

# 组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体快速一致性算法

陈世明<sup>1</sup> 管俊杰<sup>1</sup> 高彦丽<sup>1</sup> 裴惠琴<sup>1</sup> 邱昀<sup>1</sup>

**摘要** 针对组合连通拓扑下多智能体系统控制过程中存在通信和计算资源损耗大以及系统收敛速度慢等问题, 提出一种新的具有状态预测器的事件触发一致性控制协议, 通过设计状态预测器使每个智能体都能对其邻居智能体的未来状态作出预测; 同时, 对于智能个体给出了基于状态信息的事件触发条件, 当状态误差满足该条件才触发事件. 在该控制策略下多智能体系统可在节约通信和计算资源的同时具有更快的收敛速度. 利用 Lyapunov 稳定性理论和代数图论, 证明了所提事件触发控制策略能够有效实现组合连通拓扑结构下的平均一致性, 且不存在 Zeno 行为. 仿真实例进一步验证了理论结果的有效性.

**关键词** 多智能体系统, 事件触发控制, 快速一致性, 组合连通拓扑

**引用格式** 陈世明, 管俊杰, 高彦丽, 裴惠琴, 邱昀. 组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体快速一致性算法. 自动化学报, 2018, 44(12): 2269–2277

**DOI** 10.16383/j.aas.2018.c160839

## Event-triggered Fast Consensus Algorithm for Multi-agent Systems Under Jointly-connected Topology

CHEN Shi-Ming<sup>1</sup> GUAN Jun-Jie<sup>1</sup> GAO Yan-Li<sup>1</sup> PEI Hui-Qin<sup>1</sup> QIU Yun<sup>1</sup>

**Abstract** This paper investigates the event-triggered consensus problem of multi-agent systems under jointly-connected topology. In order to reduce the unnecessary waste of limited communication and computing resources as well as improve convergence rate, a novel event-triggered consensus control law with state predictor is proposed. In particular, every agent can predict the future state of its neighbor; meanwhile, for each agent a state-dependent event condition is given, and only when state error satisfies this event condition, can the event be triggered. This control strategy can lead to a significant reduction of information communication burden in a multi-agent network and improvement of convergence rate. Based on the Lyapunov stability theorem and algebraic graph theory, the proposed event-triggered control strategy is proven to be able to implement the average consensus when the topology is jointly-connected. Moreover, such strategies can exclude Zeno-behavior. Finally, numerical simulations are given to illustrate the effectiveness of the theoretical results.

**Key words** Multi-agent systems, event-triggered control, fast consensus, jointly-connected

**Citation** Chen Shi-Ming, Guan Jun-Jie, Gao Yan-Li, Pei Hui-Qin, Qiu Yun. Event-triggered fast consensus algorithm for multi-agent systems under jointly-connected topology. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(12): 2269–2277

近年来, 群系统的分布式协同控制因其极强的实际应用背景已成为控制工程、生物学、物理学等学科广泛关注的一个重要问题. 例如多航体集结<sup>[1–2]</sup>、编队控制<sup>[3–4]</sup>、蜂拥<sup>[5–6]</sup>、姿态校整<sup>[7–8]</sup>等. 这些协同控制任务都可以统一到多智能体系统的信息一致性这一理论框架内. 一致性理论的基本思想是每一

个智能体基于自己和其邻居的信息状态更新自身信息, 从而使得所有个体的最终信息收敛到一个共同的值, 即达到一致.

一致性问题的研究可追溯到 1995 年 Vicsek 等<sup>[9]</sup> 基于数学方程的描述方式, 用网络建立个体之间的信息交互, 提出了一个简单的离散多智能体系统模型 (Vicsek 模型). 2003 年 Jadbabaie 等<sup>[10]</sup> 针对 Vicsek 模型进行了更深入的研究, 利用图论和矩阵论给出 Vicsek 模型的理论解释, 从本质上揭示了多智能体系统的群集现象. Olfati-Saber 等<sup>[11]</sup> 在此基础上建立多智能体系统的理论框架并提出了经典的一致性协议. 之后, Ren 等<sup>[12]</sup> 研究了一阶连续和离散多智能体系统的一致性, 提出在通信拓扑具有生成树的情况下, 所有节点的状态能达成一致.

为改善一致性收敛速度, 文献 [13] 阐述了预测控制在多智能体系统中的应用, 提出分布式模型预测控制策略, 有效解决了存在有界控制输入的多智

收稿日期 2016-12-26 录用日期 2017-04-07  
Manuscript received December 26, 2016; accepted April 7, 2017  
国家自然科学基金 (11662002, 61364017), 江西省科技厅项目 (20161BBE53008, 20165BCB19011, 20171BAB202029), 江西省教育厅项目 (GJJ151168) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (11662002, 61364017), Project of Science and Technology Department of Jiangxi Province (20161BBE53008, 20165BCB19011, 20171BAB202029), and Project of Education Department of Jiangxi Province (GJJ151168)  
本文责任编辑 吕金虎  
Recommended by Associate Editor LV Jin-Hu  
1. 华东交通大学电气与自动化工程学院 南昌 330013  
1. School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013

能体系统一致性问题. 文献 [14] 研究了多智能体系统一致性的收敛速度问题, 提出一种具有状态预测器的一致性控制协议, 在该控制协议下多智能体系统能以更快的速度达到一致. 文献 [15] 研究了二阶多智能体系统一致性的收敛速度问题, 提出一种快速分布式平均一致性算法, 在每次控制输入都加入基于邻居状态信息的线性预测量, 加快了多智能体系统状态值收敛到平均值的速度.

在实际应用中, 智能体自身的能量和通信信道的带宽都是有限的, 一般而言, 控制任务中的测量、通信和控制协议更新都是周期性执行的, 即周期采样控制方法<sup>[16-17]</sup>. 为了保证所有执行点的性能, 采样时间常数通常取一个保守值, 这通常会造通信和计算资源的浪费. 随着研究的深入及解决实际应用中控制器周期性执行任务导致的计算资源和通信资源浪费问题, 基于事件触发的多智能体控制策略研究得以开展和应用. 在事件触发控制策略下, 控制任务只按需执行, 从而达到节约系统的资源包括智能体的计算能力、通信能力、能源储备等目的. 目前, 基于事件触发控制的多智能体系统一致性已取得不少有意义的研究成果. 在固定拓扑下, 文献 [18] 提出了一阶系统的事件触发控制协议, 并针对其设计了一种与智能体系统状态有关的事件触发条件, 证明不存在 Zeno 行为, 结果表明事件触发控制在具有期待性能的同时减少了采样次数. 文献 [19] 提出了一个与时间有关的触发函数. 文献 [20] 研究了二阶多智能体系统的事件触发控制.

在时变拓扑下, 文献 [21] 研究了切换拓扑下的事件触发控制一致性问题, 假设每个切换区间里的多智能体通信拓扑是强连通的, 设计了一个事件触发控制策略并解决了切换拓扑下的一致性. 文献 [22] 研究了领导跟随系统在切换拓扑结构下的事件触发一致性问题, 基于邻居个体的状态估计值设计了一个反馈控制器, 在该反馈控制器和事件条件共同作用下, 系统能在有效节约通信资源的同时很好地实现切换拓扑下的领导跟随一致性. 文献 [23] 研究了切换拓扑下线性异质多智能体系统的协同输出调节问题, 设计了一个基于事件触发的观测器, 并在此基础上提出基于输出反馈的输出调节控制策略, 使得异质多智能体系统能在抑制干扰的同时实现对外部系统信号的渐近跟踪一致.

以上时变拓扑研究需要保证时变拓扑是连通的或是强连通的. 但实际中, 由于系统通信带宽有限, 环境干扰等因素, 时变拓扑并不能保证一直连通. 文献 [24] 研究了组合连通拓扑结构下的一致性. 文献 [25] 提出了一个静态事件触发函数使得分歧向量渐趋于状态平均值附近的有界区域. 文献 [25] 提出一个与触发时刻状态相关的触发函数使得组合连通拓扑

下的多智能体系统达成一致.

考虑当前组合连通拓扑下多智能体系统基于事件触发一致性控制研究成果, 大都集中于控制协议设计或触发条件的选取, 没有兼顾系统的收敛速度, 而系统的收敛速度是一致性问题研究的一项重要性能指标. 本文围绕组合连通拓扑下多智能体系统基于事件触发的一致性展开研究, 提出一种新的具有状态预测器的事件触发一致性控制协议, 并为智能个体给出了基于系统状态信息的事件触发条件. 在每个事件触发时刻, 每个智能体都对其邻居智能体的未来状态作出预测, 再通过通信将预测的状态和触发时刻的状态传递给它的邻居个体, 经所提一致性协议计算使系统快速达成一致. 基于 Lyapunov 稳定性理论和代数图论证明了所提事件触发控制策略能有效实现组合连通拓扑下的平均一致性, 并且不存在 Zeno 行为. 最后通过仿真实验验证了所提控制策略在节约通信资源和收敛速度方面的优越性.

## 1 问题描述

### 1.1 代数图论

代数图论是多智能体系统建模和分析过程中非常重要的数学工具, 智能体之间的通信关系可用图  $G = (V, E)$  来表示. 其中  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_N\}$  表示系统中智能个体节点的集合,  $E = \{e_{ij} = (V_i, V_j) : V_i, V_j \in V\}$  表示智能个体之间相互通信的边集. 用一个非空序列  $J = V_i E_{ik} V_k \dots V_j$  表示图  $G$  中  $V_i$  到  $V_j$  的一条路径, 如果在图  $G$  中任意顶点对  $V_i$  和  $V_j$  之间存在一条途径  $[V_i, V_j]$ , 则称  $V_i$  和  $V_j$  是连通的. 如果图  $G$  中任意顶点对之间存在一条路径, 则称图  $G$  为连通图. 用邻接矩阵  $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$  表示网络中节点之间的连接关系, 若节点  $i$  能够收到节点  $j$  的信息, 则  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ . 如果  $a_{ij} = a_{ji}$  则称图  $G$  为无向图. 在多智能体网络中用  $N_i = \{V_j \in V : (V_i, V_j) \in E\}$  表示节点  $i$  的邻居节点集合. 在无向图中图  $G$  的度矩阵  $D = \text{diag}\{d_i\}$  表示节点  $i$  的度所构成的对角矩阵, 有向图中  $D = \text{diag}\{d_i\}$  表示节点  $i$  的入度所构成的对角矩阵. 图  $G$  的 Laplacian 矩阵  $L$  表示为  $L = D - A$ . 对无向图而言 Laplacian 矩阵  $L$  是一个半正定的对称矩阵, 有一个零特征值, 其对应的特征向量为  $\mathbf{1}_n = (1, 1, \dots, 1)^T$ , 其他所有非零特征值都是正实数. Laplacian 矩阵  $L$  的特征值表示为  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , 并且  $0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$ , 第 2 个特征值  $\lambda_2$  称为图  $G$  的代数连通度.

### 1.2 组合连通拓扑

实际应用中, 往往由于系统通信带宽有限、外

界环境存在干扰等因素导致通信拓扑时变且不连通, 对组合连通定义如下.

**定义 1.** 设图  $G_1, G_2, \dots, G_m$  具有相同的顶点集  $V$ , 记它们的并集为  $G_{1-m}$ , 它的节点集也为  $V$ , 边集是所有图  $G_1, G_2, \dots, G_m$  的边的并集. 如果并图  $G_{1-m}$  是连通的则称图  $G_1, G_2, \dots, G_m$  是组合连通的.

当多智能体系统通信拓扑随时间变化时, 用函数  $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$  表示切换信号来决定通信拓扑.  $G_{\sigma(t)}$  表示  $t$  时刻智能体的通信拓扑图,  $L_{\sigma(t)}$  为对应的 Laplacian 矩阵,  $N_{i\sigma(t)}$  为智能体  $i$  的邻居节点集.

考虑一组非零、不重叠、无限严格递增的连续时间区间  $[t_k, t_{k+1})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  且  $t_{k+1} - t_k = T$  常数  $T > 0$ . 在时间区间  $[t_k, t_{k+1})$  中存在有限个非重叠时间子区间  $[t_k^j, t_k^{j+1})$ ,  $j = 0, 1, \dots, m_k - 1$ , 其中  $t_k = t_k^0$ ,  $t_{k+1} = t_k^{m_k}$  且满足  $t_k^{j+1} - t_k^j = \tau$ .

**引理 1**<sup>[26]</sup>. 对于一个 Laplacian 矩阵为  $L$  的无向图  $G$  且有非零向量  $x$  满足  $\mathbf{1}^T x = 0$  则有  $\min_{x \neq 0} (x^T L x / x^T x) = \lambda_2(L)$ .

### 1.3 系统模型

考虑有  $N$  个智能体的一阶多智能体系统, 智能体的动力学方程表示为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中,  $x_i(t) \in \mathbf{R}^n$  是智能体  $i$  的状态变量,  $u_i(t) \in \mathbf{R}^n$  表示控制输入.

常用一致性控制协议如下:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \quad (2)$$

系统的闭环动力学方程可表示为

$$u(t) = -Lx(t) \quad (3)$$

其中,  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  为智能体的状态向量,  $L$  为通信拓扑图的拉普拉斯矩阵, 相应的  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^T$  为智能体控制输入向量.

**引理 2**<sup>[11]</sup>. 对于类似于式 (1) 的多智能体系统, 收敛速度与 Laplacian 矩阵的最小非零特征值  $\lambda_2$  相关, 一般  $\lambda_2$  越大, 多智能体收敛到平衡状态的速度越快.

## 2 组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体快速一致性算法

**假设 1.** 由智能体组成的通信拓扑图的集合在时间区间  $[t_k, t_{k+1})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  是组合连通的.

通常事件条件可用一个数学不等式来表示. 因此, 当不满足不等式时事件触发即执行通信任务. 用  $r_k^i$  表示第  $i$  个智能体的第  $k$  次触发瞬间,  $T_k^i = r_{k+1}^i - r_k^i$  表示第  $k$  次触发间隔. 用  $r_k$  表示多智能体系统的事件触发时刻, 易知时间序列  $\{r_k\}$  包括智能体  $i$  的所有事件触发时刻  $r_k^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

为了解决切换拓扑下基于事件触发控制协议的收敛速度问题, 本文提出在每个事件触发时刻, 每个智能体都能对其邻居智能体的未来状态作出预测, 并用这个预测的状态构造控制协议, 从而使得多智能体系统可以更快地收敛到平衡状态.

引入状态预测器  $\dot{x}^p = -Lx(r_k)$  预测系统状态的变化趋势.  $\dot{x}^p = (\dot{x}_1^p, \dot{x}_2^p, \dots, \dot{x}_N^p)^T$  在各个智能体计算之后, 通过通信传递给它的邻居个体 (智能体  $i$  只计算  $\dot{x}_i^p$ , 然后通过通信传递给它的邻居  $v_j \in N_i$ ). 将  $\dot{x}^p$  作为对多智能体系统状态变化的补偿加入控制协议的设计, 有助于提高多智能体系统的收敛速度. 本文给出在切换拓扑下具有状态预测器的事件触发一致性控制协议如下:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i(\sigma(t))} a_{ij} (x_i(r_k^i) - x_j(r_{k'}^j)) - \gamma \sum_{j \in N_i(\sigma(t))} a_{ij} (\dot{x}_i^p - \dot{x}_j^p), \quad t \in [r_k^i, r_{k+1}^i) \quad (4)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, N$ .  $\gamma > 0$ ,  $r_{k'}^j$  为智能体  $j$  的最近一次触发时刻. 智能体  $i$  在  $r_k^i$  时刻发送它的状态  $x_i(r_k^i)$ , 每个智能体在自己和其邻居智能体触发时刻更新控制输入  $u_i$ . 当通信拓扑切换时, 智能体控制输入会随着拓扑图丢失或新增的边来更新.

对每个智能体引入状态误差  $e_i(t) = x_i(r_k^i) - x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .  $t \in [r_k^i, r_{k+1}^i)$ . 从而

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_i(t) - e_j(t)) - \gamma \left( \sum_{j \in N_i} \sum_{k \in N_i} a_{ij} a_{ik} (x_i(t) - x_k(t)) - \sum_{j \in N_i} \sum_{p \in N_i} a_{ij} a_{ip} (x_i(t) - x_p(t)) \right) - \gamma \left( \sum_{j \in N_i} \sum_{k \in N_i} a_{ij} a_{ik} (e_i(t) - e_k(t)) - \sum_{j \in N_i} \sum_{p \in N_i} a_{ij} a_{ip} (e_i(t) - e_p(t)) \right)$$

将误差向量  $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_N(t)]^T$  和状态向量  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  写成矩阵形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(L_{\sigma(t)} + \gamma L_{\sigma(t)}^2)x(r_k) = \\ &-(L_{\sigma(t)} + \gamma L_{\sigma(t)}^2)(x(t) - e(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

**注 1.** 式 (5) 中  $x(r_k)$  不是  $x(t)$  在  $t = r_k$  时的值, 而是向量  $(x_1(r_{j_1}^1), x_2(r_{j_2}^2), \dots, x_N(r_{j_N}^N))^T$ . 其中  $r_{j_i}^i \leq r_k, i = 1, 2, \dots, N$  为智能体  $i$  最近的触发时刻.

定义  $\bar{x}(t) = (1/N) \sum_{i=1}^N x_i(t)$ , 如前所述, 对于无向图, 拉普拉斯矩阵  $L$  为半正定, 则  $L\mathbf{1}_N = 0$ , 相应的  $\mathbf{1}_N^T L = 0^T$  同样适用于无向切换拓扑.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \frac{1}{N} \mathbf{1}_N^T \dot{x}(t) = \\ &-\frac{1}{N} \mathbf{1}_N^T (L_{\sigma(t)} + \gamma L_{\sigma(t)}^2)(x(t) + e(t)) = 0 \end{aligned}$$

则  $\bar{x}(t)$  为一个不变常量, 因此状态变量  $x(t)$  可分解为  $x(t) = \delta(t) + \bar{x}(t)\mathbf{1}_N$ , 其中  $\delta(t)$  称为分歧向量并且满足  $\mathbf{1}_N^T \delta(t) = 0$ . 所以  $e_i(t) = \delta_i(r_k^i) - \delta_i(t), i = 1, 2, \dots, N$ . 这里  $\delta_i(t)$  为向量  $\delta(t)$  的第  $i$  个元素.  $\delta(t)$  可化简为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= -(L_{\sigma(t)} + \gamma L_{\sigma(t)}^2)\delta(r_k) = \\ &-(L_{\sigma(t)} + \gamma L_{\sigma(t)}^2)(\delta(t) + e(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

由于在拓扑图中孤立的点没有控制输入, 本文只关注有邻居节点的顶点. 根据拓扑图中连通部分对顶点进行分类, 对任意一个图  $G_p$ , 定义  $S_c = \{S_p^1, S_p^2, \dots, S_p^q\}$  为图中包含至少两个节点的部分,  $S_0 = \{S_p^{q+1}, S_p^{q+2}, \dots, S_p^Q\}$  为图中只有一个节点的部分, 即孤立顶点, 其中  $1 \leq q \leq Q \leq N$ . 令  $V(S_p^l)$  为  $S_p^l$  的顶点集,  $m_p^l = |V(S_p^l)|$ . 经过重新排列所有智能体的顺序, 图  $G_p$  的 Laplacian 矩阵  $L_p$  可以写成  $L_p = \text{diag}\{L_p^1, L_p^2, \dots, L_p^q, L_p^{q+1}, \dots, L_p^Q\}$ , 其中  $L_p^l$  是连通部分  $S_p^l$  的 Laplacian 矩阵. 易知当  $l = 1, \dots, p$  时,  $L_p^l$  有简单零特征值;  $l = q + 1, \dots, Q$  时,  $L_p^l = 0$ .

**注 2.** 每个在  $S_p^l \in S_0$  的节点都没有控制输入, 因此只要完善属于  $S_c$  中的节点的事件触发控制策略即可. 为便于分析, 定义属于  $V(S_p^l)$  的节点的状态向量  $x_l(t) = (x_{l_1}, x_{l_2}, \dots, x_{l_{m_p^l}})^T \in \mathbf{R}^{m_p^l}$ , 对应的分歧向量  $\delta_l(t) = (\delta_{l_1}, \delta_{l_2}, \dots, \delta_{l_{m_p^l}})^T = x_l(t) - \bar{x}(t)\mathbf{1}_{m_p^l} \in \mathbf{R}^{m_p^l}$ . 令  $\bar{x}_l(t) = (1/m_p^l)\mathbf{1}_{m_p^l}^T x_l(t)$ , 可得另外一个分歧向量  $\bar{\delta}_l(t) = x_l(t) - \bar{x}_l(t)\mathbf{1}_{m_p^l}$ , 易知  $\bar{x}_l(t)$  是一个不变量, 并且  $\mathbf{1}_{m_p^l}^T \bar{\delta}_l(t) \equiv 0$ . 定义  $e_l(t)$

$= x_l(r_k) - x_l(t) = (e_{l_1}(t), \dots, e_{l_{m_p^l}}(t))^T$ , 有  $e_l(t) = \delta_l(r_k) - \delta_l(t) = \bar{\delta}_l(r_k) - \bar{\delta}_l(t)$ .

**注 3.** 类似于  $x(r_k)$  的定义,  $\delta(r_k) = (\delta_1(r_{j_1}^1), \delta_2(r_{j_2}^2), \dots, \delta_N(r_{j_N}^N))^T$ , 其中  $r_{j_i}^i \leq t_k$  为智能体  $i$  最近的触发时刻,  $x_l(r_k), \delta_l(r_k)$  具有相同性质.

对每个智能体设计事件触发条件, 给出组合连通拓扑结构下的事件触发条件如下:

**定理 1.** 考虑多智能体系统 (1) 在假设 1 下,  $r_0 = 0$  对每个分支  $S_p^l \in S_c$ , 事件触发条件为

$$|e_{l_i}(t)| \leq \frac{z}{\|L_p^l\|} \left| \sum_{l_j \in N_{l_i}} (x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_j}(r_k^{l_j})) \right| \quad (7)$$

其中,  $z = \sqrt{\frac{\rho \lambda_2(L_p^l)(1 + \gamma \lambda_{\max}(L_p^l))}{\lambda_{\max}(L_p^l)(1 + \gamma \lambda_2(L_p^l))}}$ ,  $\rho \in (0, 1), \gamma > 0$ , 系统 (1) 在控制协议 (4) 下能渐近达到一致.  $e_{l_i}(t) = x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_i}(t)$  表示第  $l_i$  个智能体在触发时刻状态  $x_{l_i}(r_k^{l_i})$  与当前时刻状态  $x_{l_i}(t)$  的差值,  $l_i = 1, 2, \dots, q$  表示拓扑图中连通部分智能体序号,  $\lambda_2(L_p^l)$  和  $\lambda_{\max}(L_p^l)$  分别表示矩阵  $L_p^l$  的最小和最大特征值,  $x_{l_i}(r_k^{l_i})$  为智能体  $l_i$  触发时刻状态,  $x_{l_j}(r_k^{l_j})$  为智能体  $l_j$  触发时刻状态,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数.

**证明.** 考虑闭环系统 (6), 选择 Lyapunov 函数  $V(t) = (1/2)\delta^T(t)\delta(t)$ . 易知  $V(t)$  为连续函数, 除在切换拓扑瞬间  $t_k^j$  和事件触发瞬间  $r_k$  外连续可微, 定义  $V(t)$  在  $t_k^j$  和  $r_k$  瞬间的导数为正.

若多智能体系统在  $t$  时刻的通信拓扑为  $G_p$ , 重新排列所有智能体的顺序, 可得新的 Laplacian 矩阵  $L_p = \text{diag}\{L_p^1, L_p^2, \dots, L_p^q, L_p^{q+1}, \dots, L_p^Q\}$ , 这里  $L_p^l \in \mathbf{R}^{m_p^l \times m_p^l}$  是连通部分  $S_p^l$  的 Laplacian 矩阵. 因此系统 (6) 的 Lyapunov 函数  $V(t)$  关于时间  $t$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\delta^T(t)(L_p + \gamma(L_p)^2)\delta(r_k) = \\ &-\sum_{l=1}^Q \delta_l^T(t)(L_p^l + \gamma(L_p^l)^2)\delta_l(r_k) = \\ &-\sum_{l=1}^Q \left( x_l(t) - \bar{x}(t)\mathbf{1}_{m_p^l} - \bar{x}_l(t)\mathbf{1}_{m_p^l} + \right. \\ &\left. \bar{x}_l(t)\mathbf{1}_{m_p^l} \right)^T (L_p^l + \gamma(L_p^l)^2) (\bar{x}_l(r_k) - \\ &\bar{x}(r_k)\mathbf{1}_{m_p^l} - \bar{x}_l(r_k)\mathbf{1}_{m_p^l} + \bar{x}_l(r_k)\mathbf{1}_{m_p^l}) = \\ &\sum_{l=1}^Q \left( (\bar{\delta}_l(t) + (\bar{x}_l(t) - \bar{x}(t))\mathbf{1}_{m_p^l})^T \times \right. \\ &\left. (L_p^l + \gamma(L_p^l)^2)(\bar{\delta}_l(r_k) + (\bar{x}_l(r_k) - \right. \end{aligned}$$

$$\bar{x}(r_k) \mathbf{1}_{m_p^l} \mathbf{1}_{m_p^l} \Big)$$

由于  $L_p^l \mathbf{1}_{m_p^l} = 0$ ,  $e_l(t) = \bar{\delta}_l(r_k) - \bar{\delta}_l(t)$ , 当  $l = q + 1, \dots, Q$  时,  $L_p^l = 0$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & - \sum_{l=1}^Q \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l + \gamma(L_p^l)^2) \bar{\delta}_l(r_k) = \\ & - \sum_{l=1}^Q \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l + \gamma(L_p^l)^2) (\bar{\delta}_l(t) + e_l(t)) \end{aligned}$$

对任意  $y, z \in \mathbf{R}^n$  考虑不等式  $y^T z \leq \frac{1}{2} y^T y + \frac{1}{2} z^T z$ .

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{l=1}^q \bar{\delta}_l^T(t) (-L_p^l + \gamma(L_p^l)^2) \bar{\delta}_l(t) - \\ & \sum_{l=1}^q \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l + \gamma(L_p^l)^2) e_l(t) = \\ & \sum_{l=1}^q [-\bar{\delta}_l^T(t) L_p^l \bar{\delta}_l(t) - \gamma \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l)^2 \bar{\delta}_l(t)] + \\ & \sum_{l=1}^q [-\bar{\delta}_l^T(t) L_p^l e_l(t) - \gamma \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l)^2 e_l(t)] \leq \\ & \sum_{l=1}^q [-\bar{\delta}_l^T(t) L_p^l \bar{\delta}_l(t) - \gamma \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l)^2 \bar{\delta}_l(t)] + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^q [\bar{\delta}_l^T(t) L_p^l \bar{\delta}_l(t) + e_l^T(t) L_p^l e_l(t)] + \\ & \frac{\gamma}{2} \sum_{l=1}^q [\bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l)^2 \bar{\delta}_l(t) + e_l^T(t) (L_p^l)^2 e_l(t)] \end{aligned}$$

易知

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_l^T(t) L_p^l L_p^l \bar{\delta}_l(t) &= \bar{\delta}_l^T(t) (L_p^l)^{\frac{1}{2}} L_p^l (L_p^l)^{\frac{1}{2}} \bar{\delta}_l(t) \leq \\ & \lambda_{\max}(L_p^l) \bar{\delta}_l^T(t) L_p^l \bar{\delta}_l(t) \end{aligned}$$

由引理 1, 有

$$\begin{aligned} e_l^T(t) L_p^l L_p^l e_l(t) &= e_l^T(t) (L_p^l)^{\frac{1}{2}} L_p^l (L_p^l)^{\frac{1}{2}} e_l(t) \geq \\ & \lambda_2(L_p^l) e_l^T(t) L_p^l e_l(t) \end{aligned}$$

同时,  $((L_p^l)^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_{m_p^l})^T ((L_p^l)^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_{m_p^l}) = \mathbf{1}_{m_p^l}^T L_p^l \mathbf{1}_{m_p^l} = 0$ , 由此可得  $\mathbf{1}_{m_p^l}^T (L_p^l)^{\frac{1}{2}} = 0_{m_p^l}^T$ ,  $\mathbf{1}_{m_p^l}^T (L_p^l)^{\frac{1}{2}} e_l^T = 0$ . 所以

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{l=1}^q \left[ - \frac{1 + \gamma \lambda_{\max}(L_p^l)}{2 \lambda_{\max}(L_p^l)} \bar{\delta}_l^T(t) L_p^l L_p^l \bar{\delta}_l(t) + \right. \\ & \left. \frac{1 + \gamma \lambda_2(L_p^l)}{2 \lambda_2(L_p^l)} e_l^T(t) L_p^l L_p^l e_l(t) \right] \end{aligned}$$

由事件条件 (7), 有  $\|L_p^l e_l(t)\|^2 \leq z \|L_p^l \bar{\delta}_l(r_k)\|^2$ , 同时,  $\|L_p^l \bar{\delta}_l(r_k)\| = \|L_p^l \bar{\delta}_l(t)\|$ ,  $\|L_p^l e_l(t)\| \leq \|L_p^l\| \times \|e_l(t)\|$ , 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{l=1}^q \left[ \frac{\rho - 1}{\lambda_{\max}(L_p^l)} (1 + \gamma \lambda_2(L_p^l)) \bar{\delta}_l^T(t) L_p^l L_p^l \bar{\delta}_l(t) \right] \end{aligned}$$

令  $\lambda = \min\{(\lambda_2^2(L_p^l)/\lambda_{\max}(L_p^l))(1 + \gamma \lambda_2(L_p^l))\}$ ,  $S_p^l \in S_c$ ,  $p \in \{1, 2, \dots, m\}$ .  $p$  取值有限, 那么  $\lambda$  存在, 从而有  $\dot{V}(t) \leq (\rho - 1)\lambda \sum_{l=1}^q \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) \leq 0$ . 所以,  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t)$  存在.

回顾之前定义的  $t_i$ , 有无穷序列  $V(t_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . 根据柯西收敛准则可知, 对于任意的  $\varepsilon > 0$ , 总存在正整数  $K_\varepsilon$ , 使得当  $k \geq K_\varepsilon$  时, 有  $|V(t_{k+1}) - V(t_k)| < \varepsilon$ . 即当  $k \geq K_\varepsilon$  时,  $|\int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{V}(t) dt| < \varepsilon$ . 因此,  $\int_{t_k^j}^{t_k^{j+1}} [-\dot{V}(t)] dt + \dots + \int_{t_k^{m_k-1}}^{t_k^{m_k}} [-\dot{V}(t)] dt < \varepsilon$ .

因为切换拓扑后的  $q$  不同, 用  $q_j$  表示在时间区间  $[t_k^j, t_k^{j+1})$  内  $q$  的值.

$$\begin{aligned} & \int_{t_k^j}^{t_k^{j+1}} [-\dot{V}(t)] dt \geq \\ & (1 - \rho)\lambda \int_{t_k^j}^{t_k^{j+1}} \sum_{l=1}^{q_j} \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) dt \geq \\ & (1 - \rho)\lambda \int_{t_k^j}^{t_k^{j+\tau}} \sum_{l=1}^{q_j} \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) dt \end{aligned}$$

可推得

$$\begin{aligned} & (1 - \rho)\lambda \left( \int_{t_k^0}^{t_k^0 + \tau} \sum_{l=1}^{q_0} \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) dt + \dots + \right. \\ & \left. \int_{t_k^{m_k-1}}^{t_k^{m_k-1} + \tau} \sum_{l=1}^{q_{m_k-1}} \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) dt \right) < \varepsilon \end{aligned}$$

在时间区间  $[t_k, t_{k+1})$  切换函数  $\sigma(t)$  取值有限, 对于任意  $k = 0, 1, \dots, m_k$  都是有限的. 所以对  $k \geq k_\varepsilon$ , 有  $(1 - \rho)\lambda \int_{t_k^j}^{t_k^{j+\tau}} \sum_{l=1}^{q_j} \bar{\delta}_l^T(t) \bar{\delta}_l(t) dt < \varepsilon$ ,  $j = 0, 1, \dots, m_k - 1$ . 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\tau} \sum_{l=1}^{q_j} \bar{\delta}_l^T(s) \bar{\delta}_l(s) ds = 0$ ,  $j = 0, 1, \dots, m_k - 1$ . 由  $\dot{V}(t) \leq 0$  和式 (6) 可知  $\delta_l(t)$  和  $\dot{\delta}_l(t)$  有界, 则  $\bar{\delta}_l(t)$  和  $\dot{\bar{\delta}}_l(t)$  也有界, 由此可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{\delta}_l(t) = 0$ ,  $l = 1, 2, \dots, q_j$ . 也就是说, 每个图中的连通部分智能体状态可以随时间趋于常数, 结合图  $G$  在时间区间  $[t_r, t_{r+1})$  内的组合连通性, 可以使多智能体系统 (1) 实现渐近一致.  $\square$

下面分析系统是否存在触发间隔的下界, 即是不存在 Zeno 行为. 事件触发控制策略中, 在每个触发时刻  $r_k^i$ , 系统将会依据各状态的实际值更新控

制输入, 并且在下一触发时刻前保持该控制输入不变. 一旦到达下一触发时刻, 系统用于控制输入的状态值将被更新, 这时  $e_{l_i}(r_{k+1}^{l_i}) = 0$ . 根据以上稳定性方面作出的分析, 只要满足式 (7), 系统都将是稳定的, 可以不用更新控制输入. 从而在不更新控制输入的情况下,  $|e_{l_i}(t)|$  将不断增大, 直到不满足该不等式. 如此, 消除了 Zeno 行为.  $\dot{V}(t)$  始终负定, 系统的稳定性将得到保证, 如果系统在该控制协议下存在 Zeno 行为, 那么系统将不可能满足式 (7) 且达到渐近稳定. 在接下来的定理中将证明所提控制策略中不存在 Zeno 行为, 也就是说时间  $r_k$  和  $r_{k+1}$  之间的间隔应严格大于零.

**定理 2.** 对于多智能体系统 (1), 在假设 1 的前提下, 通过控制协议 (4) 和事件触发条件 (7) 可以使系统达成一致并且不存在 Zeno 行为.

**证明.** 使用反证法, 如注 1 所述, 只考虑属于集合  $S_c$  的顶点. 假设存在 Zeno 行为, 即在有限的时间内会触发无数次的事件. 分两种情况.

**情况 1.** 智能体  $l_i$  在第  $k$  次触发间隔  $T_k^{l_i}$  内通信拓扑图固定的, 并且它的邻居个体也没有触发事件. 则  $\dot{x}_{l_i}(t)$  以及触发条件式 (7) 的右侧都是常数. 定义  $e_{l_i}(t)$  在  $r_k^{l_i}$  时刻的导数是右导数. 由于  $|\dot{e}_{l_i}(t)| = |\dot{x}_{l_i}(t)| = |(1 + c\gamma) \sum_{j \in N_{l_i}} (x_{l_j}(r_k^{l_j}) - x_{l_i}(r_k^{l_i}))|$ , 且  $e_{l_i}(r_k^{l_i}) = 0$ , 其中  $c$  为与状态预测量相关的常数, 则  $|e_{l_i}(t)| \leq (1 + c\gamma) \left| \sum_{j \in N_{l_i}} (x_{l_j}(r_k^{l_j}) - x_{l_i}(r_k^{l_i})) \right| (t - r_k^{l_i})$ . 由式 (7) 可知, 第  $k + 1$  次触发时有

$$(1 + c\gamma) \left| \sum_{l_i \in N_i} (x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_j}(r_k^{l_j})) \right| (t - r_k^{l_i}) = \left( \frac{z}{\|L_p^l\|} \right) \left| \sum_{l_i \in N_{l_i}} (x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_j}(r_k^{l_j})) \right|$$

所以  $T_k^{l_i} \geq \tau_1$ , 其中  $\tau_1 = (1 + c\gamma)z / \|L_p^l\| > 0$ .

**情况 2.** 与情况 1 相反, 在时刻  $t^* > r_k^{l_i}$  发生切换拓扑或智能体  $i$  的邻居个体有事件触发, 从而使得  $T_k^{l_i} \geq t^* - r_k^{l_i}$ . 由于按情况 1 有  $|e_{l_i}(t)| \leq (1 + c\gamma) \left| \sum_{l_i \in N_{l_i}} (x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_j}(r_k^{l_j})) \right| (t - r_k^{l_i})$ , 所以  $T_k^{l_i} \geq t^* - r_k^{l_i} \geq \tau_2 > 0$ , 其中  $\tau_2 = \|e_{l_i}(t^*)\| / ((1 + c\gamma) \left| \sum_{l_i \in N_{l_i}} (x_{l_i}(r_k^{l_i}) - x_{l_j}(r_k^{l_j})) \right|)$ .

两种情况下事件触发间隔都存在正下界, 然而触发无数次具有触发间隔下界的事件只会发生在无限长时间间隔内, 这与假设相悖. 所以不存在 Zeno 行为.  $\square$

### 3 仿真实例

考虑多智能体系统由 6 个智能体节点组成, 假设可能的通信拓扑图  $\{G_1, G_2, G_3, G_4\}$  如图 1 所示.

由图 1 可知, 每个拓扑图都是不连通的, 但拓扑图的并图  $G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$  是连通的. 此外还假设拓扑图的切换顺序为  $G_1 \rightarrow G_2 \rightarrow G_3 \rightarrow G_4 \rightarrow G_1 \dots$ .

将第 2 节所提具有状态预测器的多智能体事件触发一致性控制策略与文献 [24–25] 中的事件触发策略进行比较, 以验证本文所提控制策略的性能. 文献 [24–25] 中的控制协议相同, 都为

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i(\sigma(t))} a_{ij} (x_i(r_k^i) - x_j(r_{k'}^j)) \quad (8)$$

文献 [24] 中的静态事件条件为

$$|e_i(t)| \leq c_0, \quad c_0 > 0 \quad (9)$$

文献 [25] 中关于触发时刻状态的事件条件为

$$|e_{l_i}(t)| \leq \frac{1}{\|L_p^l\|} \sqrt{\frac{c}{2(1+c)}} \times \left| \sum_{l_i \in N_i} (x_{l_i}(t_k^{l_i}) - x_{l_j}(t_k^{l_j})) \right| \quad (10)$$

其中,  $c = (2\rho\lambda_2(L_p^l) / a\lambda_{\max}(L_p^l))(1 - \frac{1}{2}a)$ ,  $\rho \in (0, 1)$ ,  $a > 0.5$ .

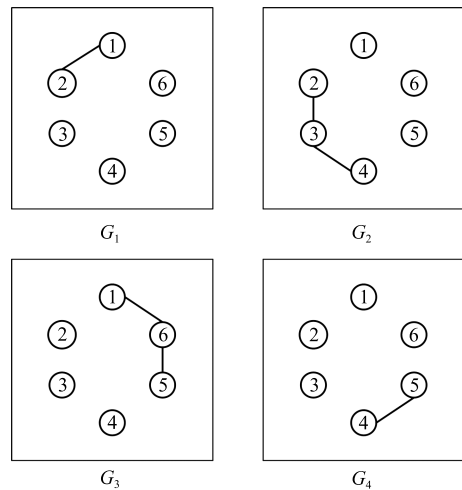


图 1 拓扑图

Fig. 1 Topological graph

假设初始状态为  $x(0) = [-2 \ -1 \ 0 \ 2 \ 3 \ 1]$  设置拓扑切换时间间隔  $\tau = 0.5$  s, 由通信拓扑易知图中所有的连通部分, 并且将它们归类到集合  $S_c$  和  $S_0$  中, 对于控制策略 (7), 取  $\rho = 0.95$ ,  $\gamma = 0.3$ . 对控制策略 (9) 和 (10), 仍按原文中取  $\rho = 0.95$ ,  $a = 1$ ,  $c_0 = 0.03$ .

图 2 是  $\tau = 0.5$  s 时, 状态  $x_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  在控制策略 (9) (图 2(a))、控制策略 (10) (图 2(b)) 和控制策略 (7) (图 2(c)) 下的运动轨迹. 由图可知,

三种事件触发控制策略都能达成一致性, 且在控制策略 (7) 下系统更快地收敛到了平衡状态.

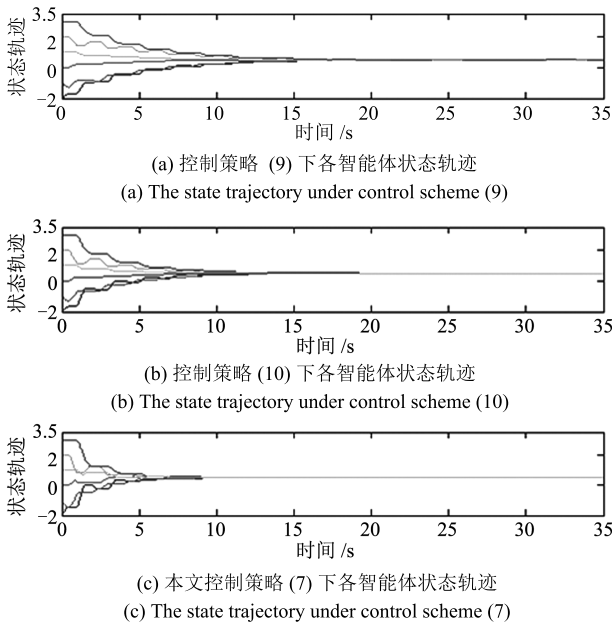


图 2  $\tau = 0.5\text{s}$  时, 三种控制策略下的状态轨迹  
Fig. 2 The state trajectory under three kinds of control scheme when  $\tau = 0.5\text{s}$

图 3 是三种事件条件下的状态分歧向量范数  $\|\delta(t)\|$  的变化曲线, 显然在控制策略 (7) 和 (10) 下的  $\|\delta(t)\| = \|x(t) - \bar{x}(0)\mathbf{1}_n\| \rightarrow 0$ , 即  $x_i(t) \rightarrow \bar{x}(0)$ , 说明多智能体渐近一致收敛到初始平均状态  $\bar{x}(0)$ , 且在控制策略 (7) 下收敛速度更快. 控制策略 (9) 下的  $\|\delta(t)\| = \|x(t) - \bar{x}(0)\mathbf{1}_n\| \leq \varepsilon$ , 其中  $\varepsilon$  为一个较小的正数, 说明多智能体智能收敛到一个平均值

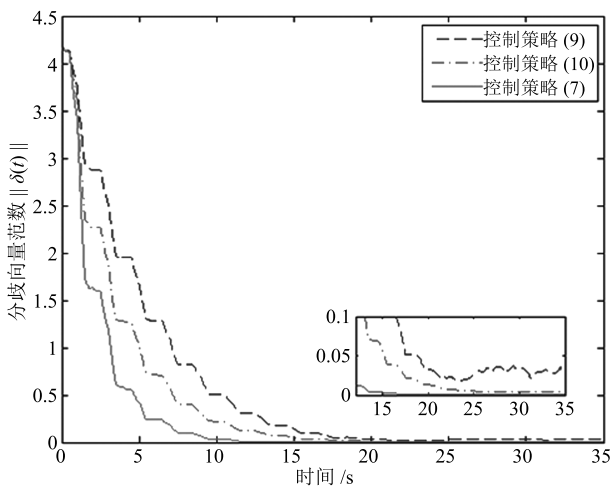


图 3  $\tau = 0.5\text{s}$  时三种控制策略下的分歧向量范数  $\|\delta(t)\|$   
Fig. 3 The Euclidean norm of disagreement vector  $\|\delta(t)\|$  under three kinds of control scheme when  $\tau = 0.5\text{s}$

附近的区域. 因此本文所提控制策略在快速收敛的同时能够达到精准一致.

图 4 对比了加状态预测器的控制策略 (图 4 (a)) 在  $\tau = 0.5\text{s}$  时, 状态  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) 的轨迹. 未加状态预测时系统收敛到平衡状态需要  $21.16\text{s}$ , 文中所提策略下仅需  $10.89\text{s}$ , 表明设计的状态预测器能有效地提升系统收敛速度.

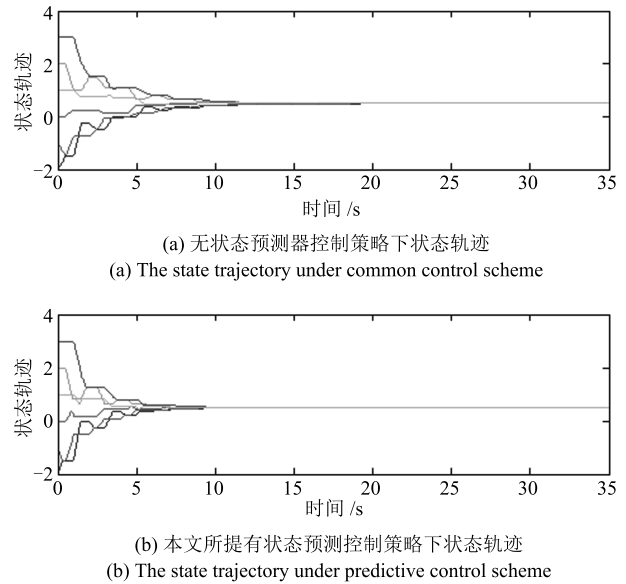


图 4 有无状态预测控制策略下状态轨迹对比图  
Fig. 4 The comparison diagram between predictive control scheme and common control scheme

图 5 是每个智能体在相应控制策略下的触发间隔图. 系统在控制策略 (7), (9) 和 (10) 下的平均触发时间间隔分别为  $1.1474\text{s}$ ,  $0.9461\text{s}$  和  $0.7209\text{s}$ . 显然多智能体系统在控制策略 (7) 下比在控制策略 (9) 和 (10) 下有更长的平均触发时间间隔, 因此本文所提的事件触发条件在节约通信和计算资源方面具有更好的性能.

进一步研究拓扑切换时间间隔  $\tau$  对平均触发时间间隔的影响. 保持参数  $\rho$ ,  $a$ ,  $c_0$ ,  $\gamma$  的取值不变, 分别设置拓扑切换间隔  $\tau$  为  $0.4\text{s}$ ,  $0.5\text{s}$  和  $0.6\text{s}$ . 表 1 给出了系统在各事件条件, 不同切换拓扑时间  $\tau$  下的平均触发时间间隔. 由表 1 可知, 平均触发时间间隔随着拓扑切换周期变长而增加, 并且在控制策略 (7) 下系统始终具有较长的平均触发时间间隔. 这进一步表明本文所提的事件触发控制策略在节约通信和计算资源方面的性能.

## 4 结论

本文研究了在组合连通拓扑下基于事件触发的多智能体系统平均一致性问题. 提出一种新的具有

状态预测器的事件触发一致性控制协议, 通过分析拓扑图中的连通部分, 为每个智能体给出了基于系统状态信息的触发条件. 在每个事件触发时刻, 每个智能体都对其邻居智能体的未来状态作出预测, 再通过通信将预测的状态和触发时刻的状态传递给它的邻居个体, 经所提一致性控制协议使系统达成一致. 在该控制策略下多智能体系统可在节约通信和计算资源的同时具有更快的收敛速度. 基于 Lyapunov 稳定性理论和代数图论, 证明所提事件触发控制策略能够有效实现组合连通拓扑结构下的平均一致性, 并且不存在 Zeno 行为. 最后通过与已有文献中基于事件触发的一致性控制策略比较, 仿真验证了所提控制策略在节约通信资源和收敛速度方面的优越性.

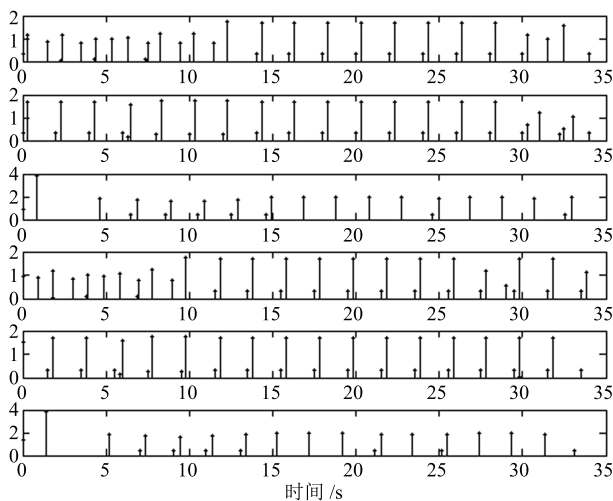


图 5  $\tau = 0.5$  s 每个智能体在控制策略 (7) 下触发间隔

Fig. 5 The triggered interval of each agent under control scheme (7)

表 1 事件条件 (7), (9) 和 (10) 下平均触发间隔

Table 1 The average triggered interval under event conditions (7), (9) and (10)

拓扑切换 周期 (s)	事件条件 (s)		
	式 (7)	式 (9)	式 (10)
0.4	0.9563	0.6742	0.7892
0.5	1.0877	0.7209	0.9461
0.6	1.1027	0.8057	1.0673

## References

- Clohesy W H, Wiltshire R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous. *Journal of the Aerospace Sciences*, 2012, **27**(9): 653–658
- Horsley M, Nikolaev S, Pertica A. Small satellite rendezvous using differential lift and drag. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, **36**(2): 445–453
- Luo Xiao-Yuan, Yang Fan, Li Shao-Bao, Guan Xin-Ping. Generation of optimally persistent formation for multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(7): 1311–1319 (罗小元, 杨帆, 李绍宝, 关新平. 多智能体系统的最优持久编队生成策略. *自动化学报*, 2014, **40**(7): 1311–1319)
- Lv J, Chen F, Chen G R. Nonsmooth leader-following formation control of nonidentical multi-agent systems with directed communication topologies. *Automatica*, 2016, **64**: 112–120
- Pei H Q, Chen S M, Lai Q. A local flocking algorithm of multi-agent dynamic systems. *International Journal of Control*, 2015, **88**(11): 2242–2249
- Chen Shi-Ming, Hua Yu-Xin, Zhu Zhen-Min, Lai Qiang. Fast flocking algorithm for multi-agent systems by optimizing local interactive topology. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(12): 2092–2099 (陈世明, 化俞新, 祝振敏, 赖强. 邻域交互结构优化的多智能体快速蜂拥控制算法. *自动化学报*, 2015, **41**(12): 2092–2099)
- Du H B, Li S H. Attitude synchronization control for a group of flexible spacecraft. *Automatica*, 2014, **50**(2): 646–651
- Weng S X, Yue D. Distributed event-triggered cooperative attitude control of multiple rigid bodies with leader-follower architecture. *International Journal of Systems Science*, 2016, **47**(3): 631–643
- Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, Cohen I, Shochet O. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Physical Review Letters*, 1995, **75**(6): 1226–1229
- Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, **48**(6): 988–1001
- Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, **49**(9): 1520–1533
- Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, **50**(5): 655–661
- Ferrari-Trecate G, Galbusera L, Marciandi M P E, Scatolini R. Model predictive control schemes for consensus in multi-agent systems with single- and double-integrator dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, **54**(11): 2560–2572
- Xi Yu-Geng, Huang Wei, Li Xiao-Li. Consensus of multi-agent system with state predictor. *Control and Decision*, 2010, **25**(5): 769–772 (席裕庚, 黄维, 李晓丽. 具有状态预测器的多智能体系统一致性研究. *控制与决策*, 2010, **25**(5): 769–772)
- Wang H W, Liao X F, Huang T W. Accelerated consensus to accurate average in multi-agent networks via state prediction. *Nonlinear Dynamics*, 2013, **73**(1–2): 551–563
- Liu H Y, Xie G M, Wang L. Necessary and sufficient conditions for solving consensus problems of double-integrator dynamics via sampled control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010, **20**(15): 1706–1722



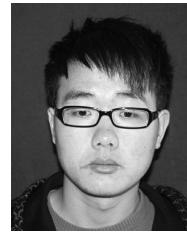
- 17 Gao Y P, Wang L. Sampled-data based consensus of continuous-time multi-agent systems with time-varying topology. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, **56**(5): 1226–1231
- 18 Dimarogonas D V, Frazzoli E, Johansson K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(5): 1291–1297
- 19 Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, 2013, **49**(1): 245–252
- 20 Huang Hong-Wei, Huang Tian-Min, Wu Sheng, Zhou Kun. Leader-following consensus of second-order multi-agent systems via event-triggered control. *Control and Decision*, 2016, **31**(5): 835–841  
(黄红伟, 黄天民, 吴胜, 周坤. 基于事件触发的二阶多智能体领导跟随一致性. 控制与决策, 2016, **31**(5): 835–841)
- 21 Liu Z, Chen Z. Reaching consensus in networks of agents via event-triggered control. *Journal of Information and Computational Science*, 2011, **8**(3): 393–402
- 22 Xie D S, Yuan D M, Lu J W, Zhang Y J. Consensus control of second-order leader-follower multi-agent systems with event-triggered strategy. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2013, **35**(4): 426–436
- 23 Yang Ruo-Han, Zhang Hao, Yan Huai-Cheng. Event-triggered cooperative output regulation of heterogeneous multi-agent systems with switching topology. *Acta Automatica Sinica*, 2017, **43**(3): 472–477  
(杨若涵, 张皓, 严怀成. 基于事件触发的拓扑切换异构多智能体协同输出调节. 自动化学报, 2017, **43**(3): 472–477)
- 24 Seyboth G S. Event-Based Control for Multi-Agent Systems [Master thesis], KTH Electrical Engineering, Sweden, 2010.
- 25 Chen X, Hao F, Shao M Y. Event-triggered consensus of multi-agent systems under jointly connected topology. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2015, **32**(3): 537–556
- 26 Godsil C, Royle G. *Algebraic Graph Theory*. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 69–83



**陈世明** 华东交通大学电气与自动化工程学院教授. 2006 年获得华中科技大学博士学位. 主要研究方向为复杂网络理论及应用, 多智能体系统协调控制, 粒子群优化算法. 本文通信作者.  
E-mail: shmchen@ecjtu.jx.cn  
(**CHEN Shi-Ming** Professor at the School of Electrical and Automation

Engineering, East China Jiaotong University. He received his Ph. D. degree from Huazhong University of Science and Technology in 2006. His research interest covers complex network theory and application, coordination control

of multi-agent systems, and particle swarm optimization (PSO) algorithm. Corresponding author of this paper.)



**管俊杰** 华东交通大学电气与自动化工程学院硕士研究生. 2015 年获得湖南工业大学学士学位. 主要研究方向为多智能体系统协调控制.

E-mail: junjiegua@163.com

(**GUAN Jun-Jie** Master student at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong

University. He received his bachelor degree from Hunan University of Technology in 2015. His research interest covers coordination control of multi-agent systems.)

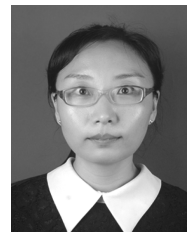


**高彦丽** 华东交通大学电气与自动化工程学院副教授. 主要研究方向为工业过程参数检测, 复杂网络安全及控制.

E-mail: selina@ecjtu.jx.cn

(**GAO Yan-Li** Associate professor at the School of Electrical Engineering and Automation, East China Jiaotong University. Her research interest covers industrial process parameter detection, safety and control of

complex networks.)

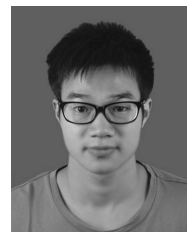


**裴惠琴** 华东交通大学电气与自动化工程学院博士研究生. 2010 年获得华东交通大学控制理论与控制工程硕士学位. 主要研究方向为群体动力学与协调控制.

E-mail: peihuiqin@126.com

(**PEI Hui-Qin** Ph. D. candidate at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong

University. She received her master degree in control theory and control engineering from East China Jiaotong University in 2010. Her research interest covers swarm dynamics and cooperative control.)



**邱昀** 华东交通大学电气与自动化工程学院硕士研究生. 主要研究方向为多智能体系统协调控制.

E-mail: qiuyun1004@163.com

(**QIU Yun** Master student at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. His research interest covers co-

ordination control of multi-agent systems.)