

基于自适应 RBF 神经网络的超空泡航行体反演控制

李洋¹ 刘明雍¹ 张小件¹

摘要 针对超空泡航行体姿轨控制普遍存在的模型不确定性问题进行相关研究. 为此, 首先对其动力学特性进行分析, 并建立了超空泡航行体的动力学名义模型, 随后将其改写为不确定反馈系统, 然后利用反演控制方法设计超空泡航行体姿轨控制器, 针对模型中的未知函数利用径向基函数 (Radial basis function, RBF) 神经网络进行逼近并补偿, 由基于 Lyapunov 稳定理论设计的自适应方法计算神经网络的权重, 并给出稳定性证明. 仿真研究验证了控制器设计的有效性.

关键词 自适应控制, RBF 神经网络, 超空泡航行体, 反演控制

引用格式 李洋, 刘明雍, 张小件. 基于自适应 RBF 神经网络的超空泡航行体反演控制. 自动化学报, 2020, 46(4): 734–743

DOI 10.16383/j.aas.2018.c170387

Adaptive RBF Neural Network Based Backstepping Control for Supercavitating Vehicles

LI Yang¹ LIU Ming-Yong¹ ZHANG Xiao-Jian¹

Abstract This paper is proposed for the problems of model uncertainty such as the control of supercavitating vehicles. Firstly, the nominal model of supercavitating vehicles is built based on the analysis of the vehicle dynamic characteristics. Then we rewrite it as the uncertainty feedback system, and an orbit and attitude controller is designed via the backstepping control theory. The radial basis function (RBF) neural networks are presented to approximate and compensate the unknown functions, otherwise, the weights of the neural networks are designed by the adaptive method based on the Lyapunov theory, and the stability proof is also proposed. Finally, the simulations prove the effectiveness of the above controllers.

Key words Adaptive control, radial basis function (RBF) neural network, supercavitating vehicles, backstepping control

Citation Li Yang, Liu Ming-Yong, Zhang Xiao-Jian. Adaptive RBF neural network based backstepping control for supercavitating vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(4): 734–743

常言道: “兵贵神速”, 航速是影响海战装备作战性能的重要指标. 超空泡航行体的出现, 大幅降低了水下环境的阻力限制, 使水下航行体达到前所未有的航速, 也因此吸引了众多研究者的关注. 与此同时, 伴随超空泡的出现, 其姿轨控制难以实现的问题也随之而来. 由于航行体被空泡包裹, 失去大部分浮力, 导致纵平面内受力失衡, 航行体的鲁棒性降低, 易受干扰影响, 给超空泡航行体的姿轨控制带来极大挑战. 这方面与传统鱼雷相比, 超空泡航行体更接近空中飞行器^[1].

传统意义上, 根据航行速度的不同将超空泡航行体分为 4 类^[2], 对此 4 类按空泡包裹的不同

又可分为两类, 即“全包裹超空泡航行体”和“非全包裹超空泡航行体”. 前者速度较高, 一般在 70~1 000 m/s, 后者速度较低, 通常为 0~70 m/s.

目前, 研究大多集中于全包裹超空泡技术, 即空泡完全包裹航行体, 且主要集中于 50~200 m/s 速度下的航行体空泡滑行方案, 该方案中只有头部空化器与水长时间接触, 尾部呈周期性浸水滑行状态. 针对滑力这一复杂的非线性项进行了诸多研究. Kirschner 等^[1] 研究了空泡结构对航行体动力学模型的影响. Vanek 等^[3] 对超空泡航行体纵向动力学模型非线性项里的滑力进行重点研究, 并通过滚动时域控制对航行体进行了跟踪控制研究. Dzielski 等^[4] 建立了全包裹超空泡航行体的非线性模型并利用反馈线性化进行处理. Mao 等^[5] 对超空泡航行体的非线性控制进行了多方面的研究, 给出了详细的数学建模方法, 并据此分别设计了滑模控制器、Quasi-LPV 控制器, 高增益观测器以及饱和补偿器, 用以解决超空泡航行体航行控制问题. 考虑尾舵效率 n 的不确定性, 将其视为未知参量并通

收稿日期 2017-07-12 录用日期 2017-12-06
Manuscript received July 12, 2017; accepted December 6, 2017
国家自然科学基金 (51379176, 61473233) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (51379176, 61473233)
本文责任编辑 倪茂林
Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin
1. 西北工业大学航海学院 西安 710072
1. School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072

过自适应控制的方法实现对超空泡航行体的跟踪控制^[6]. Li 等^[7] 考虑空泡变化的时延效应, 并进行了相关实验研究. Kawakami 等^[8] 通过仿真和实验对不同空化数、弗劳德数等参数对空泡的影响进行了详细的分析研究. Sanabria 等^[9] 对超空泡航行体的建模、控制分别进行了分析, 并搭建了超空泡航行体的半实物仿真平台对理论结果进行了验证.

本文研究的是非全包裹超空泡航行体, 如图 1 所示. 非全包裹超空泡, 即空泡提前闭合于航行体尾部, 航行体的空化器及尾部均与水接触, 其航速一般为 $50 \sim 70 \text{ m/s}$ ^[2], 尾部额外受到浮力及机动时造成的尾部压差. 非全包裹超空泡不仅是全包裹超空泡从无到有所必然经历的过渡过程, 也是可以独立维持稳定的航行状态, 该状态下的航行体虽然速度较低, 但配合合理的人工通气也可以实现降低流体阻力的效果. 另外, 一些特殊航行体上的特殊装置要求必须与水接触, 例如超空泡潜艇的鱼雷发射管, 磁流体矢量控制装置等. 空泡形态的改变也势必对航行体的动力学特性造成较大影响, 因此十分有必要对非全包裹状态下的超空泡航行体进行相关研究工作. 遗憾的是, 目前国内外相关研究文献较少. 仅 Yuan 等^[10] 对自然空泡的 CFD (Computational fluid dynamics) 模型进行了诸多研究, 对非全包裹型、尾部闭合型以及尾迹闭合型空泡的形态进行了不同攻角和空化数下的对比. 其研究表明不同空泡形态下的航行体动力学特性差距较大, 有必要针对不同空泡形态下的航行体进行研究. Kim 等^[11] 将非全包裹超空泡看作是一种过渡阶段, 并对此状态下的航行体设计了自适应神经网络控制器实现定值控制. 但是该文献并未给出具体的航行体动力学模型.



图 1 非全包裹超空泡航行体模式

Fig. 1 Incomplete-encapsulated supercavitating vehicle

跨介质航行状态给航行体的姿轨控制带来更多的挑战, 严格意义上, 很难建立准确的超空泡航行体模型. 空泡轮廓的形变, 空泡边缘的不规则气泡, 均会造成航行体动力学特性发生改变. 由于空泡形变或者不规则气泡带来的影响是不可测得的, 对航行体的姿轨控制系统造成了诸多不确定性. 以往对超空泡航行体的研究多从如何处理模型中的复杂非线性项入手, 然后基于所谓准确的模型设计控制律. 理论模型与实际航行体之间的不确定性和未知误差被

人为忽略, 这也对控制律的作用效果产生了一定影响. 因此, 在设计控制器过程中, 有必要将模型不确定性因素考虑在内.

神经网络是一种在系统存在较大不确定性时, 能够依靠自身非线性映射的功能, 逼近任意非线性函数, 显著提高控制器性能的有效途径^[12]. 对基于 RBF 神经网络的自适应非线性控制研究也引起了国内外学者的广泛关注^[13-15]. RBF (Radial basis function) 神经网络被用于逼近双足机器人模型的未知项^[16]. Sun 等^[17] 设计了基于神经网络的自适应观测器和滑模自适应输出反馈控制器, 用于解决机械臂存在不确定性和外界干扰的情况下的鲁棒轨迹跟踪问题. 针对一些未知非线性离散系统, 利用神经网络可以辨识出未知的控制系统^[18]. 另外, 自适应神经网络经常与反演法相结合来解决许多高阶复杂系统的控制问题^[19-21].

本文以非全包裹超空泡航行体为研究对象, 设计有头部空化器及尾部的直接侧向力装置作为执行机构, 对其进行动力学建模, 在考虑模型不确定性的基础上, 设计了基于 RBF 神经网络的反演控制器, 用于解决航行体的姿轨控制问题, 同时, 利用 RBF 神经网络逼近并补偿模型中的不确定项. 仿真实验证明该控制器具有较好的控制效果.

1 动力学建模

非全包裹超空泡航行体主要参数源自高速超空泡航行体基准模型^[4].

对纵平面运动分析, 使用的地面坐标系和体坐标系 $O_e - X_e Y_e Z_e$ 如图 2 所示. 体坐标 $O_b - X_b Y_b Z_b$ 原点 O_b 取为重心, 三轴分别为沿航行体发射方向水平的 X_b 轴, 垂直于 X_b 轴且水平向右的 Y_b 轴及垂直于 $X_b O_b Y_b$ 平面竖直向下的 Z_b 轴^[2, 7].

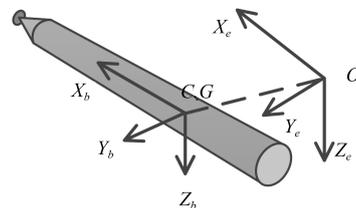


图 2 坐标系

Fig. 2 The reference frame

非全包裹下超空泡航行体受力如图 3 所示.

本文所建立的动力学模型与传统超空泡航行体模型的最大区别在于航行体尾部受力情况的不同. 传统模型中的尾部受力包括尾舵受力、推力及尾部滑力, 而本文中的模型尾部受力包括尾部浮力 F_b 、推力 F_T 、直接侧向力 F_v 、流体阻力 F_f 及尾部压差

ΔF_p . 受力的不同造成了两者动力学特性的差异. 除尾部受力外, 航行体受力还包括头部空化器所受流体升力 F_c^z 、阻力 F_c^x 及自身重力 F_g^z . 利用动量方程及角动量方程可以将超空泡航行体的非线性方程描述为:

$$m \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - vr \\ \dot{v} + ur - pw \\ \dot{w} + pv - uq \end{bmatrix} = F_T + F_c + F_g + F_w$$

$$\begin{bmatrix} J_x \dot{p} + qr(J_z - J_y) \\ J_y \dot{q} + pr(J_x - J_z) \\ J_z \dot{r} + pq(J_y - J_x) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_w \quad (1)$$

其中, (u, v, w) 和 (p, q, r) 分别为速度和角速度在各方向上的分量, (J_x, J_y, J_z) 分别为绕三轴的转动惯量, m 为质量. F_w 为尾部沾湿部分的受力.

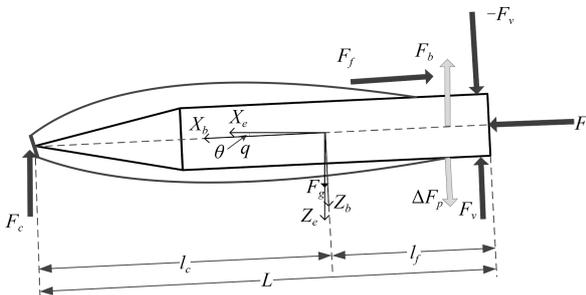


图3 航行体受力分析

Fig. 3 The vehicle force analysis

记航行体总长度为 L , 俯仰角为 θ , 深度为 z , 航行体的轴向速度恒定. 空化器距离重心的长度为 l_c , 直接侧向力作用点距重心长度为 l_f , 则有^[11]

$$l_c = \frac{17}{28}L, \quad l_f = \frac{11}{28}L \quad (2)$$

1.1 空泡建模

空泡模型是航行体动力学方程的重要组成部分. 在无浮力作用下, 空泡的轴线与航行体轴线基本重合, 在空泡每一点上的纵截面都是圆形. 空泡的整体形状就是通过对这些包裹航行体的圆截面进行整合而得到的. 这些圆截面不依赖航行体动力学特性, 仅随时间变化, 从一开始形成并扩大到其最大直径, 然后收缩直至消失. 反映空泡特性的一个重要参数是空化数 σ_c :

$$\sigma_c = \frac{p_\infty - p_c}{0.5\rho V^2} \quad (3)$$

其中, p_∞ 为静压力, p_c 为空泡内部压力. 空化数是影响空泡轮廓的重要参数之一. 当航行体在某个深

度范围内进行匀速航行时, p_∞ 是定值, 又由于航速恒定, 因此, 空化数可以由空泡内部压力 p_c 控制, 有

$$\sigma_c = F_r^{-4} + F_r^{-2} \left(F_r^{-4} + \frac{0.073}{4Q_{in}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

其中, F_r 为弗劳德数, 且有 $F_r = V/\sqrt{gh}$, h 是航行深度, Q_{in} 为通气率, 以 m^3/s 为单位. 一旦航速恒定, 也就意味着 F_r 是不变的, 空泡轮廓只依赖于通气率, 有半经验公式

$$r(x_c) = r \left(2 \sqrt{\frac{c_d}{\ln\left(\frac{1}{\sigma_c}\right)} \frac{x_c}{R}} - \frac{\sigma_c}{\ln\left(\frac{1}{\sigma_c}\right)} \frac{x_c^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

其中, $r(x_c)$ 为空泡始于空化器端, 长度为 x_c 处的半径. c_d 是阻力系数, R 是航行体半径. 图4表示了基于 Savchenko 模型^[2] 下的不同空化数所对应的不同空泡轮廓. 其中的横坐标表示空泡长度与航行体长度的比值, 纵坐标表示的是空泡半径与空化器半径的比值.

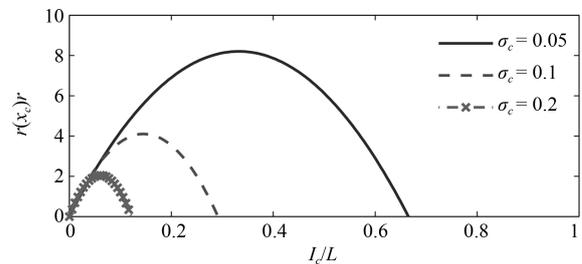


图4 不同空化数下的空泡轮廓

Fig. 4 Cavity profiles according to the varying cavitation numbers

由图4中不难看出, 不同的空化数下, 空泡的长度和半径也是变化的. 由式(4)可知, 航速一定的情况下, 可以通过改变通气率实现控制空泡轮廓的目的, 且空泡的长度和半径是随着空化数的降低而增加的.

1.2 空化器受力

当空化器偏转时, 示意图如图5所示. 作用于空化器上的流体动力可分解为沿 x 轴方向的 F_c^x 以及沿 z 轴方向的 F_c^z 分别为:

$$F_c^x = -L_c \sin(\delta_c - \alpha_c) - D_c \sin(\alpha_c - \delta_c) \quad (6)$$

$$F_c^z = -\frac{1}{2} 0.82\rho S_c V^2 (1 + \sigma) \left(\frac{w}{V} - \frac{l_c q}{V} + \delta_c \right) \quad (7)$$

其中, α_c 为空化器攻角, δ_c 为空化器偏角, ρ 为流体密度, S_c 为空化器横截面积, L_c 和 D_c 分别表示

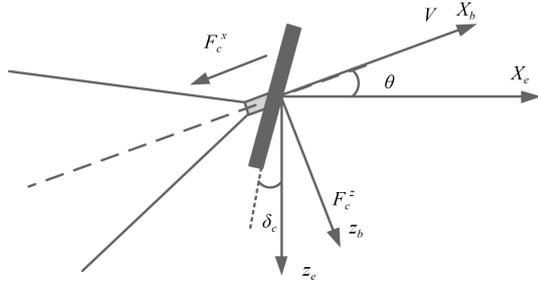


图 5 空化器示意图
Fig. 5 Cavitator

流体作用于空化器上的升力及阻力:

$$\begin{aligned} L_c &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_c c l_c = \frac{1}{2}\rho V^2 S_c 0.82(1 + \sigma) \times \\ &\quad \cos(\alpha_c + \delta_c) \sin(\alpha_c + \delta_c) \\ D_c &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_c c l_d = \\ &\quad \frac{1}{2}\rho V^2 S_c 0.82(1 + \sigma) \cos^2(\alpha_c + \delta_c) \end{aligned} \quad (8)$$

1.3 重力

忽略燃料消耗而产生的航行体质量改变, 重力方向沿 Z_e 轴方向, 在体坐标系下, 其表达式为

$$\begin{aligned} F_g^x &= -mg \sin \theta \\ F_g^z &= mg \cos \theta \end{aligned} \quad (9)$$

1.4 沾湿尾部受力

因为空泡的非完全包裹, 导致航行体尾部有部分浸入水中, 该部分主要受到三种力, 分别为浮力 F_b 、尾部压差 ΔF_p 和流体阻力 F_f . 如图 6 所示.

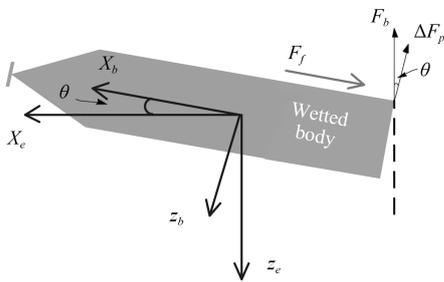


图 6 沾湿尾部受力
Fig. 6 Forces acting on the wetted body

尾部浸入水中的体积可以根据空泡的外形计算得到, 体坐标系下尾部所受浮力计算公式为

$$F_b^z = -\rho v_{wet} g \cos \theta \quad (10)$$

其中, v_{wet} 表示尾部浸入水中的体积.

尾部阻力主要是流体粘性阻力, 作用在沾湿尾部的流体阻力表达式为

$$\begin{aligned} F_f &= -\frac{1}{2}\rho S_f V^2 C_f \\ C_f &= \frac{0.075}{(\lg R_e - 2)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

其中, F_f 表示的是作用在沾湿尾部的流体粘性阻力的大小, 方向与航行体前向速度方向相反, R_e 为雷诺数.

尾部压差主要是由机动时尾部与水接触的角度及截面积不同造成, 经验公式计算^[5]:

$$\Delta F_p = -\frac{1}{2}\rho V^2 S_f c l_f \text{sgn}(\theta) \quad (12)$$

其中, S_f 为受力面的最大横截面积, $c l_f$ 为升力系数. 此处的压差不同于全包裹超空泡中的尾部滑翔力, 尾部压差来源于航行体机动时, 来自航行体尾部所受到的流体力差.

本文中, 忽略航行体轴向速度的变化, 不考虑空泡的记忆效应. 空泡的存在, 导致航行体轴线方向与速度方向基本一致, 攻角较小, 为了便于计算, 忽略攻角的影响. 可以得到纵平面内如下二维动力学方程:

$$\begin{aligned} m(\dot{w} - uq) &= F_c^z + F_g^z + F_v^z + F_b^z + \Delta F_p^z \\ J_y \dot{q} &= F_c^z l_c + F_v^z l_f + F_b^z l_f + \Delta F_p^z l_f \end{aligned} \quad (13)$$

其中, J_y 表示 Y_b 轴方向上的转动惯量.

在文献 [4, 6] 模型基础上, 选取航行体的重心深度 z 、俯仰角 θ 、纵向速度 w 、纵向角速度 q 为状态变量; 空化器偏角 δ_c 和尾部直接侧向力 F_v 为控制输入. 建立超空泡航行体动力学模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= w - V\theta \\ \dot{\theta} &= q \\ \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{bmatrix} &= M_1 \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + Bu + F \end{aligned} \quad (14)$$

其中, M_1 , M_2 , B , F 均为系统的系数矩阵.

$$\begin{aligned} M_1 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_2}{m} \\ 0 & \frac{K_2 l_f}{m J_y} \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} -\frac{K_1}{mV} & \frac{K_1 l_c + mV^2}{mV} \\ -\frac{K_1 l_c}{V J_y} & -\frac{K_1 l_c^2}{V J_y} \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} -\frac{K_1 \mu}{m} & \frac{\mu}{m} \\ \frac{K_0 l_c l_f}{J_y} & \frac{K_0 l_f}{J_y} \end{bmatrix}, \quad \text{且满足 } B \text{ 非奇异. 另外} \\ F &= \left[g + \frac{1}{m} F_b \quad \frac{F_b l_f}{J_y} \right]^T, \quad K_0 = \frac{1}{2}\rho V^2 S_f \sin(\alpha_c), \\ K_1 &= \frac{0.82}{2}\rho V^2 S_c (1 + \sigma), \quad K_2 = \frac{1}{2}\rho V^2 S_f c l_f. \end{aligned}$$

2 基于 RBF 神经网络的反演控制器设计

2.1 问题描述

为了便于控制器设计, 非全包裹超空泡航行体模型 (14) 可以表达为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1 &= A_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \mathbf{v} + \mathbf{F}\end{aligned}\quad (15)$$

其中, $\mathbf{x}_1 = [z, \theta]^T$, $\mathbf{x}_2 = [w, q]^T$, $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -V \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = [g_1, g_2]^T = [\mu, K_0 L_f]^T$, $f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = [f_1, f_2]^T = [M_1, M_2][\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]^T$, $Bu = [u_{b1}, u_{b2}]^T = [g_1 v_1, g_2 v_2]^T$.

系统输出为

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 \quad (16)$$

由于空泡的包裹, 许多系统参数 (例如受力面的横截面积等变量) 不能直接测量或计算得到, 因此, 将含有未知变量的系数矩阵 $f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 和 $g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 考虑作为系统模型中的未知项. 控制的目的是要设计一个反演控制器用于解决航行体姿态的跟踪控制问题, 同时针对模型中的未知项设计自适应 RBF 神经网络控制器. 注意到由于神经网络的逼近功能只能在某些紧集内实现, 因此, 做如下两条假设:

假设 1. 所有变量均是有界的, 即 $|f(\cdot)| \leq f_{\max}$, $|g(\cdot)| \leq g_{\max}$, $\forall x_i \in \Omega \in \mathbf{R}^n$.

假设 2. $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 为光滑函数.

2.2 RBF 神经网络

RBF 神经网络对一个连续函数 $f(x)$ 的逼近可以表述为

$$\mathbf{f}(x) = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\phi}(x) + \boldsymbol{\epsilon}(x) \quad (17)$$

其中, $x \in \mathbf{R}^n$ 为输入向量, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^m$ 为权重, $\boldsymbol{\epsilon}(x)$ 是逼近误差, $\boldsymbol{\phi}(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)]^T$, $\phi_i(x)$ 是径向基函数, 高斯 RBF 函数为

$$\phi_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - c_i\|^2}{2b_i^2}\right), \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

其中, c_i, b_i 分别是第 i 个神经元的中心位置和宽度.

为保证 RBF 神经网络逼近任意函数的有效性, 做第三条假设:

假设 3. 存在一最优权重 \mathbf{W}^* , 对任意给出的小的正数 ζ , 系统逼近误差 η 均满足:

$$\eta = \|f(\cdot) - \hat{f}(\cdot, \mathbf{W}^*)\| < \zeta \quad (19)$$

2.3 控制器设计

定义跟踪误差 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_d$, 式中 \mathbf{x}_d 是设定信号. 则

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_1 &= \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_d = \\ &A_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_d\end{aligned}\quad (20)$$

其中, $\mathbf{x}_d = [x_{d1}, x_{d2}]^T$.

考虑 x_2 为虚拟控制输入, 同时定义

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{e}_2 + \dot{\mathbf{x}}_d - c_1 \mathbf{e}_1 - A_1 \mathbf{x}_d \quad (21)$$

其中, $\mathbf{e}_2 = [e_{21}, e_{22}]^T$ 可以从如下式子计算获得

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_d + c_1 \mathbf{e}_1 + A_1 \mathbf{x}_d \quad (22)$$

定义第一个 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \quad (23)$$

对 V_1 两边求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 = \\ &\mathbf{e}_1^T (A_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - c_1 \mathbf{e}_1) = \\ &\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1^T (A_1 - c_1) \mathbf{e}_1\end{aligned}\quad (24)$$

令 $c_1 = A_1$, \dot{V}_1 可以简化为

$$\dot{V}_1 = \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 \quad (25)$$

从式 (22), 可以注意到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_2 &= \begin{bmatrix} \dot{e}_{21} \\ \dot{e}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix} - \\ &\begin{bmatrix} \dot{x}_{d1} \\ \dot{x}_{d2} \end{bmatrix} - V \begin{bmatrix} e_{12} + \dot{x}_{d2} \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (26)$$

联合式 (15) 和 (26), 可以得到

$$\begin{aligned}\dot{e}_{21} &= f_1 + g_1 v_1 + F_1 - \ddot{x}_{d1} - V(e_{12} + \dot{x}_{d2}) = \\ &g_1(g_1^{-1} f_1 + v_1 + g_1^{-1} \Delta_1) \\ \dot{e}_{22} &= g_2(g_2^{-1} f_2 + v_2 + g_2^{-1} \Delta_2)\end{aligned}\quad (27)$$

其中, $\Delta_1 = F_1 - \ddot{x}_{d1} - V(e_{12} + \dot{x}_{d2})$, $\Delta_2 = F_2 - \ddot{x}_{d2}$, $F_1 = \frac{1}{m} F_b$, $F_2 = \frac{F_b l_f}{J_y}$

至此, 间接控制输入可以设计为

$$u_{bi} = -f_i - g_i \Delta_i - k_i e_{2i}, \quad i = 1, 2 \quad (28)$$

其中, k_i 是设计参数, 满足 $k_i > 0, i = 1, 2$.

然而, 由于系统存在不确定性和外界干扰, 函数 $f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 和 $g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ 均未知. 在实际中, 控制输入

不能直接应用. 因此, 利用 RBF 神经网络对未知项进行逼近.

定义

$$f_i = \mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i(x), \quad g_i = \mathbf{N}_i^T \boldsymbol{\xi}_i(x), \quad i = 1, 2 \quad (29)$$

因此, \dot{e}_{2i} 可以重写为

$$\dot{e}_{2i} = [\mathbf{W}_i^{*T} \boldsymbol{\varphi}_i(x) + u_{bi} + \mathbf{N}_i^{*T} \boldsymbol{\xi}_i(x) \Delta_i], \quad i = 1, 2 \quad (30)$$

其中, \mathbf{W}_i^{*T} 和 \mathbf{N}_i^{*T} 是逼近未知项 f_i 和 g_i 最优权重.

另外, 间接控制输入可以改写为

$$u_{bi} = -\mathbf{W}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i(x) - \mathbf{N}_i^T \boldsymbol{\xi}_i(x) \Delta_i - k_i e_{2i}, \quad i = 1, 2 \quad (31)$$

实际控制输入 \mathbf{u} 为 $\mathbf{u} = B^{-1}[u_{b1}, u_{b2}]^T$.

将式 (31) 代入式 (30), 可以得到

$$\dot{e}_{2i} = g_i [\tilde{\mathbf{W}}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i(x) + \tilde{\mathbf{N}}_i^T \boldsymbol{\xi}_i(x) \Delta_i - k_i e_{2i} + d_i], \quad i = 1, 2 \quad (32)$$

其中, d_i 是神经网络的估计误差, 可以表示为

$$d_i = [f_i - \mathbf{W}_i^{*T} \boldsymbol{\varphi}_i(x)] + [g_i - \mathbf{N}_i^{*T} \boldsymbol{\xi}_i(x)] \Delta_i \quad (33)$$

且 d_i 有界, 满足 $|d_i| < \varepsilon$, ε 是常量, 且满足 $\varepsilon > 0$.

定义第二个 Lyapunov 函数的第一部分

$$V_{21} = V_1 + \frac{1}{2} e_{21}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{W}}_1^T \Gamma_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_1 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{N}}_1^T \Gamma_{12}^{-1} \tilde{\mathbf{N}}_1 \quad (34)$$

其中, $\Gamma_{1i} = \Gamma_{1i}^T > 0$, 为自适应增益矩阵, $g_1 > 0$.

将 V_{21} 对时间求导, 同时将式 (32) 代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{21} &= \dot{V}_1 + e_{21} \dot{e}_{21} - \tilde{\mathbf{W}}_1^T \Gamma_{11}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_1 - \tilde{\mathbf{N}}_1^T \Gamma_{12}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{N}}}_1 = \\ &= \dot{V}_1 + e_{21} \{ [\tilde{\mathbf{W}}_1^T \boldsymbol{\varphi}_1(x) + \tilde{\mathbf{N}}_1^T \boldsymbol{\xi}_1(x) \Delta_1 - k_1 e_{21} + d_1] \} - \tilde{\mathbf{W}}_1^T \Gamma_{11}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_1 - \tilde{\mathbf{N}}_1^T \Gamma_{12}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{N}}}_1 = \\ &= \dot{V}_1 + \tilde{\mathbf{W}}_1^T (e_{21} \boldsymbol{\varphi}_1(x) - \Gamma_{11}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_1) + \\ &= \tilde{\mathbf{N}}_1^T (e_{21} \boldsymbol{\xi}_1(x) \Delta_1 - \Gamma_{12}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{N}}}_1) - k_1 e_{21}^2 + e_{21} d_1 \end{aligned} \quad (35)$$

由上可以得出第一组权重的自适应律为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_1 &= \Gamma_{11} [e_{21} \boldsymbol{\varphi}_1(x) - r_1 \tilde{\mathbf{W}}_1] \\ \dot{\tilde{\mathbf{N}}}_1 &= \Gamma_{12} [e_{21} \boldsymbol{\xi}_1(x) \Delta_1 - \beta_1 \tilde{\mathbf{N}}_1] \end{aligned} \quad (36)$$

其中, r_1 和 β_1 是较小的常数, 主要用来改进当逼近误差 d_1 存在下系统的鲁棒性, 同时也避免权值 \mathbf{W} 和 \mathbf{N} 瞬时漂移过大.

将自适应律 (36) 代入式 (35), 可得

$$\dot{V}_{21} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + r_1 \tilde{\mathbf{W}}_1^T \mathbf{W}_1 + \beta_1 \tilde{\mathbf{N}}_1^T \mathbf{N}_1 - k_1 e_{21}^2 + e_{21} d_1 \quad (37)$$

类似的, 第二个 Lyapunov 函数的第二部分 \dot{V}_{22} 可以表示为

$$\dot{V}_{22} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + r_2 \tilde{\mathbf{W}}_2^T \mathbf{W}_2 + \beta_2 \tilde{\mathbf{N}}_2^T \mathbf{N}_2 - k_2 e_{22}^2 + e_{22} d_2 \quad (38)$$

此外, 另一组自适应律为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{W}}_2 &= \Gamma_{21} [e_{22} \boldsymbol{\varphi}_2(x) - r_2 \mathbf{W}_2] \\ \dot{\mathbf{N}}_2 &= \Gamma_{22} [e_{22} \boldsymbol{\xi}_2(x) \Delta_2 - \beta_2 \mathbf{N}_2] \end{aligned} \quad (39)$$

为保证 e_2 可趋近于 0, 定义第二个 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_{21} + V_{22} \quad (40)$$

求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 2\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_2^T k \mathbf{e}_2 + \mathbf{d}^T \mathbf{e}_2 + \\ &= \sum_{i=1}^2 r_i \tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{W}_i + \sum_{i=1}^2 \beta_i \tilde{\mathbf{N}}_i^T \mathbf{N}_i \end{aligned} \quad (41)$$

其中, $k = \text{diag}\{k_1, k_2\}$.

关于耦合项 $\tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{W}_i$ 或者 $\tilde{\mathbf{N}}_i^T \mathbf{N}_i$, 有

$$\begin{aligned} r_i \tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{W}_i &= r_i \tilde{\mathbf{W}}_i^T (\mathbf{W}_i^* - \tilde{\mathbf{W}}_i) \leq \\ &= r_i \| \tilde{\mathbf{W}}_i \| \| \mathbf{W}_i^* \| - r_i \| \tilde{\mathbf{W}}_i \|^2 \leq \\ &= \frac{r_i \| \mathbf{W}_i^* \|^2}{2} - \frac{r_i \| \tilde{\mathbf{W}}_i \|^2}{2} \quad (42) \\ \beta_i \tilde{\mathbf{N}}_i^T \mathbf{N}_i &= \beta_i \tilde{\mathbf{N}}_i^T (\mathbf{N}_i^* - \tilde{\mathbf{N}}_i) \leq \\ &= \beta_i \| \tilde{\mathbf{N}}_i \| \| \mathbf{N}_i^* \| - \beta_i \| \tilde{\mathbf{N}}_i \|^2 \leq \\ &= \frac{\beta_i \| \mathbf{N}_i^* \|^2}{2} - \frac{\beta_i \| \tilde{\mathbf{N}}_i \|^2}{2} \end{aligned}$$

由式 (42), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & 2e_1^T e_2 - e_2^T k e_2 + \varepsilon^T e_2 + \\ & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{r_i \|W_i^*\|^2}{2} - \frac{r_i \|\tilde{W}_i\|^2}{2} \right) + \\ & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\beta_i \|N_i^*\|^2}{2} - \frac{\beta_i \|\tilde{N}_i\|^2}{2} \right) \leq \\ & -e_2^T k e_2 - \sum_{i=1}^2 \left(\frac{r_i \|\tilde{W}_i\|^2}{2} + \right. \\ & \left. \frac{\beta_i \|\tilde{N}_i\|^2}{2} \right) + H \leq \\ & -\lambda_{\min} k \|e_2\|^2 - \left(\frac{r_{\min} \|\tilde{W}\|^2}{2} + \right. \\ & \left. \frac{\beta_{\min} \|\tilde{N}\|^2}{2} \right) + H \end{aligned} \quad (43)$$

其中, $H = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{r_i \|W_i^*\|^2}{2} + \frac{\beta_i \|N_i^*\|^2}{2} \right) + \varepsilon^T e_2 + 2e_1^T e_2$. $(\cdot)_{\min}$ 是 $(\cdot)_i$ 的最小值, $i = 1, 2$, $\lambda_{\min}(k)$ 是矩阵 k_f 的最小的特征值. 因此, 能够保证 $\dot{V}_2 < 0$ 只要满足:

$$\|e_2\| \leq \sqrt{\frac{H}{\lambda_{\min}(k_f)}} \quad (44)$$

或

$$\|\tilde{W}\| \leq \sqrt{\frac{2H}{r_{\min}}} \quad (45)$$

或

$$\|\tilde{N}\| \leq \sqrt{\frac{2H}{\beta_{\min}}} \quad (46)$$

注 1. 考虑闭环系统 (14) 主要由状态变量 (14), 控制输入 (31), RBF 神经网络权重 (36), (39) 以及设计参数 (如 $r_i, \beta_i, k, \Gamma_{ij}$ 等) 组成, 这些参量的初始状态均为有界量, 那么可以得到:

- 1) 当 $t \geq 0$ 时, 系统中的所有参量仍然是有界的;
- 2) 通过恰当的设计参数, 系统输出 y 将会取得较好的跟踪效果^[22].

注 2. 在上述推导过程中, 可以发现减小 r_i 和 β_i 有助于降低 ε_i ; 增加 k_i 将导致控制算法的增益增加. 然而, 过小的 r_i 和 β_i 将无法阻止在神经网络逼近误差存在的情况下, RBF 神经网络的权值偏移到较大的值^[19]. 故在实际应用中, 为了达到较好的控制效果, 应该谨慎设计系统参数.

注 3. 由于矩阵乘法一般不满足乘法交换率, 故本文中为 e_2 中的每个元素设计了单独的 Lyapunov

函数 V_{21} 和 V_{22} , 然后设计一个新的 Lyapunov 函数 $V_2 = V_{21} + V_{22}$ 来保证 e_2 可以收敛到 0 附近的较小区间内. 这种方法可以应用在其他类似的系统.

3 仿真实验

仿真实验主要分两部分: 一部分是将设定信号设置为阶跃信号; 另一部分是将设定信号设置为任意非线性信号进行验证控制器的有效性.

系统初始状态为 $[z \ \theta \ w \ q]^T = [0.2 \ 0 \ 0.5 \ 0]^T$, 速度 $V = 50 \text{ m/s}$. 神经网络结构 $W_1^T \varphi_1(x)$ 以及 $W_2^T \varphi_2(x)$ 均为 4-9-2, 中心 c_i 位于 $[-4, 4]$, 宽度 $b_i = 5$. 神经网络结构 $N_1^T \xi_1(x)$ 以及 $N_2^T \xi_2(x)$ 均为 2-9-2, 中心 c_i 位于 $[-4, 4]$, 宽度 $b_i = 4$. 上述控制器的其他设计参数分别为 $k = \text{diag}\{3, 3\}$, $\Gamma_{1i} = \Gamma_{2i} = 2$, $r_i = \beta_i = 0.15$. 初始权重 $W_i = N_i = 0.5$. 其余系统参数与文献 [23] 相同, 具体为重力加速度 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, 空化器半径 $r = 0.019 \text{ m}$, 航行体半径 $R = 0.05 \text{ m}$, 航行体总长 $L = 1.8 \text{ m}$, 空化数 $\sigma = 0.03$.

3.1 阶跃信号跟踪响应验证

针对上述设计出的控制器, 将设定信号考虑为阶跃信号, 表达式有

$$z_d = \begin{cases} 0, & t < 1.25 \text{ s} \\ 1, & t \geq 1.25 \text{ s} \end{cases} \quad (47)$$

$$\theta_d = 0$$

仿真结果如图 7~图 9 所示.

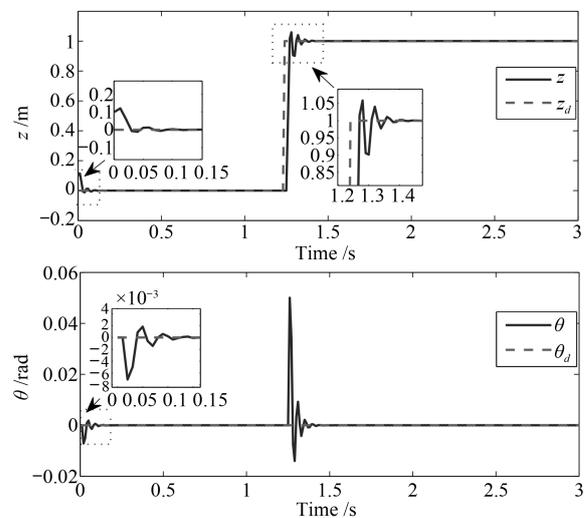


图 7 深度 z 及俯仰角 θ 设定信号与实际跟踪响应
Fig. 7 Desired trajectory and actual trajectory of z and θ

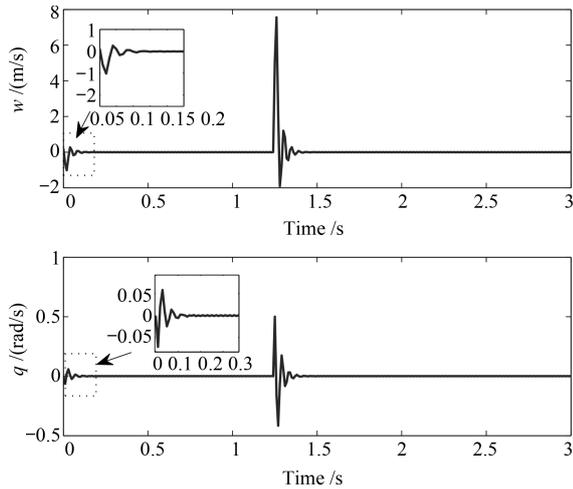


图 8 纵向速度 w 及俯仰角速度 q 状态响应
Fig. 8 State responses of w and q

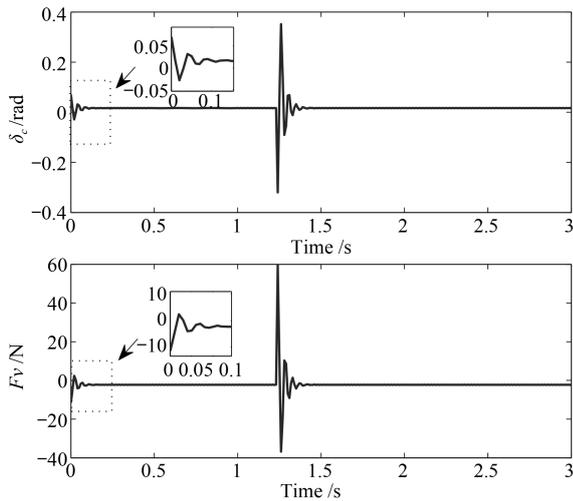


图 9 控制输入响应
Fig. 9 Control inputs response

由上述仿真结果可以看出, 设定信号在 1.25s 时产生阶跃信号, 深度 z 与俯仰角 θ 均能较好地跟踪设定信号, 仅在信号发生突变的较短时间内产生抖动. 由文献 [6] 可知空化器偏转的极限为 25° , 本文设计的尾部直接侧向力通过实验验证的极限为 120 N 左右, 由图 9 可知, 系统产生的控制输入均未达到执行机构的极限, 可保证系统的稳定性.

3.2 非线性信号跟踪响应验证

为了验证上述控制方法对系统输出的跟踪控制效果, 设计了如下跟踪信号:

$$\begin{aligned} z_d &= 0.15 \cos(t) + 0.4 \sin(3t) \\ \theta_d &= -\frac{1}{V} \dot{z}_d \end{aligned} \quad (48)$$

由图 10~图 12 反映了控制器 (31)、自适应律 (36) 和 (39) 跟踪设定信号 x_d 的响应曲线. 其中, 图

10 描述了深度 z 和俯仰角 θ 的跟踪效果. 图 10 中可以观测到这两个状态变量都能够很好地跟踪设定信号, 这说明神经网络对未知函数的逼近十分有效. 图 10 中, 深度 z 在 0.4s 左右完全跟踪上设定信号, 而俯仰角 θ 只用时 0.2s 左右即可与设定信号吻合, 这主要由于俯仰角的变化为快时变环节, 在直接侧向力作用下, 优先受影响的是俯仰角, 因此俯仰角能更快地跟踪上设定信号. 纵向速度 w 和纵向角速度 q 响应曲线如图 11 所示. 由图 11 中可以看出, 除了纵向速度因初始值较大导致超调量较大以外, 两者均在零域附近变化, 幅值较小, 符合超空泡航行体一般航行规律. 控制输入响应曲线的波动与纵向速度 w 和纵向角速度 q 曲线类似, 都是位于零域附近的小范围波动, 但是与直接侧向力有正有负不同的是, 空化器偏角几乎全为正. 这是由于在超空泡航行体机动过程中, 空化器偏角要持续产生一定的升力来抵消航行体的重力作用.

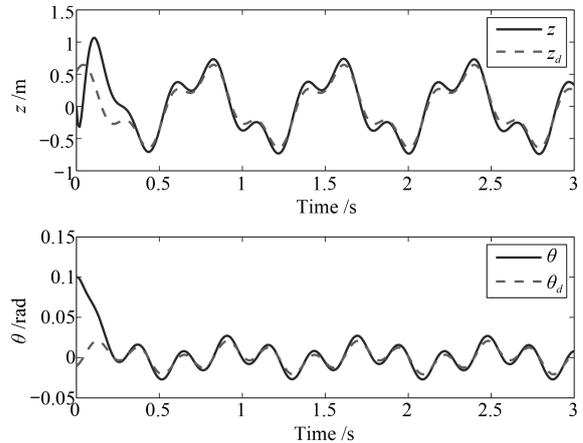


图 10 深度 z 及俯仰角 θ 设定轨迹与实际跟踪响应
Fig. 10 Desired trajectories and actual trajectories of z and θ

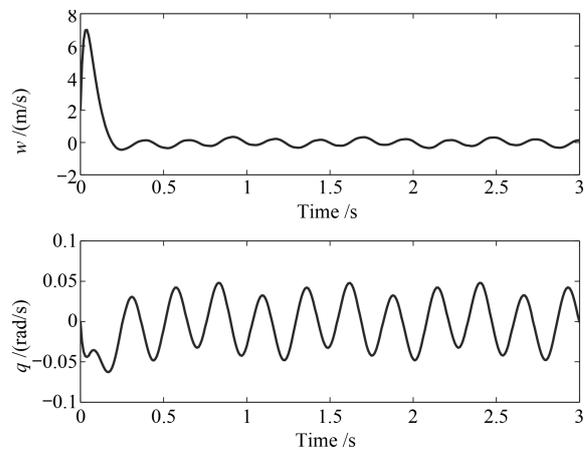


图 11 纵向速度 w 及俯仰角速度 q 状态响应
Fig. 11 Longitudinal velocity w and Pitching angular velocity q responses

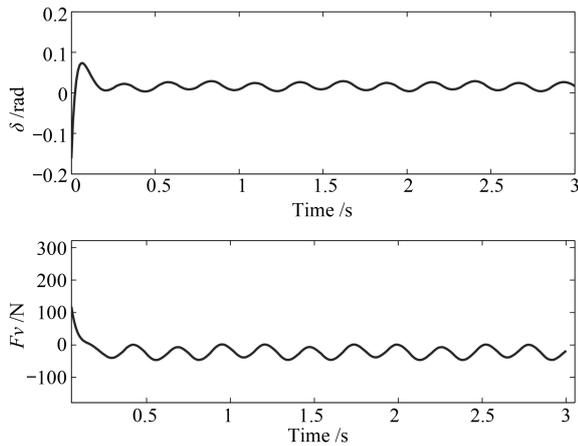


图 12 控制输入响应

Fig. 12 Control inputs response

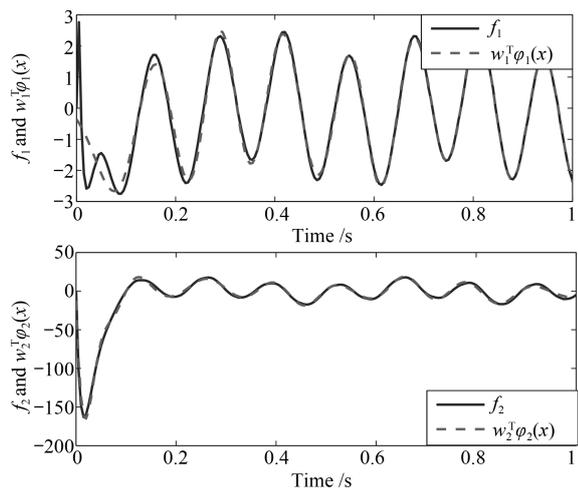
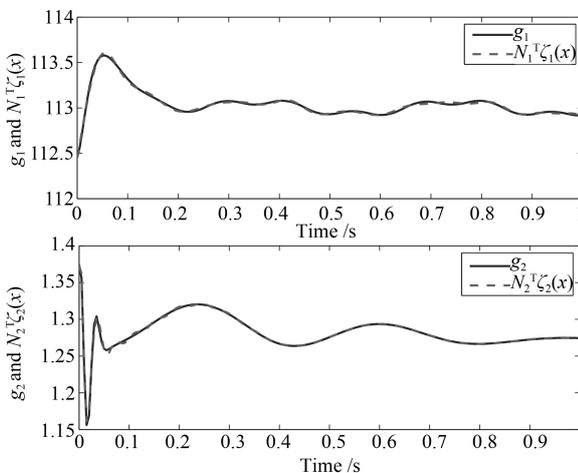
图 13 f_1, f_2 与其估计值Fig. 13 f_1, f_2 and its estimation图 14 g_1, g_2 与其估计值Fig. 14 g_1, g_2 and its estimation

图 13 和图 14 分别反映了 f_i 和 g_i 的估计值与真值的吻合情况. 实际应用中, 函数 f_i 和 g_i 本身并

无实际物理意义, 但其包含了多个未知参量, 并且未知参量与已知量又相互耦合, 无法利用单一参量的自适应方法获得, 故将其作为未知函数利用神经网络进行估计. 由图中可以看出, 所提出的自适应律 (36) 和 (39) 较好地估计了文中设定的未知项, 也再次证明 RBF 神经网络对不确定性系统中的未知项的估计作用.

4 结论

本文针对超空泡航行体姿轨控制系统普遍存在的不确定性问题, 首先, 对非全包裹状态下的超空泡航行体进行动力学建模得到其名义模型; 然后, 设计了反演控制器, 并利用 RBF 神经网络逼近并补偿系统中的不确定项; 最后, 利用多个 Lyapunov 函数的组合保证了系统稳定性. 文中保证 $\dot{V}_2 < 0$ 的条件只是充分条件, 较为保守, 在以后的研究工作中可以考虑利用相关优化理论^[24] 对参数的选择进行优化.

References

- 1 Kirschner I N, Kring D C, Stokes A W, Fine N E, Uhlman Jr J S. Control strategies for supercavitating vehicles. *Journal of Vibration and Control*, 2002, **8**(2): 219–242
- 2 Savchenko Y N. Investigation of high speed supercavitating underwater motion of bodies, High-speed motion in water, AGARD Report 827, 20-1-20-12, NASA 19980020552. NASA, USA, 1998.
- 3 Vanek B, Bokor J, Balas G. High-speed supercavitation vehicle control. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Keystone, CO, USA: AIAA, 2006.
- 4 Dzielski J, Kurdila A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions. *Journal of Vibration and Control*, 2003, **9**(7): 791–804
- 5 Mao X F, Wang Q. Nonlinear control design for a supercavitating vehicle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, **17**(4): 816–832
- 6 Mao X F, Wang Q. Adaptive control design for a supercavitating vehicle model based on fin force parameter estimation. *Journal of Vibration and Control*, 2015, **21**(6): 1220–1233
- 7 Li D J, Luo K, Huang C, Dang J J, Zhang Y W. Dynamics model and control of high-speed supercavitating vehicles incorporated with time-delay. *International Journal of Non-linear Sciences and Numerical Simulation*, 2014, **15**(3–4): 221–230
- 8 Kawakami E, Arndt R E A. Investigation of the behavior of ventilated supercavities. *Journal of Fluids Engineering*, 2011, **133**(9): Article No. 091305

- 9 Sanabria D E, Balas G, Arndt R. Modeling, control, and experimental validation of a high-speed supercavitating vehicle. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2015, **40**(2): 362–373
- 10 Yuan X L, Xing T. Hydrodynamic characteristics of a supercavitating vehicle's aft body. *Ocean Engineering*, 2016, **114**: 37–46
- 11 Kim S, Kim N. Neural network-based adaptive control for a supercavitating vehicle in transition phase. *Journal of Marine Science and Technology*, 2015, **20**(3): 454–466
- 12 Liu J K. *Radial Basis Function (RBF) Neural Network Control for Mechanical Systems: Design, Analysis and Matlab Simulation*. Berlin Heidelberg: Springer, 2013.
- 13 Park B S, Kwon J W, Kim H. Neural network-based output feedback control for reference tracking of underactuated surface vessels. *Automatica*, 2017, **77**: 353–359
- 14 Wang T, Gao H J, Qiu J B. A combined adaptive neural network and nonlinear model predictive control for multirate networked industrial process control. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, **27**(2): 416–425
- 15 He W, Chen Y H, Yin Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(3): 620–629
- 16 Sun C Y, He W, Ge W L, Chang C. Adaptive neural network control of biped robots. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, **47**(2): 315–326
- 17 Sun T R, Pei H L, Pan Y P, Zhou H B, Zhang C H. Neural network-based sliding mode adaptive control for robot manipulators. *Neurocomputing*, 2011, **74**(14–15): 2377–2384
- 18 Liu D R, Wang D, Zhao D B, Wei Q L, Jin N. Neural network-based optimal control for a class of unknown discrete-time nonlinear systems using globalized dual heuristic programming. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2012, **9**(3): 628–634
- 19 Li Y H, Qiang S, Zhuang X Y, Kaynak O. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, **15**(3): 693–701
- 20 Kwan C, Lewis F L. Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans*, 2000, **30**(6): 753–766
- 21 Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design. *Automatica*, 2000, **36**(12): 1835–1846
- 22 Peng X G, Wu Y P. Large-scale cooperative co-evolution using niching-based multi-modal optimization and adaptive fast clustering. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2017, **35**: 65–77
- 23 Vanek B, Bokor J, Balas G J, Arndt R E A. Longitudinal motion control of a high-speed supercavitation vehicle. *Journal of Vibration and Control*, 2007, **13**(2): 159–184
- 24 Peng X G, Liu K, Jin Y C. A dynamic optimization approach to the design of cooperative co-evolutionary algorithms. *Knowledge-Based Systems*, 2016, **109**: 174–186



李洋 西北工业大学航海学院博士研究生. 主要研究方向为水下超空泡航行体导航与控制. 本文通信作者.

E-mail: liyang_116@yeah.net

(LI Yang Ph.D. candidate at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers

navigation and control of underwater supercavitating vehicle. Corresponding author of this paper.)



刘明雍 西北工业大学教授. 主要研究方向为群集控制, 地磁仿生导航, 水下航行体导航, 制导与控制.

E-mail: liumingyong@nwpu.edu.cn

(LIU Ming-Yong Professor at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers

control of flocking system, bio-inspired geomagnetic navigation and navigation guidance and control of underwater vehicle.)



张小件 西北工业大学航海学院博士研究生. 主要研究方向为水下航行体制导律设计.

E-mail: xiaojiansin@mail.nwpu.edu.cn

(ZHANG Xiao-Jian Ph.D. candidate at the School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University. His research interest covers guidance and control of underwater vehicle.)

interest covers guidance and control of underwater vehicle.)