考虑时间特性影响的控制系统可重构性定量评价方法研究

屠园园1 王大轶2 李文博1

摘 要 故障诊断时间和控制重构延时严重影响了控制系统的实际重构性能,然而目前缺乏相关研究. 基于该现状,本文针对执行器快变偏差故障,重点考虑时间特性影响,结合能量与输入约束,对控制系统可重构性的定量评价问题展开了研究. 首先,以基于观测器的故障诊断算法和控制重构方案为例,建立了重构系统模型;然后,以该模型为对象,通过对重构过程中关键时刻的分析,深入研究了系统故障后的动态特性,并综合考虑故障引起的状态偏差、资源浪费以及诊断误差,设计了用于描述故障系统性能下降程度的二次型性能指标;其次,利用 Lyapunov 稳定性理论,定量求解了性能指标关于时间的一般表达式,进而求得该指标在整个时域中的最优解;最后,基于最优性能指标,引入了可重构度的概念,实现了对控制系统可重构性的理论判定以及定量描述,并通过数值仿真验证了所提可重构性分析方法的有效性.

关键词 控制可重构性, 快变偏差故障, 故障诊断时间, 控制重构时刻, 时间优化, 可重构度

引用格式 屠园园, 王大轶, 李文博. 考虑时间特性影响的控制系统可重构性定量评价方法研究. 自动化学报, 2018, 44(7): 1260-1270

DOI 10.16383/j.aas.2018.c160752

Quantitative Reconfigurability Evaluation for Control Systems in View of Time Properties

TU Yuan-Yuan¹ WANG Da-Yi² LI Wen-Bo¹

Abstract Due to the effect on actual reconfigurability of control systems caused by delays of fault diagnosis and controller reconfiguration, it is necessary to analyze system reconfigurability in the time domain. Given this, a quantitative analysis on time properties of reconfigurability is carried out for control systems with fast time-varying actuator bias fault in this paper. First of all, the observer-based fault diagnotor and reconfigurable controller are presented as an example to build the reconfigured system model. Then, the key instants for the whole fault-tolerant process are analyzed to describe the system post-fault properties and a quadratic index is designed to describe the performance degradation related to the nominal system. Next, the analytical expression of the quadratic index is deduced in terms of Lyapunov stability theory, based on which time management is optimized for the reconfiguration scheme. After that, the reconfigurability of the control system is quantitatively evaluated by giving the reconfigurability criteria and introducing the degree of reconfigurability. Finally, a numerical simulation is carried out to show the validity of the proposed analysis method.

Key words Control reconfigurability, time-varying bias fault, fault diagnosis time, controller reconfiguration instant, time optimization, degree of reconfigurability

Citation Tu Yuan-Yuan, Wang Da-Yi, Li Wen-Bo. Quantitative reconfigurability evaluation for control systems in view of time properties. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(7): 1260–1270

近几十年以来,随着工业系统成本与复杂度的 日益提高,人们对其性能退化、产能下降以及安全隐 患等问题的规避要求也愈发严格,因此需要迫切提 高系统的可靠性与安全性,增强系统对故障的自主

收稿日期 2016-11-18 录用日期 2017-02-13

本文责任编委 姜斌 Recommended by Associate Editor JIANG Bin 应对能力^[1-2]. 对控制系统进行可重构性优化设计是提高系统自主故障处理能力、改善系统运行质量的有效途径, 现已引起控制理论与控制工程领域的高度重视与广泛关注^[3].

目前, 针对控制系统可重构性的研究已形成一定的理论基础, 具体研究方法可归纳为以下三类: 1) 基于系统固有特性的方法 (例如: 能控性^[4]、稳定性^[5]等); 2) 基于系统性能约束的方法 (例如: 能量约束^[6]、控制输入约束^[7]、可靠性约束^[8]); 3) 基于系统功能要求的方法 (例如: 功能树法^[9-10]、层次分析法^[11]与模糊分析法^[12]).

上述关于可重构性的研究多侧重于对空间特性的讨论 (例如执行器构型、资源配置以及故障程度对可重构性的影响),而忽略了对时间特性的研究.事

Manuscript received November 18, 2016; accepted February 13, 2017

国家自然科学基金 (61690215, 61640304, 61573060, 61203093), 国 家杰出青年科学基金 (61525301) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61690215, 61640304, 61573060, 61203093), and National Science Fund for Distinguished Young Scholars (61525301)

^{1.} 北京控制工程研究所 北京 100190 2. 北京空间飞行器总体设计部 北京 100094

Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190
 Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094

实上, 系统发生故障以后, 需要花费一定的时间进行 故障诊断,才能够"对症下药",采取有效的重构措 施, 即控制重构存在一定的"延时". 如果这段"延 时"过短,则诊断模块没有充足的时间对故障进行精 确认知, 无法为重构控制器提供准确的故障信息, 从 而导致控制系统的重构性能低下, 甚至重构失败; 反 之, 如果这段"延时"过长, 则会造成有限资源的大 量浪费,并引起故障偏差的过分扩散,使得后续重构 代价过大,超出系统剩余资源可以提供的范围,从而 导致系统在实际意义下不可重构. 除此之外, 很多特 定任务需要在规定的时间内完成,系统故障后,为继 续完成这类既定任务,必须在一定的时间窗口内进 行控制重构,这个窗口越小,说明系统的时间冗余度 越小,相应地重构难度会越大.因此,系统是否可重 构,除了取决于各种空间因素以外,一定程度上还受 诊断时长、重构时延以及任务窗口等各种时间因素 的影响.

近年来,关于可重构性时间问题的研究相对较少: 文献 [13] 指出,系统从发生故障到采取重构措施期间的延时严重影响重构性能. Zhang 等在文献 [14] 中定性说明了时间是影响重构性能的关键因素之一,并引入"最优等待时间 t_m "的概念,指出当重构延时等于 t_m 时,系统重构性能将达到最优. 文献 [15] 针对执行器部分失效故障,定量推导了重构延时对系统重构性能的影响. 从上述研究现状可知,目前关于可重构性时间特性的研究才刚刚起步,尚处于定性分析阶段,且未考虑诊断时间对系统重构性能的影响.

此外,现有关于可重构性的研究,大多考虑执行器的部分失效故障.然而,控制系统实际运行时,在各类不确定因素的作用下,常常会发生执行器偏差故障.为简化问题,便于理论分析,目前关于偏差故障的研究大都针对常值或慢时变故障来展开.事实上,故障的时间变化特性会严重影响诊断精度,进而影响系统的重构性能,尤其是当诊断结果被直接应用于重构控制回路中时.因此,容错过程中对快变偏差故障的处理至关重要,有必要对其展开深入的研究与探讨.

综上所述,目前关于控制系统可重构性的研究存在以下几点不足: 1)尚未形成系统全面的可重构性时间特性的定量分析方法; 2)未考虑故障诊断时间对系统重构性能的影响; 3)缺乏对快变偏差故障的可重构性研究.

鉴于此,本文针对上述研究不足,以执行器快变偏差故障为对象,从时间特性角度出发,定量分析了诊断与重构延时对控制系统实际可重构性的影响,在此基础之上,对系统可重构性的量化评价问题展开了深入研究.该研究可以在控制系统的前期设计阶段,从时间规划角度,对系统的重构预案进行评价

与优化, 具有一定的工程实际意义.

1 问题描述

考虑如下标称系统模型:

思知下标称系统模型:
$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_n(t) = A\boldsymbol{x}_n(t) + B\boldsymbol{u}_n(t) + D\boldsymbol{d}(t) \\ \boldsymbol{y}_n(t) = C\boldsymbol{x}_n(t) \end{cases}$$
(1)

其中, $\mathbf{x}_n \in \mathbf{R}^n$ 、 $\mathbf{u}_n \in \mathbf{R}^m$ 、 $\mathbf{y}_n \in \mathbf{R}^q$ 、 $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{m_d}$ 分别 为标称系统的状态向量、控制输入向量、输出向量 以及外部干扰, A、B、C、D 分别为相应维数的常量矩阵.

若 m 个执行器中有 m_k 个受快变偏差故障影响,则故障系统模型可以表示成如下形式^[16]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + \sum_{i \in \mathscr{F}_a} \boldsymbol{b}_i f_i(t) + D\boldsymbol{d}(t) = \\ A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}(t) + F\boldsymbol{f}(t) + D\boldsymbol{d}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$
(2)

其中, $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^{m_k}$ 为执行器的故障信号, 不可直接测量, f_i 是 \mathbf{f} 的第 i 个分量, \mathbf{b}_i 代表 B 的第 i 列, \mathscr{F}_a 是故障执行机构编号的集合, $F = [\mathbf{b}_i], i \in \mathscr{F}_a$.

故障类型众多,难以辨识出所有可能的故障构型,而研究某些已知、可信的故障类型可以为实际工程中的故障诊断提供重要的参考依据^[16].因此,本文借鉴文献 [17] 的故障描述方法,利用"外系统"对一类重要的快时变故障进行建模:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varphi}}(t) = 0, & 0 \le t \le t_f \\ \boldsymbol{\varphi}(t_0) = \boldsymbol{\varphi}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}}(t) = A_f \boldsymbol{\varphi}(t), & t > t_f \end{cases}$$

$$\boldsymbol{f}(t) = C_f \boldsymbol{\varphi}(t)$$
(3)

其中, $\varphi \in \mathbf{R}^r$ 是故障的状态向量, A_f 和 C_f 是适当维数的常量矩阵, 故障的初始状态 φ_0 和发生时刻 t_f 未知. 上述故障描述方法可广泛应用于周期型故障、指数发散/收敛型故障、常值或慢时变故障以及其他更一般的持续型故障. 通过数学转化, 执行器部分失效故障也可以表示成该类偏差故障的形式.

考虑故障诊断与重构模块,建立如下所示完整 的重构系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t) + B\boldsymbol{u}_r(t) + F\boldsymbol{f}(t) + D\boldsymbol{d}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = C\boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$
(4a)

$$\mathbf{u}_{r}(t) = \mathbf{u}_{n}(t) + \mathbf{u}_{\xi}(\hat{\mathbf{f}}, t)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = A_{z}\mathbf{z}(t) + B_{z}\mathbf{u}(t) + F\hat{\mathbf{f}}(t) + L\mathbf{y}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{f}}}(t) = K_{1}\mathbf{z}(t) + K_{2}\dot{\mathbf{z}}(t) + L_{1}\mathbf{y}(t) + L_{2}\dot{\mathbf{y}}(t) \end{cases}$$

$$(4b)$$

其中,式 (4b) 为基于故障补偿思想的重构控制律, $u_{\xi}(\hat{f},t)$ 为故障补偿项;式 (4c) 是对基于观测器故障诊断算法的统一描述,广泛适用于未知输入观测器法 (Unknown iuput observer, UIO)[18–19]、自适应观测器法[20] 以及 H_2/H_{∞} 观测器法[21] 等多种故障诊断算法.由于该类诊断算法均以系统输入输出信号 u、y 为诊断器输入,以故障估计值 \hat{f} 为诊断器输出,中间的系统输出估计 \hat{y} 由观测器状态量 $z \in \mathbf{R}^l$ 得到,因此可用通用数学框架式 (4c) 对其进行统一描述.

需要强调的是,本文的重点讨论对象是系统可 重构性的时间特性,并非具体的诊断与重构方案.这 里仅以经典的基于观测器的故障诊断算法和控制重 构方案为例,对系统故障后的时域特性进行相关分 析,具体的分析方法可以推广到其他形式的诊断与 重构方案.

2 系统性态分析

上一节建立了重构系统模型,论文后续部分将以该模型为对象,分析系统故障后的动态特性,进而研究可重构性的相关时域问题,具体为:1)当执行器发生快变偏差故障以后,系统能否(以预定的诊断算法和重构方案)在容许的控制精度内以有限的剩余资源进行重构;2)若可以,则在何时提取诊断结果、何时进行控制重构,可以使系统的状态偏差和需要的重构代价尽可能地小,从而使整个系统的综合重构性能达到最优.

基于对上述问题的思考,本节以重构系统模型(4)为对象,对系统故障后的性能状态进行分析.首先,定义了整个重构过程中的4个关键时刻;然后,综合考虑状态偏差、资源浪费以及诊断误差三方面因素,设计了用于描述故障系统性能下降程度的二次型性能指标.

2.1 关键时刻分析

为了更好地描述控制系统故障后的各个阶段, 定义以下 4 个关键时刻:

- 1) 任务完成时刻 t_{mis} : 系统必须在该时刻之前 跟踪到期望轨迹;
 - 2) 故障发生时刻 t_f : 满足 $t_f \in [0, t_{mis}]$;
- 3) 故障诊断结束时刻 t_d : 表示提取故障诊断结果的时刻;
- 4) 控制器重构时刻 t_r : 表示系统采取控制重构 措施调整故障的时刻.
- 一个典型重构控制系统的时间响应如图 1 所示.整个过程可以划分为三个阶段:故障前 $(t_0 \sim t_f)$ 、故障阶段 $(t_f \sim t_{mis})$ 、故障后 $(t_{mis} \sim \infty)$.故障前,整个系统线性定常,运行稳定.故障阶段,系统性态复杂,甚至存在时变或非线性的情况,该阶段可以细分为三个部分:故障诊断阶段 $(t_f \sim t_d)$ 、重构延时阶段 $(t_f \sim t_r)$ 、重构阶段 $(t_r \sim t_{mis})$.在故障诊断阶段与重构延时阶段,由于诊断器提供的信息没有表征系统异常,标称控制器无法提供正确的控制信号,因此该阶段系统运行性能较差,甚至出现失稳现象,此时闭环系统的性能主要取决于故障的严重程度以及系统自身的鲁棒性;在重构阶段,如果重构策略采取得及时并且合理,则故障系统可在短时间内恢复至稳定状态.

假设系统的原始控制目标是, 在规定的任务时间 (t_{mis}) 内跟踪到期望模型:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_n(t) = M\boldsymbol{x}_n(t) \tag{5}$$

以状态反馈控制器为分析样例,设计系统的标称控制器:

$$\boldsymbol{u}_n(t) = -K\boldsymbol{x}_n(t) + \boldsymbol{u}_d(t) \tag{6}$$

其中, u_d 为干扰抑制项, 反馈增益 K 满足:

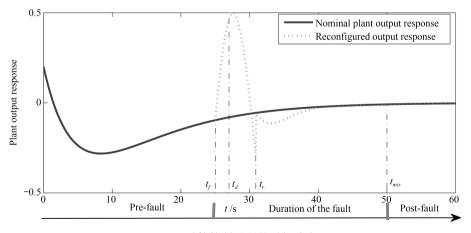


图 1 重构控制过程的时间响应

Fig. 1 Time response of reconfiguration process

$$A - BK = M \tag{7}$$

基于传统的伪逆法, 反馈增益 K 取为

$$K = B^{+}(A - M) \tag{8}$$

式中, B^+ 是 B 的左伪逆矩阵.

由于 $F = [\mathbf{b}_i]$ $(i \in \mathscr{F}_a)$,所以存在一个矩阵 N_a ,使得 $F = BN_a$,因此重构控制律的故障补偿项 $\mathbf{u}_{\mathcal{E}}(\hat{\mathbf{f}},t)$ 可以设计为

$$\boldsymbol{u}_{\xi}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t < t_r \\ -N_a \hat{\boldsymbol{f}}(t), & t_r \le t < t_{mis} \end{cases}$$
(9)

基于此,整个重构过程中的控制律可以表示成如下分段函数:

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{cases} \boldsymbol{u}_{n} = -K\boldsymbol{x}_{n}(t) + \boldsymbol{u}_{d}(t), & 0 \leq t < t_{f} \\ \boldsymbol{u}_{f} = -K\boldsymbol{x}_{f}(t) + \boldsymbol{u}_{d}(t), & t_{f} \leq t < t_{r} \\ \boldsymbol{u}_{r} = -K\boldsymbol{x}_{r}(t) + \boldsymbol{u}_{d}(t) - N_{a}\hat{\boldsymbol{f}}(t), & t_{r} \leq t < t_{mis} \end{cases}$$

$$(10)$$

其中, \mathbf{u}_f 、 \mathbf{u}_r 、 \mathbf{x}_f 、 \mathbf{x}_r 分别为故障系统重构前后的控制输入与状态向量.

本文重点研究故障对系统性能状态的影响, 若控制分量 u_d 具有良好的干扰抑制作用, 则外部扰动对系统性态的影响相比于故障可以被忽略. 基于此, 将各阶段的控制律代入系统方程, 得到整个重构过程的系统状态空间模型如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_n = (A - BK) \boldsymbol{x}_n(t), & 0 \le t < t_f \\ \dot{\boldsymbol{x}}_f = (A - BK) \boldsymbol{x}_f(t) + F\boldsymbol{f}(t), & t_f \le t < t_r \\ \dot{\boldsymbol{x}}_r = (A - BK) \boldsymbol{x}_r(t) + F\boldsymbol{e}_f(t), & t_r \le t < t_{mis} \end{cases}$$
(11)

其中, $\boldsymbol{e}_f(t) = \boldsymbol{f}(t) - \hat{\boldsymbol{f}}(t)$ 为故障估计误差.

2.2 性能下降描述

进行控制重构的目的在于: 尽可能地消除故障影响,从而使系统轨迹尽可能贴近于标称系统. 为了衡量重构系统相对标称系统的性能偏差,需要设计一个量化指标对其进行描述.

故障会导致系统性能的下降,主要表现为两方面:其一为控制精度的下降,其二为系统资源的浪费;除此之外,诊断器精度也会严重影响系统的重构性能.因此,综合考虑重构系统相对标称系统的状态偏差、控制输入偏差以及故障估计误差,设计用于描述重构系统性能下降程度的量化指标.

定义 1. 综合性能下降指标

若实际系统相对标称系统的状态偏差、控制输入偏差以及故障估计误差分别为 e_x , e_u , e_f , 则定义

如下的积分二次型函数为系统的综合性能下降指标:

$$J_{s} = \int_{t_{f}}^{t_{mis}} (\boldsymbol{e}_{x}^{\mathrm{T}} Q \boldsymbol{e}_{x} + \boldsymbol{e}_{u}^{\mathrm{T}} R \boldsymbol{e}_{u}) dt + \int_{t_{d}}^{t_{mis}} \boldsymbol{e}_{f}^{\mathrm{T}} P \boldsymbol{e}_{f} dt$$
(12)

其中, $\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{e}_u = \boldsymbol{u}_n - \boldsymbol{u}$, Q, R 为对称矩阵, 且满足: $Q = Q^T \ge 0$, $R = R^T > 0$.

注 1. 该性能指标中对故障估计误差的积分从 t_d 开始, 而不是 t_f , 原因在于: 估计误差对系统性能 的影响并非从故障发生时刻就立即开始, 而是从提 取诊断结果的时刻开始.

注 2. 故障估计误差 e_f 依赖于故障真实值. 本文的主要研究目的为: 在控制系统的前期设计阶段,从时间规划角度,评价并优化系统的重构预案. 在实际工程中,通过前期实验、测试、以及现场运行等大量数据的积累,可以建立起相对完备的故障模式集,进而可以得到较为准确的故障模型. 因此,在设计阶段可以假定故障是已知的,这是符合实际工程背景的.

定义1提供了一种综合考虑控制精度、资源消耗以及故障诊断精度三方面因素,对系统重构性能进行定量分析的参考依据.

3 性能指标求解

上一节以积分形式表示的性能下降指标无法直观反映各个关键时刻对系统重构性能的影响,因此,本节重点研究该性能指标的定量求解问题. 首先,分析整个重构过程中的系统稳定性; 然后,基于 Lyapunov 稳定性理论,定量推导性能指标关于 4 个关键时刻的具体表达式; 最后,以该指标为依据,给出重构方案的时间优化描述,并分析系统可重构的时间条件.

3.1 稳定性分析

若系统采用线性控制器,即控制输入由系统状态及其导数线性表示,则可以消去诊断算法通用表达式 4(c) 中的 \boldsymbol{u} , \boldsymbol{y} , 得到:

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{z}}(t) = A_1 \boldsymbol{z}(t) + A_2 \boldsymbol{x}(t) + F \hat{\boldsymbol{f}}(t) \\
\dot{\hat{\boldsymbol{f}}}(t) = C_1 \boldsymbol{z}(t) + C_2 \boldsymbol{x}(t) + F_1 \hat{\boldsymbol{f}}(t) + F_2 \boldsymbol{f}(t)
\end{cases} (13)$$

为简化性能指标的计算,引入扩展状态变量

$$oldsymbol{X}(t) = egin{bmatrix} oldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & oldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t) & oldsymbol{arphi}^{\mathrm{T}}(t) & oldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{N}$$

 $(N = 2n + r + m_k + l)$ 得扩展系统状态空间模型:

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t) = G\boldsymbol{X}(t) \tag{14}$$

其中
$$G = \begin{cases} G_f, & t_f \le t \le t_r \\ G_r, & t_r \le t \le t_{mis} \end{cases}$$

$$G_f = \begin{pmatrix} A - BK & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A - BK & FC_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_f & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & F_2C_f & F_1 & C_1 \\ 0 & A_2 & 0 & F & A_1 \end{pmatrix}$$

$$G_r = \begin{pmatrix} A - BK & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A - BK & FC_f & -BN_a & 0 \\ 0 & 0 & A_f & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & F_2C_f & F_1 & C_1 \\ 0 & A_2 & 0 & F & A_1 \end{pmatrix}$$

定理 1. 若重构系统 (4) 的故障诊断器有效, 且故障有界, 则扩展系统 (14) 在整个重构过程中保持稳定.

证明. 扩展系统的稳定性取决于其分量, 因此下面对各个分量的稳定性依次进行分析.

1) $\boldsymbol{x}_n(t)$ 的稳定性分析

因为A-BK稳定,所以标称系统 (1) 稳定,即 $\boldsymbol{x}_n(t)$ 稳定.

$(2) \varphi(t)$ 的稳定性分析

定理 1 中关于故障有界的假设是符合实际工程意义的. 由于系统的剩余资源有限,所以故障并不能无限大;否则,重构代价会超出系统的剩余能力范围,从而导致系统不可重构. 因此,本文不研究发散型故障,故障模型 (3) 稳定 (包含临界稳定),即故障状态 $\varphi(t)$ 稳定.

3) f(t), z(t) 的稳定性分析

故障诊断器有效, 意味着其诊断结果收敛于故障真实值, 因此其观测量 z(t) 以及最后的故障估计输出 $\hat{f}(t)$ 均稳定.

4) $\mathbf{x}(t)$ 的稳定性分析

这里分阶段对实际系统的稳定性进行分析.

a) 故障前阶段 $(t_0 \sim t_f)$

该阶段系统状态 $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_n(t)$, 系统稳定.

b) 重构延时阶段 $(t_f \sim t_r)$

由式 (11) 可知, 该阶段的状态偏差 e_{x_f} 满足:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{x_f}(t) = (A - BK)\boldsymbol{e}_{x_f}(t) - F\boldsymbol{f}(t) = (A - BK)\boldsymbol{e}_{x_f}(t) - FC_f\boldsymbol{\varphi}(t)$$
(15)

令
$$\boldsymbol{Z}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{x_f}^{\mathrm{T}}(t) & \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
,则有:
$$\dot{\boldsymbol{Z}}(t) = G_z \boldsymbol{Z}_1(t) \tag{16}$$

其中,
$$G_z = \begin{bmatrix} A - BK & -FC_f \\ 0 & A_f \end{bmatrix}$$
.

因为 A - BK 与 A_f 均稳定, 所以 G_z 稳定, 则 e_{x_f} 稳定, 因此该阶段的系统状态稳定.

c) 重构阶段 $(t_r \sim t_{mis})$

由式 (11) 可知, 该阶段的状态偏差 e_{x_x} 满足:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{x_r}(t) = (A - BK)\boldsymbol{e}_{x_r}(t) - F\boldsymbol{e}_f(t) \qquad (17)$$

参考重构延时阶段 $(t_f \sim t_r)$ 的稳定性分析, 可证该阶段的系统状态 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_r(t)$ 稳定.

综上所述, 在整个重构过程中, 扩展系统的所有 分量均保持稳定, 即扩展系统 (14) 稳定.

由定理1可知,系统(1)在有界故障(3)的作用下仅仅偏离了预定轨迹,在原定控制器以及重构方案的作用下仍然保持稳定.

3.2 性能指标求解

在定理 1 成立的前提下,可利用 Lyapunov 稳定性理论,对系统的性能下降指标进行定量求解.

定理 2. 若重构系统 (4) 满足定理 1, 即扩展系统 G 稳定,则系统的综合性能下降指标 (12) 可以表示成如下形式:

$$J_{s} = \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t_{f}) \Gamma(t_{f}, t_{d}, t_{r}, t_{mis}) \boldsymbol{X}(t_{f})$$
 (18)

其中, $\Gamma(t_f, t_d, t_r, t_{mis})$ 是关于 4 个关键时刻的矩阵函数.

证明. 由式 (12) 对系统性能指标的定义有:

$$J_{s} = \int_{t_{f}}^{t_{r}} (\mathbf{e}_{x_{f}}^{\mathrm{T}} Q \mathbf{e}_{x_{f}} + \mathbf{e}_{u_{f}}^{\mathrm{T}} R \mathbf{e}_{u_{f}}) dt +$$

$$\int_{t_{f}}^{t_{mis}} (\mathbf{e}_{x_{r}}^{\mathrm{T}} Q \mathbf{e}_{x_{r}} + \mathbf{e}_{u_{r}}^{\mathrm{T}} R \mathbf{e}_{u_{r}}) dt +$$

$$\int_{t_{d}}^{t_{mis}} \mathbf{e}_{f}^{\mathrm{T}} P \mathbf{e}_{f} dt =$$

$$\int_{t_{f}}^{t_{r}} (\mathbf{e}_{x_{f}}^{\mathrm{T}} Q \mathbf{e}_{x_{f}} + \mathbf{e}_{u_{f}}^{\mathrm{T}} R \mathbf{e}_{u_{f}} + \mathbf{e}_{f}^{\mathrm{T}} P \mathbf{e}_{f}) dt +$$

$$\int_{t_{T}}^{t_{mis}} (\mathbf{e}_{x_{r}}^{\mathrm{T}} Q \mathbf{e}_{x_{r}} + \mathbf{e}_{u_{r}}^{\mathrm{T}} R \mathbf{e}_{u_{r}} + \mathbf{e}_{f}^{\mathrm{T}} P \mathbf{e}_{f}) dt -$$

$$\int_{t_{f}}^{t_{d}} \mathbf{e}_{f}^{\mathrm{T}} P \mathbf{e}_{f} dt = \tilde{J}_{f} + \tilde{J}_{r} - \tilde{J}_{d}$$

$$(19)$$

其中 $\tilde{J}_f = \int_{t_f}^{t_r} (\boldsymbol{e}_{x_f}^{\mathrm{T}} Q \boldsymbol{e}_{x_f} + \boldsymbol{e}_{u_f}^{\mathrm{T}} R \boldsymbol{e}_{u_f} + \boldsymbol{e}_f^{\mathrm{T}} P \boldsymbol{e}_f) dt$ $\tilde{J}_r = \int_{t_r}^{t_{mis}} (\boldsymbol{e}_{x_r}^{\mathrm{T}} Q \boldsymbol{e}_{x_r} + \boldsymbol{e}_{u_r}^{\mathrm{T}} R \boldsymbol{e}_{u_r} + \boldsymbol{e}_f^{\mathrm{T}} P \boldsymbol{e}_f) dt$ $\tilde{J}_d = \int_{t_f}^{t_d} \boldsymbol{e}_f^{\mathrm{T}} P \boldsymbol{e}_f dt$

基于扩展系统, 性能指标分量 \tilde{J}_f 可表示成:

$$\tilde{J}_f = \int_{t_f}^{t_r} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t) S_f \boldsymbol{X}(t) \, \mathrm{d}t$$
 (20)

其中, S_f 为半正定对称矩阵, 且 (16) $S_f =$

在 $(t_f \sim t_r)$ 阶段,由于扩展系统稳定,根据 Lyapunov 稳定性理论可知,以下方程具有唯一负定 对称矩阵解:

$$G_f^{\mathrm{T}} P_f + P_f G_f = S_f \tag{21}$$

将该方程等号两边同时左乘 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)$, 右乘 $\boldsymbol{X}(t)$, 得到:

$$m{X}^{\mathrm{T}}\left(t\right)\left(G_{f}^{\mathrm{T}}P_{f}+P_{f}G_{f}\right)m{X}\left(t\right)=m{X}^{\mathrm{T}}\left(t\right)S_{f}m{X}\left(t\right)$$
又因为

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\left(t\right)\left(G_{f}^{\mathrm{T}}P_{f}+P_{f}G_{f}\right)\boldsymbol{X}\left(t\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\left(t\right)P_{f}\boldsymbol{X}\left(t\right)$$

所以有

$$\tilde{J}_{f} = \int_{t_{f}}^{t_{r}} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t) P_{f} \boldsymbol{X} (t)) \right] \mathrm{d}t = \\
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{r}) P_{f} \boldsymbol{X} (t_{r}) - \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) P_{f} \boldsymbol{X} (t_{f}) = \\
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) \left(e^{G_{f}^{T} \Delta t_{1}} P_{f} e^{G_{f} \Delta t_{1}} - P_{f} \right) \boldsymbol{X} (t_{f}) \tag{22}$$

其中, $\Delta t_1 = t_r - t_f$, 表示系统重构延时.

借鉴 J_f 的计算思路, 推导 J_r 的具体表达式, 用到的中间矩阵有:

$$S_r =$$

$$\begin{pmatrix} Q + K^{\mathsf{T}}RK & -Q - K^{\mathsf{T}}RK & 0 & -K^{\mathsf{T}}RN_a & 0 \\ -Q - K^{\mathsf{T}}RK & Q + K^{\mathsf{T}}RK & 0 & K^{\mathsf{T}}RN_a & 0 \\ 0 & 0 & C_f^{\mathsf{T}}PC_f & -C_f^{\mathsf{T}}P & 0 \\ -N_a^{\mathsf{T}}RK & N_a^{\mathsf{T}}RK & -PC_f & P + N_a^{\mathsf{T}}RN_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

基于此, 性能指标分量 \tilde{J}_r 可以表示如下:

$$\tilde{J}_{r} = \int_{t}^{t_{mis}} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t) S_{r} \boldsymbol{X}(t) dt$$
 (23)

设 \tilde{P}_r 为以下方程的唯一负定对称矩阵解:

$$G_r^{\mathrm{T}} P_r + P_r G_r = S_r \tag{24}$$

则有:

$$\tilde{J}_{r} = \int_{t_{r}}^{t_{mis}} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t) P_{r} \boldsymbol{X}(t)) \right] \mathrm{d}t =
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{mis}) P_{r} \boldsymbol{X} (t_{mis}) - \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{r}) P_{r} \boldsymbol{X} (t_{r}) =
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) e^{G_{f}^{\mathrm{T}} \Delta t_{1}} \left(e^{G_{r}^{\mathrm{T}} \Delta t_{2}} P_{r} e^{G_{r} \Delta t_{2}} - P_{r} \right) \cdot
e^{G_{f} \Delta t_{1}} \boldsymbol{X} (t_{f})$$
(25)

其中, $\Delta t_2 = t_{mis} - t_r$, 表示系统重构时长.

取
$$\boldsymbol{X}_d = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) & \boldsymbol{\varphi}(t) & \hat{\boldsymbol{f}}(t) & \boldsymbol{z}(t) \end{bmatrix}^1$$
,同样借鉴上述计算思路,推导 \tilde{J}_d 的表达式,用到的中间

矩阵如下:

$$G_d = \begin{pmatrix} A - BK & FC_f & 0 & 0 \\ 0 & A_f & 0 & 0 \\ C_2 & F_2C_f & F_1 & C_1 \\ A_2 & 0 & F & A_1 \end{pmatrix}$$

$$S_d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_f^{\mathrm{T}}PC_f & -C_f^{\mathrm{T}}P & 0 \\ 0 & -PC_f & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

则有:

$$\tilde{J}_{d} = \int_{t_{f}}^{t_{d}} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\boldsymbol{X}_{d}^{\mathrm{T}}(t) P_{d} \boldsymbol{X}_{d}(t)) \right] \mathrm{d}t = \\
\boldsymbol{X}_{d}^{\mathrm{T}}(t_{d}) P_{d} \boldsymbol{X}_{d}(t_{d}) - \boldsymbol{X}_{d}^{\mathrm{T}}(t_{f}) P_{d} \boldsymbol{X}_{d}(t_{f}) = \\
\boldsymbol{X}_{d}^{\mathrm{T}}(t_{f}) \left(e^{G_{d}^{\mathrm{T}} \Delta \tau} P_{d} e^{G_{d} \Delta \tau} - P_{d} \right) \boldsymbol{X}_{d}(t_{f}) \tag{26}$$

其中, $\Delta \tau = t_d - t_f$, 表示系统进行故障诊断的有效时长, P_d 为以下方程的唯一负定对称矩阵解:

$$G_d^{\mathrm{T}} P_d + P_d G_d = S_d \tag{27}$$

将式 (22)、(25)、(26) 代入式 (19) 可以得到:

$$J_{s} = \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) \left(e^{G_{f}^{\mathrm{T}} \Delta t_{1}} P_{f} e^{G_{f} \Delta t_{1}} - P_{f} \right) \boldsymbol{X} (t_{f}) +$$

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) e^{G_{f}^{\mathrm{T}} \Delta t_{1}} \left(e^{G_{r}^{\mathrm{T}} \Delta t_{2}} P_{r} e^{G_{r} \Delta t_{2}} - P_{r} \right) \cdot$$

$$e^{G_{f} \Delta t_{1}} \boldsymbol{X} (t_{f}) -$$

$$\boldsymbol{X}_{d}^{\mathrm{T}} (t_{f}) \left(e^{G_{d}^{\mathrm{T}} \Delta \tau} P_{d} e^{G_{d} \Delta \tau} - P_{d} \right) \boldsymbol{X}_{d} (t_{f}) =$$

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) \left[\Phi_{1}^{\mathrm{T}} (P_{f} - P_{r}) \Phi_{1} + \Phi_{2}^{\mathrm{T}} P_{r} \Phi_{2} - P_{f} - \Phi_{3}^{\mathrm{T}} P_{d} \Phi_{3} + E_{d}^{\mathrm{T}} P_{d} E_{d} \right] \boldsymbol{X} (t_{f}) =$$

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} (t_{f}) \Gamma (t_{f}, t_{d}, t_{r}, t_{mis}) \boldsymbol{X} (t_{f})$$

$$(28)$$

其中

$$\Gamma(t_f, t_d, t_r, t_{mis}) = \Phi_1^{\mathrm{T}}(P_f - P_r) \Phi_1 + \Phi_2^{\mathrm{T}} P_r \Phi_2 - P_f - \Phi_3^{\mathrm{T}} P_d \Phi_3 + E_d^{\mathrm{T}} P_d E_d$$

$$\begin{split} &\Phi_1 = \mathbf{e}^{G_f^{\mathrm{T}} \Delta t_1}, \quad \Phi_2 = \mathbf{e}^{G_r \Delta t_2} \mathbf{e}^{G_f \Delta t_1}, \quad \Phi_3 = \\ &\mathbf{e}^{G_d \Delta \tau} E_d \end{split}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0_{(N-n)\times n} & I_{(N-n)\times(N-n)} \end{bmatrix}$$

综上, 定理 2 得证.

由此得到系统的综合性能下降指标 J_s 关于时间的具体表达式,为后续进行可重构性的时间特性研究提供了数学依据.

П

44卷

3.3 时间优化描述

通过定量求解,可以将系统的综合性能下降指标 J_s 表示成关于 4 个关键时刻的函数表达式 $J_s(t_f,t_d,t_r,t_{mis})$. 故障发生以后,在预定容错方案的作用下,对于既定的故障发生时刻 t_f 以及规定的任务完成时间 t_{mis} ,控制系统的重构性能 J_s 只与扩展系统故障状态 $\boldsymbol{X}(t_f)$ 、故障诊断时间 t_d 以及控制重构时刻 t_r 有关. 因此,在已知 $\boldsymbol{X}(t_f)$ 的前提下,可以对 t_d 、 t_r 进行优化,使系统的性能下降程度 J_s 达到最小,此时称: 系统在预定容错方案作用下的重构性能达到 J_s 意义下的最优.

考虑实际情况,故障引起的状态偏差以及资源浪费量不能无限大,因此需要对性能指标 J_s 设定阈值 η ,以此来限定故障系统性能下降程度的容许范围. 当 $J_s > \eta$ 时,系统偏离标称轨迹的程度过大,资源浪费严重,重构代价超出了其可以承受的范围,导致系统不可重构.除此之外,受执行器物理限制的影响,系统的控制输入也需要满足约束 $u_{\min} \leq \|\mathbf{u}(t)\|_{\infty} \leq u_{\max}$.因此,采用如下形式的优化问题来求解故障系统提取诊断结果、进行控制重构的最优时机 t_d^* , t_r^* ,以及系统性能下降指标的最小值 $J_{s,t}^*$:

$$\min_{t_d, t_r} (J_s)$$
s. t.
$$\begin{cases}
J_s - \eta \le 0 \\
u_{\min} \le ||\boldsymbol{u}(t)||_{\infty} \le u_{\max} \\
t_f \le t_d \le t_r \le t_{mis}
\end{cases}$$
(29)

针对该优化问题,可采用基本的遗传算法进行求解.

定理 3. 对于式 (4) 描述的重构控制系统, 若式 (29) 所示的优化问题存在最优解, 则称采用当前容错方案的控制系统在综合性能下降指标 J_s 的意义下实际可重构. 另外, 满足式 (29) 中所有不等式约束的 t_d , t_r 解, 即为系统可重构需要满足的诊断与重构时间条件.

定理 4. 假设系统一诊断出故障就立即进行控制 重构,即 $t_d = t_r$,则在确定故障发生时刻 t_f 、规定任务完成窗口 t_{mis} 以及性能下降阈值 η 以后,系统容许的最晚重构时刻为

$$\tau^* = \max\left\{ J_s^{-1} \left(\eta \right) \right\} \tag{30}$$

其中, $J_s^{-1}(\eta)$ 为方程 $J_s(t_r) = \eta$ 的解.

一旦重构时刻超出 τ^* , 系统将不可重构. 是系统在理想情况下的最大重构延时, 考虑到计算机运算速率等其他限制因素影响, 实际容许的重构延时可能会更小.

4 可重构性评价

指标函数 J_s 从性能偏离角度反映了故障系统 重构性能的优劣, 然而缺乏直观性. 因此, 本节基于 该性能指标, 对可重构性的定量评价问题展开进一 步研究. 首先, 以 J_s 为参考依据, 对系统在具体容错 方案下的可重构性和固有可重构性进行判定; 然后, 通过引入可重构度的概念, 实现对控制系统重构能 力的定量描述.

4.1 时间优化描述

由前文的分析可知,故障系统只有同时满足: 1)性能指标 $J_s \leq \eta$; 2)控制输入 $u_{\min} \leq \|\boldsymbol{u}(t)\|_{\infty} \leq u_{\max}$ 才可以进行控制重构.基于上述要求,可以给出系统可重构性的理论判据.

定义 2. (容错方法/方案) 若系统采用诊断算法 FD 以及重构策略 CR 进行故障处理, 那么定义其容错方法为

$$\mathcal{M} \left\{ \mathcal{FD}, \mathcal{CR} \right\} \tag{31}$$

更进一步, 若在 t_d 时刻提取诊断结果, 在 t_r 时刻采取重构措施,则定义该容错方案为

$$S\{(\mathcal{FD}, t_d), (\mathcal{CR}, t_r)\}$$
 (32)

定理 5. (含时间规划) 方案可重构性判据) 对于既定的故障发生时刻 t_f 以及规定的任务完成时间 t_{mis} , 故障系统 (2) 在容错方案 $S\{((4c), t_d), ((4b), t_r)\}$ 的作用下可重构, 当且仅当:

$$J_{s,S} = J_s (S, t_d, t_r) \le \eta$$

$$u_{\min} \le \|\boldsymbol{u}(t)\|_{\infty} \le u_{\max}$$
(33)

其中, $J_{s,S} = J_s(S, t_d, t_r)$ 为系统在方案 S 作用下的性能下降程度.

定理 6. (方法可重构性判据) 对于既定的故障 发生时刻 t_f 以及规定的任务完成时间 t_{mis} , 故障系统 (2) 在容错方法 $\mathcal{M}\{(4c),(4b)\}$ 的作用下可重构, 当且仅当:

$$J_{s,\mathcal{M}} = J_s(\mathcal{M}, t_d^*, t_r^*) \le \eta;$$

$$u_{\min} \le \|\boldsymbol{u}(t)\|_{\infty} \le u_{\max}$$
(34)

其中, $J_{s,\mathcal{M}} = J_s(\mathcal{M}, t_d^*, t_r^*)$ 表示系统以最优时间规划 (t_d^*, t_r^*) 采用方法 \mathcal{M} 时的性能下降程度.

定理 7. (系统固有可重构性判据) 对于既定的故障发生时刻 t_f 以及规定的任务完成时间 t_{mis} , 故障系统 (2) 可重构, 当且仅当:

$$J_{s,\mathcal{S}^*} = J_s\left(\mathcal{S}^*, t_d^*, t_r^*\right) \le \eta;$$

$$u_{\min} \le \|\boldsymbol{u}^*\left(t\right)\|_{\infty} \le u_{\max}$$
(35)

其中, S^* 表示系统通过对空间构型、诊断算法以及重构控制律等方面进行优化得到的最优容错方

案; $J_{s,S^*} = J_s(S^*, t_d^*, t_r^*)$ 表示系统以最优时间规划 (t_d^*, t_r^*) , 采用最优容错方案 S^* 进行故障处理的性能下降程度.

4.2 可重构度定义

第 4.1 节中的定理 5 ~ 7 只能对系统可重构性的有无进行简单判定,为进一步描述系统重构能力的大小,这里引入可重构度的概念.

定义 3. (可重构度) 若故障系统可容许的性能下降阈值为 η , 采取重构措施以后的实际性能下降程度为 J_s , 则定义系统性能下降程度的容许裕度 $\eta - J_s$ 占容许上限 η 的百分比为该系统的可重构度, 即:

$$\rho = \max\left\{\frac{\eta - J_s}{\eta}, 0\right\} \times 100\% \tag{36}$$

在实际工程中,根据不同的应用背景,可以将可 重构度细分为以下三种:

- 1) 若 $J_s = J_{s,S} = J_s(S, t_d, t_r)$, 则 $\rho = \rho_S$ 为系 统在含时间规划的容错方案 $S\{(4(c), t_d), (4(b), t_r)\}$ 下的可重构度;
- 2) 若 $J_s = J_{s,M} = J_s(\mathcal{M}, t_d^*, t_r^*)$, 则 $\rho = \rho_M$ 为系统在容错方法 $\mathcal{M}(4(c), 4(b))$ 下的可重构度;
- 3) 若 $J_s = J_{s,S^*} = J_s(S^*, t_d^*, t_r^*)$, 则 $\rho = \rho_0$ 为系统的固有可重构度.

注 3. 前两种为方案可重构度, 只反映系统在相应容错方案下的实际重构能力; 最后一种是系统可重构度, 反映了系统的最大重构潜力. 三种可重构度满足: $\rho_S \leq \rho_M \leq \rho_0$.

分析可知, $\rho \in [0\ 100\%]$,其值越接近于 100%,说明系统的重构性能越好. 当系统性能下降程度超出容许范围,即 $J_s \geq \eta$ 时, $\rho = 0$,系统不可重构;当系统无任何性能下降,即 $J_s = 0$ 时, $\rho = 100\%$,系统处于理想状态. 这与上文对 J_s 容许范围的分析结果相一致.

4.3 可重构性评价流程

基于上文的可重构性评价方法,以方案可重构性为例,给出控制系统可重构性的评价流程如图 2 所示. 含具体时间规划的方案可重构性以及系统固有可重构性的评价流程与之类似.

5 数值仿真验证

考虑式 (2) 描述的故障系统, 其矩阵参数及初始状态如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

式(3) 描述的故障参数如下:

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, C_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

式 (5) 所示期望模型的系统矩阵为
 $M = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ -0.5 & -0.1 \end{bmatrix}$

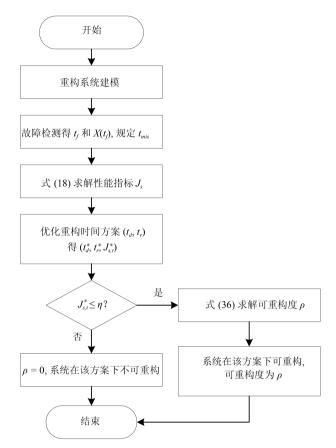


图 2 控制系统可重构性评价流程

Fig. 2 Flowchart of the quantitative reconfigurability evaluation for control systems

取故障发生时刻 $t_f = 25\,\mathrm{s}$; 预定任务完成时间 $t_{mis} = 100\,\mathrm{s}$; 性能下降指标阈值 $\eta = 16$; 控制输入幅值上限 $|u|_{\rm max} = 0.3\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$.

采用文献 [22] 中的故障诊断方法作为分析样例,在上述参数条件下, 进行数值仿真, 结果如图 $3\sim 9$ 所示.

图 3 为标称系统、故障系统以及无重构延时的重构系统输出响应曲线.

固定诊断时间 t_d , 可以研究系统性能下降程度与重构时刻 t_r 的关系. 假设 $t_d=34\,\mathrm{s}$, 得到 J_s 关于 t_r 的变化曲线如图 4, 此时最优重构时刻为 $t_r^*=36.85\,\mathrm{s}$, 对应的最小系统性能下降指标 $J_s^*=3.07$, 最大可重构度 $\rho^*=80.80\,\%$. 从图 4 中还可以发现: 只有当 $t_r\leq81.77\,\mathrm{s}$ 时, $J_s<\eta$, 系统可重构; 否则, $J_s>\eta$, 系统不再可重构.

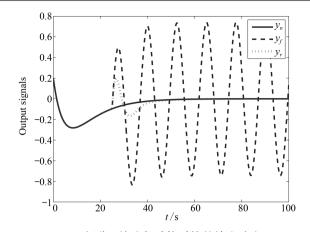


图 3 标称、故障与重构系统的输出响应 Fig. 3 Output discrepancies of nominal, fault and reconfigurated systems

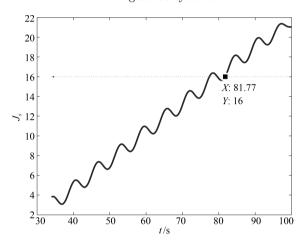


图 4 $t_d = 34$ s 时, 性能指标 J_s 随 t_r 的变化曲线 Fig. 4 Cost index evolution for different t_r ($t_d = 34$ s)

假设故障诊断一结束立即进行控制重构,即 $t_r = t_d$,可以研究系统性能下降程度与诊断时间 t_d 的关系,得到 J_s 关于 $t_d(t_r)$ 的变化曲线如图 5. 此时最优诊断与重构时间为 $t_d^* = t_r^* = 30.90 \, \mathrm{s}$,对应的最小系统性能下降指标 $J_s^* = 1.71$,最大可重构度 $\rho^* = 89.31 \, \%$;系统可重构的时间条件为 $t_r \leq 77.42 \, \mathrm{s}$,即理想情况下,系统容许的最晚重构时 刻为 $\tau^* = 81.80 \, \mathrm{s}$.

图 6 为 J_s 在 t_d , t_r 两个维度上的变化曲面, 观察可以发现, 对每一个 t_d , 都存在一个 t_r 使性能指标 J_s 达到最小. 对 t_d , t_r 进行双优化, 可得最优诊断时间与重构时刻分别为 $t_d^* = 30.90 \, \mathrm{s}$, $t_r^* = 31 \, \mathrm{s}$, 此时 $J_{s,t}^* = 1.66$, $\rho^* = 89.63 \, \%$.

图 7 是故障系统在上述容错方案作用下的可重构度 ρ 关于 t_d , t_r 的变化曲面. 最大可重构度 $\rho^* = 89.63$ %, 说明了采用该容错方案对系统进行故障处理的效率较高; 在时域 $t_f \sim \tau^*$ 内, 可重构度 $\rho > 0$, 系统在 J_s 意义下可重构, 超出该时域, $\rho = 0$, 系统不可重构.

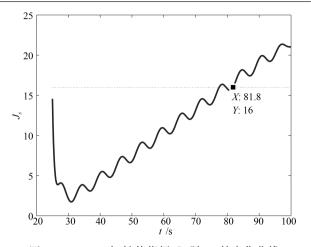


图 5 $t_d = t_r$ 时, 性能指标 J_s 随 t_d 的变化曲线 Fig. 5 Cost index evolution for different t_d ($t_d = t_r$)

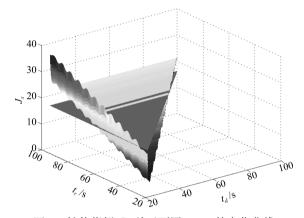


图 6 性能指标 J_s 关于不同 t_d , t_r 的变化曲线 Fig. 6 Cost index evolution for different t_d , t_r

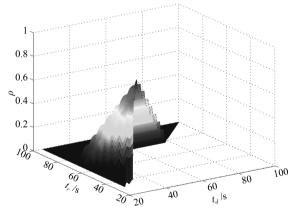


图 7 可重构性指标 ρ 关于不同 t_d, t_r 的变化曲线 Fig. 7 Degree of reconfigurability for different t_d, t_r

图 8 和图 9 为分别在最优重构时刻 $t_r^* = 30.90$ s 和更早时刻 $t_{r1} = 26$ s 采取重构措施的系统输入输出响应曲线. 图片显示: 虽然尽早地采取重构措施, 会降低系统的控制偏差, 但需要以更大的控制输入为代价, 因此重构时刻并非越快越好, 需要折衷考虑控制精度与重构代价等多重因素.

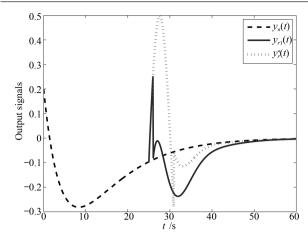


图 8 t_{r1} 与 t_r^* 两个不同重构时刻的系统输出响应 Fig. 8 Output discrepancies for two instants t_{r1}, t_r^*

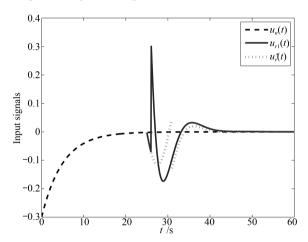


图 9 t_{r1} 与 t_r^* 两个不同重构时刻的系统输入响应 Fig. 9 Input discrepancies for two instants t_{r1} , t_r^*

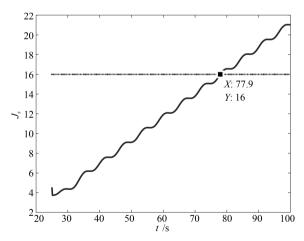


图 10 ILO 系统 $t_d = t_r$ 时, 性能指标 J_s 随 t_d 的变化曲线 Fig. 10 Cost index evolution for different t_d ($t_d = t_r$, ILO)

为进一步验证上述时间规律的一般性,利用 文献 [23] 中基于迭代学习观测器 (Iterative learning observer, ILO) 的故障诊断算法重新进行数值 仿真, 并与上一样例进行对比分析, 仿真结果如图 10 和图 11 所示. 对 t_d, t_r 进行优化, 得最优解为 $t_d^* = 25.11 \, \text{s}, t_r^* = 25.21 \, \text{s}$, 此时 $J_{s,t}^* = 3.74$.

观察两种不同诊断方案的仿真结果可以发现, 基于 ILO 的诊断器收敛速度较快, 所以其最优诊断时间与重构时机会相应前移. 尽管如此, 两种诊断器 作用下的系统曲线仍然呈现相似的变化趋势, 由此 可见, 除了最优解的具体数值以外, 不同诊断器并不 会改变时间对系统可重构性的影响趋势.

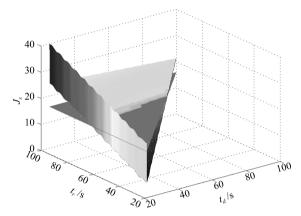


图 11 ILO 系统性能指标 J_s 关于不同 t_d, t_r 的变化曲线 Fig. 11 Cost index evolution for different t_d, t_r (ILO)

6 结论

时间是影响控制系统实际重构性能的关键因素之一,对其开展深入研究具有十分重要的工程实际意义.为了在控制系统的前期设计阶段,从时间规划角度为系统重构预案的评价与优化工作提供理论依据,本文针对执行器快变偏差故障,考虑诊断与重构延时,对系统重构性能的影响,研究了控制系统可重构性的定量评价问题,并得到以下结论:

- 1) 故障发生以后, 系统必须在时刻之前进行故障诊断与控制重构, 一旦超出该时间范围, 系统将不可重构;
- 2) 重构时刻并非越早越好,对于给定的任务完成窗口,存在最优的故障诊断时间与控制重构时刻,使得系统的实际重构性能达到最优;
- 3) 不同诊断方法只改变容错时机与系统性能的 最优值,并不改变时间对系统重构性能的影响趋势.

References

- 1 Gao Z W, Ding S X, Cecati C. Real-time fault diagnosis and fault-tolerant control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3752-3756
- 2 Li Wen-Bo, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. Quantitative evaluation of actual fault diagnosability for dynamic systems. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(3): 497-507 (李文博, 王大轶, 刘成瑞. 动态系统实际故障可诊断性的量化评价研究. 自动化学报, 2015, 41(3): 497-507)
- 3 Duan Wen-Jie, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. Discrete-time integral sliding-mode fault-tolerant controller for satellite

- control system. Control Theory & Applications, 2015, ${\bf 32}(2)\colon 133-141$
- (段文杰, 王大轶, 刘成瑞. 卫星控制系统离散积分滑模容错控制. 控制理论与应用, 2015, **32**(2): 133-141)
- 4 Wu N E, Zhou K M, Salomon G. Control reconfigurability of linear time-invariant systems. Automatica, 2000, 36(11): 1767-1771
- 5 Guan Shou-Ping, Yang Fei-Sheng. Reconfiguration-goal-oriented control system reconfigurability. *Information and Control*, 2010, **39**(4): 391-396 (关守平, 杨飞生. 面向重构目标的控制系统可重构性. 信息与控制, 2010, **39**(4): 391-396)
- 6 Staroswiecki M. On reconfigurability with respect to actuator failures. In: Proceedings of the 15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control. Barcelona, Spanish: IFAC, 2002. 775–780
- 7 Du G X, Quan Q, Yang B X, Cai K Y. Controllability analysis for multirotor helicopter rotor degradation and failure. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(5): 978–985
- 8 Khelassi A, Theilliol D, Weber P. Reconfigurability analysis for reliable fault-tolerant control design. *International Jour*nal of Applied Mathematics and Computer Science, 2011, 21(3): 431–439
- 9 Wu N E, Busch T. Operational reconfigurability in command and control. In: Proceedings of the 2004 American Control Conference. Boston, USA: IEEE, 2004. 4426-4431
- 10 Gehin A L, Staroswiecki M. Reconfiguration analysis using generic component models. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2008, 38(3): 575-583
- 11 Duan Wen-Jie, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. An analysis method for reconfigurable control of linear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(12): 2726—2736 (段文杰, 王大轶, 刘成瑞. 一种线性系统可重构控制分析方法. 自动 化学报, 2014, **40**(12): 2726—2736)
- 12 Xiang Chang-Yi, Yang Hao, Cheng Yue-Hua, Jiang Bin, Liu Cheng-Rui. Reconfigurable allocation of satellite attitude control system. *Aerospace Control*, 2014, **32**(2): 46-52, 59 (项昌毅, 杨浩, 程月华, 姜斌, 刘成瑞. 卫星姿态控制系统的可重构性指标分配. 航天控制, 2014, **32**(2): 46-52, 59)
- 13 Staroswiecki M, Cazaurang F. Fault recovery by nominal trajectory tracking. In: Proceedings of the 2008 American Control Conference. Seattle, Washington, USA: IEEE, 2008. 1070-1075
- 14 Zhang Y M, Jiang J. Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems. IFAC Proceedings Volumes, 2006, 39(13): 1437-1448
- 15 Hamdaoui R, Abdelkrim M N. Conditions on diagnosis and accommodation delays for actuator fault recoverability. In: Proceedings of the 8th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices. Sousse, Tunisia: IEEE, 2011. 1-6
- 16 Joshi S M, González O R, Upchurch J M. Identifiability of additive actuator and sensor faults by state augmentation. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 941–946
- 17 Upchurch J M, González O R, Joshi S M. Identifiability of additive, time-varying actuator and sensor faults by state augmentation, Technical Report NASA/TM-2014-218669, NASA Langley Research Center, Hampton, VA, USA, 2014.
- 18 Hamdaoui R, Guesmi S, El Harabi R. UIO based robust fault detection and estimation. In: Proceedings of the 2013 International Conference on Control, Decision and Information Technologies. Hammamet, Tunisia: IEEE, 2013. 76–81

- 19 Hu Zhi-Kun, Sun Yan, Jiang Bin, He Jing, Zhang Chang-Fan. An optimal unknown input observer based fault diagnosis method. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(8): 1225—1230 (胡志坤, 孙岩, 姜斌, 何静, 张昌凡. 一种基于最优未知输入观测器
 - (胡志坤, 孙岩, 姜斌, 何静, 张昌凡. 一种基于最优未知输入观测器的故障诊断方法. 自动化学报, 2013, **39**(8): 1225–1230)
- 20 Jiang B, Staroswiecki M. Adaptive observer design for robust fault estimation. *International Journal of Systems Sci*ence, 2002, 33(9): 767-775
- 21 Collins E G, Song T L. Robust H_{∞} estimation and fault detection of uncertain dynamic systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, **23**(5): 857–864
- 22 Tang G Y, Li J. Optimal fault diagnosis for systems with delayed measurements. IET Control Theory & Applications, 2008, 2(11): 990-998
- 23 Chen W, Saif M. Observer-based fault diagnosis of satellite systems subject to time-varying thruster faults. *Journal of Dynamic Systems*, Measurement, and Control, 2007, 129(3): 352–356



屠园园 北京控制工程研究所博士研究 生. 2014 年于哈尔滨工业大学获学士学 位. 主要研究方向为卫星控制系统的可 重构性评价与设计.

E-mail: tyyfti@163.com

(TU Yuan-Yuan Ph. D. candidate at Beijing Institute of Control Engineering. She received her bachelor de-

gree from Harbin Institute of Technology in 2014. Her research interest covers fault reconfigurability evaluation and design for satellite control systems.)



王大轶 北京空间飞行器总体设计部研究员. 主要研究方向为航天器的自主制导、导航与控制, 故障诊断与容错控制. 本文通信作者.

E-mail: dayiwang@163.com

(WANG Da-Yi Professor at Beijing Institute of Spacecraft System Engineering. His research interest covers

autonomous guidance, navigation and control, fault diagnosis, and tolerant control for spacecrafts. Corresponding author of this paper.)



李文博 北京控制工程研究所高级工程师. 2012 年在哈尔滨工业大学获博士学位. 主要研究方向为故障诊断与容错控制, 卫星控制系统的可诊断性评价与设计. E-mail: liwenbo_bice@163.com

(LI Wen-Bo Senior engineer at Beijing Institute of Control Engineering. He received his Ph.D. degree from

Harbin Institute of Technology in 2012. His research interest covers fault diagnosis and tolerant control, fault diagnosability evaluation and design for satellite control systems.)