泡沫层中的矿物与脉石物料平衡关系. 泥浆层中的矿物与脉石物料平衡关系包括泥浆层与泡沫层之间的物料转移、给矿阀门通入、尾矿阀门流出三部分; 泡沫层中的矿物与脉石物料平衡关系包括泥浆层与泡沫层之间的物料转移、精矿阀门流出两部分. 由以上关系可以得到浮选过程的机理模型.

浮选过程的运行模型可以描述为如下非线性动力学模型:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= F(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{r}(t) &= G(\mathbf{x}(t))\end{aligned}\quad (3)$$

其中, 状态  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)]^T$ , 为泥浆中的矿物质量、脉石质量与泡沫层中的矿物质量、脉石质量; 控制输入  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t)]^T$ , 为浮选槽的给矿流量与泥浆高度; 输出  $\mathbf{r}(t) = [r_1(t), r_2(t)]^T$  为精矿品位与尾矿品位. 式 (3) 中,

$$F(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) = \begin{bmatrix} -\left(k_p^1 + \frac{q_T}{Ay_1(t)}\right)x_1(t) + k_e^1x_3(t) + X_a^1y_2(t) \\ -\left(k_p^2 + \frac{q_T}{Ay_1(t)}\right)x_2(t) + k_e^2x_4(t) + X_a^2y_2(t) \\ -\left(k_e^1 + \frac{q_c}{A(H - y_1(t))}\right)x_3(t) + k_p^1x_1(t) \\ -\left(k_e^2 + \frac{q_c}{A(H - y_1(t))}\right)x_4(t) + k_p^2x_2(t) \end{bmatrix}\quad (4)$$

$$G(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \frac{x_3g_{cp}^1 + x_4g_{cp}^2}{x_3 + x_4}L_{cu} \\ \frac{x_1g_{cp}^1 + x_2g_{cp}^2}{x_1 + x_2}L_{cu} \end{bmatrix}\quad (5)$$

式 (4) 中,  $X_a^2 = (g_{cp}^1 - g_a)/(g_a - g_{cp}^2)X_a^1$ .  
模型 (4) 与模型 (5) 中的参数含义如表 1 所示.

表 1 浮选过程符号表

Table 1 Flotation process symbol table

符号	物理含义	符号	物理含义
$k_p^1$	黄铜矿浮选率	$k_p^2$	脉石浮选率
$k_e^1$	黄铜矿排放率	$k_e^2$	脉石排放率
$g_a$	原矿浆黄铜矿品位	$X_a^1$	黄铜矿浆浓度
$X_a^2$	脉石矿浆浓度	$A$	浮选槽底面积
$H$	浮选槽高度	$q_T$	尾矿流量
$L_{cu}$	黄铜矿矿物品位	$q_c$	精矿流量
$g_{cp}^1$	黄铜矿浆的 黄铜矿品位	$g_{cp}^2$	脉石矿浆的 黄铜矿品位

由运行过程的动力学模型 (3)~(5) 可知, 浮选过程是以浮选槽的泥浆高度  $y_1(t)$  与给矿流量  $y_2(t)$  为输入, 精矿品位  $r_1(t)$  与尾矿品位  $r_2(t)$  为输出的强非线性强耦合的过程. 泥浆高度  $y_1(t)$  与给矿流量  $y_2(t)$  作为可控输入, 都能对浮选过程的输出精矿品位  $r_1(t)$  与尾矿品位  $r_2(t)$  产生影响. 同时, 磨矿过程产品产生的矿粒大小与浮选槽进气集流器电流

$I_Q(t)$  的波动, 都会造成浮选槽中的物料交互速率系数  $k_p^1, k_p^2, k_e^1, k_e^2$  产生变化, 同时, 由于该物理变化复杂, 矿粒大小与浮选槽进气集流器电流  $I_Q(t)$  对物料交互速率系数  $k_p^1, k_p^2, k_e^1, k_e^2$  产生的影响难以用数学模型描述, 而且, 由于浮选前道工序浓密过程受到选矿厂矿浆回流扰动较大, 同时原矿矿物品位波动, 必然导致黄铜矿浆浓度  $X_a^1$  与脉石矿浆浓度  $X_a^2$  产生变化. 当受到上述随机的未知干扰时, 造成浮选过程动态特性发生未知的随机变化, 为了将上述动态特性变化用未建模动态来描述, 利用浮选过程运行在工作点附近的特点, 将式 (3)~(5) 在工作点处线性化, 即

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \bar{A}\mathbf{x}(t) + B\mathbf{y}(t) + \mathbf{o}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) \\ \mathbf{r}(t) &= C\mathbf{x}(t) + \mathbf{o}_2(\mathbf{x}(t))\end{aligned}\quad (6)$$

其中

$$\bar{A} = \left. \frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{y}_{eq}}, \quad B = \left. \frac{\partial F}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{y}_{eq}}, \quad C = \left. \frac{\partial G}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{r}_{eq}}$$

$\mathbf{x}_{eq}, \mathbf{y}_{eq}, \mathbf{r}_{eq}$  分别为浮选过程工作点处对应的状态、控制输入、输出的值.  $\mathbf{o}_1(\cdot)$  和  $\mathbf{o}_2(\cdot)$  为非线性线性化后的高阶无穷小与上述随机变化产生的未建模动态.

对应的采样时刻为  $T$  (设采样周期为  $T_o = mT_d$ ,  $T_d$  为设备层采样周期,  $m$  为正整数) 的离散模型为

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(T+1) &= A_d\mathbf{x}(T) + B_d\mathbf{y}(T) + \mathbf{o}_3(\mathbf{x}(T), \mathbf{y}(T)) \\ \mathbf{r}(T) &= C\mathbf{x}(T) + \mathbf{o}_2(\mathbf{x}(T))\end{aligned}\quad (7)$$

其中,  $A_d = e^{\bar{A}T_o}$ ,  $B_d = \int_0^{T_o} e^{\bar{A}t} dt B$ .  $\mathbf{o}_3(\cdot)$  为离散条件下的未建模动态.

则矿物过程的输入输出被控对象模型为

$$A(z^{-1})\mathbf{r}(T+1) = B(z^{-1})\mathbf{y}(T) + \mathbf{v}(T)\quad (8)$$

其中,

$$A(z^{-1}) = \text{diag}\{A_1(z^{-1}), A_2(z^{-1})\}$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{11}(z^{-1}) & B_{12}(z^{-1}) \\ B_{21}(z^{-1}) & B_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}(T) = \begin{bmatrix} v_{11}(T) \\ v_{12}(T) \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) = C(zI - A_d)^{-1}B_d$$

$$A_1(z^{-1}) = 1 + a_{11}z^{-1} + a_{12}z^{-2}$$

$$A_2(z^{-1}) = 1 + a_{21}z^{-1} + a_{22}z^{-2}$$

$$B_{11}(z^{-1}) = b_0^{11} + b_1^{11}z^{-1}$$

$$B_{12}(z^{-1}) = b_0^{12} + b_1^{12}z^{-1}$$

$$B_{21}(z^{-1}) = b_0^{21} + b_1^{21}z^{-1}$$

$$B_{22}(z^{-1}) = b_0^{22} + b_1^{22}z^{-1}$$

$v(T)$  表示未建模动态。

对于实际的浮选过程, 由于运行范围满足一定的物理约束, 给矿流量满足给矿泵工作效率的物理约束, 矿浆高度满足浮选槽的高度约束。同时, 精矿品位与尾矿品位满足一定的范围, 即 0%~100% 之间, 在确定了系统输入输出参数  $A(z^{-1})$  和  $B(z^{-1})$  时, 矿物品位过程的未建模动态  $v(T)$  有界, 即  $\|v(T)\| < M$ ,  $|v_1(T)| < M_1$ ,  $|v_2(T)| < M_2$ 。

因此, 浮选过程的控制目标是在浮选过程受到矿粒大小、进气集流器电流  $I_Q(t)$ 、原矿矿物品位  $g_a$  的随机的未知干扰时, 控制精矿品位与尾矿品位在一定的范围内:

$$L_{cg_{\min}} \leq r_1(t) \leq L_{cg_{\max}} \quad (9)$$

$$L_{tg_{\min}} \leq r_2(t) \leq L_{tg_{\max}} \quad (10)$$

其中,  $L_{cg_{\min}}$  和  $L_{cg_{\max}}$  分别是精矿品位目标范围的上下限,  $L_{tg_{\min}}$  和  $L_{tg_{\max}}$  分别是尾矿品位目标范围的上下限。

## 2 运行反馈解耦控制器设计

### 2.1 浮选过程运行控制策略

由给矿流量动力学模型可知, 给矿流量过程为一阶线性过程, 可以通过 PI 控制器实现稳定控制, 由泥浆高度动力学模型可知, 泥浆高度过程是以给矿流量为可测扰动的一阶线性过程, 可以通过前馈与 PI 控制器实现控制, 本文假设浮选过程的底层控制是稳定的, 给矿流量与泥浆高度可以稳定地跟踪设定值。

由动力学模型式 (3)~(5) 可知, 浮选过程的矿物过程是一个强非线性强耦合, 且参数存在随机变化的过程, 因此, 本文将矿物过程中的高阶非线性与参数随机变化等因素用未建模动态表示, 转化为如式 (8) 所示的含有线性多变量与未建模动态的模型, 针对被控对象的近似线性模式设计反馈 PID 解耦控制器, 利用未建模动态前一拍可测的特点, 设计的反馈 PID 解耦控制器, 设计数据驱动的一步最优未建模动态补偿 PID 解耦控制器, 控制框图如图 2 所示。该控制器包括矿物品位控制器驱动模型、PID 控制器、反馈解耦控制器、未建模动态补偿器。设定值为目标区间的中值,  $r_1^* = (L_{cg_{\max}} + L_{cg_{\min}})/2$ ,  $r_2^* = (L_{tg_{\max}} + L_{tg_{\min}})/2$ 。

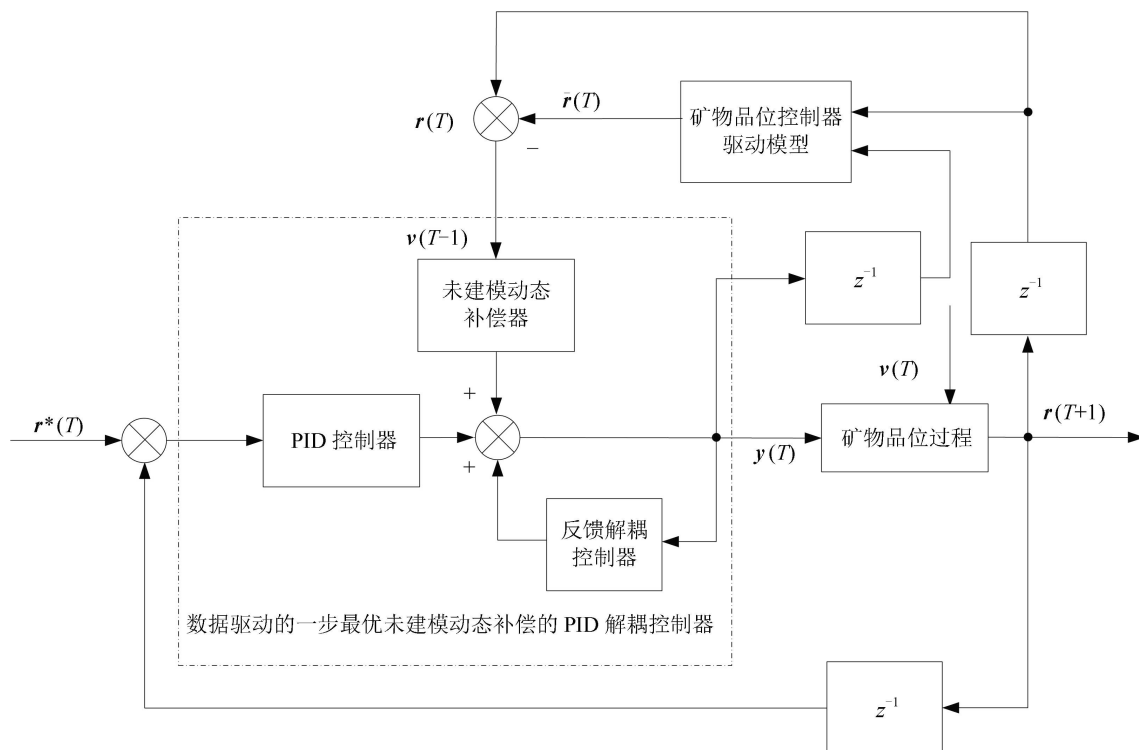


图 2 数据驱动一步最优未建模动态补偿 PID 解耦控制结构图

Fig. 2 Structure diagram of data driven one-step optimal unmodeled dynamic compensation PID decoupling control

## 2.2 数据驱动的一步最优未建模动态补偿的矿物品位 PID 解耦控制算法

由式 (8) 可得,  $T-1$  时刻的未建模动态  $\mathbf{v}(T-1)$  为

$$\mathbf{v}(T-1) = \mathbf{r}(T) + A^*(z^{-1})\mathbf{r}(T) - B(z^{-1})\mathbf{y}(T-1) = \mathbf{r}(T) - \bar{\mathbf{r}}(T) \quad (11)$$

其中,  $A^*(z^{-1}) = A(z^{-1}) - I$ ,  $\bar{\mathbf{r}}(T)$  为品位控制器驱动模型的输出, 表示为

$$\bar{\mathbf{r}}(T) = -A^*(z^{-1})\mathbf{r}(T) + B(z^{-1})\mathbf{y}(T-1) \quad (12)$$

由于  $\mathbf{v}(T-1)$  可以由式 (12) 获得, 采用如图 2 所示的数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制结构对  $\mathbf{v}(T-1)$  进行动态补偿的 PID 解耦控制律, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(T) = & \mathbf{y}(T-1) + K_P[\mathbf{e}(T) - \mathbf{e}(T-1)] + \\ & K_I\mathbf{e}(T) + K_D[\mathbf{e}(T) - \\ & 2\mathbf{e}(T-1) + \mathbf{e}(T-2)] - \\ & \bar{H}(z^{-1})\mathbf{y}(T) - \bar{K}(z^{-1})\mathbf{v}(T-1) \end{aligned} \quad (13)$$

上式可化为如下形式:

$$H(z^{-1})\mathbf{y}(T) = G(z^{-1})\mathbf{e}(T) - \bar{H}(z^{-1})\mathbf{y}(T) - \bar{K}(z^{-1})\mathbf{v}(T-1) \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{e}(T) = \mathbf{r}^*(T) - \mathbf{r}(T)$  为设定值与输出之间的误差,  $K_P, K_I, K_D$  为对角常数矩阵, 分别表示 PID 控制器的比例、积分和微分系数矩阵.  $G(z^{-1}), H(z^{-1}), \bar{H}(z^{-1}), \bar{K}(z^{-1})$  构成数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制器, 为关于  $z^{-1}$  的多项式矩阵,  $G(z^{-1}), H(z^{-1}), \bar{K}(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角多项式矩阵, 其中  $G(z^{-1}) = (1 - z^{-1})K_P + K_I + (1 - 2z^{-1} + z^{-2})K_D$ ,  $H(z^{-1}) = \text{diag}\{1 - z^{-1}, 1 - z^{-1}\}$ ,  $\bar{H}(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角为零的多项式矩阵.

令  $B(z^{-1}) = \bar{B}(z^{-1}) + \bar{\bar{B}}(z^{-1})$ ,  $\bar{B}(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角多项式矩阵,  $\bar{\bar{B}}(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角为零的多项式矩阵. 将控制律 (14) 代入被控对象 (8), 可得闭环对象方程.

$$\begin{aligned} [H(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\bar{B}(z^{-1})G(z^{-1})]\mathbf{r}(T+1) = \\ \bar{B}(z^{-1})G(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) + H(z^{-1})\Delta\mathbf{v}(T) + \\ [H(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})\bar{H}(z^{-1})]\mathbf{y}(T) + \\ [H(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})]\mathbf{v}(T-1) \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\Delta\mathbf{v}(T) = \mathbf{v}(T) - \mathbf{v}(T-1)$  为未建模动态的变化,  $H(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\bar{B}(z^{-1})G(z^{-1}), H(z^{-1}) -$

$\bar{B}(z^{-1})\bar{K}(z^{-1}), \bar{B}(z^{-1})G(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角多项式矩阵,  $H(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})\bar{H}(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角为零的多项式矩阵, 适当选择  $G(z^{-1})$  可以实现输出  $\mathbf{r}(T)$  对  $\mathbf{r}^*(T)$  的跟踪; 适当选择  $\bar{H}(z^{-1})$  可以尽可能地消除耦合项  $H(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})\bar{H}(z^{-1})$  对闭环系统的影响; 适当选择  $\bar{K}(z^{-1})$  可以尽可能地消除未建模动态  $[H(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})]\mathbf{v}(T-1)$  对闭环系统的影响.

为了求取控制律 (14), 引入如下性能指标.

$$\begin{aligned} J = & \|P(z^{-1})\mathbf{r}(T+1) - R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) + \\ & Q(z^{-1})\mathbf{y}(T) + S(z^{-1})\mathbf{y}(T) + \\ & K(z^{-1})\mathbf{v}(T-1)\|^2 \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R(z^{-1}), K(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角多项式矩阵,  $S(z^{-1})$  为关于  $z^{-1}$  的对角为零的多项式矩阵.

引入广义输出  $\phi(T+1)$  为

$$\phi(T+1) = P(z^{-1})\mathbf{r}(T+1) \quad (17)$$

定义广义理想输出  $\phi^*(T+1)$  为

$$\phi^*(T+1) = R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) - Q(z^{-1})\mathbf{y}(T) - S(z^{-1})\mathbf{y}(T) - K(z^{-1})\mathbf{v}(T-1) \quad (18)$$

广义输出误差  $\mathbf{e}^*(T+1)$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^*(T+1) = & \phi(T+1) - \phi^*(T+1) = \\ & P(z^{-1})\mathbf{r}(T+1) - R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) + \\ & Q(z^{-1})\mathbf{y}(T) + S(z^{-1})\mathbf{y}(T) + \\ & K(z^{-1})\mathbf{v}(T-1) \end{aligned} \quad (19)$$

引入如下 Diophantine 方程

$$F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\bar{G}(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (20)$$

其中,  $F(z^{-1})$  与  $\bar{G}(z^{-1})$  的阶次为  $n_F = 0, n_{\bar{G}} = 2$ ,  $\bar{G}(z^{-1}) = \bar{G}_0 + \bar{G}_1z^{-1} + \bar{G}_2z^{-2}$ .

由 Diophantine 方程可知, 使  $J$  最小 ( $J_{\min} = \|H(z^{-1})\Delta\mathbf{v}(T)\|^2$ ) 的带有未建模动态补偿的一步最优控制律为

$$\begin{aligned} [F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})]\mathbf{y}(T) = \\ R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) - \bar{G}(z^{-1})\mathbf{r}(T) - \\ [S(z^{-1}) + F(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1})]\mathbf{y}(T) - \\ [F(z^{-1}) + K(z^{-1})]\mathbf{v}(T-1) \end{aligned} \quad (21)$$

将控制律 (21) 代入被控对象 (8), 可得

$$\begin{aligned}
& [P(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1})] \mathbf{r}(T+1) = \\
& \bar{B}(z^{-1})R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) + \\
& [Q(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})S(z^{-1})] \mathbf{y}(T) + \\
& [Q(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})K(z^{-1})] \mathbf{v}(T-1) + \\
& [Q(z^{-1}) + F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})] \Delta \mathbf{v}(T) \quad (22)
\end{aligned}$$

同时可得

$$\begin{aligned}
& [P(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) + \\
& A(z^{-1})S(z^{-1})] \mathbf{y}(T) = \\
& A(z^{-1})R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) - \\
& [P(z^{-1}) + A(z^{-1})K(z^{-1})] \mathbf{v}(T-1) - \\
& [P(z^{-1}) + A(z^{-1})K(z^{-1})] \Delta \mathbf{v}(T) \quad (23)
\end{aligned}$$

对比控制律 (21) 与 (14), 引入对角常数矩阵  $\Pi = \text{diag}\{\Pi_1, \Pi_2\}$ ,  $\Lambda = \text{diag}\{\Lambda_1, \Lambda_2\}$ ,  $\Gamma = \text{diag}\{\Gamma_1, \Gamma_2\}$ , 同时, 定义  $\bar{G}(z^{-1}) = \Pi^{-1}G(z^{-1})$ ,  $\bar{H}(z^{-1}) = \Pi[S(z^{-1}) + F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})]$ ,  $\bar{K}(z^{-1}) = \Pi[F(z^{-1}) + K(z^{-1})]$ .

选择加权矩阵  $Q(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$ ,  $K(z^{-1})$  为

$$\begin{aligned}
Q(z^{-1}) &= \Pi^{-1}H(z^{-1}) - F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) \\
S(z^{-1}) &= \Pi^{-1}H(z^{-1})\Lambda\bar{B}^{-1}(1)\bar{B}(1) - \\
& F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) \\
K(z^{-1}) &= \Pi^{-1}H(z^{-1})\Gamma\bar{B}^{-1}(1) - F(z^{-1}) \quad (24)
\end{aligned}$$

通过选择对角常数矩阵  $\Pi = \text{diag}\{\Pi_1, \Pi_2\}$ , 使得  $|z| > 1$  时, 下式成立.

$$\det \{P(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) + A(z^{-1})S(z^{-1})\} \neq 0 \quad (25)$$

则系统是稳定的<sup>[19]</sup>, 对比式 (21), (23) 和 (24), 可得

$$\begin{aligned}
K_P &= -\Pi(\bar{G}_1 + 2\bar{G}_2) \\
K_I &= \Pi(\bar{G}_0 + \bar{G}_1 + \bar{G}_2) \\
K_D &= \Pi\bar{G}_2 \\
\bar{H}(z^{-1}) &= \Pi [F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) + S(z^{-1})] \\
\bar{K}(z^{-1}) &= \Pi [F(z^{-1}) + K(z^{-1})] \quad (26)
\end{aligned}$$

由定义 (24) 可知, 控制律 (14) 满足如下要求:

$$\begin{aligned}
H(1)A(1) + \bar{B}(1)G(1) &= \bar{B}(1)G(1) \\
Q(1)\bar{B}(1) &= \bar{B}(1)S(1) \\
Q(1) &= \bar{B}(1)K(1) \quad (27)
\end{aligned}$$

即实现了消除稳态误差、静态解耦与未建模动态的补偿.

### 3 控制性能分析

为了证明本文提出的数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制方法可以使闭环系统具有稳定性和收敛性, 引入引理 1.

**引理 1.** 当控制器 (14) 作用于被控对象 (8) 时, 被控对象的输入输出方程为

$$\begin{aligned}
& [P(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) + \\
& A(z^{-1})S(z^{-1})] \mathbf{y}(T) = \\
& A(z^{-1})R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) - \\
& [P(z^{-1}) + A(z^{-1})K(z^{-1})] \mathbf{v}(T-1) - \\
& [P(z^{-1}) + A(z^{-1})K(z^{-1})] \Delta \mathbf{v}(T) \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [\tilde{H}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\tilde{B}(z^{-1})G(z^{-1})] \mathbf{r}(T+1) = \\
& \tilde{B}(z^{-1})R(z^{-1})\mathbf{r}^*(T) - \\
& [\tilde{H}(z^{-1}) - \tilde{B}(z^{-1})\bar{K}(z^{-1})] \times \\
& \mathbf{v}(T-1) + \tilde{H}(z^{-1})\Delta \mathbf{v}(T) \quad (29)
\end{aligned}$$

其中,  $\tilde{H}(z^{-1})$  与  $\tilde{B}(z^{-1})$  为伪交换矩阵, 满足

$$\begin{aligned}
\tilde{B}(z^{-1})[H(z^{-1}) + \bar{H}(z^{-1})] &= \tilde{H}(z^{-1})B(z^{-1}) \\
\det\{B(z^{-1})\} &= \det\{\tilde{B}(z^{-1})\}
\end{aligned}$$

且有

$$\begin{aligned}
& \det \{P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1}) + \\
& S(z^{-1})A(z^{-1})\} = \\
& \det \{ \tilde{H}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\tilde{B}(z^{-1})G(z^{-1}) \} \quad (30)
\end{aligned}$$

显然, 被控对象的输入输出方程 (28) 与输入输出方程 (23) 等价, 用  $\tilde{B}(z^{-1})$  左乘控制器 (13), 代入被控对象 (8), 再利用伪交换矩阵, 整理可得到式 (29), 利用文献 [20–22] 的方法, 可以证明式 (30).

**假设 1.** 当未建模动态  $\mathbf{v}(T)$  有界, 且  $T \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{v}(\infty)$  为常数.

**定理 1.** 在假设条件下. 被控对象由式 (8) 表示, 采用控制律 (14), 闭环系统的输入输出信号一致有界 (Bounded input bounded output, (BIBO) 稳定), 即

$$\|\mathbf{y}(T)\| < \infty, \quad \|\mathbf{r}(T)\| < \infty \quad (31)$$

并且被控对象的输出  $\mathbf{r}(T)$  与参考输入  $\mathbf{r}^*(T)$  之间的稳态误差小于预先设定值  $\varepsilon$ , 即

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \|\mathbf{r}^*(T) - \mathbf{r}(T)\| \leq \varepsilon \quad (32)$$

**证明.** 因为未建模动态  $\mathbf{v}(T)$  有界, 所以未建模动态的变化  $\Delta \mathbf{v}(T) = \mathbf{v}(T) - \mathbf{v}(T-1)$  有

界. 由式 (24) 和式 (30) 可知, 输入输出闭环方程  $P(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1}) + A(z^{-1}) \times S(z^{-1})$ ,  $\bar{H}(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\bar{B}(z^{-1})G(z^{-1})$  是稳定的,  $\mathbf{r}^*(T)$  与  $\Delta\mathbf{v}(T)$  有界. 则有

$$\begin{aligned} \|\Delta\mathbf{v}(T)\| &= \|\mathbf{v}(T) - \mathbf{v}(T-1)\| \leq \\ &\|\mathbf{v}(T)\| + \|\mathbf{v}(T-1)\| \leq 2M \end{aligned} \quad (33)$$

由  $\mathbf{v}(T)$  与  $\mathbf{r}^*(T)$  的有界性, 则存在正常数  $d_1, \dots, d_4$ . 采用文献 [20-22] 类似方法, 可以证明

$$\|\mathbf{y}(T)\| \leq d_1 + d_2M < \infty \quad (34)$$

$$\|\mathbf{r}(T)\| \leq d_3 + d_4M < \infty \quad (35)$$

即满足闭环系统的输入输出信号一致有界 (BIBO 稳定).

由式 (22), (24)~(27) 可知, 当  $T \rightarrow \infty$ , 矿物品位稳态跟踪误差为

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \|\mathbf{r}(T+1) - \mathbf{r}^*(T)\| &= \\ \left\| \frac{Q(1) + \bar{B}(1)F(1)}{\bar{B}(1)R(1)} \right\| \times \lim_{T \rightarrow \infty} |\Delta\mathbf{v}(T)| &< \infty \end{aligned} \quad (36)$$

当  $T \rightarrow \infty$  时,  $\mathbf{v}(\infty)$  为常数, 即

$$\lim_{T \rightarrow \infty} |\Delta\mathbf{v}(\infty)| = 0$$

则矿物品位稳态跟踪误差为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{r}(T+1) - \mathbf{r}^*(T)\| = 0 < \varepsilon \quad (37)$$

□

## 4 仿真实验

为了验证矿物品位数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制方法的有效性, 进行如下对比仿真实验.

### 4.1 仿真实验参数选择

针对矿物品位过程 (3)~(5), 选择参数如下: 物料交互速率系数为

$$\begin{aligned} k_p^1 &= 17.9 \text{ min}^{-1}, \quad k_p^2 = 0.04 \text{ min}^{-1} \\ k_e^1 &= 65.6 \text{ min}^{-1}, \quad k_e^2 = 316 \text{ min}^{-1} \end{aligned}$$

浮选槽底面积与高度为

$$A = 53.2 \text{ m}^2, \quad H = 3.2 \text{ m}$$

给矿矿浆的品位分别为

$$g_a = 0.0234, \quad g_{cp}^1 = 0.417, \quad g_{cp}^2 = 0.0034$$

矿物过程的平衡点为

$$\begin{aligned} q_T &= 9.3 \text{ m}^3/\text{min} \\ M_p^1 &= 16.8 \text{ t/m}^3, \quad M_p^2 = 1123 \text{ t/m}^3 \\ M_e^1 &= 4.56 \text{ t/m}^3, \quad M_e^2 = 0.2 \text{ t/m}^3 \\ y_1(t) &= 2.6 \text{ m}, \quad y_2(t) = 17 \text{ m}^3/\text{min} \end{aligned}$$

采样周期为  $T_o = 30 \text{ min}$ , 得到如下模型:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 0.1767z^{-1} + 0.0038z^{-2} & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 1 - 0.1767z^{-1} + 0.0038z^{-2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -1.6436 + 0.1049z^{-1} & & & \\ -0.5521 + 0.0709z^{-1} & & & \\ & -0.0012 + 0.00003z^{-1} & & \\ & -0.00004 + 0.000001z^{-1} & & \end{bmatrix} \quad (39)$$

对比仿真实验中控制器参数设置如下:

1) PID 解耦控制算法参数设置

权重矩阵  $P(z^{-1})$ ,  $Q(z^{-1})$ ,  $R(z^{-1})$ ,  $K(z^{-1})$  选择如下, 使其满足式 (24).

$$\Pi = \text{diag}\{\Pi_1, \Pi_2\} = \text{diag}\{-0.35, -25\}$$

$$\Lambda = \text{diag}\{\Lambda_1, \Lambda_2\} = \text{diag}\{0.1, -5 \times 10^{-5}\}$$

$$\Gamma = \text{diag}\{\Gamma_1, \Gamma_2\} = \text{diag}\{0.2, 0.5\}$$

$$P(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$$

$$F(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$$

$$R(z^{-1}) = I_{2 \times 2}$$

$$Q(z^{-1}) = \Pi^{-1}H(z^{-1}) - F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) =$$

$$\begin{bmatrix} -1.2136 + 2.7522z^{-1} & 0 \\ 0 & -0.04 + 0.04z^{-1} \end{bmatrix}$$

$$S(z^{-1}) = \Pi^{-1}H(z^{-1})\Lambda\bar{B}^{-1}(1)\bar{B}(1) -$$

$$F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -0.0088 - 0.0107z^{-1} \\ 0.2777 + 0.2032z^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$K(z^{-1}) = \Pi^{-1}H(z^{-1})\Gamma\bar{B}^{-1}(1) - F(z^{-1}) =$$

$$\begin{bmatrix} -0.3817 - 0.6183z^{-1} & 0 \\ 0 & -0.4285 - 0.5715z^{-1} \end{bmatrix}$$

求解 Diophantine 方程, 可得

$$\bar{G}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.1767 - 0.0038z^{-1} & 0 \\ 0 & 0.1767 - 0.0038z^{-1} \end{bmatrix} \quad (40)$$

则控制律矩阵  $G(z^{-1})$ ,  $H(z^{-1})$ ,  $\bar{H}(z^{-1})$ ,  $\bar{K}(z^{-1})$  构成数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制参数为

$$K_P = -\Pi(\bar{G}_1 + 2\bar{G}_2) = \begin{bmatrix} 4.6014 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 2.3477 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$K_I = \Pi(\bar{G}_0 + \bar{G}_1 + \bar{G}_2) = \begin{bmatrix} 0.0212 & 0 \\ 0 & 108.1049 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$K_D = \Pi\bar{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$H(z^{-1}) = \text{diag}\{1 - z^{-1}, 1 - z^{-1}\} \quad (44)$$

$$\bar{H}(z^{-1}) = \Pi \left[ F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}) + S(z^{-1}) \right] = \begin{bmatrix} 0 & -0.0036 + 0.0036z^{-1} \\ 0.0014 - 0.0014z^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\bar{K}(z^{-1}) = \Pi \left[ F(z^{-1}) + K(z^{-1}) \right] = \begin{bmatrix} -0.3710 + 0.3710z^{-1} & 0 \\ 0 & 28.574 - 28.574z^{-1} \end{bmatrix} \quad (46)$$

## 2) 模型预测控制算法中性能指标

$$J = \sum_{i=T+1}^{T+N_p} (\mathbf{r}^* - \mathbf{r}(i))^T Q (\mathbf{r}^* - \mathbf{r}(i))$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}(i+1|i) = A_d \mathbf{x}(i|i) + B_d \mathbf{y}(i|i)$$

$$\mathbf{r}(i|i) = C \mathbf{x}(i|i) \quad (47)$$

算法中预测步长为  $N_p = 5$  步, 加权矩阵  $Q$  为单位矩阵, 最优化问题求解使用 MATLAB 中的 quadprog 函数。

仿真实验中设定值目标区间为

$$17 \leq r_1(t) \leq 17.3 \quad (48)$$

$$4.5 \leq r_2(t) \leq 5 \quad (49)$$

则选择设定值为  $\mathbf{r}^* = [17.15, 0.475]^T$ 。

## 4.2 基于线性模型的仿真对比实验

针对文献 [15] 中线性化之后的矿物品位线性模型, 使用本文的 PID 解耦控制算法与模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 算法进行对比仿真实验, 结果如图 3~7 所示。

从仿真结果可以看出, 当被控对象为线性模型时, 本文所提方法与文献 [15] 中的模型预测控制方法都可以控制改变给矿流量与液位高度, 使矿物品位跟踪目标设定值, 其中模型预测控制方法的响应速度更快, 但是模型预测控制依赖于状态反馈数据, 实际情况下, 矿物过程的状态是难以在线测量得到的, 而本文的方法只需要输出数据实现反馈控制。

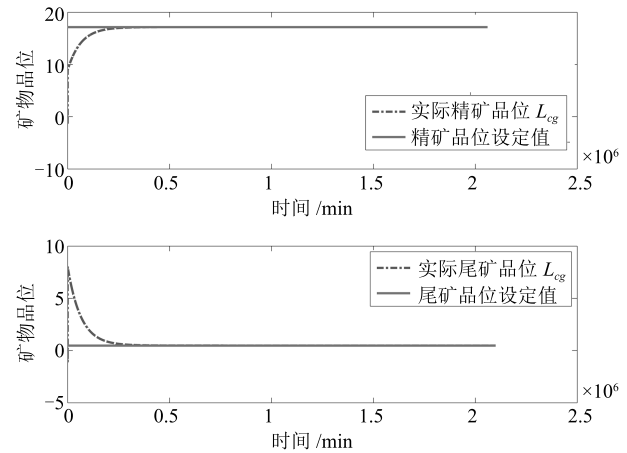


图3 线性模型下PID解耦控制的矿物品位跟踪曲线  
Fig. 3 Ore grade tracking curve with PID decoupling control under linear model

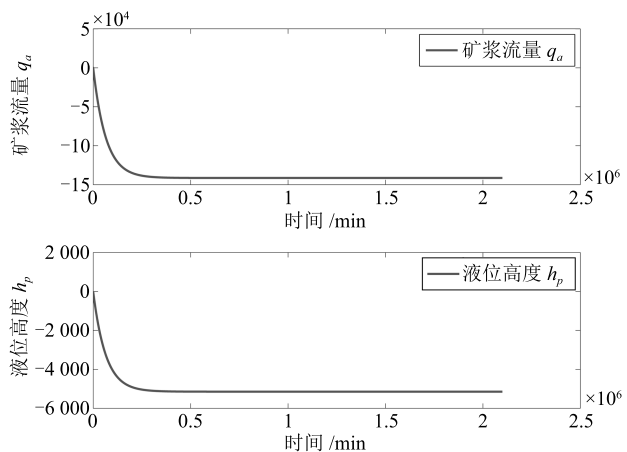


图4 线性模型下PID解耦控制的控制输入  
Fig. 4 Control input curve with PID decoupling control under linear model



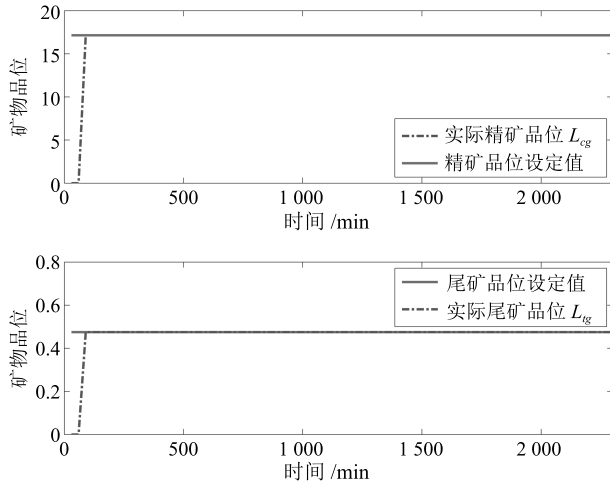


图5 线性模型下模型预测控制控制的矿物品位跟踪曲线  
Fig. 5 Ore grade tracking curve with MPC under linear model

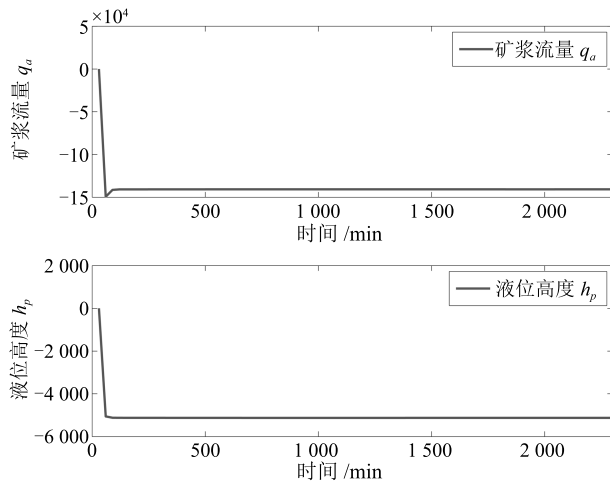


图6 线性模型下模型预测控制的控制输入  
Fig. 6 Control input curve with MPC under linear model

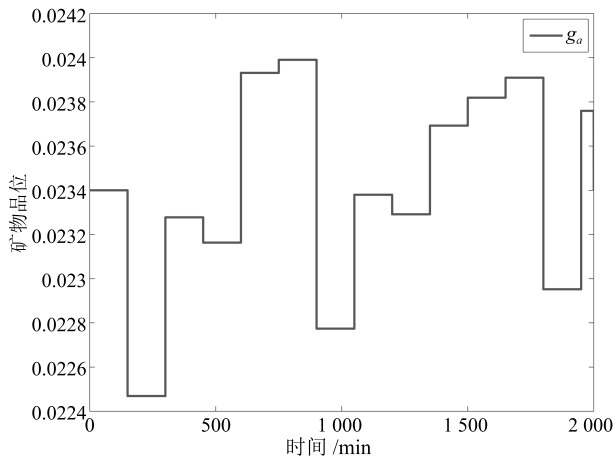


图7 参数扰动曲线  
Fig. 7 Parameter disturbance curve

### 4.3 基于非线性模型的仿真对比实验

为了验证本文方法的实际效果,使用文献 [15] 中的非线性对象进行仿真实验,即浮选过程的模型 (3),使用本文的数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制算法与模型预测控制 (Model predictive control, MPC) 算法进行对比仿真实验,同时,考虑存在原矿品位参数  $g_a$  的随机的扰动,参数扰动曲线如图 8~12 所示。

为了评价本文的控制效果,引入绝对误差积分 (Integral absolute error, IAE) 与误差均方差 (Mean square error, MSE)<sup>[23-26]</sup> 来评价控制效果,

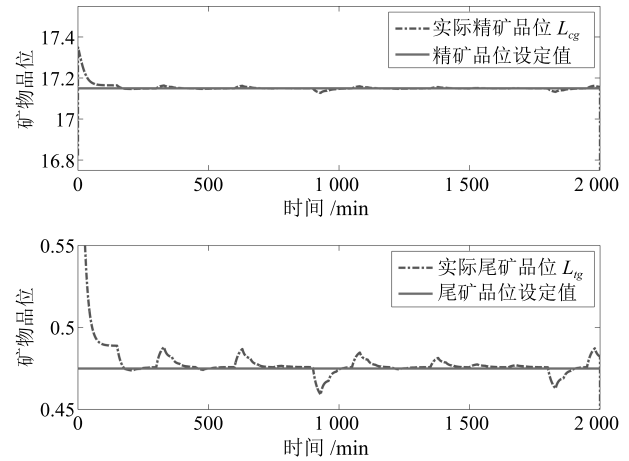


图8 非线性模型下数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制的矿物品位跟踪曲线  
Fig. 8 Ore grade tracking curve with data driven one step optimal unmolded dynamic compensation PID decoupling control under nonlinear model

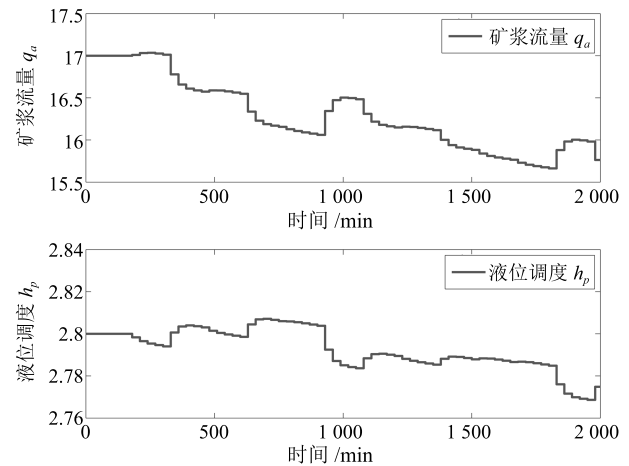


图9 非线性模型下数据驱动一步最优未建模动态补偿的 PID 解耦控制的控制输入  
Fig. 9 Control input curve with data driven one step optimal unmolded dynamic compensation PID decoupling control under nonlinear model

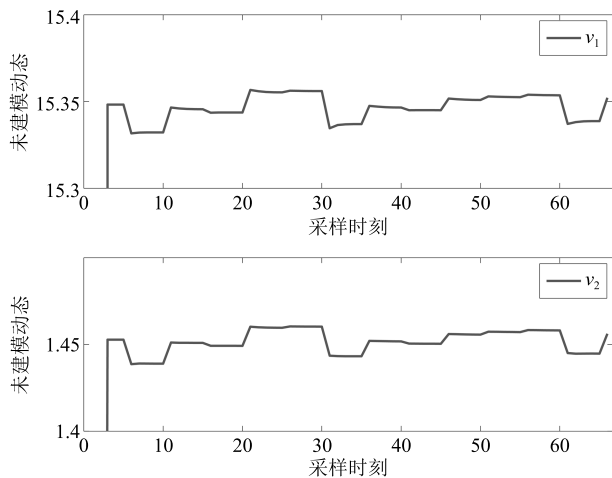


图 10 未建模动态的值

Fig. 10 Value of unmodeled dynamic

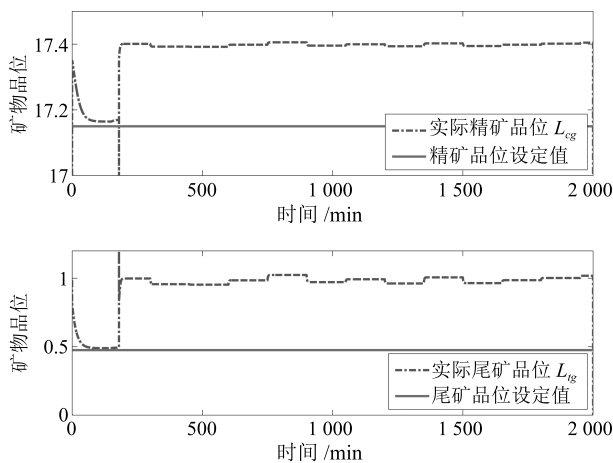


图 11 非线性模型下模型预测控制的矿物品位跟踪曲线

Fig. 11 Ore grade tracking curve with MPC under nonlinear model

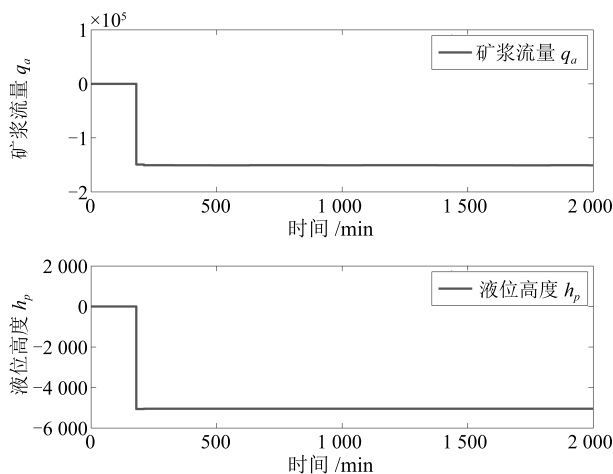


图 12 非线性模型下模型预测控制的控制输入

Fig. 12 Control input curve with MPC under nonlinear model

公式为

$$IAE = \sum_{T=1}^{T^*} |r_i^* - r_i(T)|, \quad i = 1, 2 \quad (50)$$

$$MSE = \sqrt{\frac{1}{T^*} \sum_{T=1}^{T^*} |r_i^* - r_i(T)|^2}, \quad i = 1, 2 \quad (51)$$

评价指标如表 2 所示.

表 2 对比实验评价指标

Table 2 Performance index of comparison experiment

	IAE	MSE
本文 $r_1$	0.2078	$3.3073 \times 10^{-5}$
本文 $r_2$	0.1803	$2.396 \times 10^{-5}$
MPC $r_1$	18.1797	0.0601
MPC $r_2$	37.4461	0.2563

从仿真结果可以看出, 当被控对象为非线性模型时, 本文所提方法可以控制改变给矿流量与液位高度, 使矿物品位跟踪目标设定值. 文献 [15] 中的模型预测控制方法无法根据反馈数据调整控制输入, 使矿物品位跟踪目标设定值. 同时, 被控输出与目标值存在一定的余差, 本文提出方法的评价性能指标优于文献 [15] 中的模型预测控制方法.

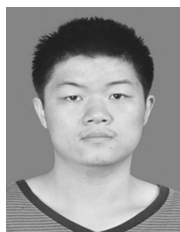
## 5 结论

本文提出的浮选过程数据驱动的一步最优未建模动态补偿 PID 解耦控制方法, 由矿物品位控制器驱动模型、PID 控制器、反馈解耦控制器、未建模动态补偿器组成, 实现了消除稳态误差、静态解耦与未建模动态的补偿, 单浮选槽为对象的仿真实验结果表明了该方法的有效性.

## References

- Chai Tian-You. Operational optimization and feedback control for complex industrial processes. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(11): 1744–1757  
(柴天佑. 复杂工业过程运行优化与反馈控制. *自动化学报*, 2013, **39**(11): 1744–1757)
- Fan Jia-Lu, Jiang Yi, Chai Tian-You. Operational feedback control of industrial processes in a wireless network environment. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(8): 1166–1174  
(范家璐, 姜艺, 柴天佑. 无线网络环境下工业过程运行反馈控制方法. *自动化学报*, 2016, **42**(8): 1166–1174)
- Chai T Y, Qin S J, Wang H. Optimal operational control for complex industrial processes. *Annual Reviews in Control*, 2014, **38**(1): 81–92

- 4 Yang Ya-Ru, Li Shao-Yuan. Economic model predictive control for global optimal operation of nonlinear switching systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 1017–1027  
(杨亚茹, 李少远. 切换非线性系统全局优化运行的经济预测控制. 自动化学报, 2017, **43**(6): 1017–1027)
- 5 Zhang Xiang-Yu, Li Ji-Geng, Zhou Ping, Zhang Zhan-Bo, Liu Huan-Bin, Wang Hong. Operational optimization control system for pulp chlorination process. *Control Engineering of China*, 2014, **21**(2): 303–308  
(张翔宇, 李继庚, 周平, 张占波, 刘焕彬, 王宏. 制浆氯漂过程运行优化控制系统. 控制工程, 2014, **21**(2): 303–308)
- 6 Liu Xiao-Qing, Cheng Quan, Li Jin, Zhou Xiao-Dong. Integrated automation system for flotation processes. *Control Engineering of China*, 2016, **23**(11): 1702–1706  
(刘晓青, 程全, 李晋, 周小东. 浮选生产过程综合自动化系统. 控制工程, 2016, **23**(11): 1702–1706)
- 7 Wang R H, Qiu M J, Zhao K L, Qian Y. Optimal RTO timer for best transmission efficiency of DTN protocol in deep-space vehicle communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, **66**(3): 2536–2550
- 8 Pan Hong-Guang, Gao Hai-Nan, Sun Yao, Zhang Ying, Ding Bao-Cang. The algorithm and software implementation for double-layered model predictive control based on multi-priority rank steady-state optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(3): 405–414  
(潘红光, 高海南, 孙耀, 张英, 丁宝苍. 基于多优先级稳态优化的双层结构预测控制算法及软件实现. 自动化学报, 2014, **40**(3): 405–414)
- 9 Ding J L, Modares H, Chai T, Lewis F L. Data-based multi-objective plant-wide performance optimization of industrial processes under dynamic environments. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2016, **12**(2): 454–465
- 10 Wang T, Gao H J, Qiu J B. A combined adaptive neural network and nonlinear model predictive control for multirate networked industrial process control. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, **27**(2): 416–425
- 11 Yang X P, Chen Y R. Intelligent control and optimization of the coal slime flotation. *Advanced Materials Research*, 2012, **524–527**: 1007–1010
- 12 Li H B, Chai T Y, Zhang L Y. Hybrid intelligent optimal control for flotation processes. In: Proceedings of the 2012 American Control Conference (ACC). Montreal, QC, Canada: IEEE, 2012. 4891–4896
- 13 Jiang Y, Fan J L, Chai T Y, Li J N, Lewis F L. Data-driven flotation industrial process operational optimal control based on reinforcement learning. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, **14**(5): 1974–1989
- 14 Jiang Y, Fan J L, Chai T Y, Lewis F L. Dual-rate operational optimal control for flotation industrial process with unknown operational model. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, **66**(6): 4587–4599
- 15 Rojas D, Cipriano A. Model based predictive control of a rougher flotation circuit considering grade estimation in intermediate cells. *Dyna*, 2011, **78**(166): 29–37
- 16 Jiang Y, Fan J L, Chai T Y, Chen T W. Setpoint dynamic compensation via output feedback control with network induced time delays. In: Proceedings of the 2015 American Control Conference (ACC). Chicago, IL, USA: IEEE, 2015: 5384–5389
- 17 Wang T, Gao H J, Qiu J B. A combined fault-tolerant and predictive control for network-based industrial processes. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(4): 2529–2536
- 18 Fan J L, Jiang Y, Chai T Y. MPC-based setpoint compensation with unreliable wireless communications and constrained operational conditions. *Neurocomputing*, 2017, **270**: 110–121
- 19 Jury E I. *Inners and Stability of Dynamic Systems*. Malabar, Florida, India: Krieger Pub Co, 1982.
- 20 Chai Tian-You. *Multivariable Adaptive Decoupling Control and Its Application*. Beijing: Science Press, 2001.  
(柴天佑. 多变量自适应解耦控制及应用. 北京: 科学出版社, 2001.)
- 21 Chai T Y, Zhai L F, Yue H. Multiple models and neural networks based decoupling control of ball mill coal-pulverizing systems. *Journal of Process Control*, 2011, **21**(3): 351–366
- 22 Jia Yao, Yue Heng, Chai Tian-You. Multi-operation condition switching control for high pressure acid leaching process. *Control Theory and Applications*, 2014, **31**(10): 1318–1326  
(贾瑶, 岳恒, 柴天佑. 高压酸浸过程多工况切换控制方法. 控制理论与应用, 2014, **31**(10): 1318–1326)
- 23 Hägglund T. A control-loop performance monitor. *Control Engineering Practice*, 1995, **3**(11): 1543–1551
- 24 Jia Yao, Chai Tian-You. Interval cascade intelligent control in vapor-water plate-type heat exchange process. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(1): 37–46  
(贾瑶, 柴天佑. 汽水板式换热过程区间串级智能控制方法. 自动化学报, 2016, **42**(1): 37–46)
- 25 Jia Y, Chai T Y. A data-driven dual-rate control method for a heat exchanging process. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, **64**(5): 4158–4168
- 26 Wang Lan-Hao, Jia Yao, Chai Tian-You. Dual-rate interval control of pump pool level and feeding pressure during re-grinding. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(6): 993–1006  
(王兰豪, 贾瑶, 柴天佑. 再磨过程的泵池液位和给矿压力双速率区间控制. 自动化学报, 2017, **43**(6): 993–1006)



姜艺 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室博士研究生. 2016 年获得东北大学控制理论与控制工程硕士学位. 主要研究方向为工业过程运行控制, 网络控制, 自适应动态规划, 强化学习.  
E-mail: JY369356904@163.com  
(JIANG Yi Ph.D. candidate at the State Key Laboratory of Synthetical

Automation for Process Industries, Northeastern University. He received his master degree in control theory and engineering from Northeastern University in 2016. His research interest covers industrial process operational control, networked control, adaptive dynamic programming, and reinforcement learning.)



**范家璐** 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室副教授. 2011 年获得浙江大学控制科学与工程系博士学位 (与美国宾夕法尼亚州立大学联合培养). 主要研究方向为工业过程运行控制, 工业无线传感器网络与移动社会网络. 本文通信作者.

E-mail: jlfan@mail.neu.edu.cn

(**FAN Jia-Lu** Associate professor at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. She received her Ph.D. degree from Zhejiang University in 2011. She was a visiting scholar with the Pennsylvania State University during 2009~2010. Her research interest covers networked operational control, industrial wireless sensor networks, and mobile social networks. Corresponding author of this paper.)



**贾 瑶** 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验室博士研究生. 主要研究方向为复杂工业过程控制理论及技术.

E-mail: jiayao\_neu@163.com

(**JIA Yao** Ph.D. candidate at the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University. His research

interest covers process control theory and technology for complex industry process.)



**柴天佑** 中国工程院院士, 东北大学教授, IEEE Fellow, IFAC Fellow. 1985 年获得东北大学博士学位. 主要研究方向为自适应控制, 智能解耦控制, 流程工业综合自动化理论、方法与技术.

E-mail: tychai@mail.neu.edu.cn

(**CHAI Tian-You** Academician of Chinese Academy of Engineering, professor at Northeastern University, IEEE Fellow, IFAC Fellow.

He received his Ph.D. degree from Northeastern University in 1985. His research interest covers adaptive control, intelligent decoupling control, and integrated automation theory, method and technology of industrial process.)