

基于 RISE 反馈的串联弹性驱动器最优控制方法

孙雷^{1,2} 孙伟超^{1,2} 王萌^{1,2} 刘景泰^{1,2}

摘要 串联弹性驱动器 (Series elastic actuator, SEA) 是机器人交互系统中的一种理想力源. 本文针对非线性 SEA 的力矩控制问题提出一种基于 RISE (Robust integral of the sign of the error) 反馈的最优控制方法, 能够克服模型参数不确定和有界扰动, 实现 SEA 输出力矩在交互过程中快速平稳地收敛到期望值. 具体来说, 首先对 SEA 的模型进行分析和变换; 然后假设模型参数和扰动均已知, 并在此基础上基于二次型指标设计最优控制律; 之后基于 RISE 反馈重新设计控制律抵消模型参数不确定性和有界扰动, 基于 Lyapunov 理论分析控制器的收敛性和信号的有界性, 实验结果表明这种基于 RISE 反馈的最优控制方法具有良好的控制性能和对有界扰动的鲁棒性.

关键词 串联弹性驱动器, 最优控制, RISE, 力矩控制

引用格式 孙雷, 孙伟超, 王萌, 刘景泰. 基于 RISE 反馈的串联弹性驱动器最优控制方法. 自动化学报, 2018, 44(12): 2170–2178

DOI 10.16383/j.aas.2018.c170146

Optimal Control for Series Elastic Actuator Using RISE Feedback

SUN Lei^{1,2} SUN Wei-Chao^{1,2} WANG Meng^{1,2} LIU Jing-Tai^{1,2}

Abstract Series elastic actuator (SEA) is an ideal power source in robots interaction systems. Aiming at SEA torque control, an optimization scheme with an RISE (robust integral of the sign of the error) feedback structure is proposed to ensure the output of SEA asymptotically tracks a desired time-varying torque despite uncertainties in the dynamics like bounded disturbance or parametric uncertainty. Specifically, the generic dynamics of SEA system is described and some analysis and transformation operations are performed. The system in which all terms are assumed to be known is feedback linearized and a control law is developed using the optimization method for a given quadratic performance index. Then the control law is modified to contain the RISE feedback term for identifying the uncertainty. At last, a Lyapunov stability analysis is included to show that the tracking error converges to zero with all signals bounded. Experiment results show that the suggested controller achieves satisfactory control performance and strong robustness to disturbance.

Key words Series elastic actuator (SEA), optimal control, robust integral of the sign of the error (RISE), torque control

Citation Sun Lei, Sun Wei-Chao, Wang Meng, Liu Jing-Tai. Optimal control for series elastic actuator using RISE feedback. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(12): 2170–2178

近年来, 采用串联弹性驱动器 (Series elastic actuator, SEA) 的柔性关节机器人由于具有良好的柔顺性和安全交互能力而得到关注. SEA 是一种将弹性组件串联于电机和负载之间的柔性驱动器, 弹性组件的引入, 使得机器人的输出呈现被动柔性, 进而确保机器人与环境和人能够进行安全的物理接触. 另外, 弹性组件的形变量与输出力矩呈对应关系, 通过对弹性组件的测量与控制可以使系统具有高精度

的力/力矩输出. 基于以上优点, 串联弹性驱动器可以被当做理想力源应用于机器人交互系统^[1–5].

针对 SEA 的力/力矩控制问题, 国内外研究者已经提出了很多控制策略. 首先, Pratt 等在提出 SEA 概念的时候提出了一种前馈补偿与 PID 反馈相结合的控制策略^[6]. 随后, Pratt 等又提出了级联 PID 控制方法^[7], 其中位置控制和力矩控制分别作为控制的内外环. 之后, 很多改进的级联 PID 控制策略相继被提出^[8–10]. 由于结构简单, 便于应用, 级联 PID 控制方法目前被广泛应用于 SEA 的力/力矩控制^[1, 11]. 为了提升系统的鲁棒性, Kong 等^[12–13]提出了基于线性扰动观测器 (Linear disturbance observer, LDOB) 的控制方法; Yoo 等^[14]提出了基于内部补偿器 (Robust internal-loop compensator, RIC) 的控制方法, 其原理类似于 LDOB. 除此之外, 一系列先进控制策略, 例如自适应控制^[15]、滑模控制^[16]、 \mathcal{H}_2 最优控制^[17]、神经网络^[18] 等, 也都被应

收稿日期 2017-03-17 录用日期 2017-09-15
Manuscript received March 17, 2017; accepted September 15, 2017

国家自然科学基金 (61573198) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61573198)

本文责任编辑 郭戈
Recommended by Associate Editor GUO Ge

1. 南开大学机器人与信息自动化研究所 天津 300350 2. 天津市智能机器人技术重点实验室 天津 300350

1. Institute of Robotics and Automatic Information System, Nankai University, Tianjin 300350 2. Tianjin Key Laboratory of Intelligent Robotics, Tianjin 300350

用于 SEA 的控制问题上, 并取得了不错的效果.

值得指出的是, 包括上述列举的方法在内, 已有的绝大多数 SEA 力/力矩控制方法都是针对线性 SEA 模型, 即 SEA 的输出力矩与电机和负载端的相对转角呈线性关系. 然而, 一些非线性 SEA 具有更高的能量密度和仿生特性, 其力/力矩输出与电机和负载的相对转角呈现非线性关系, 在一些文献中, 该类驱动器也被称作 Variable stiffness/impedance actuator (VSA/VIA)^[19-21]. 显然, 非线性 SEA 的力/力矩控制问题更具挑战性, 目前该方面的研究相对较少. 文献 [22-25] 应用级联 PID 控制方法来控制非线性 SEA, 对于复杂模型来说, PID 控制是一种简单有效的控制方法, 但该方法缺少理论分析; 文献 [24-25] 提出一种模型线性化的方法, 将表示 SEA 力矩输出特性的非线性函数进行局部线性化, 之后再利用线性系统理论分别设计 LDOB 和控制器使系统稳定, 但是该控制方法最大的不足在于只能确保系统在局部稳定; 文献 [26-27] 分别针对投掷和敲击任务, 提出了基于最优控制理论的控制方法, 该方法在分析过程中假定负载端的动力学模型已知, 所以无法应对在碰撞等交互应用中负载端动力学模型剧烈变化的情况; 文献 [28-29] 提出了一种基于延时估计的控制方法, 但该类方法只能保证控制误差全局最终一致有界 (Globally, uniformly, ultimately bounded, GUUB); 文献 [30] 提出了一种基于非线性扰动观测器 (Nonlinear disturbance observer, NDOB) 的滑模控制方法, 但该方法对 SEA 动力学建模中潜在的内外扰动缺乏有效分析.

考虑到上述问题, 本文提出一种基于 RISE (Robust integral of the sign of the error) 反馈的最优控制方法, 保证在存在模型参数不确定和有界扰动的情况下, SEA 的输出力矩在交互过程中能够快速达到期望值. 具体来说, 首先对 SEA 的模型进行分析和变换; 然后假设模型参数和扰动均已知, 并在此基础上基于 HJB 最优控制理论设计最优控制律; 之后基于 RISE 反馈重新设计控制器抵消模型参数不确定性和有界扰动, 基于 Lyapunov 理论分析控制器的收敛性和信号的有界性; 最后与级联 PID 的控制性能进行实验对比.

本文的其他部分组织如下: 第 1 节通过对 SEA 的动力学模型进行分析和变换, 对其控制问题进行详尽描述; 第 2 节假设系统模型完全已知, 并在此基础上设计最优控制律; 第 3 节基于 RISE 反馈来修正控制输入, 使得模型的不确定项能被抵消掉; 第 4 节稳定性和信号有界性分析; 第 5 节给出与级联 PID 的实验对比结果, 验证算法的有效性; 第 6 节是对本文主要工作的总结和展望.

1 问题描述

本文的研究对象为旋转型非线性 SEA, 即 SEA 的输出力矩与转角差之间呈非线性关系. 模型如下:

$$\begin{aligned} J_M \ddot{\theta}_M + c_M \dot{\theta}_M + \tau_{SEA} + q_1(t) &= \tau \\ J_L \ddot{\theta}_L + c_L \dot{\theta}_L + q_2(t) &= \tau_{SEA} \\ \tau_{SEA} &= f(\varphi) \\ \varphi &= \theta_M - \theta_L \end{aligned} \quad (1)$$

其中, θ_M 和 θ_L 分别表示电机端和负载端的转角, φ 表示电机端和负载端的转角差, J_M 和 J_L 分别表示电机端和负载端的转动惯量, c_M 和 c_L 分别表示电机端和负载端的科氏力等因素, τ_{SEA} 表示 SEA 的输出力矩, 与 φ 呈非线性关系, $q_1(t)$ 和 $q_2(t)$ 分别表示电机端和负载端的未建模项、参数摄动项和扰动项, 有界且其各阶导数也有界, τ 表示控制输入, 如图 1 所示.

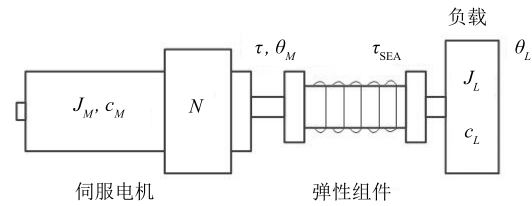


图 1 SEA 示意图

Fig. 1 Structure of SEA

控制任务为: 存在模型参数不确定和有界扰动时, 设计合适的控制器, 使得 $\tau_{SEA} \rightarrow \tau_{SEA,d}$. 为此, 做如下合理假设:

假设 1. τ_{SEA} 与 φ 之间为一一对应的映射关系, 对应关系 f 有界, 且 f 的导数也有界;

假设 2. 期望力矩及其 1, 2, 3, 4 阶导数均有界. 由于输出力矩与转角差一一对应, 因此有 $\varphi_d = f^{-1}(\tau_{SEA,d})$, 进而有

$$\tau_{SEA} \rightarrow \tau_{SEA,d} \Leftrightarrow \varphi \rightarrow \varphi_d$$

基于以上分析, 可将力矩控制和跟踪问题转化为转角差的控制和跟踪问题. 因此相应地将模型变化为如下形式:

$$J_M \ddot{\varphi} + c_M \dot{\varphi} + f(\varphi) + J_M \ddot{\theta}_L + c_M \dot{\theta}_L + q_1(t) = \tau \quad (2)$$

令 $d = J_M \ddot{\theta}_L + c_M \dot{\theta}_L + q_1(t)$, 则有

$$J_M \ddot{\varphi} + c_M \dot{\varphi} + f(\varphi) + d(t) = \tau \quad (3)$$

在实际交互场景中, 负载端模型中的 J_L 和 c_L 等参数会发生不确定性变化, 上述变换后的模型不

包括负载端信息, 可以从理论上消除负载端模型的不确定性对于系统的影响. 不论负载端如何变化, 控制任务始终是 $\varphi \rightarrow \varphi_d$ ($\tau_{SEA} \rightarrow \tau_{SEA,d}$). 上述模型中的集总扰动项 $d(t)$ 包括负载的速度和加速度、模型误差等信息, 弹性元件的引入使系统呈现出低阻抗和能量缓冲特性, 这使得在实际物理交互过程中, 扰动项的变化并非瞬间完成, 尤其是在人机交互过程中, 交互产生的扰动的频率及幅值都相对较小, 因此对于扰动项有以下说明:

假设 3. 集总扰动项 $d(t)$ 及其 1 阶和 2 阶变化率均有界.

综上, 控制问题描述为: 针对系统 (3), 设计合适的控制律, 使得系统能在克服扰动项 $d(t)$ 的同时实现 $\varphi \rightarrow \varphi_d$.

2 最优控制律设计

前面的分析已将力矩跟踪转化为转角差跟踪, 因此定义跟踪误差 e_1 及辅助变量 e_2 为

$$e_1 = \varphi_d - \varphi \quad (4)$$

$$e_2 = \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 \quad (5)$$

其中, α_1 为待计算的正常数.

$$r = \dot{e}_2 + \alpha_2 e_2 \quad (6)$$

其中, α_2 为正常数.

将控制误差变换为状态空间表达式. 由式 (3) ~ (5) 可得

$$J_M \dot{e}_2 = -c_M e_2 - \tau + h + d \quad (7)$$

其中,

$$h = J_M(\ddot{\varphi}_d + \alpha_1 \dot{e}_1) + c_M(\dot{\varphi}_d + \alpha_1 e_1) + f(\varphi) \quad (8)$$

暂时假设动态模型 (3) 中各项均已知, 设计控制律如下:

$$\tau = h + d - u \quad (9)$$

则有

$$J_M \dot{e}_2 = -c_M e_2 + u \quad (10)$$

结合式 (5) 和式 (10) 有

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (11)$$

$$\text{其中, } A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 \\ 0 & -J_M^{-1}c_M \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ J_M^{-1} \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}.$$

在此基础上, 引入二次型控制指标

$$J(u) = \int_0^{\infty} L(z, u) dt = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2} z^T Q z + \frac{1}{2} u^T R u \right) dt \quad (12)$$

其中, $Q > 0, R > 0$. 控制问题转化为设计 u 使得 $J(u)$ 最小, 记最优控制律为 $u^*(t)$. 上述指标不包含重力及扰动项, 因为在实际中很难获得这些项.

上述最优控制问题有解, 即 $u^*(t)$ 存在的充要条件是存在 $V = V(z, t)$ 满足 HJB 方程^[31]

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} + \min_u \left[H(z, u, \frac{\partial V(z, t)}{\partial z}, t) \right] = 0 \quad (13)$$

其中,

$$H \left(z, u, \frac{\partial V(z, t)}{\partial z}, t \right) = L(z, u) + \frac{\partial V(z, t)}{\partial z} \dot{z} \quad (14)$$

而

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = z^T P \quad (15)$$

可以证明

$$V = \frac{1}{2} z^T P z = \frac{1}{2} z^T \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & J_M \end{bmatrix} z \quad (16)$$

满足上述 HJB 方程, 其中, K 为待计算的参数. 证明如下:

由于 u 无约束, 因此 $H(z, u, \frac{\partial V(z, t)}{\partial z}, t)$ 取最小值时, 有

$$\frac{\partial H}{\partial u} \left(z, u, \frac{\partial V(z, t)}{\partial z}, t \right) = 0 \quad (17)$$

将式 (11), (14) 和 (15) 代入上式, 得

$$Ru + B^T P z = 0 \quad (18)$$

解得

$$u^*(t) = -R^{-1} B^T P z(t) = -R^{-1} e_2 \quad (19)$$

对哈密顿函数求二次偏导, 可知

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \left(z, u, \frac{\partial V(z, t)}{\partial z}, t \right) = R > 0 \quad (20)$$

即哈密顿函数关于 u 的一阶偏导单调递增, 进而可知 u^* 是其最小值点. 另外值得注意的是, 被控对象为多关节 SEA, 仍然有此结论, 推导过程类似.

从上述推导过程可以看出, $V(z, t)$ 的存在性依赖于式 (13) 有解, 即矩阵 P 需存在, 下面证明 P 应满足的条件和其存在性.

由式 (13) 可得

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} + L(z, u^*) + \frac{\partial V}{\partial z} \dot{z} = 0 \quad (21)$$

联立 $L(z, u)$ 的表达式和式 (11), (15), (21), 可得

$$z^T P A z + \frac{1}{2} z^T \left(\dot{P} + Q - P B R^{-1} B^T P \right) z = 0 \quad (22)$$

而 $z^T P A z = \frac{1}{2} z^T P A z + \frac{1}{2} z^T A^T P z$, 代入式 (22), 得

$$\frac{1}{2} z^T \left(\dot{P} + A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P \right) z = 0 \quad (23)$$

由上式知, 若矩阵 P 为代数里卡蒂方程的解, 则其满足式 (23). 将 A, B, P, Q 的表达式代入上式, 得

$$\begin{bmatrix} -K\alpha_1 - \alpha_1 K & K \\ K & -2c_M - R^{-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

上述矩阵方程意味着, 矩阵 Q 半正定的前提下, 应有

$$\begin{aligned} K &= -Q_{12} \\ 2\alpha_1 K &= Q_{11} \\ R^{-1} + 2c_M &= Q_{22} \end{aligned} \quad (25)$$

显然存在这样的参数. 因此, 当式 (25) 得到满足时, 式 (19) 所示的控制律能使式 (12) 中的 $J(u)$ 最小.

3 基于 RISE 反馈的控制输入修正

上一节中的控制律 (19) 能使式 (12) 达到最小, 但是式 (9) 中, τ 的表达式中 d 是未知的, 因此控制律 (9) 无法直接应用. 因此做如下修正:

由式 (6) 和式 (7), 可得

$$J_M r = -c_M e_2 - \tau + h + d + \alpha_2 J_M e_2 \quad (26)$$

设计控制输入

$$\tau = \eta - u \quad (27)$$

代入式 (26), 得

$$J_M r = -c_M e_2 + \bar{h} + \delta_d + d + u - \eta + \alpha_2 J_M e_2 \quad (28)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{h} &= h - \delta_d \\ \delta_d &= J_M \ddot{\varphi}_d + c_M \dot{\varphi}_d + f(\varphi_d) \end{aligned}$$

对式 (28) 求导, 得

$$J_M \dot{r} = \tilde{N} + N_D - e_2 - R^{-1} r - \dot{\eta} \quad (29)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{N} &= -c_M \dot{e}_2 + \dot{\bar{h}} + \alpha_2 J_M \dot{e}_2 + e_2 + \alpha_2 R^{-1} e_2 \\ N_D &= \dot{\delta}_d + \dot{d} \end{aligned}$$

根据假设 1 和假设 2 及 \tilde{N} 的表达式, 可知存在全局可逆非减的正函数 $\rho(\|y\|) \in \mathbf{R}^+$ 和正常数 ζ_1, ζ_2 , 使得

$$\begin{aligned} \|\tilde{N}\| &\leq \rho(\|y\|)\|y\| \\ \|N_D\| &\leq \zeta_1 \\ \|\dot{N}_D\| &\leq \zeta_2 \end{aligned} \quad (30)$$

其中,

$$y = [e_1, e_2, r]^T$$

控制输入修正部分为

$$\begin{aligned} \eta(t) &= (k_s + 1)e_2(t) - (k_s + 1)e_2(0) + \\ &\int_0^t [(k_s + 1)\alpha_2 e_2(\sigma) + \beta \operatorname{sgn}(e_2(\sigma))] d\sigma \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数, β 满足

$$\beta > \zeta_1 + \frac{\zeta_2}{\alpha_2} \quad (32)$$

k_s 为正常数控制增益. 将上式代入式 (29), 可得闭环系统的动态方程为

$$\begin{aligned} J_M \dot{r} &= \tilde{N} + N_D - e_2 - \\ &R^{-1} r - (k_s + 1)r - \beta \operatorname{sgn}(e_2) \end{aligned} \quad (33)$$

4 稳定性分析

可以证明, 式 (19), (27) 和 (31) 构成的控制输入可以使

$$e_1(t), e_2(t), r(t) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty \quad (34)$$

同时, 控制输入有界. 证明如下:

首先引入辅助变量 $L(t)$ 为

$$L(t) = r(N_D - \beta \operatorname{sgn}(e_2)) \quad (35)$$

则有

$$\begin{aligned} \int_0^t L(\sigma) d\sigma &= \int_0^t (\dot{e}_2 + \alpha_2 e_2)(N_D - \beta \operatorname{sgn}(e_2)) d\sigma = \\ &= \int_0^t \dot{e}_2 N_D d\sigma - \int_0^t \beta \dot{e}_2 \operatorname{sgn}(e_2) d\sigma + \\ &= \int_0^t \alpha_2 e_2 N_D d\sigma - \int_0^t \alpha_2 \beta e_2 \operatorname{sgn}(e_2) d\sigma = \\ &= N_D e_2 \Big|_0^t - \int_0^t e_2 \dot{N}_D d\sigma - \beta |e_2| \Big|_0^t + \\ &= \int_0^t \alpha_2 e_2 N_D d\sigma - \int_0^t \alpha_2 \beta |e_2| d\sigma \leq \\ &= \beta |e_2(0)| - N_D(0) e_2(0) + \\ &= |e_2(t)| (|N_D(t)| - \beta) + \\ &= \int_0^t \alpha_2 |e_2| \left(|N_D| + \frac{|\dot{N}_D|}{\alpha_2} - \beta \right) d\sigma \leq \\ &= \beta |e_2(0)| - N_D(0) e_2(0) \end{aligned}$$

定义

$$O(t) = \beta |e_2(0)| - N_D(0) e_2(0) - \int_0^t L(\sigma) d\sigma \quad (36)$$

定义向量

$$\Phi(t) = \left[y^T(t), \sqrt{O(t)} \right]^T \quad (37)$$

选取 Lyapunov 候选函数为

$$V_L(\Phi, t) = e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} J_M r^2 + O \quad (38)$$

则有

$$\lambda_1 \|\Phi\|^2 \leq V_L(\Phi, t) \leq \lambda_2 \|\Phi\|^2 \quad (39)$$

其中, $\lambda_1 = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2} J_M \right\}$, $\lambda_2 = \max \left\{ 1, \frac{1}{2} J_M \right\}$.

对 Lyapunov 候选函数求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_L(\Phi, t) &= 2e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + J_M r \dot{r} + \dot{O} = \\ &= -2\alpha_1 e_1^2 + 2e_1 e_2 - \alpha_2 e_2^2 + e_2 r + \\ &= r \tilde{N} + r N_D - r e_2 - R^{-1} r^2 - \\ &= (k_s + 1) r^2 - r \beta \operatorname{sgn}(e_2) - L(t) = \\ &= -2\alpha_1 e_1^2 + 2e_1 e_2 - \alpha_2 e_2^2 + \\ &= r \tilde{N} - R^{-1} r^2 - (k_s + 1) r^2 \leq \\ &= -(2\alpha_1 - 1) e_1^2 - (\alpha_2 - 1) e_2^2 - \\ &= (1 + R^{-1}) r^2 + k_s r^2 + r \tilde{N} \leq \\ &= -\lambda_3 \|y\|^2 - [k_s r^2 - \rho(\|y\|) |r| \|y\|] \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\lambda_3 \|y\|^2 + \frac{\rho^2(\|y\|) \|y\|^2}{4k_s} &\leq \\ -c \|y\|^2 &= -U(\Phi) \end{aligned}$$

其中, $\lambda_3 = \min \{2\alpha_1 - 1, \alpha_2 - 1, 1 + R^{-1}\}$.

为保证 λ_3 为正数, 要求

$$\alpha_1 > 0.5, \quad \alpha_2 > 1 \quad (40)$$

为保证 $U(\Phi)$ 半正定, 即常数 $c > 0$, 则应有 $\|y\| \leq \rho^{-1}(2\sqrt{k_s \lambda_3})$. 为此, 定义区域

$$\mathcal{D} = \left\{ \Phi \in \mathbf{R}^4 \mid \|\Phi\| \leq \rho^{-1}(2\sqrt{k_s \lambda_3}) \right\}$$

于是, 当 $\Phi \in \mathcal{D}$ 时, $V_L(\Phi, t) \in \mathcal{L}_\infty$, 进而推得 $e_1(t) \in \mathcal{L}_\infty$, $e_2(t) \in \mathcal{L}_\infty$, $r(t) \in \mathcal{L}_\infty$. 由式 (5) 和式 (6) 可知 $\dot{e}_1(t) \in \mathcal{L}_\infty$, $\dot{e}_2(t) \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (4), (5) 和 (6) 可知 $\varphi \in \mathcal{L}_\infty$, $\dot{\varphi} \in \mathcal{L}_\infty$, $\ddot{\varphi} \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (3) 可知 $\tau \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (19) 可知 $u \in \mathcal{L}_\infty$, 进而 $\dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$ 且 $\eta \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (31) 可得 $\dot{\eta} \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (9) 可知 $h \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (8) 可计算得 $\dot{h} \in \mathcal{L}_\infty$; 由式 (33) 可知 $\dot{r} \in \mathcal{L}_\infty$. 所以 $U(\Phi)$ 在 \mathcal{D} 上一致连续.

定义区域

$$\mathcal{S} = \left\{ \Phi(t) \in \mathcal{D} \mid U_2(\Phi(t)) \leq \lambda_1 \left(\rho^{-1}(2\sqrt{k_s \lambda_3}) \right)^2 \right\}$$

由类不变定理可知

$$c \|y\|^2 \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \quad \forall y(0) \in \mathcal{S}$$

则 $\forall y(0) \in \mathcal{S}$, 有

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} r(t) &= 0 \end{aligned}$$

则由 $e_2(t)$ 和 $r(t)$ 的定义式可知

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_1(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{e}_1(t) &= 0 \end{aligned}$$

由式 (19) 可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u^*(t) = 0$$

进而由式 (26) 可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = h + d$$

可以调整 k_s 的值, 使得 $y(0) \in \mathcal{S}$.

综上所述, 即使存在模型参数不确定和未知有界扰动, 由式 (19), (27) 和 (31) 构成的控制输入, 当其参数满足式 (25), (32) 和 (40) 的约束时, 能够实现最优控制且跟踪误差以及跟踪误差的 1 阶和 2 阶导数都渐近收敛至 0.

5 实验验证

本文整合了最优控制原理与 RISE 控制策略, 其中 RISE 方法具有辨识系统未知模型并且消除系统扰动的作用, 在上面分析中使用李雅普诺夫方法证明了 RISE 反馈能够渐近辨识系统未知项和扰动项, 从理论上证明了系统控制律最终精确收敛到最优控制律. 下面用一组仿真实验来验证系统存在扰动时控制策略的最优性. 在 SEA 系统中加入扰动 $d(t) = 0.1 + 0.5 \sin(2\pi t)$ 之后进行阶跃信号响应测试, 图 2 是阶跃信号跟随情况, 图 3 是 RISE 反馈项与实际的 $h(t) + d(t)$ 的对比结果. 仿真结果中 RISE 反馈项能够有效修正 $h(t) + d(t)$, 误差收敛于零. 验证了最终控制律会收敛于最优控制律, 系统在考虑了不确定干扰之后仍具有最优性.

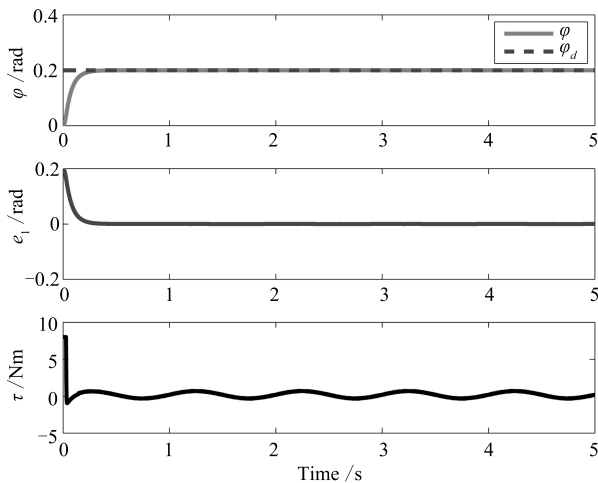


图 2 阶跃信号仿真结果
Fig.2 Simulink result of step signal

为了进一步验证本文方法的有效性, 本节在自主搭建的单关节 SEA 平台上进行实验验证.

如图 4 所示, 本文的 SEA 系统由 Maxon 直流伺服电机驱动 (减速比 $N = 100:1$), 电机端安装增量式编码器 (4000PPR), 负载端安装有绝对值编码器 (4096PPR). 弹性装置安装在电机与负载之间, 弹性主要有三个压簧提供. 当电机与负载发生相对转动时, 滚轮会沿着圆弧轨道运动, 压缩三个弹簧, 弹簧的压缩会对负载产生力矩, 详见图 5.

根据图 5, 该 SEA 系统的输出力矩和相对转角的关系如下:

$$\sin \theta = \frac{c\varphi}{R-r} \tag{41}$$

$$\Delta y = (R-r)(1-\cos \theta) \tag{42}$$

$$F = 3K_s \Delta y \tag{43}$$

$$\tau_{SEA} = Fc \tan \theta \tag{44}$$

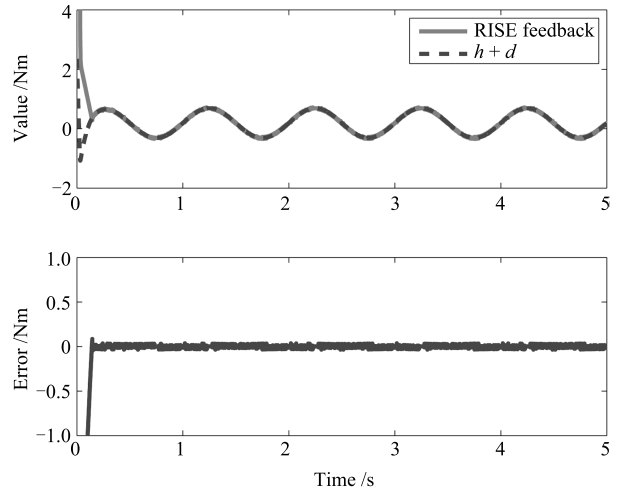


图 3 RISE 反馈项与实际未知项对比结果
Fig.3 Comparison result of RISE feedback term with disturbance term

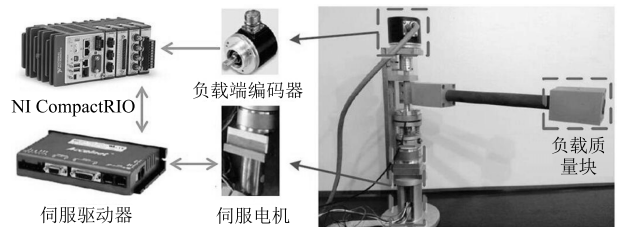


图 4 SEA 实验平台
Fig.4 SEA testbed

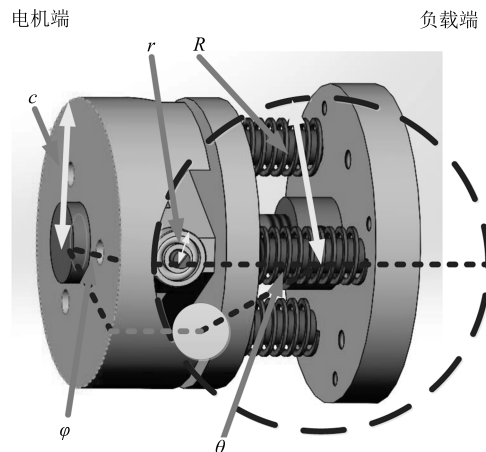


图 5 SEA 弹性结构
Fig.5 Elastic structure of SEA

由此可得 SEA 输出力矩与转角差的关系为

$$\tau_{SEA} = 3K_s c(R-r)(\tan \theta - \sin \theta) = 3K_s c^2 \left[\frac{\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{c\varphi}{R-r}\right)^2}} - \varphi \right] \quad (45)$$

式中, θ 表示滚轮在圆弧轨道滚动的角度; R , r 分别表示圆弧轨道和滚轮的半径; Δy 表示弹簧的压缩量; F 表示三个弹簧压缩产生的合力. 该模型的正确性已经在文献 [32] 中得到实验验证, 为 SEA 力矩控制打下了基础.

为了体现本文方法的有效性, 在实验时与文献 [20] 中的级联 PID 控制方法进行了比较 (级联 PID 控制方法作为一种简单有效的输出反馈控制策略, 被广泛用于 SEA 的力矩控制中). 本文应用的 SEA 相关机械参数如表 1 所示, 实验采用 NI CompactRIO 控制器, 控制周期 1 ms, 经过调节, 本文设计的控制器参数为 $\alpha_1 = 30$, $\alpha_2 = 5$, $\beta = 20$, $k_s = 5$; 级联 PID 力矩控制参数为 $k_{op} = 10$, $k_{oi} = 3$, $k_{od} = 0.5$, 速度环控制参数为 $k_{ip} = 3$, $k_{ii} = 1$, $k_{id} = 0$.

表 1 SEA 机械参数

Table 1 Mechanical parameter of SEA

Parameter	Value	Unit
J_M	0.082	kgm ²
c_M	0.75	kgm ² /s
K_s	13 600	N/m
c	0.018	m
R	0.020	m
r	0.005	m

实验 1. 环境交互模拟

在本组试验中, 模拟串联弹性驱动器负载端与环境交互的情形, 与传统的级联 PID 控制策略进行了实验对比. 具体操作如下: 负载在初始时刻被挡板挡住, 之后输入阶跃信号, 待负载稳定后撤去挡板, 负载在 SEA 驱动下短暂运动一段时间后与另一挡板发生碰撞. 通过分析可以发现, 在挡板没被撤掉之前的过程可以看作系统对阶跃信号的调节控制, 系统集总扰动项 $d(t)$ 未知, 可用来验证存在模型不确定情况下的系统的响应能力. 在之后的释放和碰撞过程中, 负载端动力学模型中的 J_L , c_L 等参数会发生两次突变, 系统模型发生不确定性变化, 可用来描述 SEA 与环境发生物理交互时的情形.

在 $t = 0$ s 时输入幅值为 0.2 rad 的阶跃信号, 从实验结果图 6 可以看出, 在阶跃响应阶段, 本文提出的控制策略调节时间为 0.2 s, 超调量约为 4%,

级联 PID 控制策略调节时间约为 0.4 s, 超调量约为 20%, 本文控制方法较级联 PID 控制策略收敛速度更快, 且超调较小. 在释放与碰撞阶段, 面对相同扰动时, 本文方法输出波动较小, 能够更快地恢复到期望值; 而级联 PID 控制策略控制器性能明显下降, SEA 输出力矩波动明显且需要较长的时间才能恢复到期望值. 本组实验充分说明了本文方法能够更好地应对存在模型不确定性与环境交互时负载端模型剧烈变化的情况, 拥有更强的鲁棒性, 更适用于交互式机器人系统.

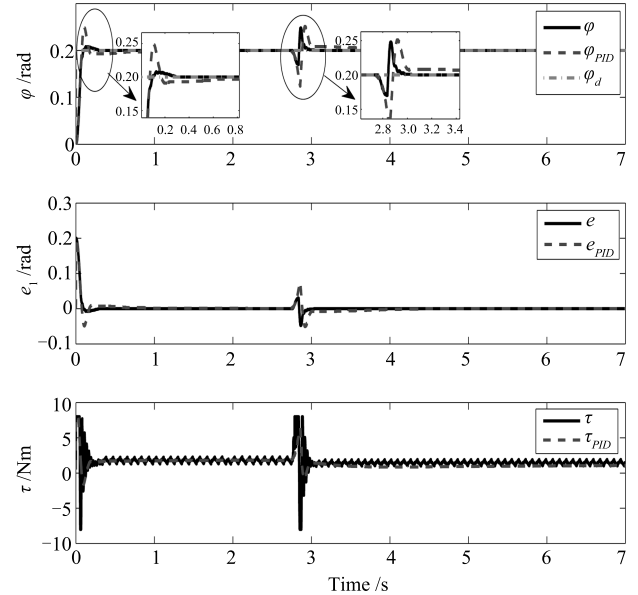


图 6 环境交互实验结果

Fig. 6 Experiment result of robot-environment-interaction

实验 2. 人机交互模拟

在人机交互情景中, 零阻抗控制常用来评价控制器的性能指标, 在本组试验中采用零阻抗控制来模拟人机交互. 在实验过程中, 驱动器输出力矩设定为零, 人手持负载做无规则往复运动, 控制策略的性能表现为电机对负载的跟随效果.

从实验结果可以看出, 负载跟随人做无规则往复运动时, 电机能够有效地跟随负载, 跟随误差约为 0.01 rad, 转角差 φ 被控制在很小的范围内, 对应 SEA 输出力矩很小, 并且输入较为平滑合理, 表现出控制系统对于误差和输入的优化. 图 7 和图 8 是负载与人交互时的运动情况与电机的跟随效果. 实验结果表明, 本文提出的控制方法具有良好的顺应性与低阻抗特性, 在实际 SEA 交互系统中具有良好的应用价值.

6 结论

针对 SEA 的力矩控制问题, 本文提出一种基于

RISE 反馈的最优控制策略. 首先假设系统模型参数和扰动均已知, 在此基础上基于最优控制理论设计最优控制律, 之后基于 RISE 反馈对控制律进行修正, 文中对跟踪误差的收敛性及信号的有界性进行了严格的数学分析. 通过仿真实验验证了 RISE 反馈项能够渐近辨识模型未知参数和有界扰动, 系统控制律最终收敛到最优控制律, 算法在存在未知扰动情况下仍具有最优性. 最后通过环境交互实验与人机交互实验, 验证了算法在实际平台上的有效性. 在接下来的工作中, 我们将对多关节 SEA 机器人的力矩控制问题及其应用展开研究.

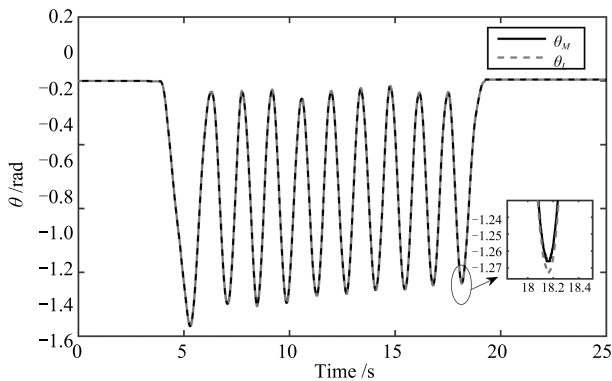


图 7 电机与负载运动情况

Fig. 7 Motion result of motor and load

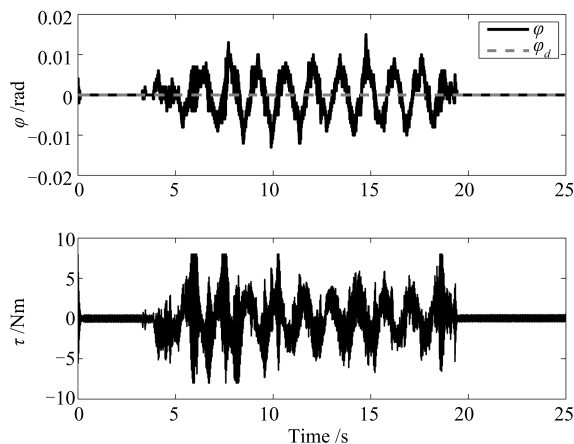


图 8 人机交互实验结果

Fig. 8 Experiment result of human-robot-interaction

References

- Veneman J F, Ekkelenkamp R, Kruidhof R, Van Der Helm F C, Van Der Kooij H. A series elastic- and Bowden-cable-based actuation system for use as torque actuator in exoskeleton-type robots. *International Journal of Robotics Research*, 2006, **25**(3): 261–281
- Vallery H, Veneman J F, Van Asseldonk E, Buss R M, Van Der Kooij H. Compliant actuation of rehabilitation robots. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2008, **15**(3): 60–69
- Sulzer J S, Roiz R A, Peshkin M A, Patton J L. A highly backdrivable, lightweight knee actuator for investigating gait in stroke. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, **25**(3): 539–548
- Mathijssen G, Lefeber D, Vanderborght B. Variable recruitment of parallel elastic elements: series-parallel elastic actuators (SPEA) with dephased mutilated gears. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, **20**(2): 594–602
- Pfeifer S, Pagel A, Riemer R, Vallery H. Actuator with angle-dependent elasticity for biomimetic transfemoral prostheses. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, **20**(3): 1384–1394
- Pratt G A, Williamson M M. Series elastic actuators. In: *Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 95*. Pittsburgh, PA, USA: IEEE, 1995. 399–406
- Pratt G A, Willison P, Bolton C, Hofman A. Late motor processing in low-impedance robots: impedance control of series-elastic actuators. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. Boston, MA, USA: IEEE, 2004. 3245–3251
- Wyeth G. Control issues for velocity sourced series elastic actuators. In: *Proceedings of the 2006 Australasian Conference on Robotics and Automation*. Auckland, New Zealand: Australian Robotics and Automation Association Inc., 2006. 1–6
- Wyeth G. Demonstrating the safety and performance of a velocity sourced series elastic actuator. In: *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Pasadena, CA, USA: IEEE, 2008. 3642–3647
- Vallery H, Ekkelenkamp R, Van der Kooij H, Buss M. Passive and accurate torque control of series elastic actuators. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. San Diego, CA, USA: IEEE, 2007. 3534–3538
- Tagliamonte N L, Accoto D. Passivity constraints for the impedance control of series elastic actuator. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2013, **228**(3): 138–153
- Kong K, Bae J, Tomizuka M. Control of rotary series elastic actuator for ideal force-mode actuation in human-robot interaction applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2009, **14**(1): 105–118
- Kong K, Bae J, Tomizuka M. A compact rotary series elastic actuator for human assistive systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, **17**(2): 288–297
- Yoo S, Chung W K. SEA force/torque servo control with model-based robust motion control and link-side motion feedback. In: *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Seattle, WA, USA: IEEE, 2015. 1042–1048
- Calanca A, Fiorini P. Human-adaptive control of series elastic actuators. *Robotica*, 2014, **32**(8): 1301–1316
- Bae J, Kong K, Tomizuka M. Gait phase-based smoothed sliding mode control for a rotary series elastic actuator installed on the knee joint. In: *Proceedings of the 2010 American Control Conference (ACC)*. Baltimore, MD, USA: IEEE, 2010. 6030–6035

- 17 Misgeld B J E, Pomprapa A, Leonhardt S. Robust control of compliant actuators using positive real H_2 -controller synthesis. In: Proceedings of the 2014 American Control Conference (ACC). Portland, OR, USA: IEEE, 2014. 5477–5483
- 18 Zhu Qiu-Guo, Xiong Rong, Lv Cheng-Jie, Mao Yi-Chao. Novel series elastic actuator design and velocity control. *Electric Machines and Control*, 2015, **19**(6): 83–88
(朱秋国, 熊蓉, 吕铨杰, 毛翊超. 新型串联弹性驱动器设计与速度控制. *电机与控制学报*, 2015, **19**(6): 83–88)
- 19 Wolf S, Hirzinger G. A new variable stiffness design: matching requirements of the next robot generation. In: Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Pasadena, CA, USA: IEEE, 2008. 1741–1746
- 20 Jafari A, Tsagarakis N G, Caldwell D G. A novel intrinsically energy efficient actuator with adjustable stiffness (AwAS). *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, **18**(1): 355–365
- 21 Mooney L, Herr H. Continuously-variable series-elastic actuator. In: Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR). Seattle, WA, USA: IEEE, 2013. 1–6
- 22 Paine N, Sentis L. A new prismatic series elastic actuator with compact size and high performance. In: Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). Guangzhou, China: IEEE, 2012. 1759–1766
- 23 Laffranchi M, Chen L S, Kashiri N, Lee J, Tsagarakis N G, Caldwell D G. Development and control of a series elastic actuator equipped with a semi active friction damper for human friendly robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 2014, **62**(12): 1827–1836
- 24 Austin J, Schepelmann A, Geyer H. Control and evaluation of series elastic actuators with nonlinear rubber springs. In: Proceedings of the 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Hamburg, Germany: IEEE, 2015. 6563–6568
- 25 Yu H Y, Huang S N, Chen G, Pan Y P, Guo Z. Human-robot interaction control of rehabilitation robots with series elastic actuators. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, **31**(5): 1089–1100
- 26 Garabini M, Passaglia A, Belo F, Salaris P, Bicchi A. Optimality principles in stiffness control: the VSA kick. In: Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Saint Paul, MN, USA: IEEE, 2012. 3341–3346
- 27 Braun D J, Howard M, Vijayakumar S. Optimal variable stiffness control: formulation and application to explosive movement tasks. *Autonomous Robots*, 2012, **33**(3): 237–253
- 28 Lee J, Laffranchi M, Kashiri N, Tsagarakis N G, Caldwell D G. Model-free force tracking control of piezoelectric actuators: application to variable damping actuator. In: Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Hong Kong, China: IEEE, 2014. 2283–2289
- 29 Lee J, Jin M L, Tsagarakis N G, Caldwell D G. Terminal sliding-mode based force tracking control of piezoelectric actuators for variable physical damping system. In: Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Chicago, IL, USA: 2014. 2407–2413
- 30 Wang M, Sun L, Yin W, Dong S, Liu J T. A novel sliding mode control for series elastic actuator torque tracking with an extended disturbance observer. In: Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). Zhuhai, China: IEEE, 2015. 2407–2412
- 31 Dupree K, Patre P M, Wilcox Z D, Dixon W E. Optimal control of uncertain nonlinear systems using RISE feedback. In: Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 2154–2159
- 32 Wang Meng, Sun Lei, Yin Wei, Dong Shuai, Liu Jing-Tai. Series elastic actuator torque control approach for interaction application. *Actia Automatica Sinca*, 2017, **43**(8): 1319–1328
(王萌, 孙雷, 尹伟, 董帅, 刘景泰. 面向交互应用的串联弹性驱动器力矩控制方法. *自动化学报*, 2017, **43**(8): 1319–1328)



孙雷 博士, 南开大学机器人与信息自动化研究所副教授. 主要研究方向为机器人控制系统. 本文通信作者.

E-mail: sunl@nankai.edu.cn

(**SUN Lei** Ph.D., associate professor at the Institute of Robotics and Automatic Systems, Nankai University. His research interest covers robot control systems. Corresponding author of this paper.)



孙伟超 南开大学机器人与信息自动化研究所硕士生. 主要研究方向为机器人控制系统.

E-mail: sun@mail.nankai.edu.cn

(**SUN Wei-Chao** Master student at the Institute of Robotics and Automatic Systems, Nankai University. His research interest covers robot control

systems.)



王萌 南开大学机器人与信息自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为SEA 力矩控制, 人机交互, 单足跳跃机器人.

E-mail: wmkevin@mail.nankai.edu.cn

(**WANG Meng** Ph.D. candidate at the Institute of Robotics and Automatic systems, Nankai University. His research interest covers SEA torque control, human-robot interaction, and monopod hopping robot.)



刘景泰 博士, 南开大学机器人与信息自动化研究所教授. 主要研究方向为机器人学, 机器人控制.

E-mail: liujt@nankai.edu.cn

(**LIU Jing-Tai** Ph.D., professor at the Institute of Robotics and Automatic Systems, Nankai University. His research interest covers robotics and

robot control.)