

# 基于反步法的有限时间机器人环航控制器设计

张春燕<sup>1</sup> 盛安冬<sup>1</sup> 戚国庆<sup>1</sup> 李银伢<sup>1</sup>

**摘要** 以二维运动目标的环航跟踪为背景,在非完整机器人速度受限情形下,设计了一类以规定环绕速率沿固定半径跟踪目标的控制器.首先,由极坐标系下的环航系统模型,利用反步法给出了一种使系统达到渐近稳定的控制器.进一步,考虑机器人在有限时间内达到跟踪要求的工程需求,利用饱和函数和 Lyapunov 稳定性理论,设计了一种使机器人运动轨迹在有限时间内收敛到期望轨迹的有限时间饱和控制器.最后,数值算例验证了所提控制律的有效性.

**关键词** 环航跟踪,非完整机器人,反步法,输入饱和,有限时间稳定

**引用格式** 张春燕,盛安冬,戚国庆,李银伢.基于反步法的有限时间机器人环航控制器设计.自动化学报,2019,45(3):540–552

**DOI** 10.16383/j.aas.2018.c170549

## Finite-time Standoff Tracking Control of Moving Target by Means of Backstepping for Non-holonomic Robot

ZHANG Chun-Yan<sup>1</sup> SHENG An-Dong<sup>1</sup> QI Guo-Qing<sup>1</sup> LI Yin-Ya<sup>1</sup>

**Abstract** To realize the standoff tracking of a moving target with the prescribed radius and circular velocity, this paper presents the control strategies that enable the trajectory of non-holonomic robot to converge to the desired circle with speed constraints. A controller in the polar coordinate system is proposed by means of the backstepping technique, which realizes the asymptotic convergence of the desired motion trajectory. Then, by using the finite-time Lyapunov stability theorem and saturated function, a control law is developed to ensure both relative distance and circular velocity convergences to the prescribed values in a finite time. Finally, simulation results verify the effectiveness of the proposed control laws.

**Key words** Standoff tracking, non-holonomic robot, backstepping, input saturation, finite-time stability

**Citation** Zhang Chun-Yan, Sheng An-Dong, Qi Guo-Qing, Li Yin-Ya. Finite-time standoff tracking control of moving target by means of backstepping for non-holonomic robot. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(3): 540–552

环航是指机器人保持一定距离环绕目标的运动,其控制器需要使机器人运行在以目标为圆心、指定半径的期望轨迹上.环航跟踪在军用侦察监视、民用搜索救护等领域均有着广泛的应用前景.目前关于完整机器人对目标环航跟踪问题的研究已相对完善<sup>[1–6]</sup>,为进一步便于工程应用,一些学者研究了非完整机器人的环航问题.根据其控制量的不同,主要分为以下两类:

1) 将机器人速率视为常数,仅以角速率为控制量<sup>[7–21]</sup>.其中 Park<sup>[7]</sup> 在环航研究中,令速率恒定并以向心加速度作为控制量,与角速率输入类似.文

献 [8–13] 针对纯方位量测和纯距离量测,给出了环航跟踪系统的观测器与控制器设计方法,并应用到多目标的跟踪中. Lawrence<sup>[14]</sup> 提出了一种基于 Lyapunov 矢量场引导法的环航控制器;另外,国内外研究者将多种现代控制策略应用到环航跟踪研究中,并取得了一系列成果<sup>[15–21]</sup>.

2) 部分学者在设计非完整机器人角速率控制器的同时,增加了速率测量,即以速率与角速率作为机器人输入量<sup>[22–27]</sup>,以满足更复杂的跟踪要求,但也增加控制器设计的难度. Summers 等<sup>[22]</sup> 在多机协同环航跟踪中考虑了速率变化,但在单机环航研究中仍视速率为常数; Oh 等分别利用滑模控制<sup>[23]</sup>和模型预测控制<sup>[24]</sup>提出的环航控制方法在保证机器人与目标距离固定的同时,实现了以额定速率对目标进行环航跟踪.文献 [25–27] 则实现了环航系统中,机器人轨迹渐近收敛到相对距离和环航速率固定的期望轨迹上.目标静止时,将机器人速率固定为期望环航速率,即可利用上述控制方案达到跟踪要求, Yu 等<sup>[25]</sup> 亦给出了多机定距定速环航跟踪静止目标的分布式控制方法.对运动目标, Arranz

收稿日期 2017-09-26 录用日期 2018-04-04  
Manuscript received September 26, 2017; accepted April 4, 2018  
国家自然科学基金 (61871221, 61876024), 国防科研基础研究项目 (JCKY2018209B010) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61871221, 61876024) and National Defense Basic Research Project of China (JCKY2018209B010)  
本文责任编辑 朱纪洪  
Recommended by Associate Editor ZHU Ji-Hong  
1. 南京理工大学自动化学院 南京 210094  
1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

等<sup>[26]</sup>提出的控制方案受目标与机器人初始位置限制; Miao 等<sup>[27]</sup>针对系统直角坐标系和极坐标系下运动模型分别提出了控制器的设计方法, 但未考虑机器人速度受限问题, 会出现速率输入幅值偏大的问题.

上述研究中均假设机器人的运动能不受限制地满足控制器要求, 然而在实际应用中, 机器人速度普遍会受到限制. 如何保证机器人在速度受限情形下达到期望的控制要求, 并能在有限时间内运行在期望轨迹上, 是工程应用中存在的两个现实问题. 针对这些问题, 本文研究了非完整机器人在速度受限下, 以规定环绕速率沿固定半径跟踪已知目标的控制器设计问题. 首先, 针对机器人速度受限的情形, 根据机器人运动模型及跟踪要求, 利用反步法给出了使环航系统渐近稳定的控制器; 为避免有限时间控制器设计时会出现控制量幅值过大的问题<sup>[28-30]</sup>, 进一步给出了一种在满足输入约束情形下的有限时间饱和控制器, 使机器人轨迹在有限时间内收敛到期望轨迹.

本文结构安排如下: 第 1 节描述了所研究的问题; 第 2 节给出了两种控制器的设计方案; 第 3 节给出了仿真比较结果; 第 4 节为文章的结论. 在文中,  $\mathbf{R}$  表示实数集,  $\mathbf{R}^+$  表示正实数集,  $A^T$  是向量或矩阵  $A$  的转置,  $\|\mathbf{x}\|$  表示向量  $\mathbf{x}$  的欧几里得范数,  $\sup$  表示上确界,  $A \setminus B$  表示集合  $\{x|x \in A, x \notin B\}$ ,  $\text{sgn}(x)$  表示符号函数 ( $\text{sgn}(0) = 0$ ).

## 1 问题描述

本文主要研究已知目标的速度信息情况下, 非完整机器人对平面目标的环航控制器设计问题. 且基于工程应用, 机器人的速度受限.

### 1.1 环绕问题描述与系统模型

将机器人视为质点, 在二维笛卡尔坐标系下, 机器人的运动模型为<sup>[26]</sup>:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_o \\ \dot{y}_o \\ \dot{\psi}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_o & 0 \\ \sin \psi_o & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{p}_o = [x_o \ y_o]^T \in \mathbf{R}^2$  表示机器人的位置,  $\mathbf{v}_o = [\dot{x}_o \ \dot{y}_o]^T \in \mathbf{R}^2$  表示机器人的速度,  $\psi_o \in (-\pi, \pi]$  指机器人的航向,  $u_1 \in \mathbf{R}^+$  指机器人的控制输入速率 (米/秒),  $u_2 \in \mathbf{R}$  指机器人的控制输入角速率 (弧度/秒), 即  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ . 输入速率限制条件为:

$$0 \leq \underline{v}_o \leq u_1 \leq \bar{v}_o \quad (2)$$

其中,  $\underline{v}_o$ ,  $\bar{v}_o$  分别表示机器人所能达到的最小和最大速率.

目标在二维笛卡尔坐标系下的运动模型为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_t &= v_t \cos \psi_t \\ \dot{y}_t &= v_t \sin \psi_t \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{p}_t = [x_t \ y_t]^T \in \mathbf{R}^2$  表示目标的位置,  $\mathbf{v}_t = [\dot{x}_t \ \dot{y}_t]^T \in \mathbf{R}^2$  表示目标的速度,  $v_t \in \mathbf{R}$  表示目标的速率,  $\psi_t \in (-\pi, \pi]$  表示目标的航向.

根据环航跟踪的控制要求, 对机器人和目标的相对位置建模. 为简便书写, 定义一个角度函数  $\text{atan}(\cdot) : \mathbf{R}^2 \rightarrow (-\pi, \pi]$ ,

$$\text{atan}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right), & \text{若 } x \geq 0 \text{ 且 } y \neq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi, & \text{若 } x < 0 \text{ 且 } y \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi, & \text{若 } x < 0 \text{ 且 } y < 0 \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

**注 1.** 当  $x = y = 0$  时,  $y/x$  是不确定的, 目前数学上常用的处理方法是令  $\text{atan}(0, 0)$  为某一常值或在函数定义域中排除点  $(0, 0)$ <sup>[31]</sup>. 在本文中,  $\text{atan}(y, x)$  函数不会出现  $x, y$  均为 0 的情况. 以式 (4) 中  $\text{atan}(y_o - y_t, x_o - x_t)$  为例,  $y_o - y_t = x_o - x_t = 0$  表示机器人与目标位置相同, 在环航应用中可以排除这种情形. 因此, 考虑数学完备性和工程实用性, 文中定义函数  $\text{atan}(\cdot)$  时, 直接令  $\text{atan}(0, 0) = 0$ .

如图 1 所示, 在以目标为原点的极坐标下, 系统相对位置可以表示为

$$\begin{aligned} d &= \|\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_t\| \\ \theta &= \text{atan}(y_o - y_t, x_o - x_t) \end{aligned} \quad (4)$$

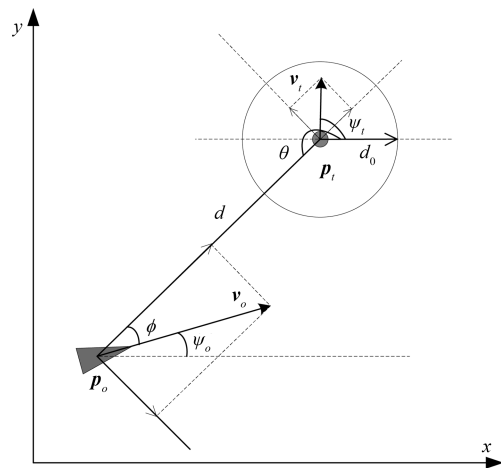


图 1 环航跟踪系统模型

Fig. 1 Model of the standoff tracking system

其中,  $d \in \mathbf{R}^+$  表示机器人与目标之间的相对距离,  $\theta \in (-\pi, \pi]$  表示机器人与目标之间的视角.

问题描述: 针对非完整机器人, 设计速率控制器  $u_1$  和角速率控制器  $u_2$ , 使其在速度受限条件下, 以固定环绕速率沿指定半径跟踪目标. 即设计  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ , 实现

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{p}_o(t) - \mathbf{p}_t(t)) &= d_c [\cos \theta(t) \ \sin \theta(t)]^T \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) &= \omega_c \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $d_c \in \mathbf{R}^+$  表示规定距离,  $\omega_c \in \mathbf{R}$  表示规定环绕角速率.

**注 2.** 环航跟踪系统中, 固定环绕速率等同于环绕角速率固定, 考虑到机器人顺时针或逆时针环绕目标, 以环绕角速率代替环绕速率作为跟踪要求.  $\omega_c > 0$  表示机器人逆时针环绕目标;  $\omega_c < 0$ , 机器人顺时针环绕目标.

**假设 1.** 基于环航跟踪要求, 机器人速率  $v_o$  与目标速度  $\mathbf{v}_t$  应满足以下条件:

$$\begin{aligned} \bar{v}_o - \sup_{t \geq 0} \{v_t(t)\} &\geq |\omega_c| d_c \\ \underline{v}_o + \sup_{t \geq 0} \{v_t(t)\} &\leq |\omega_c| d_c \end{aligned}$$

**注 3.** 根据机器人环航要求可知, 机器人速度与目标速度需满足  $\|\mathbf{v}_o - \mathbf{v}_t\| = |\omega_c| d_c$ . 由于实际应用中机器人速率受限制, 并不能实现对任意运动目标的环航跟踪. 在假设中给出了目标速度的条件, 保证速率受限的机器人仍能完成对目标的环航跟踪, 满足实际应用需求.

## 1.2 相关定义与引理

**定义 1**<sup>[32]</sup>. 考虑如下连续系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}) \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ,  $F(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ ,  $F: D \rightarrow \mathbf{R}^n$  为一个连续函数,  $D \subset \mathbf{R}^n$  为原点  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  的邻域, 由初始状态  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$  出发的运动轨迹简记为  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t, t_0, \mathbf{x}_0)$ .

若系统 (6) 满足: 1) 在平衡点  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  稳定; 2) 有限时间收敛, 引入原点的开邻域  $D_0$  和收敛时间函数  $T(\mathbf{x}_0): D_0 \setminus \{\mathbf{0}\} \rightarrow (0, \infty)$ , 对任意初始状态  $\mathbf{x}_0 \in D_0 \setminus \{\mathbf{0}\} \subset D$ , 若存在  $T(\mathbf{x}_0) > 0$  使得  $t \in [0, T(\mathbf{x}_0)]$  时,  $\mathbf{x}(t) \in D_0 \setminus \{\mathbf{0}\}$  且  $\lim_{t \rightarrow T(\mathbf{x}_0)} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ ; 当  $t > T(\mathbf{x}_0)$  时  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ , 则系统 (6) 在平衡点有限时间稳定. 若  $D_0 = D = \mathbf{R}^n$ , 则称为系统 (6) 在平衡点全局有限时间稳定.

**引理 1**<sup>[33]</sup>. 若存在一个连续可微的 Lyapunov 方程  $V(\mathbf{x}): D \rightarrow \mathbf{R}$  满足下以下两个条件:

1) 对任意  $\mathbf{x} \in D_0 \setminus \{\mathbf{0}\} \subset D$ ,  $V(\mathbf{x})$  为正定函数;

2) 存在  $k \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha \in (0, 1)$ , 使得对任意  $\mathbf{x} \in D_0 \setminus \{\mathbf{0}\} \subset D$ ,  $\dot{V}(\mathbf{x}) + kV^\alpha(\mathbf{x}) \leq 0$ .

则系统在平衡点有限时间稳定. 且收敛时间  $T(\mathbf{x}) \leq V(\mathbf{x})^{1-\alpha}/(k(1-\alpha))$ .

**引理 2**<sup>[34]</sup>. 对于  $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$  与常数  $p \geq 1$ , 下列不等式成立

$$(|x| + |y|)^{\frac{1}{p}} \leq |x|^{\frac{1}{p}} + |y|^{\frac{1}{p}}$$

## 2 控制器设计

如图 1 所示, 定义  $\phi := \psi_o - \theta + \pi \in (-\pi, \pi]$  表示机器人航向与视线之间的角度, 即  $\psi_o = \theta + \phi - \pi$ ; 定义距离误差为实际距离与期望距离的差:  $e_d = d - d_c$ ,  $e_d \in (-d_c, \infty)$ .

### 2.1 情形 1: 静止目标

对目标静止情况分析, 在极坐标下环航跟踪系统可以表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_d \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \phi & 0 \\ -\frac{\sin \phi}{e_d + d_c} & 0 \\ \frac{\sin \phi}{e_d + d_c} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

#### 2.1.1 反步法控制器

如式 (7) 所述, 系统状态方程中存在非微分同胚映射, 本节考虑了如何在此情况下利用反步法设计控制器. 另外, 如何选取控制器参数使机器人速率满足约束条件的同时, 提高系统收敛速度也是本节研究重点之一.

为方便控制器设计, 构造一个非线性函数  $f(\cdot): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , 函数  $f(x)$  都需满足:

$$\begin{aligned} \exists \bar{f} > 0, \forall x \in \mathbf{R}, |f(x)| &\leq \bar{f} \\ \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}, f(x)x &> 0 \\ \forall x \in \mathbf{R}, \dot{f}(x) &\geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

下文中的  $f_s(\cdot)$  和  $f_m(\cdot)$  均为满足上式条件的非线性函数, 且函数绝对值的上界分别为  $\bar{f}_s$  和  $\bar{f}_m$ , 即,  $|f_s(x)| \leq \bar{f}_s, |f_m(x)| \leq \bar{f}_m, \forall x \in \mathbf{R}$ .

**注 4.** 根据式 (8) 所示条件, 函数  $f(\cdot)$  为有界的递增函数, 且  $f(0) = 0$ , 存在满足条件的函数, 如:  $f(x) = 2\bar{f}x/(1+x^2), f(x) = \bar{f} \tanh(x)$  等.

受文献 [27] 启发, 用反步法按如下步骤设计控制器.

**步骤 1.** 将  $\phi_d$  作为系统 (7) 中  $e_d$  和  $\theta$  子系统

的虚拟控制量, 即

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= -u_1 \cos \phi \\ \dot{\theta} &= -\frac{u_1 \sin \phi}{e_d + d_c} \end{aligned}$$

如图 1, 由于相对距离变化率与相对速度  $\boldsymbol{v}_r$  在视线上的分量相关, 因此令

$$u_1 \cos \phi_d = f_s(e_d) \quad (9)$$

为保证虚拟控制量  $\phi_d$  到  $f_s(e_d)$  的映射为微分同胚映射, 即  $u_1 \cos(\cdot)$  存在连续可微逆映射, 需  $\sin \phi_d \neq 0$ . 考虑到机器人环绕目标时的期望环绕角速率为  $\omega_c$ , 可令

$$-u_1 \sin \phi_d = \text{sgn}(\omega_c) \sqrt{\omega_c^2 d_c^2 - \text{sat}_{c_1}^2(f_s(e_d))} \quad (10)$$

其中,  $0 \leq c_1 < |\omega_c d_c|$ , 饱和函数

$$\text{sat}_{c_1}(x) = \begin{cases} x, & \text{若 } |x| \leq c_1 \\ c_1 \text{sgn}(x), & \text{否则} \end{cases}$$

记  $s_f = \text{sgn}(\omega_c) \sqrt{\omega_c^2 d_c^2 - \text{sat}_{c_1}^2(f_s(e_d))}$ . 由式 (9) 和式 (10) 可得:

$$u_1 = (f_s^2(e_d) + s_f^2)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$\phi_d = \text{atan}(-s_f, f_s(e_d)) \quad (12)$$

考虑如式 (2) 所示的机器人速率限制, 其中,  $|f_s(\cdot)|$  的上界  $\bar{f}_s$  为常数, 且  $\bar{f}_s \in (0, \sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2 + c_1^2}]$ . 当  $\bar{f}_s \leq c_1$  时,  $u_1 \equiv |\omega_c d_c|$ . 由上式可得:

$$\dot{e}_d = -f_s(e_d) - u_1(\cos \phi - \cos \phi_d) \quad (13)$$

构造 Lyapunov 函数

$$V_1(e_d) = \frac{1}{2} e_d^2$$

其导数沿闭环系统 (13) 为

$$\dot{V}_1 = -e_d f_s(e_d) - u_1 e_d (\cos \phi - \cos \phi_d)$$

**步骤 2.** 定义相位误差  $e_\phi = \phi - \phi_d$ , 则  $\dot{e}_\phi = u_2 - \dot{\theta} - \dot{\phi}_d$ . 令  $\varsigma = (\cos \phi - \cos \phi_d)/e_\phi$ , 当  $\phi_d \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $\phi \rightarrow \phi_d$  时,  $\varsigma \rightarrow 0$ .

构造 Lyapunov 函数

$$V_2(e_d, e_\phi) = k_1 V_1 + \frac{1}{2} e_\phi^2$$

其中,  $k_1 > 0$ ,  $V_2$  是正定的, 其导数为

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_d f_s(e_d) + e_\phi (u_2 - \dot{\theta} - \dot{\phi}_d - k_1 u_1 e_d \varsigma)$$

令机器人角速率控制器为

$$u_2 = -k_2 e_\phi + \dot{\theta} + \dot{\phi}_d + k_1 u_1 e_d \varsigma \quad (14)$$

其中,  $k_2 > 0$ .

**定理 1.** 机器人速率与角速率控制器分别为式 (11) 和式 (14) 时, 系统 (7) 中距离和相位误差  $(e_d, e_\phi)$  渐近收敛到  $(0, 0)$ , 且环绕角速率固定为  $\omega_c$ , 达到式 (5) 所示的跟踪要求, 即机器人稳定的环绕跟踪静止目标.

**证明.** 由式 (11) 和式 (14) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= -f_s(e_d) - u_1 \varsigma e_\phi \\ \dot{e}_\phi &= -k_2 e_\phi + k_1 u_1 e_d \varsigma \end{aligned}$$

Lyapunov 函数  $V_2$  的导数沿上述闭环系统为:

$$\dot{V}_2 = -k_2 e_d f_s(e_d) - k_1 e_\phi^2 \leq 0$$

根据 LaSalle 不变集原理<sup>[35]</sup>, 距离和相位误差  $e_d, e_\phi$  渐近收敛到不变集  $e_d = 0, e_\phi = 0, \dot{V} = 0$ , 即  $d = d_c, \dot{\theta} = \omega_c$ . 当  $\omega_c > 0$  时,  $\phi = -\pi/2$ , 机器人逆时针环绕目标; 当  $\omega_c < 0$  时,  $\phi = \pi/2$ , 机器人顺时针环绕目标.  $\square$

定理 1 给出了非完整机器人环航跟踪静止目标的渐近稳定控制器. 与文献 [27] 中控制器相比, 本文控制器考虑了机器人速率限制. 以静止目标为例, 文献 [27] 中环航跟踪控制器如下所示:

$$\begin{aligned} u_1 &= (k^2 e_d^2 + \omega_c^2 d_c^2)^{\frac{1}{2}} \\ u_2 &= -k_2 e_\phi + \dot{\theta} + \dot{\phi}_d + k_1 u_1 e_d \varsigma \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $k, k_1, k_2 \in \mathbf{R}^+$ ,  $\phi_d = \text{atan}(-\omega_c d_c, k e_d)$ . 在此控制器下, 相对速度  $\boldsymbol{v}_r$  在视线上的分量为  $u_1 \cos \phi_d = k e_d$ . 当机器人速率受限时, 参数  $k$  应满足

$$|k e_d| \leq \sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2} \quad (16)$$

**注 5.** 为满足式 (2) 中机器人速率限制条件, 参数  $k$  选取时, 需假设一个相对距离误差的上界  $\bar{e}_d$ , 使得  $|e_d(t)| \leq \bar{e}_d, \forall t \geq 0$ . 考虑到实际应用中距离  $d$  必然存在上下界的情况, 即  $|e_d|$  存在一个具有一定保守性的上界, 上述假设是合理的. 因此, 参数  $k$  选取时应满足  $k \leq \sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2} / \bar{e}_d$ . 定理 1 中控制器以  $f_s(e_d)$  替代了控制器 (15) 中参数  $k e_d$ , 可以选取适当的函数  $f_s(\cdot)$ , 使得  $|k e_d| < |f_s(e_d)|, \forall t \geq 0$ . 由式 (13) 可知,  $e_d$  的收敛速度与  $k e_d$  或  $f_s(e_d)$  有直接关系, 在此情况下, 收敛速度方面本文算法优于文献 [27] 方法.



### 2.1.2 有限时间稳定控制器

渐近稳定的系统状态随着时间趋向于平衡点,但不能保证在规定时间内达到期望值. 进一步考虑设计机器人控制器,使相对距离在有限时间内收敛到期望距离  $d_c$ ,同时环绕角速率达到期望值  $\omega_c$ ,即

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow T} d(t) &= d_c \\ \lim_{t \rightarrow T} \dot{\theta}(t) &= \omega_c \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $0 < T < \infty$ .

由于在进行有限时间控制器设计时通常需利用不等式进行放缩,所以控制器增益取值一般偏大,进而导致控制量幅值偏大<sup>[30]</sup>.若直接利用有限时间控制器,可能会影响系统的性能,且无法保证满足式(2)中机器人速率限制条件,因此设计了输入受限下的有限时间饱和控制器(Finite-time saturated controller, FTSC).

定义函数

$$\text{sig}^\alpha(x) = \text{sgn}(x)|x|^\alpha$$

其中,  $x \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ ,则  $\text{sig}^\alpha(\cdot)$  为连续的递增函数,且  $\text{sig}^\alpha(0) = 0$ .

在函数  $f(\cdot)$  的基础上,构造一个非线性函数  $h(\cdot) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & \text{若 } |x| \geq c_2 \\ k_3 \text{sig}^\alpha(x), & \text{否则} \end{cases}$$

其中,  $c_2 > 0$ ,且  $f(c_2) = k_3 c_2^\alpha$ ,  $k_3 > 0$ .函数  $h(\cdot)$  同样满足式(8)中条件,即  $h(\cdot)$  为有界连续的递增函数,且  $h(0) = 0$ .下文中的  $h_s(\cdot)$  和  $h_m(\cdot)$  均为上述形式的函数,且函数绝对值的上界分别为  $\bar{f}_s$  和  $\bar{f}_m$ .

设计控制器

$$u_1 = (h_s^2(e_d) + s_h^2)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$u_2 = -k_2 \text{sig}^\alpha(e_\phi) + \dot{\theta} + \dot{\phi}_d + k_1 u_1 e_d s \quad (19)$$

其中,  $k_1 > 0, k_2 > 0, \phi_d = \text{atan}(-s_h, h_s(e_d)), s_h = \text{sgn}(\omega_c) \sqrt{\omega_c^2 d_c^2 - \text{sat}_{c_1}^2(h_s(e_d))}$ .

**定理 2.** 机器人控制器为式(18)和式(19)时,环航系统(7)中距离和相位误差  $(e_d, e_\phi)$  在有限时间内收敛到  $(0, 0)$ ,满足式(17)中跟踪要求,即机器人轨迹在有限时间内收敛到期望轨迹.

**证明.** 定义一个非线性函数  $\chi(\cdot) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^+$ ,使得  $h(x) = \chi(x)k_3 \text{sig}^\alpha(x), \forall x \in \mathbf{R}$ , 则

$$\chi(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{k_3 \text{sig}^\alpha(x)}, & \text{若 } |x| \geq c_2 \\ 1, & \text{否则} \end{cases}$$

当  $x$  有界时,必然存在  $0 < \underline{\chi} < \bar{\chi} \leq \bar{f}/(k_3 c_2^\alpha)$ ,使得  $\underline{\chi} \leq \chi \leq \bar{\chi}$ .考虑到距离误差  $e_d$  有界,因此存在  $\underline{\chi}_s > 0$ ,使得对任意  $e_d \in (-d_c, \infty) \setminus \{0\}$ ,都有  $h_s(e_d)e_d \geq k_3 \underline{\chi}_s |e_d|^{\alpha+1}$ .

环航系统(7)中控制器为式(18)和式(19)时,

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= -h_s(e_d) - u_1 s e_\phi \\ \dot{e}_\phi &= -k_2 \text{sig}^\alpha(e_\phi) + k_1 u_1 e_d s \end{aligned}$$

选取 Lyapunov 函数  $V_2 = \frac{k_1}{2} e_d^2 + \frac{1}{2} e_\phi^2$ ,其导数沿上述闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 h_s(e_d)e_d - k_2 \text{sig}^\alpha(e_\phi)e_\phi = \\ &= -k_1 h_s(e_d)e_d - k_2 |e_\phi|^{\alpha+1} \end{aligned}$$

根据 LaSalle 不变集原理<sup>[35]</sup>,系统(7)在控制器(18)和(19)作用下在距离和相位误差为  $(0, 0)$  处是渐近稳定的,进一步证明其有限时间稳定.

由于  $0 < \alpha < 1$ ,则  $(\alpha + 1)/2 \in (0, 1)$ .根据引理 2,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -k_1 k_3 \underline{\chi}_s |e_d|^{\alpha+1} - k_2 |e_\phi|^{\alpha+1} \leq \\ &= -k_4 (k_1^{\frac{\alpha+1}{2}} |e_d|^{\alpha+1} + |e_\phi|^{\alpha+1}) \leq \\ &= -k_4 2^{\frac{\alpha+1}{2}} V_2^{\frac{\alpha+1}{2}} \end{aligned}$$

其中,  $0 < k_4 \leq \min\{k_1^{\frac{1-\alpha}{2}} k_3 \underline{\chi}_s, k_2\}$ .

由引理 1,距离和相位误差  $(e_d, e_\phi)$  在有限时间内收敛到  $(0, 0)$ ,且收敛时间满足  $T \leq \frac{(2V_2)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{k_4(1-\alpha)}$ .

综上所述,对任意  $e_d \in (-d_c, \infty), \phi \in (-\pi, \pi]$ ,在控制器(18)和(19)作用下,在有限时间内收敛到  $e_d = 0, e_\phi = 0, \dot{V}_2 = 0$ ,即  $d = d_c$  且  $\dot{\theta}(t) = \omega_c$ .  $\square$

**注 6.** 根据函数  $\chi(\cdot)$  的定义,当  $x > c_2$  时,  $\chi(x)k_3 \text{sig}^\alpha(x) > f(c_2)$ ,因此,  $\underline{\chi} = \min\{c_2^\alpha/x^\alpha, 1\}$ .可以由相对距离误差上界  $\bar{e}_d$ ,给出一个具有一定保守性的下界  $\underline{\chi}_s = \min\{c_2^\alpha/\bar{e}_d^\alpha, 1\}$ .当工程应用中给出规定的收敛时间  $T_f$  时,通过选取适当的控制参数使得  $\frac{(2V_2)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{k_4(1-\alpha)} \leq T_f$ ,即可保证机器人轨迹在规定收敛时间  $T_f$  内收敛到期望轨迹.

## 2.2 情形 2: 运动目标

针对运动目标,极坐标下环航跟踪系统可以表

示为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_d \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\phi & 0 \\ \frac{\sin\phi}{e_d + d_c} & 0 \\ \frac{\sin\phi}{e_d + d_c} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_t \cos(\theta - \psi_t) \\ \frac{v_t \sin(\theta - \psi_t)}{e_d + d_c} \\ \frac{v_t \sin(\theta - \psi_t)}{e_d + d_c} \end{bmatrix} \quad (20)$$

利用反步法设计非完整机器人控制器, 实现对运动目标的环航跟踪. 并针对不同的目标运动状态, 给出参数选取的方法, 使机器人速率满足约束条件的同时, 提高收敛速度.

**步骤 1.** 将  $\phi_d$  作为系统 (20) 中  $e_d$  和  $\theta$  子系统的虚拟控制量, 令

$$\begin{aligned} u_1 \cos\phi_d + v_t \cos(\theta - \psi_t) &= f_m(e_d) \\ -u_1 \sin\phi_d + v_t \sin(\theta - \psi_t) &= s_f \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $s_f = \text{sgn}(\omega_c) \sqrt{\omega_c^2 d_c^2 - \text{sat}_{c_1}^2(f_m(e_d))}$ . 由式 (21) 可得:

$$u_1 = ((f_m(e_d) - v_t \cos(\theta - \psi_t))^2 + (-s_f + v_t \sin(\theta - \psi_t))^2)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \phi_d &= \text{atan}(-s_f + v_t \sin(\theta - \psi_t), \\ &f_m(e_d) - v_t \cos(\theta - \psi_t)) \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (22) 可得,  $|f_m(\cdot)|$  的上界  $\bar{f}_m > c_1$  时,  $u_1 \in [v_t - \sqrt{\bar{f}_m^2 + \omega_c^2 d_c^2 - c_1^2}, v_t + \sqrt{\bar{f}_m^2 + \omega_c^2 d_c^2 - c_1^2}]$ ; 当  $\bar{f}_m \leq c_1$  时,  $u_1 \in [v_t - |\omega_c d_c|, v_t + |\omega_c d_c|]$ ; 考虑如式 (2) 所示机器人速率限制, 对于满足假设条件的运动目标,  $\bar{f}_m$  应满足

$$\bar{f}_m \leq \sqrt{(\bar{v}_o - \bar{v}_t)^2 - \omega_c^2 d_c^2 + c_1^2} \quad (24)$$

其中,  $\bar{v}_t = \sup_{t \geq 0} \{v_t(t)\}$ .

**步骤 2.** 对运动目标和静止目标的环航系统, 均有子系统  $\dot{\phi} = u_2 - \dot{\theta}$ , 因此令机器人角速率输入控制器为式 (14), 其中变量  $e_\phi, u_1, \dot{\phi}_d$  由式 (22) 和式 (23) 求得.

**推论 1.** 对于满足假设条件的运动目标, 针对环航系统 (20) 设计控制器为式 (22) 和式 (14) 时, 系统在距离和相位误差为 (0, 0) 处渐近稳定, 满足式 (5) 中跟踪要求, 实现对运动目标的环航跟踪.

证明部分与定理 1 类似, 此处不再赘述.

在系统渐近稳定的基础上, 结合有限时间稳定理论设计控制器, 使运动目标的环航跟踪系统在有限时间内稳定. 令

$$u_1 = ((h_m(e_d) - v_t \cos(\theta - \psi_t))^2 + (-s_h + v_t \sin(\theta - \psi_t))^2)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \phi_d &= \text{atan}(-s_h + v_t \sin(\theta - \psi_t), \\ &h_m(e_d) - v_t \cos(\theta - \psi_t)) \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $|h_m(\cdot)|$  的上界  $\bar{f}_m$  满足式 (24) 中不等式条件,  $s_h = \text{sgn}(\omega_c) \sqrt{\omega_c^2 d_c^2 - \text{sat}_{c_1}^2(h_m(e_d))}$ .

取机器人角速率输入为式 (19), 其中变量  $e_\phi, u_1, \dot{\phi}_d$  由式 (25) 和式 (26) 求得.

**推论 2.** 对于满足假设条件的运动目标, 针对环航系统 (20) 设计控制器为式 (25) 和式 (19) 时, 系统在距离和相位误差为 (0, 0) 处有限时间稳定, 满足式 (17) 中要求, 机器人轨迹有限时间内收敛到期望轨迹.

证明部分与定理 2 类似, 此处不再赘述.

### 3 仿真结果及分析

本节针对静止目标、运动目标的跟踪环航问题进行了仿真实验. 并通过与文献 [27] 中控制方法进行比较, 说明本文所提方法的有效性和优越性.

为确保仿真实验的公平性, 实验中选取的机器人仿真参数均一致: 最大线速度  $\bar{v}_o = 5$  m/s, 最小线速度  $\underline{v}_o = 0$  m/s; 机器人初始位置均为  $\mathbf{p}_o = [20 \ 40]^T$  m, 初始航向  $\psi_o = -0.5\pi$  rad; 目标初始位置均设为  $\mathbf{p}_t = [0 \ 0]^T$  m; 规定跟踪距离  $d_c = 6$  m, 环绕角速率  $\omega_c = -0.5$  rad/s. 为方便选取控制器参数, 假设相对距离误差上界为  $\bar{e}_d = 40$  m.

另外, 仿真实验中, 选取满足式 (8) 中条件的非线性函数  $f(x) = \bar{f} \tanh(\frac{x}{10})$ ,

$$h(x) = \begin{cases} \bar{f} \tanh(\frac{x}{10}), & \text{若 } |x| \geq c_2 \\ k_3 \text{sig}^\alpha(x), & \text{否则} \end{cases}$$

其中,  $c_2 = 10$ ,  $\alpha = 0.5$ , 则  $k_3 = \frac{\bar{f} \tanh(\frac{c_2}{10})}{\text{sig}^\alpha(c_2)}$ . 针对不同运动状态的目标,  $\bar{f}$  取值不同.

#### 3.1 静止目标环航跟踪

目标静止时, 为使文献 [27] 中控制器速率输入满足式 (2) 所示的限制条件, 速率控制器 (15) 中参数  $k = \frac{\sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2}}{\bar{e}_d} = 0.1$ . 而本文提出的考虑速率约束的反步控制器 (11) 和有限时间饱和控制器 (18) 中,  $c_1 = 0$ , 参数  $\bar{f}_s = \sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2} = 4$ .

以环航跟踪静止目标为例, 如注 6 所述, 针对文中所提的有限时间饱和控制器, 给定一个合理的收

敛时间  $T_f$ , 可以设计控制参数, 使系统在规定时间内收敛到平衡点. 根据仿真数据, 令  $T_f = 20$  s. 由  $\bar{e}_d = 40$  m, 可得,  $\chi_s = 0.5$ . 结合初始相对位置, 可令  $k_1 = 0.01, k_2 = 5$ , 则  $k_4 \approx 0.2, T \leq 10(2V_2)^{\frac{1}{4}} \leq T_f$ . 为公平地比较分析三种控制器的不同点, 本文所提考虑速度受限的反步法角速率控制器 (14) 和文献 [27] 角速率控制器中参数均设为  $k_1 = 0.01, k_2 = 5$ .

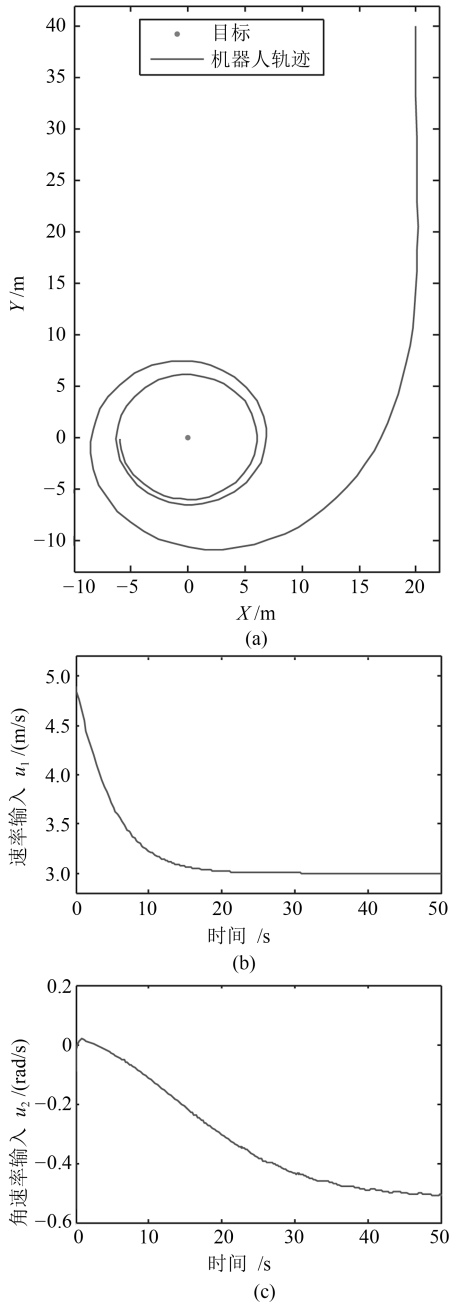


图 2 文献 [27] 方法对静止目标的环航跟踪  
Fig. 2 Standoff tracking a static target using control strategy in [27]

图 2 为利用文献 [27] 中控制器时, 机器人环航跟踪静止目标的仿真结果, 其中图 2 (a) 为目标位置

和机器人轨迹, 图 2 (b) 和图 2 (c) 分别为机器人速率和角速率输入量  $u_1, u_2$ . 图 3 和图 4 分别为本文所提考虑速度受限的反步控制方法和有限时间饱和和控制方法下, 机器人对静止目标的环航跟踪仿真结果. 图 5 为三种控制器下对静止目标环航跟踪的相对距离  $d$  和视线角变化率  $\theta$  的仿真结果对比图.

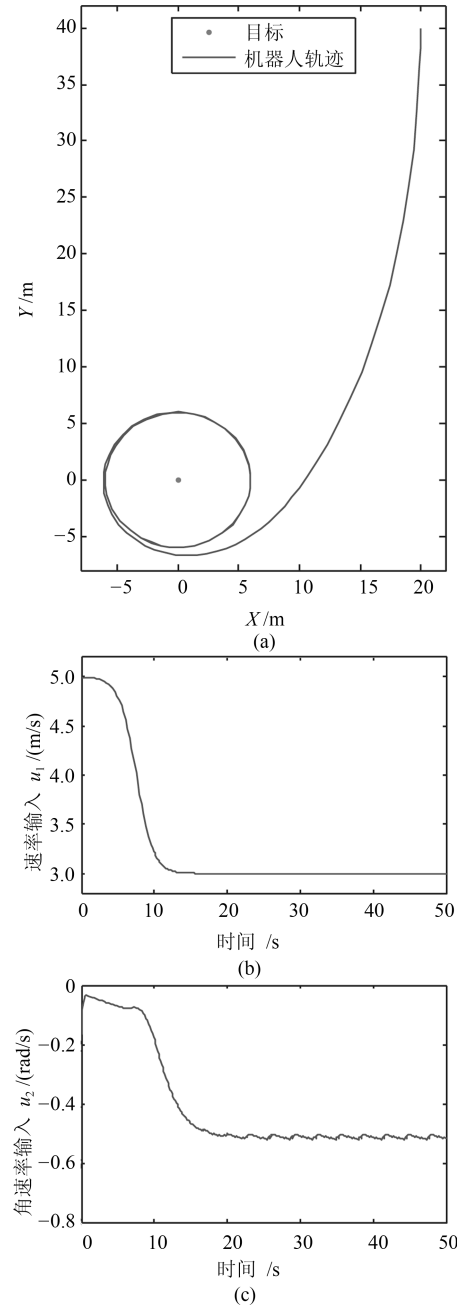


图 3 反步法对静止目标的环航跟踪  
Fig. 3 Standoff tracking a static target using backstepping

由图 5 中对比文献 [27] 控制方法和本文考虑速率约束的反步控制方法, 可看出  $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = 6$  m,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta}(t) = -0.5$  rad/s, 即两种控制方法均能实

现稳定跟踪. 文献 [27] 中参数  $k$  需满足不等式 (16) 中条件, 当  $\bar{e}_d$  较大时, 必然导致  $k$  取值较小. 图 2(b) 所对应的速率控制器 (15) 中参数  $k$  已使机器人初始速率非常逼近  $\bar{v}_o$ , 即所选取参数  $k$  已逼近其可选范围的上界. 本文提出的反步控制方法用非线性函数  $f_s(e_d)$  代替  $ke_d$ , 在保证速率符合约束条件的同时, 始终满足  $|ke_d| < |f_s(e_d)|$ . 因此, 如图 5 所示, 本文所提的反步法较文献 [27] 中方法, 系统收敛速度有明显的提高. 另外, 本文反步法控制器参数选取时, 不需要考虑相对距离误差上界  $\bar{e}_d$ .

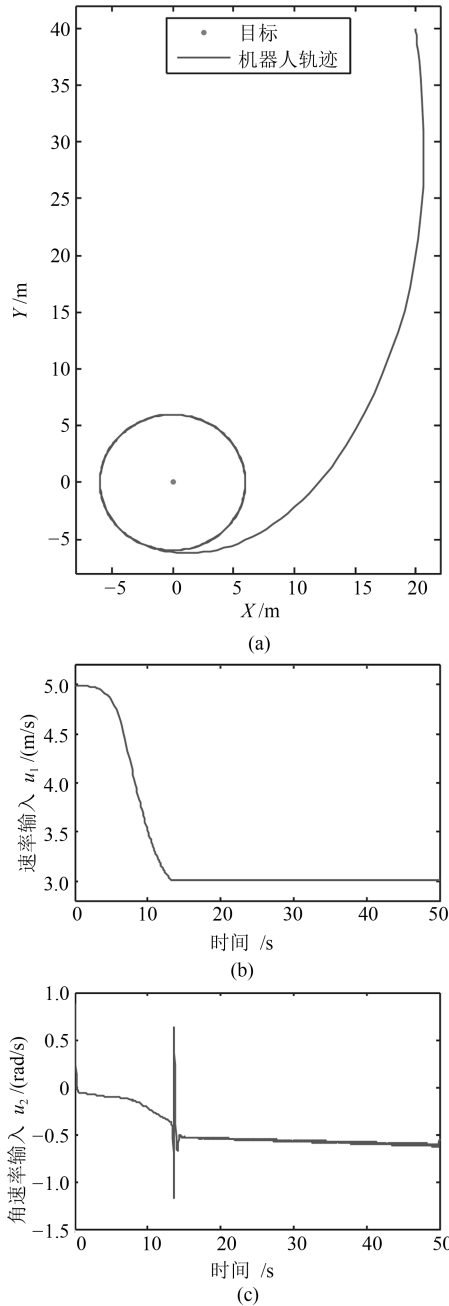


图 4 有限时间饱和和控制方法对静止目标的环航跟踪  
Fig. 4 Standoff tracking a static target using FTSC

由图 5 仿真结果对比本文反步控制方法和有限时间饱和控制方法, 可以看出, 反步法控制器能使系统渐近收敛到平衡点, 而在有限时间饱和控制器下,  $\lim_{t \rightarrow T_f} d(t) = 6 \text{ m}$ ,  $\lim_{t \rightarrow T_f} \dot{\theta}(t) = -0.5 \text{ rad/s}$ , 即机器人在有限时间饱和控制器下, 能在规定收敛时间  $T_f$  内达到跟踪要求 (17). 另外, 图 4(c) 中, 角速率输入  $u_2$  在  $t = 14 \text{ s}$  左右时, 出现较大变化, 主要是由于距离误差收敛到  $e_d = 0 \text{ m}$  时,  $\dot{\phi}_d$  变化较大, 进而导致  $u_2$  变化.

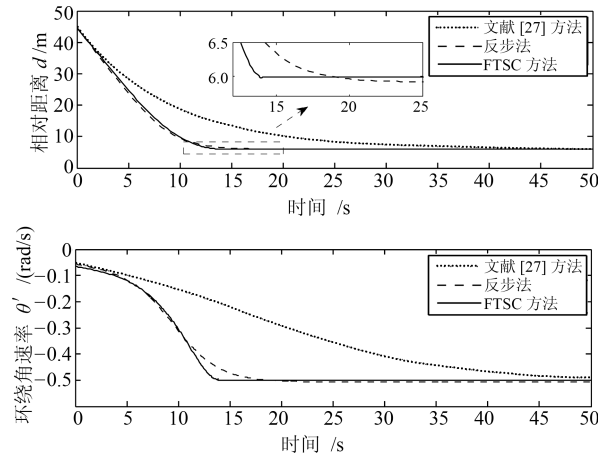


图 5 三种控制方法对静止目标的环航跟踪结果对比  
Fig. 5 Standoff tracking a static target with different control strategies

### 3.2 运动目标环航跟踪

运动目标分为匀速目标和变速目标进行仿真分析:

匀速目标:  $\boldsymbol{v}_t = [-1 \ 0]^T \text{ m/s}$

变速目标:  $\boldsymbol{v}_t = \left[ -1 \ \frac{\cos(0.3t) + 1}{2} \right]^T \text{ m/s}$

图 6 为利用文献 [27] 中控制器时, 机器人环航跟踪匀速目标的仿真结果, 其中图 6(a) 为目标位置和机器人轨迹, 图 6(b) 为相对距离  $d$  和视线角  $\theta$  的变化曲线, 图 6(c) 和图 6(d) 分别为机器人速率和角速率输入量  $u_1, u_2$ . 图 7 和图 8 分别为机器人在本文所提考虑速度约束反步法和 FTSC 方法下, 针对匀速目标的环航跟踪仿真结果. 图 9~11 则为三种方法下对变速目标的环航跟踪仿真结果.

对于匀速目标  $v_t = 1 \text{ m/s}$ , 令文献 [27] 控制方法中参数为  $k = 0.075$  以满足  $|ke_d - v_t \cos(\theta - \psi_t)| \leq \sqrt{\bar{v}_o^2 - \omega_c^2 d_c^2}, \forall t \geq 0$ , 进而使机器人速率输入满足式 (2) 所示的限制条件; 令本文所提反步法和 FTSC 方法中  $\bar{f}_m = \sqrt{(\bar{v}_o - v_t)^2 - \omega_c^2 d_c^2} = \sqrt{7}$ , 满足式 (24) 中不等式条件. 而变速目标速率  $v_t \in [1, \sqrt{2}] \text{ m/s}$ , 令文献 [27] 控制方法中参数为  $k = 0.06$ , 本文所提反步法和 FTSC 方法中  $\bar{f}_m = \sqrt{(\bar{v}_o - \bar{v}_t)^2 - \omega_c^2 d_c^2}$ .



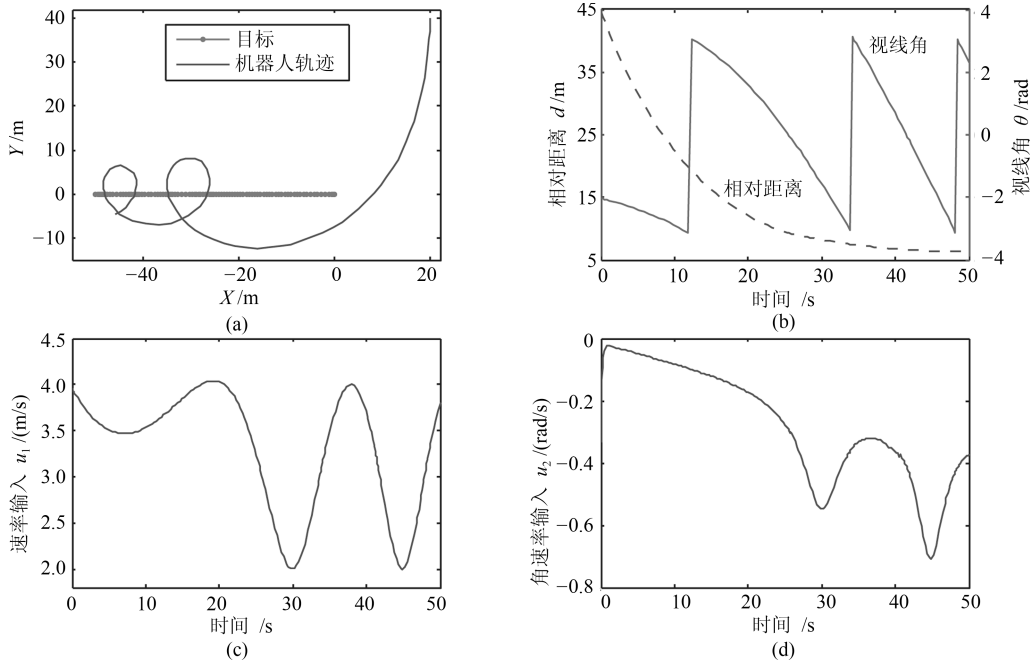


图 6 文献 [27] 方法对匀速目标的环航跟踪

Fig.6 Standoff tracking a constant velocity target using control strategy in [27]

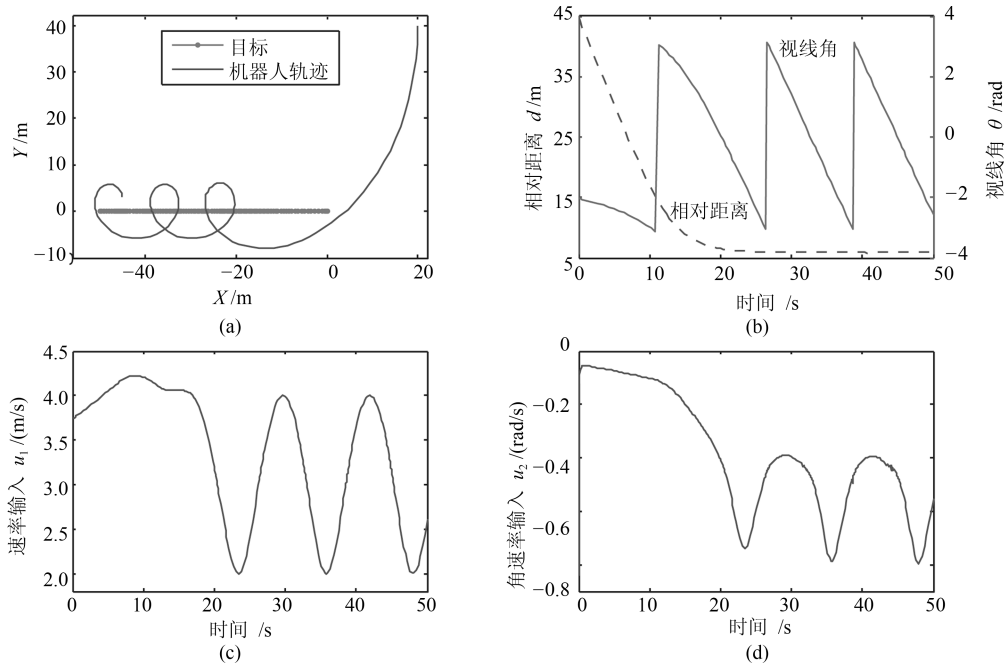


图 7 反步法对匀速目标的环航跟踪

Fig.7 Standoff tracking a constant velocity target using backstepping

控制器中其他参数与静止目标环航控制器参数一致.

由图 7 和 10 可以看出, 对任意满足假设条件的运动目标, 机器人在具有速度约束的反步法控制方案下均能达到跟踪要求 (5), 实现稳定跟踪. 与图 6 和图 9 对比, 机器人收敛速度明显较快. 本文所提考虑速度约束反步法, 较文献 [27] 所提方法, 具有显著

的优势.

由仿真参数计算可得, 有限时间饱和控制器下, 对匀速目标的环航跟踪系统, 收敛时间应  $T \leq 30$  s; 对变速目标的环航跟踪系统, 收敛时间  $T \leq 40$  s. 由图 8 和图 11 可以看出, 机器人与目标相对距离  $d$  和环绕角速率  $\dot{\theta}$  均能在规定时间内达到期望值. 即,

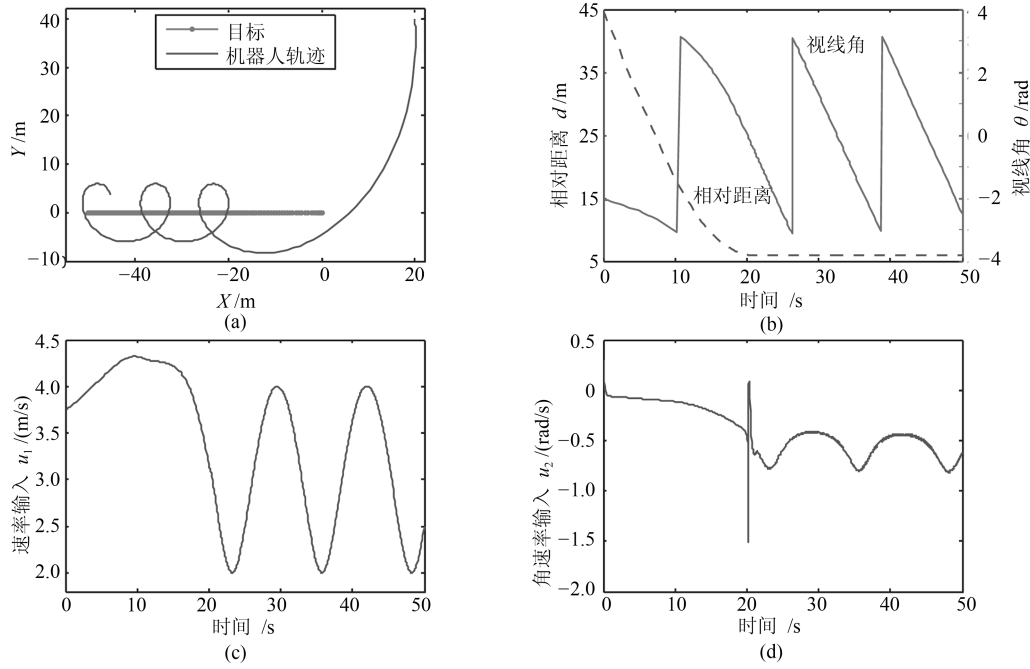


图 8 有限时间饱和控制方法对匀速目标的环航跟踪  
Fig. 8 Standoff tracking a constant velocity target using FTSC

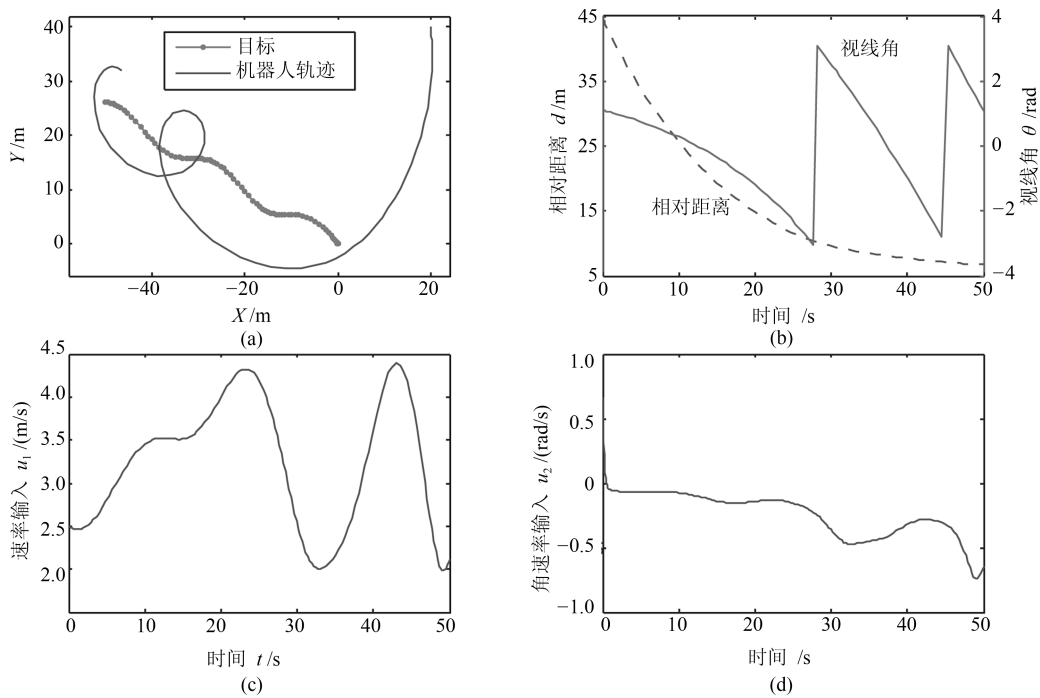


图 9 文献 [27] 方法对变速目标的环航跟踪  
Fig. 9 Standoff tracking a time-varying velocity target using control strategy in [27]

对任意满足假设条件的运动目标, 在本文所提有限时间饱和控制器下, 机器人轨迹均能在一定时间内收敛到期望轨迹.

#### 4 结论

本文研究了非完整机器人在二维平面内静止和运动目标的环航跟踪问题. 针对静止目标, 首先给出

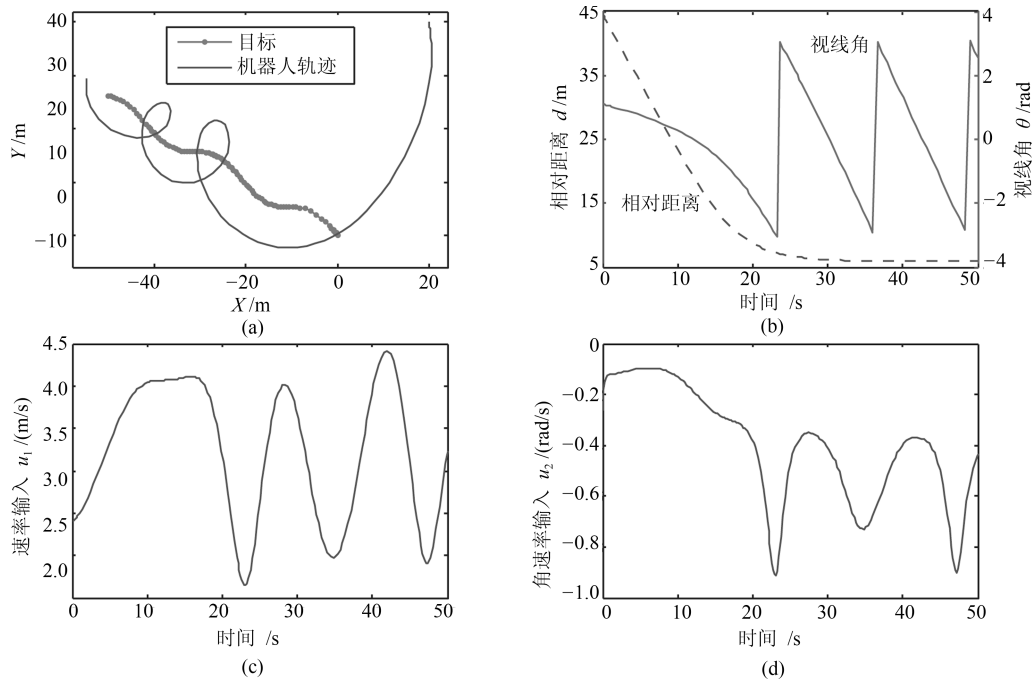


图 10 反步法对变速目标的环航跟踪

Fig. 10 Standoff tracking a time-varying velocity target using backstepping

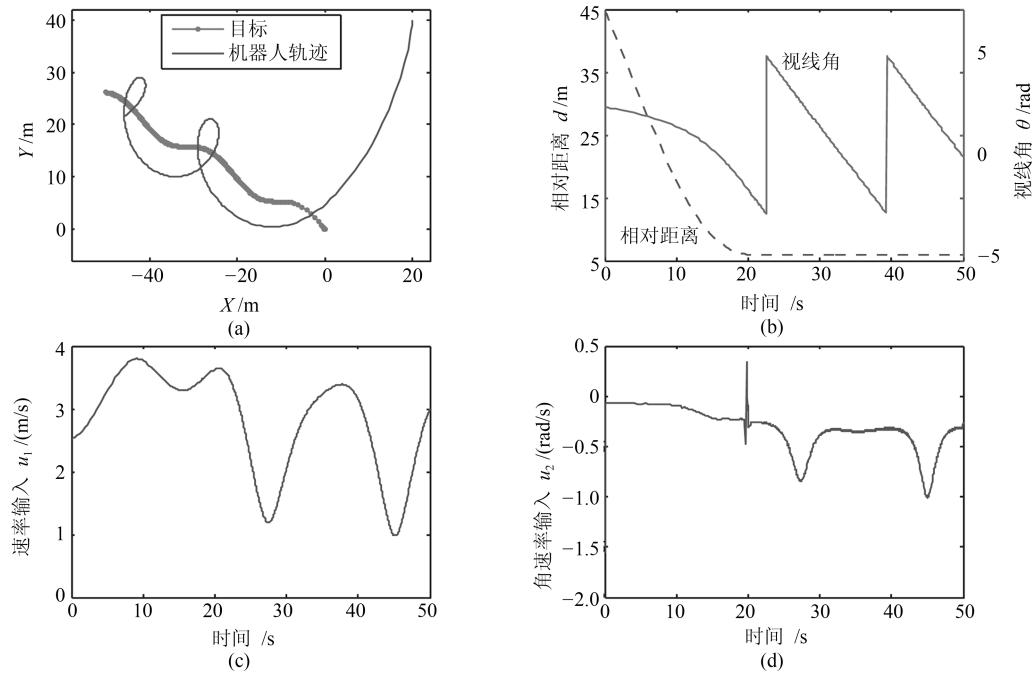


图 11 有限时间饱和控制方法对变速目标的环航跟踪

Fig. 11 Standoff tracking a time-varying velocity target using FTSC

了一种考虑机器人输入约束的反步法控制器, 解决了传统控制方法中存在速率输入过大的问题, 使机器人以规定环绕速率沿期望距离跟踪目标. 在此基础上, 设计了有限时间饱和控制器, 可根据应用中要求的收敛时间, 设计合理的控制参数, 实现速度受限

情形下, 机器人达到期望的跟踪要求. 最后, 将控制方法推广到对运动目标的跟踪中, 并证明了所提方法的可行性. 未来将考虑与协同控制结合, 将文中控制方法运用到多机器人协同环航跟踪目标问题中.

## References

- 1 Deghat M, Shames I, Anderson B D O, Yu C B. Localization and circumnavigation of a slowly moving target using bearing measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(8): 2182–2188
- 2 Deghat M, Xia L, Anderson B, Hong Y G. Multi-target localization and circumnavigation by a single agent using bearing measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(14): 2362–2374
- 3 Shames I, Dasgupta S, Fidan B, Anderson B D O. Circumnavigation using distance measurements under slow drift. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(4): 889–903
- 4 Boccia A, Adaldo A, Dimarogonas D V, Bernardo M D, Johansson K. H. Tracking a mobile target by multi-robot circumnavigation using bearing measurements. In: Proceedings of the 56th IEEE Conference on Decision and Control. Melbourne, Australia: IEEE, 2017. 1076–1081
- 5 Mo Li-Po, Yu Yong-Guang. Finite-time rotating encirclement control of multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(9): 1665–1672  
(莫立坡, 于永光. 多智能体系统的有限时间旋转环绕控制. 自动化学报, 2017, **43**(9): 1665–1672)
- 6 Zhang Chun-Yan, Qi Guo-Qing, Li Yin-Ya, Sheng An-Dong. Standoff tracking control of moving target with finite-time stabilization. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(11): 2056–2067  
(张春燕, 戚国庆, 李银伢, 盛安冬. 一种基于有限时间稳定的环绕控制器设计. 自动化学报, 2018, **44**(11): 2056–2067)
- 7 Park S. Guidance law for standoff tracking of a moving object. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, **40**(11): 2948–2955
- 8 Deghat M, Davis E, See T, Shames I, Anderson, B D O, Yu C B. Target localization and circumnavigation by a non-holonomic robot. In: Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vilamoura, Algarve, Portugal: IEEE, 2012. 1227–1232
- 9 Matveev A S, Semakova A A, Savkin A V. Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot. *Automatica*, 2016, **65**: 76–89
- 10 Milutinović D, Casbeer D, Cao Y C, Kingston D. Coordinate frame free dubins vehicle circumnavigation using only range-based measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, **27**(16): 2937–2960
- 11 Matveev A S, Semakova A A, Savkin A V. Tight circumnavigation of multiple moving targets based on a new method of tracking environmental boundaries. *Automatica*, 2017, **79**: 52–60
- 12 Cao Y C. UAV circumnavigating an unknown target under a GPS-denied environment with range-only measurements. *Automatica*, 2015, **55**: 150–158
- 13 Zhang Min, Tian Peng-Fei, Chen Xin. UAV guidance law for circumnavigating and tracking ground target and its stability proof. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, **37**(11): 3425–3434  
(张民, 田鹏飞, 陈欣. 一种无人机定距盘旋跟踪制导律及稳定性证明. 航空学报, 2016, **37**(11): 3425–3434)
- 14 Lawrence D A. Lyapunov vector fields for UAV flock coordination. In: Proceedings of the 2nd AIAA Unmanned Unlimited Conference, Workshop, & Exhibit. San Diego, California: AIAA, 2003.
- 15 Chen H D, Chang K C, Agate C S. UAV path planning with tangent-plus-Lyapunov vector field guidance and obstacle avoidance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, **49**(2): 840–856
- 16 Frew E W, Lawrence D A, Morris S. Coordinated standoff tracking of moving targets using Lyapunov guidance vector fields. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, **31**(2): 290–306
- 17 Zhu S Q, Wang D W, Low C B. Ground target tracking using UAV with input constraints. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2013, **69**(1–4): 417–429
- 18 Oh H, Turchi D, Kim S, Tsourdos A, Pollini L, White B. Coordinated standoff tracking using path shaping for multiple UAVs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 348–363
- 19 Xiong J, Niu Y F. Guidance law for multi-UAVs collaborative ground target tracking under obstacle environment. In: Proceedings of the 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Chongqing, China: IEEE, 2017. 7219–7223
- 20 Zheng R H, Lin Z Y, Fu M Y, Sun D. Distributed control for uniform circumnavigation of ring-coupled unicycles. *Automatica*, 2015, **53**: 23–29
- 21 Yu X, Liu L. Cooperative control for moving-target circular formation of nonholonomic vehicles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(7): 3448–3454
- 22 Summers T H, Akella M R, Mears M J. Coordinated standoff tracking of moving targets: control laws and information architectures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, **32**(1): 56–69
- 23 Oh H, Kim S, Tsourdos A, White B A. Decentralised standoff tracking of moving targets using adaptive sliding mode control for UAVs. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, **76**(1): 169–183
- 24 Oh H, Kim S, Tsourdos A. Road-map-assisted standoff tracking of moving ground vehicle using nonlinear model predictive control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, **51**(2): 975–986
- 25 Yu X, Liu L. Distributed circular formation control of ring-networked nonholonomic vehicles. *Automatica*, 2016, **68**: 92–99



- 26 Arranz L B, Seuret A, De Wit C C. Translation control of a fleet circular formation of AUVs under finite communication range. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, Held Jointly With the 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 8345–8350
- 27 Miao Z Q, Wang Y N, Fierro R. Cooperative circumnavigation of a moving target with multiple nonholonomic robots using backstepping design. *Systems & Control Letters*, 2017, **103**: 58–65
- 28 Yang Chen, Cheng Ying-Ying, Du Hai-Bo, Wang Jin-Ping, He Yi-Gang. An adaptive finite-time control algorithm for buck converter systems. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(2): 315–320  
(杨晨, 程盈盈, 都海波, 王金平, 何怡刚. Buck 型变换器自适应有限时间降压控制算法研究. 自动化学报, 2016, **42**(2): 315–320)
- 29 Zhou Ying-Jiang, Wang Li, Sun Chang-Yin. Global asymptotic and finite-time stability for nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 664–672  
(周映江, 王莉, 孙长银. 一类非线性系统的全局渐近稳定和有限时间镇定. 自动化学报, 2013, **39**(5): 664–672)
- 30 Ding Shi-Hong, Li Shi-Hua. Global finite-time stabilization of nonlinear integrator systems subject to input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(10): 1222–1231  
(丁世宏, 李世华. 输入饱和下的非线性积分系统的全局有限时间镇定. 自动化学报, 2011, **37**(10): 1222–1231)
- 31 Polyanin A D, Manzhirov A V. *Handbook of Mathematics for Engineers and Scientists*. Boca Raton: CRC Press, 2006.
- 32 Hong Y G. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems. *Systems & Control Letters*, 2002, **46**(4): 231–236
- 33 Bhat S P, Bernstein D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(5): 678–682
- 34 Qian C J, Li J. Global output feedback stabilization of upper-triangular nonlinear systems using a homogeneous domination approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2006, **16**(9): 441–463
- 35 Khalil H K. *Nonlinear Systems* (Third Edition). Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2002.



**张春燕** 南京理工大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为目标跟踪.  
E-mail: chunyan.zhang@njust.edu.cn  
(**ZHANG Chun-Yan** Ph.D. candidate at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. Her main research interest is target tracking.)



**盛安冬** 南京理工大学自动化学院研究员. 主要研究方向为多源信息融合, 非线性估计理论及应用. 本文通信作者.  
E-mail: shengandong@njust.edu.cn  
(**SHENG An-Dong** Professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers multi-source information fusion and the nonlinear estimation theory and its application. Corresponding author of this paper.)



**戚国庆** 南京理工大学自动化学院副教授. 主要研究方向为随机状态估计, 多传感器数据融合.  
E-mail: qiguqing@njust.edu.cn  
(**QI Guo-Qing** Associate professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers stochastic state estimation and multi-sensor information fusion.)



**李银佺** 南京理工大学自动化学院副教授. 主要研究方向为非线性估计理论及应用. E-mail: liyinya@njust.edu.cn  
(**LI Yin-Ya** Associate professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers nonlinear estimation theory and applications.)