

基于迭代学习的线性不确定重复系统间歇性故障估计

冯莉^{1,2} 柴毅² 许水清^{2,3} 张可² 杨志敏²

摘要 针对一类带有不确定参数项的线性重复系统间歇性故障估计问题, 本文提出一种基于迭代学习的故障估计算法. 该算法通过设计基于迭代学习的故障估计器和状态观测器, 构造李雅普诺夫方程和优化函数证明该算法的鲁棒性和收敛性, 并通过线性矩阵不等式, 求解出算法中的观测器增益矩阵和迭代学习参数矩阵. 区别于其他观测器方法, 本文中的方法利用上一次基于迭代学习观测器输出和系统实际输出产生的残差信号, 对本次的故障信号进行跟踪估计, 从而准确地估计出故障的幅值和形状. 仿真结果说明了该算法的有效性和准确性.

关键词 线性不确定性重复系统, 故障估计, 迭代学习算法, 间歇性故障, 线性矩阵不等式

引用格式 冯莉, 柴毅, 许水清, 张可, 杨志敏. 基于迭代学习的线性不确定重复系统间歇性故障估计. 自动化学报, 2020, 46(2): 307–319

DOI 10.16383/j.aas.2018.c170252

Iterative Learning Based Intermittent Fault Estimation for a Class of Linear Uncertain Repeated Systems

FENG Li^{1,2} CHAI Yi² XU Shui-Qing^{2,3} ZHANG Ke² YANG Zhi-Min²

Abstract This paper presents a novel observer-based fault estimation method using the iterative learning scheme for linear uncertain repeated systems where the parameter uncertainties are time-varying. Firstly, a state observer is constructed to monitor the system status and the Lyapunov function is utilized to ensure the stability of the system. After providing the design of a robust monotonically convergence for the error system, an optimal function is presented to ensure the iterative learning law is applicable to systems. Meanwhile, two Lemmas and a reasonable assumption are utilized to linearize the nonlinear terms in our initial results. The LMI toolbox is utilized to obtain the results of the learning gain. In addition, the theoretical results have been verified through simulation tests. It has also shown that the proposed iterative learning based approach can be applicable to more general linear uncertain repeated systems.

Key words Linear uncertain repeated systems, fault estimation, iterative learning scheme, intermittent fault, linear matrix inequality

Citation Feng Li, Chai Yi, Xu Shui-Qing, Zhang Ke, Yang Zhi-Min. Iterative learning based intermittent fault estimation for a class of linear uncertain repeated systems. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(2): 307–319

随着工业化进程不断地加快, 工业系统越来越复杂, 同时人们对系统的可靠性和安全性要求越来越高, 使得在过去的几十年里故障诊断与容错控

制^[1–4] 在学术领域和实际应用领域都受到了越来越多的关注. 故障容错控制分为主动容错控制和被动容错控制, 事实上, 大多数研究更为关注主动容错控制. 故障估计^[5–8] 不同于故障诊断, 它能够准确地估计出故障的幅值和形状, 从而对故障信号进行重构. 因此, 在很多现有的文献中, 故障估计是故障容错控制的先决条件, 并取得了丰富的理论研究成果.

目前, 故障估计的方法主要包括基于观测器的方法、基于信号重构的方法和基于人工智能的方法, 其中基于观测器的方法因其能够准确地反映出故障对系统运行性能的影响和准确的故障信息, 在理论研究中更为吸引国内外学者的关注. 主要包含基于自适应状态观测器的方法^[9–11]、基于鲁棒观测器的方法^[12–15] 以及基于滑模观测器的方法^[16–19]. 这些方法自提出来以后, 被不断地推广应用到网络控制系统^[20–21]、非线性系统^[22]、切换系统^[23]、模糊系统^[24] 以及参数变化系统^[25] 等中. 但是这些研究对

收稿日期 2017-06-05 录用日期 2018-02-15
Manuscript received June 5, 2017; accepted February 15, 2018
国家自然科学基金 (61374135, 61633005, 61673076, 61803055, 61803140) 和重庆市教委科学技术研究项目 (KJQN201800720) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374135, 61633005, 61673076, 61803055, 61803140) and the Science and Technology Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (KJQN201800720)

本文责任编辑 王占山

Recommended by Associate Editor WANG Zhan-Shan

1. 重庆交通大学交通运输学院 重庆 400074 2. 重庆大学自动化学
院复杂系统安全与控制教育部重点实验室 重庆 400044 3. 合肥工业
大学电气与自动化工程学院 合肥 230000

1. College of Traffic and Transportation, Chongqing Jiao-
tong University, Chongqing 400074 2. Key Laboratory of
Complex System Safety and Control, Ministry of Educa-
tion Chongqing, College of Automation, Chongqing University,
Chongqing 400044 3. College of Electrical and Automation
Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230000

系统参数不确定性研究较少,而且主要研究时变故障、缓变故障以及突发故障的估计问题,并没有对间歇性故障估计问题进行研究.随着大型系统运行时间的积累,系统性能会发生退化,间歇性故障^[26-29]就会出现在系统中影响系统的正常运行性能,并越来越恶化,从而导致系统崩溃或是引发灾难.如在大型生产流水线上,子系统在不同周期里重复执行同一任务,一旦发生间歇性故障,轻则会影响零部件加工的质量,重则会导致流水线停运,造成严重的经济损失.如在风电机组中风电变速齿轮箱在运行过程中,齿表面受到交变应力、变摩擦力以及冲击载荷的作用,将会产生各种类型的损伤,导致各种类型的故障,其中间歇性故障的危害极大.在流水作业的流程中,机械手的使用十分频繁,不可避免地会产生疲劳损伤,导致故障的发生,其中就包含间歇性故障.在机械手执行重复抓取重物的过程中,间歇性故障的出现会导致抓取的不正确损坏零件,或者在高空导致物品松动或掉下,就会引发一些安全事故.因此,对间歇性故障估计问题的研究,具有重要的理论意义和实际意义.

重复系统^[30-32]主要指的是执行相同任务的同一个系统,在每一个周期内,其系统结构和参数保持不变,其状态向量、控制向量和输出向量具有可重复性,例如执行焊接、喷涂、装配、搬运等重复作业的机器人、数控机床、伺服控制系统、电梯控制系统等.周期系统^[33-35]指的是在系统结构参数中具有周期性变化函数的系统或是具有周期性状态向量、控制向量和输出向量的系统,例如弹性力系统的动力学稳定性、大功率发射的参数共振及质子加速器、卫星姿态控制、直升飞机传动系统等.重复系统和周期系统之间的区别在于,重复系统的动力学特性具有可重复性,即在不同的迭代周期完成相同功能.而周期系统是指系统的系统结构参数具有周期性变化规律,或是控制信号、状态信号等具有周期变化规律.不难看出,重复系统是一种特殊的周期系统,在大型工业系统中应用广泛.随着现代化工业的不断发展,工业系统的复杂化和功能的多样化,稍有不慎就会引起系统故障.而文献[36]中,周东华教授团队提出间歇性故障是重复系统中的一种典型故障,并在文中首次将迭代学习用于离散非线性时变系统间歇性故障估计,并取得了很好的结果.

间歇故障^[37]是实际工业系统中一种普遍存在的故障类型.在电子电路中,供电电压变化、电磁辐射干扰等因素都会引起间歇故障的发生.在航空航天系统中,元器件老化、高负荷振动、装配不良等因素都有可能引起间歇故障发生.在机械传动系统中,器件磨损、载荷过重以及阀门、气缸密闭性不良都会引起间歇故障.电力电气系统发生间歇故障的

原因包括外部环境污染、电气接触点腐蚀和松动等.与持续故障相比,间歇故障的特点^[38]包括瞬态性、间歇性、随机性、持续时间和间隔时间具有间歇性且故障幅值未知等特点.间歇故障的发生会降低系统可靠性和安全性,增加维护维修成本.例如在军工系统中,间歇故障导致的不必要维护维修、元部件过早更换等问题会直接引起巨额经济损失,降低战备完好率.随着计算机、电子、通信等技术飞速发展,在数字化装置广泛普及的工业背景下,间歇故障诊断和估计对有效避免灾难性事故发生,提高系统可靠性、可维修性和保障性,降低生产成本具有十分重要的现实意义.

迭代学习控制从提出至今,应用于具有重复运动性质的被控系统,具有较好的跟踪能力.考虑到迭代学习控制在重复系统中的独特跟踪估计优势,近些年来,越来越多的学者将其应用到故障估计领域.文献[39]基于比例-积分-微分(Proportion-integral-derivative, PID)的迭代学习策略调节系统中的虚拟故障,使虚拟故障逼近系统中实际发生的故障,实现系统的故障估计.针对一类具有任意切换序列的离散切换系统的故障估计问题,文献[40]利用引入的虚拟故障信号构建出故障估计器,并通过残差信号设计迭代学习故障估计方法对引入的虚拟故障进行逐次修正,使虚拟故障随着迭代次数的增加逐渐逼近实际故障.针对一类线性延时系统的故障估计问题,将迭代观测器输出与实际输出残差作为修正项,对下一次迭代过程中的故障进行估计,并将其推广到非线性延时系统中^[41].但这些文献并未对间歇性故障估计问题进行研究,同时,由于基于迭代学习的间歇性故障估计方法正处于初步研究阶段,并没有大量的理论结果,使其具有十分重要的理论研究价值.文献[36]引入迭代学习策略,对间歇性故障进行估计,实现了良好的跟踪估计结果.但是在文献中并未考虑增益矩阵与迭代步长之间的关系,只是讨论了在时间轴上的收敛性.

本文将迭代学习算法运用到线性不确定重复系统间歇性故障估计中,利用上一次迭代观测器输出与系统实际输出误差设计故障估计器,从而解决了一类线性不确定系统故障估计问题.该算法能够准确跟踪估计系统故障的同时也能够重构故障信号的幅值和形状.本文的主要创新点及贡献在于以下几点:

- 1) 通过设计状态观测器,利用观测方程输出和理想的系统输出之间的误差,构建新的误差系统方程.结合李雅普诺夫方程证明该误差系统的稳定性,不仅能够保证误差系统输出的收敛性,而且能够制约参数不确定性对故障估计器性能的影响.

- 2) 提出一种基于迭代学习的自适应故障估计方

法, 将系统上一周期的运行监测误差引用到当前运行周期故障估计策略中, 从而提高故障估计的准确性. 设计优化函数从而保证故障估计算法的收敛性和减少建模不确定性 (或噪声) 对该算法的影响.

3) 利用 LMI (Linear matrix inequality) 进行求解能够得出精确的观测器增益和估计器参数, 与现有的基于迭代学习算法的故障估计器相比, 减少了用 λ 范数进行证明时的不确定性. 实验说明该算法不仅能够准确地估计间歇性故障信号, 还能够很好地跟踪缓变故障信号和突变故障信号.

1 问题的描述

考虑一类带有时变参数不确定项和测量噪声的线性重复运动系统, 如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= \bar{A}x_k(t) + Bu_k(t) + B_f f_k(t) + B_w w(t) \\ y_k(t) &= \bar{C}x_k(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中, k 为重复运动周期数也称为迭代次数, t 为时间参数, $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 是控制输入向量, $f(t) \in \mathbf{R}^m$ 是故障信号, $w(t)$ 是测量噪声信号, 是二范数有界的, $y(t) \in \mathbf{R}^p$ 是测量输出信号. \bar{A} 和 \bar{C} 是具有适当维数的时变矩阵, 并假设 $\bar{A} = A + \Delta A(t)$, $\bar{C} = C + \Delta C(t)$. A 、 B 、 C 、 B_f 以及 B_w 是已知的常数矩阵. 假设输入 $u(t)$ 和故障函数 $f(t)$ 是二范数有界, 满足 $\|u(t)\| \leq u_1^2$, $\|f(t)\| \leq f_1^2$, 其中 $u_1^2 \geq 0$ 和 $f_1^2 \geq 0$.

注 1. 在系统 (1) 中的故障函数指的是一般的故障函数, 可以是突变故障、缓变故障、时变故障、间歇故障等. 同时, 当 $B = B_f$ 时, 故障信号 $f(t)$ 为执行器故障; 当 $B \neq B_f$ 时, 故障信号 $f(t)$ 为过程故障. 其变换和具体形式详见文献 [42].

假设 1. A 是 Schur 稳定的, (A, B) 是完全能控的, (A, C) 是完全能观测的.

假设 2. 本文中的参数不确定项是范数有界不确定型, 存在具有适当维数的已知常数矩阵 M_i 、 N_i 和未知时变矩阵 $F_i(t)$, $i = 1, 2$, 满足:

$$\Delta A(t) = M_1 F_1(t) N_1, \Delta C(t) = M_2 F_2(t) N_2 \quad (2)$$

其中, 未知时变矩阵 $F_i(t)$, $i = 1, 2$, 满足条件 $F_i(t) F_i^T(t) \leq I$, $i = 1, 2$.

基于假设 1 中 (A, C) 是完全可观测的, 建立状态观测器如式 (3) 所示, 对系统运行状态进行监测, 并引入虚拟故障对系统运行状态进行重构.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_k(t) &= A\hat{x}_k(t) + Bu(t) + B_f \hat{f}_k(t) + \\ &\quad L[y(t) - \hat{y}_k(t)] \\ \hat{y}_k(t) &= C\hat{x}_k(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\hat{x}_k(t) \in \mathbf{R}^n$ 是 $x_k(t)$ 的估计值, $\hat{y}_k(t) \in \mathbf{R}^p$ 是 $y_k(t)$ 的估计值, $\hat{f}_k(t) \in \mathbf{R}^m$ 是 $f_k(t)$ 的估计值, $L \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 代表观测器增益.

注 2. 与文献 [43–44] 中故障诊断观测器的设计相比, 文献 [10, 13–14, 36, 45–47] 对故障估计观测器的设计中并不含故障估计项, 而前者含有故障估计项. 这是由于前者是为了重构系统的状态, 进而同实际系统运行状态相比较, 通过残差与阈值之间的大小关系, 判断是否发生故障. 而后者是由于为了估计系统中的实际状态, 从而实现对故障信号的准确估计.

定义状态误差和故障估计误差如下所示:

$$e_k(t) = x(t) - \hat{x}_k(t), r_k(t) = f(t) - \hat{f}_k(t) \quad (4)$$

可以得出误差增广系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_k(t) &= \dot{x}_k(t) - \dot{\hat{x}}_k(t) = (A - LC)e_k(t) + \\ &\quad B_f r_k(t) + B_w w(t) + (\Delta A - L\Delta C)x(t) \\ \Delta y_k(t) &= y_k(t) - \hat{y}_k(t) = Ce_k(t) + \Delta Cx_k(t) \end{aligned} \quad (5)$$

基于假设 1 中 A 是稳定的, 得出故障信号并不会影响系统的稳定性. 引入系统前一次迭代的状态误差项, 结合虚拟故障的含义, 针对间歇性故障的特点, 设计基于迭代学习的故障估计器:

$$\hat{f}_{k+1}(t) = \hat{f}_k(t) + K_1 e_k(t) + K_2 \dot{e}_k(t) \quad (6)$$

其中, K_1 , K_2 为故障估计器增益.

注 3. 通过将增益矩阵设置为与迭代次数 k 相关的函数, 可以调节故障估计误差的收敛速度. 可以设置为 $K_1(k) = g_1(k) \cdot K_1$, $K_2(k) = g_2(k) \cdot K_2$, 式中参数 $g_1(k) \in (0, 1]$, $g_2(k) \in (0, 1]$.

然后将 $r_{k+1}(t)$ 写为:

$$\begin{aligned} r_{k+1}(t) &= f(t) - \hat{f}_{k+1}(t) = \\ &\quad r_k(t) - K_1 e_k(t) - K_2 \dot{e}_k(t) = \\ &\quad (I - K_2 B_f) r_k(t) - K_2 B_w w(t) - \\ &\quad [K_1 + K_2(A - LC)] e_k(t) - \\ &\quad K_2(\Delta A - L\Delta C) x_k(t) \end{aligned} \quad (7)$$

式中, 令 $Q_1 = -[K_1 + K_2(A - LC)]$, $Q_2 = (I - K_2 B_f)$, $Q_3 = K_2 B_w$ 和 $Q_4 = -K_2(\Delta A - L\Delta C)$, 则 $r_{k+1}(t) = Q_1 e_k(t) + Q_2 r_k(t) + Q_3 w(t) + Q_4 x(t)$.

本文的主要目标有两个, 一个是需要求解出误差增广系统 (5) 的稳定收敛条件, 另一个是需要求解出故障估计算法的收敛性条件.

2 基本结论

结合李雅普诺夫方程对误差增广系统的稳定收敛性进行约束, 并通过设计优化函数对所提出的

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} \Sigma_2 & \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \\ -\varepsilon_1 I \\ * \\ * \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{L} M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ C^T \hat{L}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_2^T \hat{L}^T \end{bmatrix} \\ * & * & * & -\varepsilon_3^{-1} P & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_3 P \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

其中,

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} -I & -K_1 - K_2 A & I - K_2 B_f & -K_2 B_w & 0 \\ * & \Sigma_{2.22} & P B_f & P B_w & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_2^2 I & B_w^T Q \\ * & * & * & * & \Sigma_{2.55} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{2.22} = A^T P - C^T \hat{L}^T + P A - \hat{L} C + C^T C$$

$$\Sigma_{2.55} = A^T Q + Q A + G_1 + G_2 + \varepsilon_1 N_1^T N_1 + \varepsilon_2 N_2^T N_2$$

故障估计算法收敛性进行约束, 进而通过线性矩阵不等式对故障估计增益矩阵和观测器增益矩阵进行求解. 令 $\hat{L} = PL$, 则 $L = P^{-1}\hat{L}$. 非线性项 $K_2 L$ 可以写为 $K_2 P^{-1}\hat{L}$, 得出如下定理.

定理 1. 考虑一类线性不确定系统 (1) 和基于迭代学习的故障估计器 (6), 存在参数 $\gamma_1 \in (0, 1]$, $\gamma_2 > 0$ 和矩阵 P, Q , 满足 $P = P^T, Q = Q^T$, 参数矩阵 K_1, K_2, L 以及参数 $\varepsilon_i > 0, i = 1, 2, 3$, 根据文献 [48–49] 可知, 如果式 (8) 成立, 设 $\sigma = \lambda_{\min}(-\Pi_2)$, 则当 $\|\xi_k^T(t)\|^2 > (\delta_1 + \delta_2)/\sigma$ 时, 可以得出 $\dot{V}(t) < 0$ 成立. 通过李雅普诺夫稳定性定理可知状态误差和故障估计误差最终有界收敛.

证明. 定理 1 的证明见附录. \square

注 4. 在式 (8) 中, 同时含有两个非线性项 $\varepsilon_3^{-1}P$ 和 $\varepsilon_3 P$, 即其不再是线性矩阵不等式, 需要对其中的非线性项进行处理, 使其线性化. 假设存在参数 α 和 β , 满足如下约束和近似:

$$P > \alpha I, \varepsilon_3 + \frac{1}{\varepsilon_3} \geq 2 \quad (9)$$

然后假设 $\beta = \alpha\varepsilon_3$, 根据式 (11) 可以得出 $P/\varepsilon_3 \geq 2P - \varepsilon_3 P = (2\alpha - \beta)I$ 和 $\varepsilon_3 P \geq \varepsilon_3 \alpha I = \beta I$. 因此可以通过线性项 $(2\alpha - \beta)I$ 和 βI 代替式 (10) 中的非线性项 $\varepsilon_3^{-1}P$ 和 $\varepsilon_3 P$.

注 5. 基于以上的分析和求解, 可以得出本文所提出的基于迭代学习策略的故障估计算法的具体求

解步骤如下.

步骤 1. 初始化, 设定最大迭代次数 N , 迭代周期长度 T , 迭代初值 $r_k(0) = 0$, 迭代次数 $k = 1$;

步骤 2. 判断系统的能控性和能观性, 若满足能控性和能观性判据, 则进行下一步; 反之, 则迭代程序结束;

步骤 3. 给定注 4 中参数初值 α, β , 并求解出定理 1 中式 (8) 的可行解;

步骤 4. 判断 $k \geq N$ 或 $\max[r_k(t)] < 0.1$ (也可以根据实际情况取值) 是否成立, 成立, 则迭代结束; 不成立, 则到下一步;

步骤 5. 令 $k = k + 1$, 改变 α 和 β 的值, 计算下一步的迭代值, 并返回第一步.

3 仿真实验

本节通过一个数字实验和一个对比实验仿真来说明本文所提出的算法的有效性和优越性, 文中的时变故障主要是参照文献 [50] 设置, 间歇性故障设置主要是参照文献 [36] 设置.

3.1 数字实验

考虑带有参数不确定性的线性系统如式 (1) 所示, 其参数矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -21.6 & -13.6 & -4.2 & 16 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.2471 & 0 & -0.4758 \end{bmatrix}^T$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}^T$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.1 & 0.1 & -0.1 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

时变不确定项的设计如下:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}^T, M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = 0.1(2 - e^{-k}) \sin(t)$$

$$F_2 = 0.1(2 - e^{-k}) \cos(t)$$

$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

其中, t 为时间变量, k 为迭代次数. 通过构建能观性判别矩阵和能控性判别矩阵, 并计算它们的秩, 易知系统既能控, 又能观. 因此, 可以通过设置观测器对系统状态进行估计.

设其状态的期望初始值为 $x_d(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 控制量为 $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 1$, $\omega(t) = \sin(t)$, 仿真采样时间为 $T = 0.1$ s, 迭代次数为 20 次, 每一次重复运行周期为 80 s. 结合第二节和第三节的推导, 令影响系统输出行为的间歇性故障信号的具体形式如式 (10) 所示.

$$f(t) = \begin{cases} \sin(0.1\pi t), & [(5 + 25n) s, (15 + 25n) s) \\ 1.5 \sin(0.2\pi t), & [(20 + 25n) s, (25 + 25n) s) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

通过定理 1 中的结论, 取参数 $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\varepsilon_1 = 0.5$, $\varepsilon_2 = 0.5$, 利用 MATLAB 中的 LMI_toolbox 进行求解, 可以得出观测器的正定矩阵分别为:

$$P = \begin{bmatrix} 6.8297 & 2.3859 & 0.8699 & -4.0719 \\ 2.3859 & 1.4402 & 0.3501 & -1.6722 \\ 0.8699 & 0.3501 & 0.1899 & -0.5240 \\ -4.0719 & -1.6722 & -0.5240 & 3.9045 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 49.5474 & 22.8874 & 3.8369 & -35.0071 \\ 22.8874 & 16.0775 & 2.3725 & -20.0582 \\ 3.8369 & 2.3725 & 1.0418 & -2.0395 \\ -35.0071 & -20.0582 & -2.0395 & 42.3505 \end{bmatrix}$$

令 $G_1 = G_2 = G$,

$$G = \begin{bmatrix} 14.6694 & 3.7850 & 3.3000 & -5.5745 \\ 3.7850 & 2.9197 & 0.7119 & -3.6811 \\ 3.3000 & 0.7119 & 1.0465 & -0.9630 \\ -5.5745 & -3.6811 & -0.9630 & 6.8406 \end{bmatrix}$$

观测器的增益参数矩阵以及故障估计器的增益矩阵分别为:

$$L = \begin{bmatrix} 0.4238 & -0.2092 \\ 0.0530 & 0.9189 \\ 0.2534 & -0.0571 \\ 0.8721 & 0.0523 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.7667 & 0.6849 & -0.4591 & -1.2244 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.0017 & 0.6518 & 0.0000 & -0.6486 \end{bmatrix}$$

同时, 所求解出来的参数 $\gamma_1^2 = 0.8276$, $\gamma_2^2 = 0.8803$ 与定理 1 中的条件相符合.

在本文带有时变参数不确定性和测量噪声的线性系统中, 通过设计的故障估计器对故障信号的发生时间进行准确估计, 同时对其幅值大小、形状进行准确重构, 仿真结果如图 1~3 所示.

图 1 表示第 20 次迭代以后的间歇性故障估计结果. 从图中可以看出, 估计出的虚拟故障信号在多次迭代以后能够准确跟踪实际系统中的间歇性故障信号.

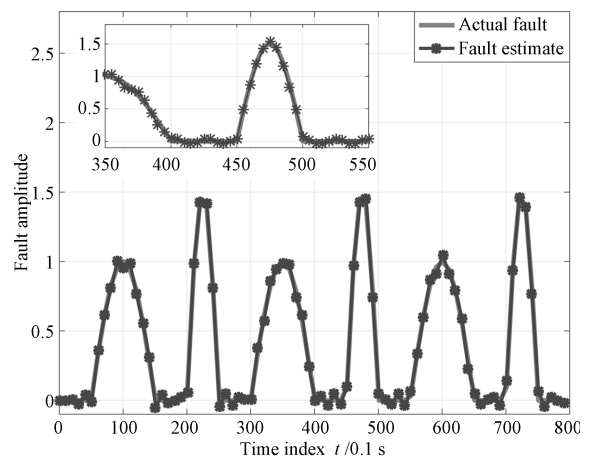


图 1 第 20 次迭代的系统间歇性故障信号及基于迭代学习的故障估计跟踪轨迹

Fig.1 The tracking trajectory of intermittent fault for linear system with time-varying parameter uncertainties

故障在不同迭代次数后的故障估计跟踪结果及原本的故障信号值分别如图 2 所示. 其中 $f(t)$ 表示故障值, $\hat{f}_2(t)$ 、 $\hat{f}_3(t)$ 和 $\hat{f}_{10}(t)$ 分别表示第 2 次、第 3 次和第 10 次迭代后故障估计的结果. 从不同的迭代次数结果可以看出, 随着迭代次数的增加, 虚拟故障信号能够不断地接近直到完全跟踪实际故障信号.

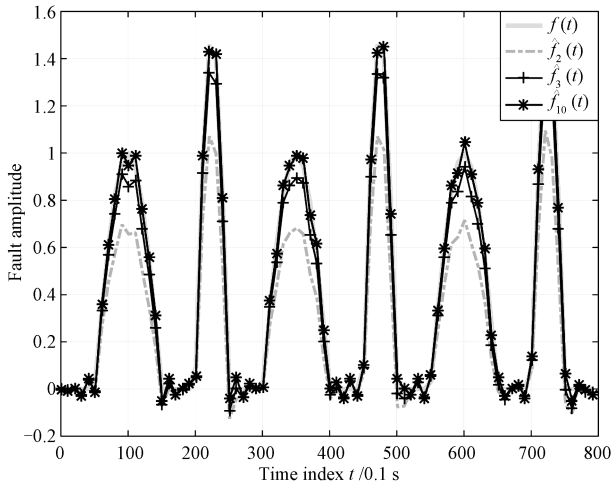


图 2 不同迭代次数系统的间歇性故障估计曲线

Fig. 2 Intermittent fault estimate result with different iterative index

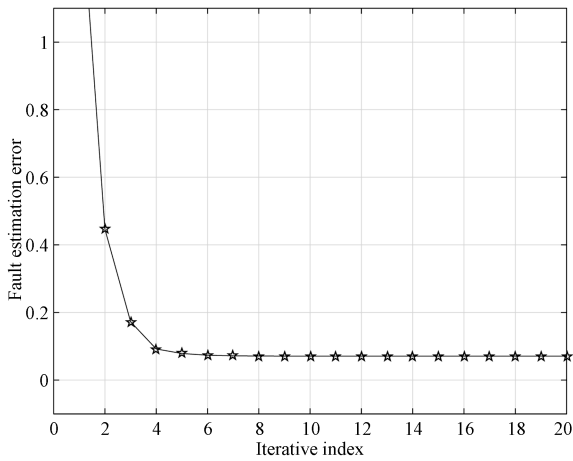


图 3 基于迭代学习的间歇性故障估计最大迭代误差

Fig. 3 The iterative error of intermittent fault for linear system with time-varying parameter uncertainties

图 3 反映了间歇故障每次迭代最大误差随着迭代次数增加的变化情况. 从图中可以看出, 随着迭代次数的增加, 最大估计误差不断减小, 最终收敛, 同时, 在第 4 次迭代过后, 故障估计误差就能够达到最小值.

通过设置 $g_1(k) = g_2(k) = g(k)$, 并将 $g(k)$ 取不同的值, 得出以下仿真结果. 图 4 和图 5 分别展示了不同迭代次数下的增益矩阵参数的变化趋势

和对应的故障估计误差变化趋势. 在图 4 中, g_1 、 g_2 、 g_3 和 g_4 分别表示不同的参数随着迭代次数增加的变化趋势. 可以看出, 变化率按大小排序为 $g_1 > g_2 > g_3 > g_4$ 的变化率. 故障估计误差相对应的分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 和 r_4 , 由图 5 可以看出, 其故障估计误差变化率的大小排序为 $r_1 > r_2 > r_3 > r_4$. 可以得出结论, 参数的变化率越大, 故障估计误差越小, 收敛速度越快.

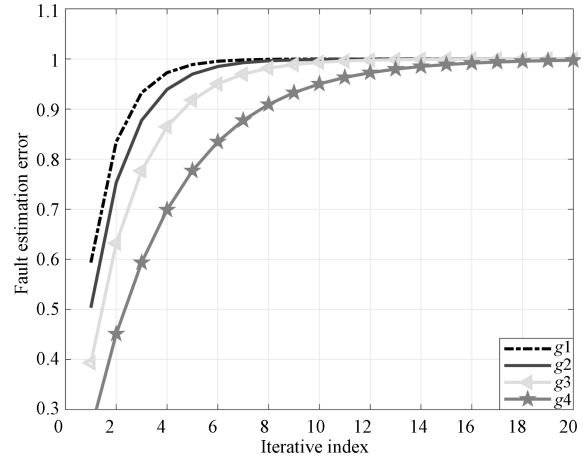


图 4 不同增益矩阵参数 $g(k)$ 的变化趋势

Fig. 4 The change trend of different gain matrices parameters

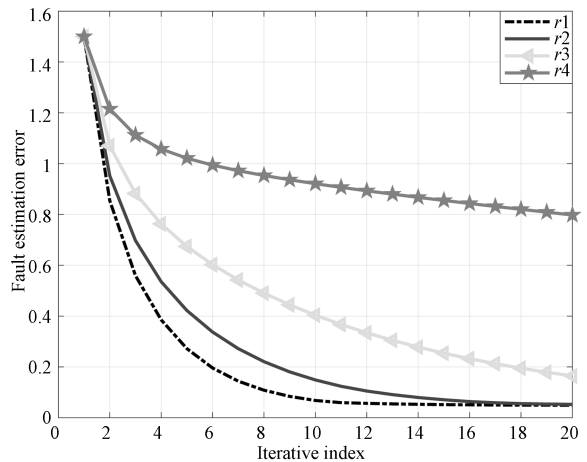


图 5 不同情况下的最大迭代误差变化趋势

Fig. 5 The change trend of iterative error in different cases

以上的仿真结果展示了本文所提出的基于迭代学习的故障估计算法对间歇性故障进行估计具有很好的性能. 因此, 仿真结果说明了本文所提出的算法的有效性和正确性.

3.2 对比实验

结合文献 [50] 中第 4.3.3 节的参数选取, 用于对比说明本文提出算法的优越性.

$$A = \begin{bmatrix} -5.2 & 0.65 & 6.5 & 1.3 \\ -1.56 & -2.6 & 0 & 2.6 \\ -1.3 & 0 & -1.3 & 0 \\ -0.26 & 0 & 3.90 & -1.95 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.3 & 0 & 0.3 \\ 0.3 & 0 & 0.3 & 0 \end{bmatrix}$$

不确定项的设计如下:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = F_2 = 0.1, N_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

其中, t 为时间变量, k 为迭代次数. 通过构建能观性判别矩阵和能控性判别矩阵, 并计算它们的秩, 易知系统既能控, 又能观. 因此, 可以通过设置观测器对系统状态进行估计.

设其状态的期望初始值为 $x_d(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 控制量为 $u = 1$, $\omega(t) = \sin(t)$, 仿真采样时间为 $T = 0.001\text{s}$, 迭代次数为 20 次, 每一次重复运行周期为 80s. 结合第 2 节和第 3 节的推导, 令故障信号的具体形式如时变故障 (11) 和间歇性故障 (12) 所示.

$$f(t) = \sin(\pi t) \tag{11}$$

$$f(t) = \begin{cases} 0.2t, & t \in [1, 3) \\ 2, & t \in [4, 6) \\ \sin(0.5\pi t), & t \in [7, 10) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{12}$$

通过定理 1, 同时与参数取值与仿真实验中相同, 计算出观测器的正定矩阵分别为:

$$P = \begin{bmatrix} 0.4049 & -0.0073 & -0.0913 & -0.2903 \\ -0.0073 & 0.3077 & 0.3032 & -0.1118 \\ -0.0913 & 0.3032 & -0.1118 & -0.1291 \\ -0.2903 & -1.2821 & -0.1291 & 0.3160 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.9892 & -0.1161 & -0.5351 & -0.8253 \\ -0.1161 & 1.3890 & 0.9064 & 0.4973 \\ -0.5351 & 0.9064 & 0.4973 & 0.4134 \\ -0.8253 & 0.4973 & 0.4134 & 1.5400 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = G_2 = G$$

$$G = \begin{bmatrix} 2.7192 & 0.5020 & -0.4601 & -1.7261 \\ 0.5020 & 2.0030 & 1.4516 & -0.2512 \\ -0.4601 & 1.4516 & 2.9030 & -0.3550 \\ -1.7261 & -0.2512 & -0.3550 & 1.8134 \end{bmatrix}$$

计算出观测器的增益参数矩阵以及故障估计器的增益矩阵:

$$L = \begin{bmatrix} 0.0531 & 0.0913 \\ 0.2300 & -0.1152 \\ -0.0849 & 0.1149 \\ 0.0459 & 0.1786 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.6521 & 0.3480 & -0.9062 & -0.0609 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.0515 & 0.1414 & 0.1031 & 0.1871 \end{bmatrix}$$

同时, 所求解出来的参数 $\gamma_1^2 = 0.8118$, $\gamma_2^2 = 0.8644$ 与定理 1 中的条件相符合.

时变故障信号的仿真对比如图 6~9 所示, 很明显基于自适应观测器的故障估计结果中有延时, 从

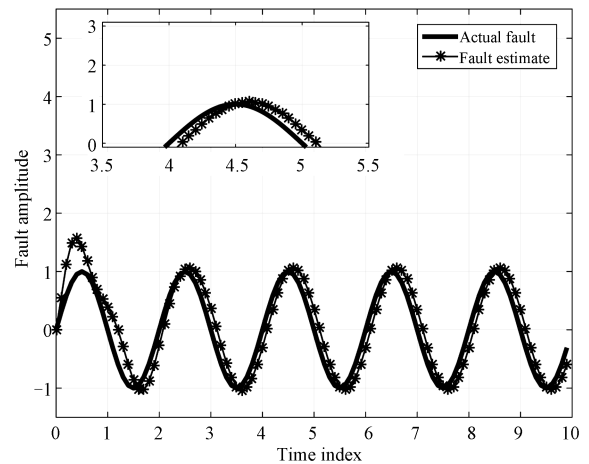


图 6 基于自适应观测器的时变故障估计
Fig. 6 The adaptive observer based time-varying fault estimating result

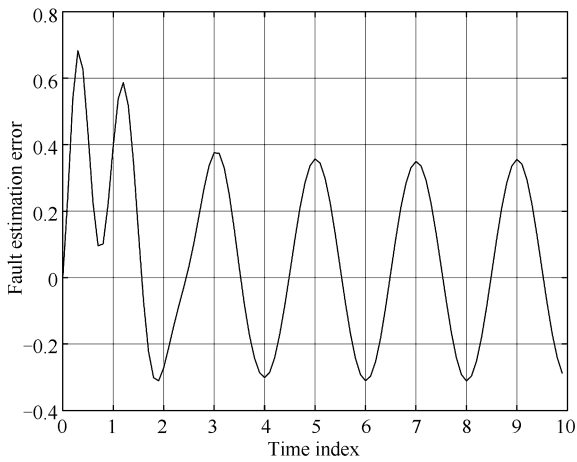


图 7 基于自适应观测器的时变故障估计误差结果

Fig. 7 The adaptive observer based time-varying fault estimation error

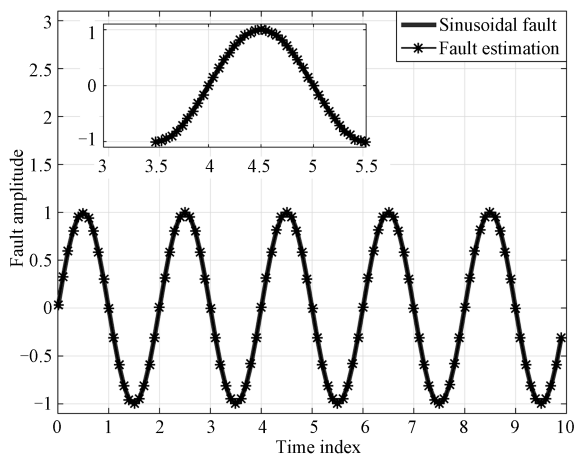


图 8 基于迭代学习的时变故障估计结果

Fig. 8 The iterative learning scheme based time-varying fault estimation result

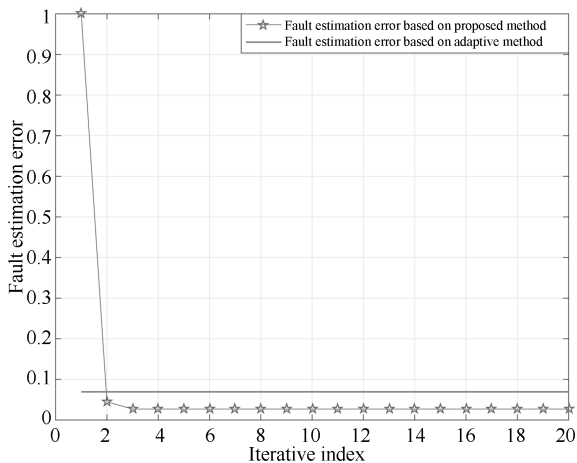


图 9 时变故障估计误差结果对比

Fig. 9 The comparison of time-varying fault estimation error

故障估计误差结果图中可以看出故障估计结果有相应的误差. 对比之下, 通过迭代学习观测器进行故障估计的结果更好, 不仅能完全跟踪故障轨迹, 而且跟踪轨迹中并不存在估计延时.

如图 9 所示, 基于迭代学习策略的最大估计误差与基于自适应观测器的平均误差相比, 在第 1 次迭代时, 基于自适应观测器的平均估计误差小, 但是在第 1 次以后, 基于迭代学习策略的估计误差更小, 并逐渐趋近于一个很小的值.

间歇性故障信号的仿真对比如图 10~13 所示. 如图 10 所示, 在故障信号出现跳变的情况下基于自适应观测器的故障估计算法不能完全跟踪故障信号, 需要一定的时间进行调节, 这对于估计快速变化的间歇性故障具有明显的缺点. 其故障估计误差如图 11 所示, 从中可以看出, 存在一定的故障估计误差,

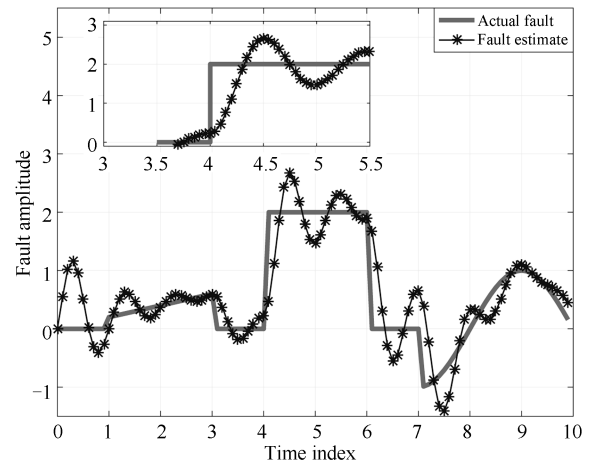


图 10 基于自适应观测器的间歇性故障估计结果

Fig. 10 The adaptive observer based intermittent fault estimation result

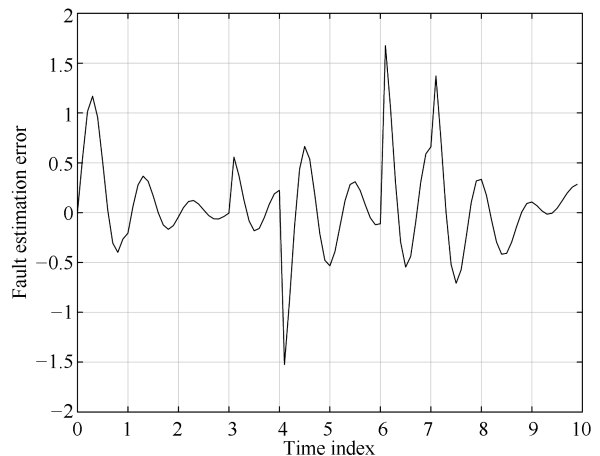


图 11 基于自适应观测器的间歇性故障估计误差结果

Fig. 11 The adaptive observer based intermittent fault estimation error

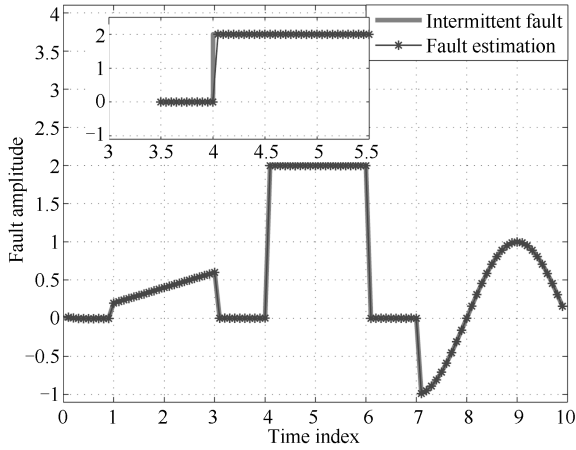


图 12 基于迭代学习的间歇性故障估计结果

Fig.12 The iterative learning scheme based intermittent fault estimation result

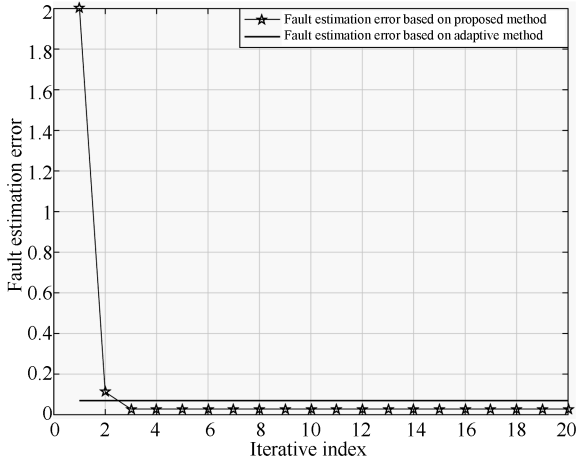


图 13 间歇性故障估计误差结果对比

Fig.13 The comparison of intermittent fault estimation error

特别是在故障变化比较明显的时间点误差越大. 而基于迭代学习观测器的故障估计结果能够很好地跟踪估计间歇性故障, 其结果如图 12 所示.

通过两种故障信号的估计结果相对比 (如图 13 所示), 本文提出的基于迭代学习观测器的故障估计方法在对间歇性故障信号进行估计时具有明显的优势, 说明了算法的优越性.

4 结论

本文针对线性不确定重复系统, 提出了一种同时适用于定常和时变参数不确定性的基于迭代学习的间歇性故障估计方法. 首先通过建立状态观测器来检测系统状态, 并设计李雅普诺夫函数证明观测器输出与实际输出的误差系统的鲁棒性. 其次基于迭代学习算法, 利用上一次迭代输出与系统实际输出之间的误差, 构造间歇性故障估计器, 对故障进行

完全跟踪和估计. 结合状态输出误差项和系统中的不确定误差项, 提出一个新的优化函数对故障估计器进行约束, 使其能够准确地估计出故障的形状和大小. 最后利用线性矩阵不等式对本文提出的算法进行求解, 并通过文中的两个引理线性化线性矩阵不等式中的非线性项. 除此之外, 仿真结果说明了算法的有效性和准确性.

附录 A: 定理 1 的证明

为证明现有系统的稳定性, 构造如下李雅普诺夫函数:

$$V(t) = e_k^T(t)Pe_k(t) + x_k^T(t)Qx_k(t) \quad (A1)$$

其中, P 和 Q 为正定对称实数矩阵.

假设存在正定对称矩阵 G_1 和 G_2 , 满足:

$$\begin{aligned} u^T(t)B^TQx_k(t) + x_k^T(t)QB u(t) &\leq \\ x_k^T(t)G_1x_k(t) + u^T(t)B^TQG_2^{-1}QB u(t) &\leq \\ x_k^T(t)G_1x_k(t) + u_1^2\lambda_{1,\max}(B^TQG_2^{-1}QB) &\quad (A2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^T(t)B_f^TQx_k(t) + x_k^T(t)QB_f f(t) &\leq \\ x_k^T(t)G_2x_k(t) + f^T(t)B_f^TQG_2^{-1}QB_f f(t) &\leq \\ x_k^T(t)G_2x_k(t) + f_1^2\lambda_{2,\max}(B_f^TQG_2^{-1}QB_f) &\quad (A3) \end{aligned}$$

令 $\xi_k(t) = [e_k^T(t) \ r_k^T(t) \ w^T(t) \ x_k^T(t)]^T$, $\delta_1 = u_1\lambda_{1,\max}(B^TQG_2^{-1}QB)$, $\delta_2 = f_1\lambda_{2,\max}(B_f^TQG_2^{-1}QB_f)$, Lyapunov 函数 $V(t)$ 对于时间 t 进行求导得出:

$$\dot{V}(t) = \xi_k^T(t)\Pi_1\xi(t) + \delta_1 + \delta_2 \quad (A4)$$

其中矩阵 Π_1 的具体形式如下:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \Pi_{1,11} & PB_f & PB_w & \Pi_{1,14} \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & B_w^TQ \\ * & * & * & \Pi_{1,44} \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{1,11} = (A - LC)^T P + P(A - LC)$$

$$\Pi_{1,14} = P(\Delta A - L\Delta C)$$

$$\Pi_{1,44} = (A + \Delta A)^T Q + Q(A + \Delta A) + G_1 + G_2 \quad (A5)$$

其中, $*$ 表示矩阵中的对称项. 值得注意的是, 当且仅当 $r_{k+1}(t) = 0$ 和 $w(t) = 0$ 时, 不等式 $(A - LC)^T P + P(A - LC) \leq 0$ 和 $(A + \Delta A)^T Q + Q(A + \Delta A) + G_1 + G_2 \leq 0$ 具有可行解, $\dot{V}(t) \leq 0$ 成立.

进一步, $\lim_{k \rightarrow \infty} r_k(t) = 0$ 只有在 $(I - K_2 B_f)$ 成立时才能够满足, 也就是说 $(I - K_2 B_f)$ 的特征值都在单位圆以内. 因此所设计的李雅普诺夫方程只能保证误差系统输出和状态预测的收敛性.

当测量噪声满足 $w(t) = 0$ 时, 为了能够保证迭代估计误差的收敛性, 假设存在参数 $\gamma_1 \in (0, 1]$, 存在以下的优化函数

$$J_1 = \int_0^{+\infty} [r_{k+1}^T(\tau)r_{k+1}(\tau) - \gamma_1^2 r_k^T(\tau)r_k(\tau)] d\tau < 0 \quad (A6)$$

结合文献 [51], 当测量噪声满足 $w(t) \neq 0$ 时, 考虑误差系统的鲁棒特性, 存在参数 $\gamma_2 > 0$, 满足

$$J_2 = \int_0^{+\infty} \left[r_{k+1}^T(\tau) r_{k+1}(\tau) - \gamma_1^2 r_k^T(\tau) r_k(\tau) \right] + \left[e_k^T(\tau) C^T C e_k(\tau) - \gamma_2^2 w^T(\tau) w(\tau) \right] d\tau < 0 \quad (A7)$$

为了求解的方便性, 将式 (1)、(7) 和 (A4) 代入式 (A7), 即可以得出任意的 $e_k(t) \neq 0$, $r_k(t) \neq 0$ 和 $w_k(t) \neq 0$, 式 (A8) 成立, 则 $J_2 < 0$.

$$J_2 \leq J = J_2 + \int_0^\tau \dot{V}(t) dt - [V(\tau) - V(0)] = \int_0^\tau \xi_k^T(t) \Pi_2 \xi_k(t) dt - [V(\tau) - V(0)] \leq 0 \quad (A8)$$

式中的矩阵项 Π_2 为

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} \Pi_{2.11} & \Pi_{2.12} & \Pi_{2.13} & \Pi_{2.14} \\ * & \Pi_{2.22} & Q_2^T Q_3 & Q_2^T Q_4 \\ * & * & \Pi_{2.33} & \Pi_{2.34} \\ * & * & * & \Pi_{2.44} \end{bmatrix} \quad (A9)$$

其中, 简写的两项分别为:

$$\begin{aligned} \Pi_{2.11} &= \Pi_{1.11} + C^T C + Q_1^T Q_1 \\ \Pi_{2.12} &= P B_f + Q_1^T Q_2, \Pi_{2.13} = P B_w + Q_1^T Q_3 \\ \Pi_{2.14} &= P(\Delta A - L \Delta C) + Q_1^T Q_4 \\ \Pi_{2.22} &= -\gamma_1^2 I + Q_2^T Q_2, \Pi_{2.33} = -\gamma_1^2 I + Q_3^T Q_3 \\ \Pi_{2.34} &= B_w^T Q + Q_3^T Q_4, \Pi_{2.44} = \Pi_{1.44} + Q_4^T Q_4 \end{aligned}$$

在式 (A8) 中, 因为 $\lim_{x \rightarrow \infty} e_k(t) = 0$, 所以 $V(\tau) \geq 0$, $V(0) = 0$. 值得注意的是 $\exists \forall x \neq 0, r \neq 0$ 和 $e \neq 0$, 如果 $\Pi_2 \leq 0$ 成立, 则 $J \leq 0$. 然而, 由于矩阵中存在非线性项, 使得这个矩阵没有可行解的.

通过李雅普诺夫方程 (A2) 和优化函数 (A7) 共同得到的矩阵不等式 (A8), 对 Π_2 进行线性化可以得出:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} -I & Q_1 & Q_2 & Q_3 & Q_4 \\ * & \Phi_{1.22} & P B_f & P B_w & \Pi_{1.14} \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_1^2 I & B_w^T Q \\ * & * & * & * & \Phi_{1.55} \end{bmatrix} < 0 \quad (A10)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Phi_{1.22} &= (A - LC)^T P + P(A - LC) + C^T C \\ \Phi_{1.55} &= (A + \Delta A)^T Q + Q(A + \Delta A) + G_1 + G_2 \end{aligned}$$

然后将式 (A10) 写为两个矩阵之和, 一个有非线性项, 一个没有, 如下所示:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \quad (A11)$$

其中,

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} -I & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 \\ * & \Phi_{1.22} & P B_f & P B_w & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_1^2 I & B_w^T Q \\ * & * & * & * & \Phi_{2.55} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -K_2(\Delta A - L \Delta C) \\ * & 0 & 0 & 0 & \Pi_{1.14} \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & Q \Delta A + \Delta A^T Q \end{bmatrix}$$

Φ_2 中 $\Phi_{2.55} = A^T Q + Q A + G_1 + G_2$. 将 Φ_3 进行展开:

$$\Phi_3 = \Phi_{3.1} + \Phi_{3.2} \quad (A12)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Phi_{3.1} &= \Phi_{3.11} + \Phi_{3.12} \\ \Phi_{3.11} &= \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_1^T \end{bmatrix}^T \\ \Phi_{3.12} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix}^T \\ \Phi_{3.2} &= \Phi_{3.21} + \Phi_{3.22} \\ \Phi_{3.21} &= \begin{bmatrix} K_2 L M_2 \\ -P L M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_2^T \end{bmatrix}^T \\ \Phi_{3.22} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 L M_2 \\ -P L M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

设存在正常数项 ε_1 和 ε_2 , 对矩阵 Φ_3 的展开项进行线性化:

$$\Phi_3 \leq O(\varepsilon_1) + O(\varepsilon_2) \quad (A13)$$

其中,

$$\begin{aligned} O_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= O_{11}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + O_{12}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \\ O_{11}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \varepsilon_1^{-1} \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix}^T \\ O_{12}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \varepsilon_2^{-1} \begin{bmatrix} K_2 L M_2 \\ -P L M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 L M_2 \\ -P L M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \\ O_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= O_{21}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + O_{22}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \end{aligned}$$

$$O_{21}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_1^T \end{bmatrix}^T$$

$$O_{22}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ N_2^T \end{bmatrix}^T$$

对式 (A13) 进行处理, 得到 $\Phi_4 \leq 0$ 与式 (A10) 等价:

$$\Phi_4 = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} K_2 L M_2 \\ -P L M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{A14})$$

其中,

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} -I & Q_1 & Q_2 & Q_3 & 0 \\ * & \Theta_{1.22} & P B_f & P B_w & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_2^2 I & B_w^T Q \\ * & * & * & * & \Theta_{1.55} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{1.22} = \Pi_{1.11} + C^T C, \Theta_{1.55} = A^T Q + Q A + G_1 + G_2 + \varepsilon_1 N_1^T N_1 + \varepsilon_2 N_2^T N_2$$

在式 (A14) 中, 令 $\hat{L} = PL$, 则 $L = P^{-1}\hat{L}$, 非线性项 $K_2 L$ 可以写为 $K_2 P^{-1}\hat{L}$. 然后令

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} -I & \Theta_{2.12} & \Theta_{2.13} & -K_2 B_w & 0 \\ * & \Theta_{2.22} & P B_f & P B_w & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma_2^2 I & 0 \\ * & * & * & * & \Theta_{2.55} \end{bmatrix}$$

其中,

$$\begin{aligned} \Theta_{2.12} &= -K_1 - K_2 A, \Theta_{2.13} = -K_2 B_w \\ \Theta_{2.22} &= A^T P - C^T \hat{L}^T + P A - \hat{L} C + C^T C \\ \Theta_{2.55} &= A^T Q + Q A + G_1 + G_2 + \varepsilon_1 N_1^T N_1 + \varepsilon_2 N_2^T N_2 \end{aligned}$$

将式 (A14) 写为两个矩阵之和如下所示:

$$\Phi_5 = \Phi_6 + \Phi_7 \quad (\text{A15})$$

其中,

$$\Phi_6 = \begin{bmatrix} \Theta_2 & \begin{bmatrix} -K_2 M_1 \\ P M_1 \\ 0 \\ 0 \\ Q M_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\hat{L} M_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix}$$

$$\Phi_7 = \begin{bmatrix} 0 & K_2 L C & 0 & 0 & 0 & 0 & K_2 L M_2 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

最后, 可以将 Φ_7 线性化为:

$$\Phi_7 = \Phi_{7.1} + \Phi_{7.2} \quad (\text{A16})$$

其中,

$$\Phi_{7.1} = \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & L C & 0 & 0 & 0 & 0 & L M_2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{7.2} = \begin{bmatrix} 0 \\ C^T L^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_2^T L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

令 $\bar{P} = P^{-1}$, 进而得出:

$$\Phi_{7 \leq \varepsilon_3} = \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_3^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ C^T \hat{L}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_2^T L^T \end{bmatrix} \bar{P} \begin{bmatrix} 0 \\ C^T \hat{L}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_2^T \hat{L}^T \end{bmatrix}^T \quad (\text{A17})$$

□

结合以上推导将式 (A13) 转化为定理 1.

References

- 1 Gao Z W. Fault estimation and fault-tolerant control for discrete-time dynamic systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, **62**(6): 3874–3884
- 2 Rotondo D, Nejari F, Puig V, Blesa J. Model reference FTC for LPV systems using virtual actuators and set-membership fault estimation. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2015, **25**(5): 735–760
- 3 Zhao B, Liu D R, Li Y C. Observer based adaptive dynamic programming for fault tolerant control of a class of nonlinear systems. *Information Sciences*, 2017, **384**: 21–33
- 4 Liu L, Wang Z S, Zhang H G. Adaptive fault-tolerant tracking control for MIMO discrete-time systems via reinforcement learning algorithm with less learning parameters.

- IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*, 2017, **14**(1): 299–313
- 5 Lan J L, Patton R J. A new strategy for integration of fault estimation within fault-tolerant control. *Automatica*, 2016, **69**: 48–59
 - 6 Seron M M, De Doná J A. Robust fault estimation and compensation for LPV systems under actuator and sensor faults. *Automatica*, 2015, **52**(52): 294–301
 - 7 Chen F Y, Jiang R Q, Zhang K K, Jiang B, Tao G. Robust backstepping sliding-mode control and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, **63**(8): 5044–5056
 - 8 Liu L, Wang Z S, Zhang H G. Data-based adaptive fault estimation and fault tolerant control for MIMO model-free systems using generalized fuzzy hyperbolic model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, **26**(6): 3191–3205
 - 9 Jiang B, Staroswiecki M. Adaptive observer design for robust fault estimation. *International Journal of Systems Science*, 2002, **33**(9): 767–775
 - 10 Zhang K, Jiang B, Shumsky A. A new criterion of fault estimation for neutral delay systems using adaptive observer. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(1): 85–91
 - 11 Wang Z H, Rodrigues M, Theilliol D, Shen Y. Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2015, **29**(2): 242–258
 - 12 Qin Li-Guo, He Xiao, Zhou Dong-Hua. A fault estimation method based on robust residual generators. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2015, **49**(6): 768–774 (秦利国, 何潇, 周东华. 一种基于鲁棒残差生成器的故障估计方法. 上海交通大学学报, 2015, **49**(6): 768–774)
 - 13 Liu Shuai, Zhong Mai-Ying. The H_∞ fault estimation for linear discrete time-varying systems. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2007, **37**(3): 36–40 (刘帅, 钟麦英. 线性离散时变系统的 H_∞ 故障估计. 山东大学学报(工学版), 2007, **37**(3): 36–40)
 - 14 Wang Zhan-Shan, Zhang Hua-Guang. Robust fault estimation for a class of nonlinear systems. *Control and Decision*, 2005, **20**(12): 1423–1425, 1433 (王占山, 张化光. 一类非线性系统的鲁棒故障估计. 控制与决策, 2005, **20**(12): 1423–1425, 1433)
 - 15 Han J, Zhang H G, Wang Y C, Liu X H. Robust state/fault estimation and fault tolerant control for T-S fuzzy systems with sensor and actuator faults. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, **353**(2): 615–641
 - 16 Hu Zheng-Gao, Zhao Guo-Rong, Huang Jing-Li, Chen Jie. Fault estimation of continuous-time systems based on second order sliding mode observation. *Control and Decision*, 2014, **29**(12): 2271–2276 (胡正高, 赵国荣, 黄婧丽, 陈洁. 基于二阶滑模观测器的连续系统故障估计. 控制与决策, 2014, **29**(12): 2271–2276)
 - 17 Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers. *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2004, **151**(1): 29–37
 - 18 Haouari F A, Djemai M, Cherki B. Sliding mode observers for T-S fuzzy systems with application to sensor fault estimation. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology. Tlemcen: IEEE, 2015. 1–5
 - 19 Yang J Q, Zhu F L, Wang X, Bu X H. Robust sliding-mode observer-based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems. *International Journal of Control, Automation & Systems*, 2015, **13**(5): 1037–1046
 - 20 Mao Z H, Jiang B. Fault estimation and accommodation for networked control systems with transfer delay. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(7): 738–743
 - 21 Qiu A B, Jiang B, Wen C L, Mao Z H. Fault estimation and accommodation for networked control systems with nonuniform sampling periods. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2015, **29**(4): 427–442
 - 22 Zhao D, Zhou D H, Wang Y Q. Sensor fault reconstruction for a class of 2-D nonlinear systems with application to fault compensation. *Multidimensional Systems & Signal Processing*, 2015, **26**(4): 1061–1080
 - 23 Du D S, Jiang B. Actuator fault estimation and accommodation for switched systems with time delay: discrete-time case. *ISA Transactions*, 2016, **62**: 137–144
 - 24 Liu M, Cao X B, Shi P. Fault estimation and tolerant control for fuzzy stochastic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, **21**(2): 221–229
 - 25 Rotondo D, López-Estrada F R, Nejjari F, Ponsart J C, Theilliol D, Puig V. Actuator multiplicative fault estimation in discrete-time LPV systems using switched observers. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, **353**(13): 3176–3191
 - 26 Zhou Dong-Hua, Shi Jian-Tao, He Xiao. Review of intermittent fault diagnosis techniques for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(2): 161–171 (周东华, 史建涛, 何潇. 动态系统间歇故障诊断技术综述. 自动化学报, 2014, **40**(2): 161–171)
 - 27 Steadman B, Berghout F, Olsen N, Sorensen B. Intermittent fault detection and isolation system. In: Proceedings of the 2008 IEEE AUTOTESTCON. Salt Lake City, UT, USA: IEEE, 2008. 37–40
 - 28 He X, Hu Y Y, Peng K X. Intermittent fault detection for uncertain networked systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, **2013**: Article ID 282168
 - 29 Sedighi T, Phillips P, Foote P D. Model-based intermittent fault detection. *Procedia CIRP*, 2013, **11**: 68–73
 - 30 Owens D H, Li L M, Banks S P. Multi-periodic repetitive control system: a Lyapunov stability analysis for MIMO systems. *International Journal of Control*, 2004, **77**(5): 504–515
 - 31 Wu M, Zhou L, She J H. Design of observer-based H_∞ robust repetitive-control system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(6): 1452–1457
 - 32 Wu M, Yu P, Chen X, She J H. Design of repetitive-control system with input dead zone based on generalized extended-state observer. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, & Control*, 2017, **139**(7): 071008
 - 33 Almer S, Jonsson U. Dynamic phasor analysis of periodic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(8): 2007–2012
 - 34 Zhang P, Ding S X, Liu P. A lifting based approach to observer based fault detection of linear periodic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(2): 457–462
 - 35 Li J Y, Lu R Q, Xu Y, Peng H, Rao H X. Distributed state estimation for periodic systems with sensor nonlinearities and successive packet dropouts. *Neurocomputing*, 2017, **237**: 50–58
 - 36 Shi J T, He X, Zhou D H. Iterative learning based estimation of periodically occurring faults. *IET Control Theory & Applications*, 2016, **10**(2): 244–251

- 37 Deng Guan-Qian, Qiu Jing, Li Zhi, Yan Ning. A survey on intermittent fault diagnosis technology. *Ordnance Industry Automation*, 2015, **34**(1): 15–20
(邓冠前, 邱静, 李智, 颜宁. 间歇故障诊断技术研究综述. 兵工自动化, 2015, **34**(1): 15–20)
- 38 Yan Rong-Yi, He Xiao, Zhou Dong-Hua. Robust detection of intermittent faults of linear discrete-time stochastic systems. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2015, **49**(6): 812–818
(颜榕易, 何潇, 周东华. 线性离散系统间歇故障的鲁棒检测方法. 上海交通大学学报, 2015, **49**(6): 812–818)
- 39 Gao Lin, Liu Xi-Mei, Gu Xing-Sheng. New fault detection and estimation algorithm based on iterative learning. *Control and Decision*, 2010, **25**(8): 1173–1177
(高林, 刘喜梅, 顾幸生. 一种新的基于迭代学习的故障检测和估计算法. 控制与决策, 2010, **25**(8): 1173–1177)
- 40 Cao Wei, Guo Yuan, Sun Ming. Fault estimation for discrete switched system based on iterative learning. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(18): 180202
(曹伟, 郭媛, 孙明. 基于迭代学习的离散切换系统故障估计. 物理学报, 2014, **63**(18): 180202)
- 41 Yan B Y, Wang H F, Wang H Z. A novel approach to fault diagnosis for time-delay systems. *Computers & Electrical Engineering*, 2014, **40**(7): 2273–2284
- 42 Ding S X. *Model-based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms and Tools* (Second Edition). London: Springer, 2013.
- 43 Zhang K, Jiang B, Cocquempot V. Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control Automation & Systems*, 2008, **6**(3): 320–326
- 44 Qiu J Q, Ren M F, Niu Y R, Zhao Y C, Guo Y M. Fault estimation for nonlinear dynamic systems. *Circuits, Systems, & Signal Processing*, 2012, **31**(2): 555–564
- 45 De Loza A F, Cieslak J, Henry D, Dávila J, Zolghadri A. Sensor fault diagnosis using a non-homogeneous high-order sliding mode observer with application to a transport aircraft. *IET Control Theory & Applications*, 2015, **9**(4): 598–607
- 46 Li X J, Yang G H. Fault diagnosis for non-linear single output systems based on adaptive high-gain observer. *IET Control Theory & Applications*, 2013, **7**(16): 1969–1977
- 47 Wang, H, Daley, S. Actuator fault diagnosis: an adaptive observer-based technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, **41**(7): 1073–1078
- 48 Zhang J, Swain A K, Nguang S K. Robust H_∞ adaptive descriptor observer design for fault estimation of uncertain nonlinear systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, **351**(11): 5162–5181
- 49 Zhang K, Jiang B, Cocquempot V. Fast adaptive fault estimation and accommodation for nonlinear time-varying delay systems. *Asian Journal of Control*, 2009, **11**(6): 643–652
- 50 Wu Li-Na. Research on robust fault detection and estimation for uncertain systems based on Model [Ph. D. dissertation], Harbin Institute of Technology, China, 2013
(吴丽娜. 基于模型的不确定系统鲁棒故障检测与估计方法研究 [博士学位论文], 哈尔滨工业大学, 中国, 2013)
- 51 Zhu J W, Yang G H, Wang H, Wang F L. Fault estimation for a class of nonlinear systems based on intermediate estimator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, **61**(9): 2518–2524



冯莉 重庆交通大学交通运输学院讲师. 2017 年获得重庆大学自动化学院控制理论与控制工程系博士学位. 主要研究方向为故障诊断与故障估计.

E-mail: fengli_cqu@126.com

(FENG Li Lecturer at the College of Traffic and Transportation, Chongqing Jiaotong University. She received her

Ph. D. degree from Chongqing University in 2017. Her research interest covers fault diagnosis and fault estimation.)



柴毅 重庆大学自动化学院教授. 2001 年获得重庆大学自动化学院控制理论与控制工程系博士学位. 主要研究方向为信息处理, 融合与控制, 计算机网络与系统控制. 本文通信作者.

E-mail: chaiyi@cqu.edu.cn

(CHAI Yi Professor at the College of Automation, Chongqing University.

He received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2001. His research interest covers information processing, integration and control, computer network and system control. Corresponding author of this paper.)



许水清 合肥工业大学电气与自动化工程学院讲师. 2017 年获得重庆大学控制理论与控制工程系博士学位. 主要研究方向为信号处理, 故障诊断与故障估计.

E-mail: xsqanhu91@gmail.com

(XU Shui-Qing Lecturer at the College of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Techno-

logy. He received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2017. His research interest covers signal processing, fault diagnosis and fault estimation.)



张可 重庆大学自动化学院教授. 2010 年获得重庆大学控制理论与控制工程系博士学位. 主要研究方向为故障诊断与故障估计. E-mail: smeta@163.com

(ZHANG Ke Professor at the College of Automation, Chongqing University. He received his Ph. D. degree from Chongqing University in 2010. His re-

search interest covers fault diagnosis and fault estimation.)



杨志敏 重庆大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为故障诊断.

E-mail: zmyoung@yeah.net

(YANG Zhi-Min Ph. D. candidate at the College of Automation, Chongqing University. His main research interest is fault diagnosis.)