

双源采购跳跃—扩散库存控制模型

娄山佐¹ 田新城¹ 吴颖颖¹

摘要 供应中断和退货会引发库存短缺和剧烈波动, 所以, 如何缓解它们的影响, 成为当前企业管理者亟待解决的难题. 在采用双源采购策略防御库存短缺和跳跃—扩散过程描述库存水平变化条件下, 利用连续时间 Markov 链、水平穿越和鞅理论, 分别确定了库存水平分布及循环的期望费用和时间函数, 在此基础上, 构建了系统长程平均费用率模型. 最后, 仿真结果表明, 供应商的可靠性和中断类型, 对最优控制策略和系统费用产生较大影响. 另外, 双源采购策略能够有效缓解供应中断对库存的影响, 尤其是, 当供应商的可靠性较低或中断类型均为频率低持续时间长时.

关键词 库存控制, 供应中断, 双源采购, 跳跃—扩散, 水平穿越

引用格式 娄山佐, 田新城, 吴颖颖. 双源采购跳跃—扩散库存控制模型. 自动化学报, 2018, 44(2): 270–279

DOI 10.16383/j.aas.2018.c160514

A Jump-diffusion Inventory Control Model with Dual-sourcing

LOU Shan-Zuo¹ TIAN Xin-Cheng¹ WU Ying-Ying¹

Abstract Supply disruptions and returns may lead to stock shortage and fluctuation. So it is a very difficult problem for today's managers to mitigate their influence. Under the condition that a dual-sourcing strategy is utilized to tackle the stock shortage and a jump-diffusion process is adopted to express the inventory level process, the stationary distribution of the inventory level, as well as the expected cycle cost and time functions are derived by applying continuous-time Markov chain, level-crossing and martingale theorems. Subsequently, the functions are employed to develop a long-run average cost rate model. Finally, numerical results show that the suppliers' reliability and the nature of the disruptions have a big impact on the optimal policy and cost. Moreover, the dual-sourcing strategy can mitigate the influence of supply disruptions on inventory effectively, in particular, when the suppliers' reliability are lower or their disruptions are rare and long in nature.

Key words Inventory control, supply disruption, dual sourcing, jump-diffusion, level-crossing

Citation Lou Shan-Zuo, Tian Xin-Cheng, Wu Ying-Ying. A jump-diffusion inventory control model with dual-sourcing. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(2): 270–279

随着市场经济发展, 建立在供应稳定可靠和库存单调变化假设之上的传统库存管理方法, 遇到现实严峻的挑战. 如受雾霾和交通堵塞等事件影响, 我国零售企业缺货率约为 10%, 每年损失 830 亿元^[1]. 与此同时, 用户退货又引起库存变化失去单调性, 呈现随机波动状态. 如 2012 年唯品会上零售企业平均退货率高达 20%^[2]. 在此环境下, 如何有效控制库存, 成为近年来供应链管理研究的热点.

与本文相关的有供应中断防御问题和库存波动控制问题两方面成果, 下面分别给予综述.

针对供应中断防御问题, 有许多成果^[3]. 这里,

仅给出与双源采购有关成果. 自 Gerchak 等^[4] 率先利用双源采购策略应对随机供应问题以来, 不少学者基于经典报童模型, 将该策略应用到防御供应中断问题. 在假设不可靠 (即可能中断) 和可靠两供应商补货情况下, 文献 [5] 分析了库存防御、双源采购和应急订货策略, 对缓解供应中断的有效性; 文献 [6] 又考虑使用快运方式策略; 文献 [7] 还结合供应能力的期权契约. 另外, 在假设供应商均不可靠情况下, 文献 [8] 通过比较单源和双源采购系统性能, 指出双源采购策略更能有效防御中断造成的库存短缺. 最近, 文献 [9–10] 在零售商可利用中断信息和学习功能环境下得到同样结论. 以上成果均针对周期盘点系统. 而对应的连续盘点系统, 虽然实际应用广泛, 但因包含多个随机因素, 目前, 仅检索到两篇文献. 在假设供应和中断持续时间均服从指数分布条件下, 文献 [11] 构建了单源和双源采购库存模型. 随后, 文献 [12] 又将该模型推广到供应时间为 Erlang 分布环境. 然而, 上述所有成果均假设库存为单调非增变化.

近年来, 为应对退货等引发的库存波动, 人们常

收稿日期 2016-07-07 录用日期 2016-11-28
Manuscript received July 7, 2016; accepted November 28, 2016
国家自然科学基金 (61703241), 山东省重大科技创新工程 (2017CXGC0601), 山东省重点研究计划 (2016ZDJS02B03) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (61703241), Major Science and Technology Innovation Project of Shandong Province (2017CXGC0601), and Key Research and Development Project of Shandong Province (2016ZDJS02B03)
本文责任编辑 赵千川
Recommended by Associate Editor ZHAO Qian-Chuan
1. 山东大学控制科学与工程学院 济南 250061
1. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061

用扩散过程近似库存水平变化, 简称扩散库存. 如在用布朗运动描述库存水平过程条件下, 文献 [13] 基于脉冲控制法, 给出线性库存和短缺费的最优订货策略; 文献 [14] 将其拓展到凸库存费环境; 文献 [15] 更是包含了凹订货费用. 当库存水平起伏很大时, 有学者又用跳跃-扩散 (即 Lévy) 过程描述库存水平变化, 给出最优的库存策略^[16] 及处理速率和缓冲器大小^[17]. 但这些成果均没涉及供应中断对库存的影响.

很遗憾, 因建模困难, 与供应中断和库存波动变化均有关的成果很少. 文献 [18] 研究了库存水平含扩散项不可靠生产系统的控制问题. 针对随机提前期造成的供应中断, 文献 [19] 给出最优脉冲库存控制策略. 另外, 文献 [20] 构建了单源采购扩散库存控制模型. 随后, 文献 [21] 又分析了跳跃-扩散库存的应急控制问题. 然而, 当短缺费和应急采购费较高时, 这些成果很难取得理想效果.

为解决供应中断和退货环境下连续盘点库存问题, 本文利用水平穿越理论和鞅方法, 构建了双源采购跳跃-扩散库存控制模型, 并通过仿真实验, 证实此环境下双源采购策略的有效性, 同时, 分析了关键因素对系统的影响. 最后, 给出有关库存管理启示.

1 问题的描述

一零售商销售某种商品, 并承诺用户不满意可退货. 据统计, 用户平均需求率为 μ . 退货到达为复合 Poisson 过程 $Y(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} V_n$, 这里, $N(t)$ 为参数是 λ 的 Poisson 过程, 表示到时间 t 退货到达批次; V_1, V_2, \dots 为独立的且参数是 v 的指数分布随机变量序列, 表示每批退货数量. 为使系统稳定运行, 满足 $\mu - \lambda/v > 0$. 设退回产品无缺陷, 经检查和重新包装等处理后 (处理时间可忽略不计), 直接进入库存, 与新品一样满足未来用户需求.

为防御供应中断, 该零售商实施双源采购策略. 设供应商 i (用 S_i 表示) 的供应状态 (用 ON 表示) 和中断状态 (用 OFF 表示) 持续时间, 分别服从独立的参数为 γ_i 和 θ_i 的指数分布, $i = 1, 2$, 且两供应商间的状态也相互独立. 那么, 系统供应商运行情况, 可用 4 个状态的连续时间 Markov 链 $I = (I(t))_{t \geq 0}$ 描述, 这里,

$$I(t) = \begin{cases} 0, & S_1 \text{ 为 ON 且 } S_2 \text{ 为 ON} \\ 1, & S_1 \text{ 为 ON 且 } S_2 \text{ 为 OFF} \\ 2, & S_1 \text{ 为 OFF 且 } S_2 \text{ 为 ON} \\ 3, & S_1 \text{ 为 OFF 且 } S_2 \text{ 为 OFF} \end{cases}$$

零售商采用扩展的 (s, S) 订货策略. 在提前期为 0 假设下, 当库存降到订货水平 s 时, S_1 和 (或) S_2 若没发生中断, 则补货量分别为 q_1 和 (或) q_2 ; 若均发生中断, 则补货量据中断结束时的库存水平确

定.

具体订货过程, 按订货时刻 t 系统所处状态, 可分下列 4 种情况: 1) 若 $I(t) = 0$, 则 S_1 和 S_2 将库存补充到水平 $\bar{q}_0 = q_1 + q_2 + s$; 2) 若 $I(t) = 1$, 则 S_1 将库存补充到水平 $\bar{q}_1 = q_1 + s$; 3) 若 $I(t) = 2$, 则 S_2 将库存补充到水平 $\bar{q}_2 = q_2 + s$; 4) 若 $I(t) = 3$, 则库存从水平 s 继续运行, 期间如果库存水平为 0, 则需求丢失, 造成缺货费用. 因 S_1 和 S_2 中断同时结束的概率为 0, 故当 $S_1(S_2)$ 中断先结束时, 若库存水平小于 s , 则 $S_1(S_2)$ 将库存补充到水平 $\bar{q}_1(\bar{q}_2)$; 若库存水平大于 s , 则 S_1 和 S_2 不再补货. 当库存又降到水平 s 时, 零售商再次向 S_1 和 S_2 提出订货, 如此重复循环运行. 假设 S_i 的固定和可变补货费用分别为 K_i 和 $k_i, i = 1, 2$; 单位产品退货费用 (包括产品的成本, 以及检查、换包装和重新入库等费用) 为 δ ; 单位产品的缺货费用为 π ; 单位时间内单位产品的库存费用为 h . 确定 q_1, q_2 和 s , 使系统单位时间的长程平均费用最小.

2 模型的构建

若库存从水平 x_0 开始运行, 因为它为 0 时需求丢失, 故补货发生前库存水平变化, 可表为在 0 点反射的跳跃-扩散过程 $W = (W(t))_{t \geq 0}$, 这里, $W(t) = x_0 + X(t) + L(t)$, 其中, $X(t) = Y(t) - \mu t$ 是一个跳跃-扩散过程; $L(t) = -\min_{0 \leq s \leq t} [(x_0 + X(s)) \wedge 0]$ 是局部时间过程, 表示到时间 t 的短缺量.

据跳跃-扩散过程强 Markov 性知, 二维过程 (I, W) 是 Markov 过程, 且 W 还是一个更新过程. 更新点可选 S_1 和 S_2 补货完成, 即过程 (I, W) 的状态点 $(0, \bar{q}_0)$. 循环周期等于相邻更新点间的时间. 图 1 给出一次循环库存水平典型的样本路径 (设 $q_2 < q_1$).

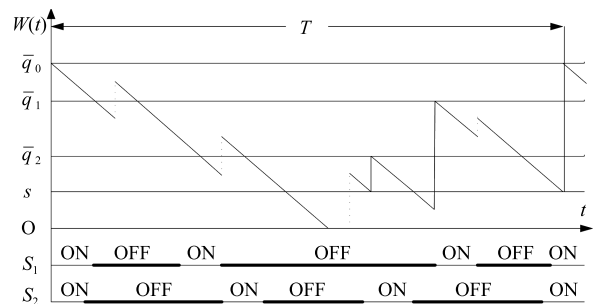


图 1 一次循环库存水平典型的样本路径
Fig. 1 A typical sample path of the inventory level in one cycle

定义 C_{i0} 和 T_{i0} 分别表示状态为 i 时库存降到水平 s (若 $i \neq 3$, 因提前期为 0, 故库存水平实际为 \bar{q}_i), 自此直到下次循环开始的期望费用和时间. 则

据更新报酬定理知, 系统长程平均费用率为

$$TC(q_1, q_2, s) = \frac{E[\text{一次循环的费用}]}{E[\text{一次循环的时间}]} = \frac{C_{00}}{T_{00}}.$$

显然, 要求最优 q_1 、 q_2 和 s , 需确定循环的期望费用 C_{00} 和时间 T_{00} . 下面, 先求与它们有关的函数.

3 有关函数的求解

为确定系统短缺、库存、退货和补货费用, 需求解它们的期望量. 又因在状态 3 供应商中断结束时库存水平是随机的, 故计算期望补货量, 需确定此时库存水平的分布函数. 另外, 还要确定系统状态间的转移函数. 下面, 分三部分给出它们的具体形式.

3.1 确定有关期望量和时间函数

设在状态 3 过程 W 从水平 s 开始到一供应商中断结束为止的运行时间为 τ . 因 S_1 和 S_2 中断持续时间, 分别服从独立的参数为 θ_1 和 θ_2 的指数分布, 故据随机过程理论知, τ 服从参数为 $\theta = \theta_1 + \theta_2$ 的指数分布, 且 S_1 (S_2) 中断先结束的概率为 $\vartheta_1 = \theta_1/\theta$ ($\vartheta_2 = \theta_2/\theta$). 因此, 期望时间 $E[\tau] = 1/\theta$.

另设 W 从任一水平 z ($z > s$) 出发首次到达水平 s 的时间为 $\tau(z)$, 即 $\tau(z) = \inf\{t > 0: W(t) = s | W(0) = z\}$.

下面, 先给出对应时间 τ 的有关期望量. 在此基础上, 给出对应时间 $\tau(z)$ 的有关量.

引理 1. 设 $\Pi = E[L(\tau)]$ 、 $R = E \int_0^\tau dY(t)$ 和 $H = E \int_0^\tau W(t) dt$. 则时间 τ 内的期望短缺量、退货量和库存量分别为

$$\Pi = \frac{e^{-\alpha_1(\theta)s}}{\alpha_1(\theta)} \quad (1)$$

$$R = \frac{\lambda}{v\theta} \quad (2)$$

$$H = \frac{s + \Pi}{\theta} + \frac{\lambda - \mu v}{v\theta^2} \quad (3)$$

这里, $\alpha_1(\theta)$ 为常数, 其值由式 (5) 给出.

证明. 确定上述函数采用的工具为下列 Kella-Whitt 鞅 $M(t)$, 详细了解请参阅文献 [22].

$$M(t) = (\varphi(\alpha) - \beta) \int_0^t e^{-\alpha W(\omega) - \beta \omega} d\omega + e^{-\alpha W(0)} - e^{-\alpha W(t) - \beta t} - \alpha \int_0^t e^{-\beta \omega} dL(\omega) \quad (4)$$

这里, 跳跃-扩散指数 $\varphi(\alpha) = \mu\alpha - \lambda\alpha/(v + \alpha)$.

令 $\varphi(\alpha) - \theta = 0$, 可得两根如下:

$$\alpha_1(\theta) = \frac{\lambda + \theta - \mu v + \sqrt{(\lambda + \theta - \mu v)^2 + 4\theta\mu v}}{2\mu} \quad (5)$$

$$\alpha_2(\theta) = \frac{\lambda + \theta - \mu v - \sqrt{(\lambda + \theta - \mu v)^2 + 4\theta\mu v}}{2\mu} \quad (6)$$

令式 (4) 中 β 取 0, 并对停时 τ 应用最优抽样定理. 因 $E[M(0)] = E[M(\tau)]$, 故有:

$$\varphi(\alpha) E \int_0^\tau e^{-\alpha W(t)} dt = E[e^{-\alpha W(\tau)}] - e^{-\alpha s} + \alpha E[L(\tau)] \quad (7)$$

又因

$$E[e^{-\alpha W(\tau)}] = \int_0^\infty E[e^{-\alpha W(t)}] \theta e^{-\theta t} dt = \theta E \int_0^\tau e^{-\alpha W(t)} dt \quad (8)$$

将式 (8) 代入式 (7), 化简得:

$$(\varphi(\alpha) - \theta) E \int_0^\tau e^{-\alpha W(t)} dt = -e^{-\alpha s} + \alpha \Pi \quad (9)$$

首先, 令式 (9) 中的 α 取 $\alpha_1(\theta)$, 左边等于 0, 故期望短缺量

$$\Pi = \frac{e^{-\alpha_1(\theta)s}}{\alpha_1(\theta)} \quad (10)$$

其次, 据 $Y(t)$ 为复合 Poisson 过程得:

$$E[dY(t)] = dE[Y(t)] = \left(\frac{\lambda}{v}\right) dt \quad (11)$$

故期望退货量

$$R = E \int_0^\tau \frac{\lambda}{v} dt = \frac{\lambda}{v\theta} \quad (12)$$

最后, 将式 (9) 两边同除 $\varphi(\alpha) - \theta$ 得:

$$E \int_0^\tau e^{-\alpha W(t)} dt = \frac{-e^{-\alpha s} + \alpha \Pi}{\varphi(\alpha) - \theta} \quad (13)$$

对式 (13) 两边关于 α 求导, 并令 $\alpha = 0$, 得期望库存量

$$H = -\frac{d}{d\alpha} \left(E \int_0^\tau e^{-\alpha W(t)} dt \right) \Big|_{\alpha=0} = \frac{s + \Pi}{\theta} + \frac{\lambda - \mu v}{v\theta^2} \quad (14)$$

□

下面, 给出对应 $\tau(z)$ 的有关期望量. 因该段时间内 W 总大于 0, 故无反射发生, 即式 (4) 最后一项为 0. 采用上面类似方法, 可得:

$$E \int_0^{\tau(z)} e^{-\alpha W(t)} dt = \frac{e^{-\alpha s} - e^{-\alpha z}}{\varphi(\alpha)} \quad (15)$$

在此基础上, 令式 (15) 中 $\alpha \rightarrow 0$, 并对右边应用两次 L.Hospital 法则, 可得期望时间

$$E[\tau(z)] = \frac{v(z - s)}{\mu v - \lambda} \quad (16)$$

据式 (11) 和式 (16), 求得期望退货量

$$R(z) = E \int_0^{\tau(z)} dY(t) = \frac{\lambda(z-s)}{\mu\nu-\lambda} \quad (17)$$

对式 (15) 两边关于 α 求导, 并令 $\alpha = 0$, 得期望库存量

$$H(z) = E \int_0^{\tau(z)} W(t) d(t) = \frac{(z^2-s^2)(\mu\nu-\lambda)v+2\lambda(z-s)}{2(\mu\nu-\lambda)^2} \quad (18)$$

3.2 确定库存水平分布函数

易知, 时间 τ 结束时的库存水平 $W(\tau-)$ (因补货引发库存跳跃, 用左极限表示补货前水平) 为随机变量. 故求期望补货量, 需确定 $W(\tau-)$ 的分布函数. 为此, 构建一个从水平 s 开始, 周期为 τ 的辅助更新过程 $W_1 = (W_1(t))_{t \geq 0}$. 当 $0 \leq t < \tau$ 时, 有 $W_1(t) = W(t)$. 下面, 先求 W_1 的平稳分布函数.

引理 2. 过程 W_1 的平稳密度函数为

$$P_0 = \frac{\mu(A_1+A_2)}{\lambda+\theta} \quad (19)$$

$$f_1(x) = A_1 e^{\alpha_1(\theta)x} + A_2 e^{\alpha_2(\theta)x}, \quad 0 < x \leq s \quad (20)$$

$$f_2(x) = A_3 e^{\alpha_2(\theta)x}, \quad s < x \quad (21)$$

这里, $\alpha_1(\theta)$ 和 $\alpha_2(\theta)$ 分别由式 (5) 和 (6) 给出. A_1 、 A_2 和 A_3 为常数, 其值在证明中给出.

证明. 根据水平穿越理论^[23] 知, 库存水平的稳态密度等于其上穿(或下穿)水平 x 的长程平均数. 故利用 PASTA 原则, 通过使库存水平的系统点(简称系统点)轨迹, 上穿和下穿某一水平速率相等, 构建 x 在区间 $(0, s]$ 内的速率平衡方程

$$\mu f_1(x) = \lambda \int_0^x e^{-v(x-y)} f_1(y) dy + \theta \int_0^x f_1(y) dy + \lambda e^{-vx} P_0 + \theta P_0 \quad (22)$$

上式左边为需求引起系统点下穿水平 x 的速率. 右边第 1 项是量大于 $x-y$ 的退货到达, 引起位于 $y \in (0, x)$ 系统点上穿水平 x 的速率; 第 2 项是供应商中断结束, 引起位于 $y \in (0, x)$ 系统点上穿水平 x 的速率; 第 3 项和第 4 项分别是量大于 x 的退货到达和供应商中断结束, 引发位于水平 0 上的系统点上穿水平 x 的速率.

为求 $f_1(x)$, 需将式 (22) 化为微分方程. 定义微分算子 $\langle D \rangle = d/dx$. 对式 (22) 运用 $\langle D \rangle \langle D+v \rangle$ 得:

$$\mu \dot{f}_1(x) - (\lambda + \theta - v\mu) f_1(x) - v\theta f_1(x) = 0 \quad (23)$$

式 (23) 对应的特征方程为

$$\mu\omega^2 - (\lambda + \theta - v\mu)\omega - \theta v = 0 \quad (24)$$

求解式 (24) 得: $\omega_1 = \alpha_1(\theta)$ 和 $\omega_2 = \alpha_2(\theta)$.

所以, 式 (23) 的通解为

$$f_1(x) = A_1 e^{\alpha_1(\theta)x} + A_2 e^{\alpha_2(\theta)x} \quad (25)$$

这里, A_1 和 A_2 为待定常数.

同理, 构建 x 在区间 (s, ∞) 的速率平衡方程

$$\mu f_2(x) + \theta \int_x^\infty f_2(y) dy = \lambda \int_0^s e^{-v(x-y)} f_1(y) dy + \lambda \int_s^x e^{-v(x-y)} f_2(y) dy + \lambda P_0 e^{-vx} \quad (26)$$

式 (26) 各项说明参考式 (22), 故不再赘述.

下面确定 $f_2(x)$. 因退货到达时间和批量均服从指数分布, 故据指数分布的无记忆性知, 系统点在水平 x 之上逗留时间 τ_x (即系统点从上穿到下穿水平 x 间的时间) 的分布独立于 x , 且 $E[\tau_x]$ 为常数, 设它等于 $\bar{\Gamma}_x$. 另外, 若 $D_t(x)$ 表示时间 $(0, t)$ 内系统点下穿水平 x 的次数, 那么, 它是一个更新计数过程. 令 d_x 表示系统点相继两次下穿水平 x 的时间. 则过程 $\{D_t(x), t \geq 0\}$ 的更新速率为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{D_t(x)}{t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E[D_t(x)]}{t} = \mu f_2(x) = \frac{1}{E[d_x]} \quad (27)$$

据更新过程理论, 系统点位于水平 x 之上的时间比例有下列关系

$$\frac{E[\tau_x]}{E[d_x]} = \frac{\bar{\Gamma}_x}{E[d_x]} = 1 - F_2(x) \quad (28)$$

这里, $F_2(x) = \int_0^x f_2(y) dy$.

由式 (27) 和 (28) 得:

$$\mu \bar{\Gamma}_x f_2(x) = 1 - F_2(x) \quad (29)$$

故据式 (29) 知, $f_2(x)$ 可表示为

$$f_2(x) = A_3 e^{-\eta x} \quad (30)$$

这里, A_3 和 η 均为待定正常数.

在此基础上, 确定 P_0 及常数 A_1 、 A_2 、 A_3 和 η .

首先, 利用式 (22) 和 (25), 令 x 从右边趋于 0 得:

$$P_0 = \frac{\mu(A_1 + A_2)}{\lambda + \theta} \quad (31)$$

将式 (25)、式 (30) 和式 (31) 代入式 (26), 并比较等式两边 x 函数的系数得:

$$\mu + \frac{\theta}{\eta} = \frac{\lambda}{v - \eta} \quad (32)$$

和

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{(v + \alpha_1(\theta))s}}{v + \alpha_1(\theta)} \right] A_1 + \\ & \left[\frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{(v + \alpha_2(\theta))s}}{v + \alpha_2(\theta)} \right] A_2 - \\ & \frac{e^{(v - \eta)s}}{v - \eta} A_3 = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

据式 (32) 得: $\eta = -\alpha_2(\theta)$.

其次, 分布函数要满足下列标准条件

$$P_0 + \int_0^s f_1(y)dy + \int_s^\infty f_2(y)dy = 1 \quad (34)$$

将式 (25)、式 (30) 和式 (31) 代入式 (34) 得:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{\alpha_1(\theta)s}}{\alpha_1(\theta)} \right] A_1 + \left[\frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{\alpha_2(\theta)s}}{\alpha_2(\theta)} \right] A_2 - \\ & \frac{e^{\alpha_2(\theta)s}}{\alpha_2(\theta)} A_3 = 1 \end{aligned} \quad (35)$$

另外, 在水平 s 上系统点还要满足速率平衡方程

$$\mu f_2(s) + \theta \int_s^\infty f_2(y)dy + \theta \int_0^s f_1(y)dy + P_0\theta = \mu f_1(s) \quad (36)$$

结合式 (34)、式 (36) 可化简为

$$\mu f_1(s) - \mu f_2(s) = \theta \quad (37)$$

将式 (25) 和式 (30) 代入式 (37) 得:

$$\mu e^{\alpha_1(\theta)s} A_1 + \mu e^{\alpha_2(\theta)s} A_2 - \mu e^{\alpha_2(\theta)s} A_3 = \theta \quad (38)$$

最后, 据式 (33)、式 (35) 和式 (38) 构成的方程组得:

$$[A_1, A_2, A_3]^T = \Lambda^{-1} \boldsymbol{\ell} \quad (39)$$

这里, $\boldsymbol{\ell} = [\theta, 1, 0]^T$,

$\Lambda =$

$$\begin{bmatrix} \mu e^{\alpha_1(\theta)s} & \mu e^{\alpha_2(\theta)s} & -\mu e^{\alpha_2(\theta)s} \\ \frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{\alpha_1(\theta)s}}{\alpha_1(\theta)} & \frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{\alpha_2(\theta)s}}{\alpha_2(\theta)} & -\frac{e^{\alpha_2(\theta)s}}{\alpha_2(\theta)} \\ \frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{(v + \alpha_1(\theta))s}}{v + \alpha_1(\theta)} & \frac{\mu}{\lambda + \theta} - \frac{1 - e^{(v + \alpha_2(\theta))s}}{v + \alpha_2(\theta)} & -\frac{e^{(v + \alpha_2(\theta))s}}{v + \alpha_2(\theta)} \end{bmatrix}$$

□

因 τ 服从指数分布, 故据 PASTA 原则得, W_1 的平稳分布函数即为待求 $W(\tau-)$ 的分布函数.

3.3 确定状态转移函数

对固定时间 t , 定义转移函数矩阵 $P(t) = [P_{ij}(t)]$, 其中, $P_{ij}(t) = P\{I(t) = j | I(0) = i\}$, $i, j = 0, \dots, 3$. 考虑到 W 从任一水平 $z (z > s)$

出发首次到达水平 s 所需时间 $\tau(z)$ 为随机的, 下面, 给出对应 $\tau(z)$ 的状态转移函数期望矩阵 $[\phi_{ij}(z)]$, 即 $[\phi_{ij}(z)] = E[P(\tau(z))]$.

引理 3. 设 $\varpi_k = \gamma_k + \theta_k$, $k = 1, 2$, 和 $\varpi_3 = \varpi_1 + \varpi_2$, 则

$$[\phi_{ij}(z)] = U \bar{D}(z) U^{-1}, i, j = 0, \dots, 3 \quad (40)$$

这里

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -\frac{\theta_2}{\gamma_2} & -\frac{\theta_2}{\gamma_2} \\ 1 & -\frac{\theta_1}{\gamma_1} & 1 & -\frac{\theta_1}{\gamma_1} \\ 1 & -\frac{\theta_1}{\gamma_1} & -\frac{\theta_2}{\gamma_2} & \frac{\theta_1 \theta_2}{\gamma_1 \gamma_2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\bar{\alpha}_1(z-s)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\bar{\alpha}_2(z-s)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\bar{\alpha}_3(z-s)} \end{bmatrix}$$

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\theta_1 \theta_2}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_2 \theta_1}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_1 \theta_2}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} \\ \frac{\gamma_1 \theta_2}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_1 \theta_2}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} \\ \frac{\gamma_2 \theta_1}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_2 \theta_1}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} \\ \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} & -\frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} & \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\varpi_1 \varpi_2} \end{bmatrix}$$

其中, 常数 $\bar{\alpha}_i$ 据式 (5) 取 θ 等于 ϖ_i 得到, $i = 1, 2, 3$.

证明. 对固定时间 t , 文献 [11] 给出 4 个状态连续时间 Markov 链的转移函数矩阵

$$P(t) = U D(t) U^{-1} \quad (41)$$

这里

$$D(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\varpi_1 t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\varpi_2 t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\varpi_3 t} \end{bmatrix}$$

由 $P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t)$, 可得 4 个状态的长程概率

$$[P_0, P_1, P_2, P_3] = \frac{1}{\varpi_1 \varpi_2} [\theta_1 \theta_2, \theta_1 \gamma_2, \gamma_1 \theta_2, \gamma_1 \gamma_2] \quad (42)$$

另据式 (41) 得

$$[\phi_{ij}(z)] = U E[D(\tau(z))] U^{-1} \quad (43)$$

下面, 基于 Kella-Whitt 鞅, 确定 $E[D(\tau(z))]$. 首先, 利用式 (4), 对 $\tau(z)$ 应用最优抽样定理得:

$$\begin{aligned} & (\varphi(\alpha) - \beta) E \int_0^{\tau(z)} e^{-\alpha W(t) - \beta t} dt = \\ & E[e^{-\alpha W(\tau(z)) - \beta \tau(z)}] - e^{-\alpha z} = \\ & e^{-\alpha s} E[e^{-\beta \tau(z)}] - e^{-\alpha z}. \end{aligned} \quad (44)$$

其次, 取 β 等于 ϖ_i , 得 $\varphi(\alpha) - \varpi_i = 0$ 正根 $\bar{\alpha}_i = \alpha_1(\varpi_i)$.

将它代入式 (44), 左边为 0, 故有:

$$E[e^{-\varpi_i \tau(z)}] = e^{-\bar{\alpha}_i(z-s)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (45)$$

据式 (45) 得:

$$E[D(\tau(z))] = \bar{D}(z) \quad (46)$$

最后, 将式 (46) 代入式 (43), 即得式 (40). □

4 确定循环的期望费用和时间

为简化表述, 令随机变量 $Z = W(\tau-)$, $\rho_1 = P(Z < s)$, $\rho_2 = E[Z1_{\{Z < s\}}]$, $\rho_3 = E[R(Z)1_{\{Z > s\}}]$, $\rho_4 = E[H(Z)1_{\{Z > s\}}]$ 和 $\psi_{ij} = E[\phi_{ij}(Z)1_{\{Z > s\}}]$, $i = 1, 2, j = 0, \dots, 3$.

另外, 令 $\bar{K}_i = K_i + k_i q_i, i = 1, 2, \bar{K}_0 = \bar{K}_1 + \bar{K}_2$ 和 $\bar{\vartheta}_j = \vartheta_1 \psi_{1j} + \vartheta_2 \psi_{2j}, j = 1, 2, 3$, 以及

$$M = \begin{bmatrix} 1 - \phi_{11}(\bar{q}_1) & -\phi_{12}(\bar{q}_1) & -\phi_{13}(\bar{q}_1) \\ -\phi_{21}(\bar{q}_2) & 1 - \phi_{22}(\bar{q}_2) & -\phi_{23}(\bar{q}_2) \\ -\bar{\vartheta}_1 - \rho_1 \vartheta_1 & -\bar{\vartheta}_2 - \rho_1 \vartheta_2 & 1 - \bar{\vartheta}_3 \end{bmatrix}$$

这里, ϑ_i 值已在第 3.1 节给出. $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ 和 ψ_{ij} 值, 利用引理 2 的分布函数及式 (17)、(18) 和 (40) 易得. 最后, 求得矩阵 M . 考虑空间限制, 省略其结果.

定理 1. 利用引理 1、2 和 3 给出的结果, 可求得循环期望费用

$$C_{00} = \sigma_0 + [\phi_{01}(\bar{q}_0), \phi_{02}(\bar{q}_0), \phi_{03}(\bar{q}_0)]M^{-1}\epsilon \quad (47)$$

这里, $\epsilon = [\sigma_1, \sigma_2, \bar{\sigma}]^T$. 其中, $\bar{\sigma}$ 和 $\sigma_i (i = 0, 1, 2)$ 为常数, 其值在证明中给出. $\phi_{0i}(\bar{q}_0)$ 据式 (40) 取 z 等于 \bar{q}_0 得到.

证明. 由问题描述知, 过程 W 从更新点 (即状态 i 为 0 水平为 \bar{q}_0) 出发, 到达水平 s 时, 系统供应商的 4 种状态均可能发生, 其概率分别为 $\phi_{00}(\bar{q}_0)$ 、 $\phi_{01}(\bar{q}_0)$ 、 $\phi_{02}(\bar{q}_0)$ 和 $\phi_{03}(\bar{q}_0)$. 故据更新过程原理得:

$$\begin{aligned} C_{00} &= \phi_{00}(\bar{q}_0)[hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + \bar{K}_0] + \\ &\phi_{01}(\bar{q}_0)[hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + \bar{K}_1 + C_{10}] + \\ &\phi_{02}(\bar{q}_0)[hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + \bar{K}_2 + C_{20}] + \\ &\phi_{03}(\bar{q}_0)[hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + C_{30}] = \\ &hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + \sum_{j=0}^2 \phi_{0j}(\bar{q}_0)\bar{K}_j + \\ &\sum_{j=1}^3 \phi_{0j}(\bar{q}_0)C_{j0} = \sigma_0 + \sum_{j=1}^3 \phi_{0j}(\bar{q}_0)C_{j0} \quad (48) \end{aligned}$$

这里

$$\sigma_0 = hH(\bar{q}_0) + \delta R(\bar{q}_0) + \sum_{j=0}^2 \phi_{0j}(\bar{q}_0)\bar{K}_j$$

据式 (17)、式 (18) 和式 (40), 取 z 等于 \bar{q}_0 , 求得 $R(\bar{q}_0)$ 、 $H(\bar{q}_0)$ 和 $\phi_{0j}(\bar{q}_0)$, 将它们代入上式, 即得 σ_0 .

下面, 分别确定式 (48) 中的 $C_{i0}, i = 1, 2, 3$.

首先, 针对 $i = 1$ 和 2. 采用上面类似方法得

$$\begin{aligned} C_{i0} &= hH(\bar{q}_i) + \delta R(\bar{q}_i) + \sum_{j=0}^2 \phi_{ij}(\bar{q}_i)\bar{K}_j + \\ &\sum_{j=1}^3 \phi_{ij}(\bar{q}_i)C_{j0} = \sigma_i + \sum_{j=1}^3 \phi_{ij}(\bar{q}_i)C_{j0} \quad (49) \end{aligned}$$

这里

$$\sigma_i = hH(\bar{q}_i) + \delta R(\bar{q}_i) + \sum_{j=0}^2 \phi_{ij}(\bar{q}_i)\bar{K}_j$$

σ_i 求解方法与 σ_0 相同, 故不再赘述.

其次, 对 $i = 3$. 易知, τ 结束时库存水平 $W(\tau-)$, 即 Z , 有两种情况: 1) $Z < s$, 此时, 若 S_1 中断先结束 (概率为 ϑ_1), 补货量为 $\bar{q}_1 - Z$; 若 S_2 中断先结束 (概率为 ϑ_2), 补货量为 $\bar{q}_2 - Z$. 2) $Z > s$, 此时, 供应商不再补货. 当 W 从水平 Z 又降到水平 s 时, 系统供应商的 4 种状态均可能发生. 两种情况下除包含库存、补货和退货费外, 还有短缺费. 采用上面类似方法得:

$$\begin{aligned} C_{30} &= \pi\Pi + hH + \delta R + \vartheta_1 \{E[1_{\{Z < s\}}(K_1 + k_1(\bar{q}_1 - Z) + \\ &C_{10})] + E[1_{\{Z > s\}}(hH(Z) + \delta R(Z) + \sum_{j=0}^2 \phi_{1j}(Z)\bar{K}_j + \\ &\sum_{j=1}^3 \phi_{1j}(Z)C_{j0})]\} + \vartheta_2 \{E[1_{\{Z < s\}}(K_2 + k_2(\bar{q}_2 - Z) + \\ &C_{20})] + E[1_{\{Z > s\}}(hH(Z) + \delta R(Z) + \sum_{j=0}^2 \phi_{2j}(Z)\bar{K}_j + \\ &\sum_{j=1}^3 \phi_{2j}(Z)C_{j0})]\} = \bar{\sigma} + (\vartheta_1 \rho_1 + \vartheta_1 \psi_{11} + \vartheta_2 \psi_{21})C_{10} + \\ &(\vartheta_2 \rho_1 + \vartheta_1 \psi_{12} + \vartheta_2 \psi_{22})C_{20} + (\vartheta_1 \psi_{13} + \vartheta_2 \psi_{23})C_{30} \quad (50) \end{aligned}$$

这里

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \pi\Pi + \delta(R + \rho_3) + h(H + \rho_4) + \rho_1[\vartheta_1(\bar{K}_1 + k_1 s) + \\ &\vartheta_2(\bar{K}_2 + k_2 s)] - \rho_2(\vartheta_1 k_1 + \vartheta_2 k_2) + \sum_{j=0}^2 (\vartheta_1 \psi_{1j} + \vartheta_2 \psi_{2j})\bar{K}_j \end{aligned}$$

将式 (1)、式 (2) 和式 (3) 及上面求得的变量代入, 可得 $\bar{\sigma}$.

据式 (49) 和式 (50) 构成的方程组, 求得

$$[C_{10}, C_{20}, C_{30}]^T = M^{-1}\epsilon \quad (51)$$

最后, 将式 (51) 代入式 (48), 即得式 (47). \square

定理 2. 利用引理 1~3 给出的结果, 可求得循环期望时间

$$T_{00} = E[\tau(\bar{q}_0)] + [\phi_{01}(\bar{q}_0), \phi_{02}(\bar{q}_0), \phi_{03}(\bar{q}_0)]M^{-1}\nu \quad (52)$$

这里, $\nu = [E[\tau(\bar{q}_1)], E[\tau(\bar{q}_2)], 1/\theta + E[\tau(Z)1_{\{Z>s\}}]]^T$. 其中, $E[\tau(\bar{q}_i)]$ 可据式 (16) 取 z 等于 \bar{q}_i 得到, $i = 0, 1, 2$; $E[\tau(Z)1_{\{Z>s\}}]$ 据式 (16) 和引理 2 的分布函数求得. 考虑空间限制, 省略其结果.

证明. 与确定期望费用 C_{00} 类似, 可求得:

$$T_{00} = \phi_{00}(\bar{q}_0)E[\tau(\bar{q}_0)] + \phi_{01}(\bar{q}_0)(E[\tau(\bar{q}_0)] + T_{10}) + \phi_{02}(\bar{q}_0)(E[\tau(\bar{q}_0)] + T_{20}) + \phi_{03}(\bar{q}_0)(E[\tau(\bar{q}_0)] + T_{30}) = E[\tau(\bar{q}_0)] + \sum_{j=1}^3 \phi_{0j}(\bar{q}_0)T_{j0} \quad (53)$$

同理, 可求得:

$$T_{i0} = E[\tau(\bar{q}_i)] + \sum_{j=1}^3 \phi_{ij}(\bar{q}_i)T_{j0}, i = 1, 2 \quad (54)$$

至于 T_{30} , 参考 C_{30} 的确定方法, 可得:

$$T_{30} = E[\tau] + \vartheta_1 \{E[T_{10}1_{\{Z<s\}}] + E[(\tau(Z) + \sum_{j=1}^3 \phi_{1j}(Z)T_{j0})1_{\{Z>s\}}]\} + \vartheta_2 \{E[T_{20}1_{\{Z<s\}}] + E[(\tau(Z) + \sum_{j=1}^3 \phi_{2j}(Z)T_{j0})1_{\{Z>s\}}]\} = \frac{1}{\theta} + E[\tau(Z)1_{\{Z>s\}}] + [\vartheta_2\psi_{21} + \vartheta_1(\rho_1 + \psi_{11})]T_{10} + [\vartheta_1\psi_{12} + \vartheta_2(\rho_1 + \psi_{22})]T_{20} + (\vartheta_1\psi_{13} + \vartheta_2\psi_{23})T_{30}. \quad (55)$$

据式 (54) 和 (55) 得:

$$[T_{10}, T_{20}, T_{30}]^T = M^{-1}\nu \quad (56)$$

最后, 将式 (56) 代入式 (53), 即得式 (52). \square

5 仿真试验与分析

利用定理 1 和 2, 构建长程平均费用率优化模型

$$\min TC(q_1, q_2, s) = \frac{C_{00}}{T_{00}}$$

因无法判断该函数的单调性或凹凸性, 这里, 利用 MATLAB 非线性优化函数, 求得它的近似最优解 (为便于叙述, 下面简称为最优解).

试验目的是分析退货存在时, 双源采购策略缓解中断对库存影响的效果, 以及供应商差异性和系统参数对最优订货策略 q_1^*, q_2^*, s^* 和费用 TC^* 的影响. 因给定 S_i 的可靠性 $\zeta_i = \frac{1/\gamma_i}{1/\gamma_i + 1/\theta_i}$, 中断又有频率低 (高) 持续时间长 (短) 两种类型. 为全面分析它的影响, 据 S_1 和 S_2 可靠性和中断类型不同的组合形式, 表 1 给出 8 组试验数据, 其中, 前 4 组为不同可靠性组合; 后 4 组为可靠性固定条件下不同中断类型组合.

表 1 供应商的状态参数及可靠性
Table 1 Status parameters and reliability of the suppliers

Datasets	γ_1	θ_1	ζ_1	γ_2	θ_2	ζ_2
1	0.1	0.9	90 %	0.1	0.9	90 %
2	0.1	0.9	90 %	0.9	0.1	10 %
3	0.9	0.1	10 %	0.1	0.9	90 %
4	0.9	0.1	10 %	0.9	0.1	10 %
5	0.1	0.1	50 %	0.1	0.1	50 %
6	0.1	0.1	50 %	0.9	0.9	50 %
7	0.9	0.9	50 %	0.1	0.1	50 %
8	0.9	0.9	50 %	0.9	0.9	50 %

试验采用其他参数的基本值如下: $K_1 = 10, k_1 = 1, K_2 = 20, k_2 = 2, \mu = 120, \lambda = 15, v = 0.5, h = 0.3, \pi = 15, \delta = 5$.

5.1 双源采购策略的效果

针对表 1 每组实验数据, 在其他参数取基本值条件下, 表 2 给出零售商单源和双源采购对应的最优结果. 这里, 单源采购的结果, 是假设另一供应商的中断时间分布参数为 0 条件下得到的.

据表 2 知, 供应商的可靠性和中断类型, 均对系统产生较大影响. 其表现为, 尽管 S_2 的补货费用比 S_1 的大, 但当它的可靠性比 S_1 高 (如第 3 组), 或它的中断类型为频率高持续时间短, 而 S_1 的中断类型为频率低持续时间长 (如第 6 组) 时, 零售商从它比从 S_1 单源采购更经济.

另外, 针对每组试验数据, 双源采购的费用 TC^* 均比单源采购的费用 \overrightarrow{TC}^* 和 \overleftarrow{TC}^* 低, 尤其是, 在 S_1 和 S_2 的可靠性低 (如第 4 组) 或中断类型均为频率低持续时间长 (如第 5 组) 情况下, 双源采购比单源采购的优势更明显. 究其原因, 是在两个供应商可靠性低或中断类型均为频率低持续时间长情况下, 若采用单源采购策略, 为避免中断引发的库存短缺, 零售商不但要订购大量产

表2 单源和双源采购对应的最优控制策略和费用
Table 2 Optimal control policy and cost for single and dual sourcing

Datasets	S_1			S_2			S_1 and S_2			
	\bar{q}^*	s^*	\overrightarrow{TC}^*	\hat{q}^*	\hat{s}^*	\widehat{TC}^*	q_1^*	q_2^*	s^*	TC^*
1	167.20	66.07	320.62	208.54	42.43	413.29	176.01	13.38	0.02	300.46
2	167.20	66.07	320.62	954.20	672.16	818.15	172.10	15.09	55.72	318.50
3	782.66	863.70	734.29	208.54	42.43	413.29	372.19	129.38	42.40	397.65
4	782.66	863.70	734.29	954.20	672.16	818.15	807.48	497.81	477.67	628.89
5	521.72	617.14	668.31	680.49	458.17	746.25	397.92	86.62	249.19	520.71
6	521.72	617.14	668.31	343.75	120.58	469.85	246.93	178.79	98.37	409.08
7	282.38	156.98	372.86	680.49	458.17	746.25	302.60	27.99	93.65	362.88
8	282.38	156.98	372.86	343.75	120.58	469.85	280.89	37.72	65.46	349.77

品,而且还要保持较高订货水平,由此造成过多的库存费用.若采用双源采购策略,就能起到较好地防御中断效果.这可根据双源采购下两供应商同时处入中断状态的长程概率 $\frac{\gamma_1\gamma_2}{(\gamma_1+\theta_1)(\gamma_2+\theta_2)}$ (即式(42)中 P_3),总小于单源采购下供应商处入中断状态的长程概率 $\gamma_i/(\gamma_i+\theta_i)$, $i=1,2$,得到证实.

5.2 供应商差异性对系统的影响

与供应商有关除状态参数外,还有补货费用.在假设其他参数取基本值条件下,针对每组实验数据,表3给出 S_2 相对 S_1 的固定和可变补货费用变化,对应的最优结果.

首先,据表3知,与人们预期相同,当 k_2 为1 (即 S_2 和 S_1 的可变补货费相同) 时,增加 K_2 ,导致每次从 S_2 的固定订货费增大.为缓解 TC^* 大幅提高,零售商采取增加订货量 q_1^* 和 q_2^* 及减小订货水平 s^* 的策略,从而降低从 S_2 订货的频率.当 K_2 为

10 (即 S_2 和 S_1 的固定补货费相同) 时,增大 k_2 ,引起 S_2 订货费用显著增加,为此,零售商降低从 S_2 的订货量 q_2^* 和订货水平 s^* ,相应增加从 S_1 的订货量 q_1^* ,结果 TC^* 增大了.

其次,表3给出,在 K_2 为10和 k_2 为1,即 S_2 和 S_1 补货费用相同情况下,可靠性高的供应商,其补货量大(如第2和3组);若可靠性也相同,则中断类型为频率高持续时间短的供应商,具有较高的补货量(如第6和7组);若补货费用、可靠性和中断类型都相同,即 S_2 和 S_1 无差异,此时,它们的补货量才相同(如第1、4、5和8组).

最后,对比表2和表3知,无论 S_1 和 S_2 的可靠性、中断类型及补货费用如何变化, TC^* 均小于 \overrightarrow{TC}^* 或 \widehat{TC}^* .说明不管供应商差异性多大,双源采购策略均优于单源采购策略.因此,本文将文献[8-10]的结论,推广到包含退货的更一般环境.

5.3 系统关键参数的灵敏度分析

表3 K_2 和 k_2 变化对应的最优控制策略和费用
Table 3 Optimal control policy and cost for varying K_2 and k_2

Datasets	K_2	k_2	q_1^*	q_2^*	s^*	TC^*	Datasets	K_2	k_2	q_1^*	q_2^*	s^*	TC^*
1	10	1	64.37	64.38	0.02	278.26	5	10	1	164.49	164.49	309.42	484.27
1	20	1	69.91	83.81	0.01	284.57	5	20	1	178.70	204.41	296.06	486.25
1	10	2	149.85	9.15	0.01	292.41	5	10	2	365.99	57.85	263.66	517.44
2	10	1	150.47	96.24	58.19	315.42	6	10	1	55.29	219.90	112.42	345.07
2	20	1	153.27	101.63	57.02	315.97	6	20	1	59.03	232.38	109.23	347.91
2	10	2	166.51	10.45	57.64	317.63	6	10	2	237.05	168.66	100.91	406.52
3	10	1	96.24	150.47	58.19	315.42	7	10	1	219.90	55.29	112.42	345.07
3	20	1	103.89	184.59	47.65	320.26	7	20	1	227.02	76.32	109.73	347.99
3	10	2	369.12	94.19	52.14	391.58	7	10	2	287.76	19.47	97.17	358.48
4	10	1	594.16	594.16	540.50	584.85	8	10	1	130.69	130.69	76.31	318.80
4	20	1	596.67	596.72	539.55	585.32	8	20	1	138.34	142.08	74.03	321.89
4	10	2	805.28	495.42	478.41	628.44	8	10	2	268.52	27.29	68.03	345.65

表 4 h 和 π 变化对应的最优控制策略和费用
Table 4 Optimal control policy and cost for varying h and π

Datasets	h	π	q_1^*	q_2^*	s^*	TC^*	Datasets	h	π	q_1^*	q_2^*	s^*	TC^*
1	0.5	15	112.18	12.29	0.01	322.00	5	0.5	15	209.61	66.36	64.11	587.97
1	0.3	20	181.34	13.54	0.03	302.35	5	0.3	20	430.06	93.10	359.65	563.13
2	0.5	15	122.44	15.01	16.97	349.22	6	0.5	15	134.57	131.19	73.58	462.69
2	0.3	20	177.91	15.33	79.66	327.36	6	0.3	20	255.38	196.17	119.99	421.08
3	0.5	15	217.71	111.45	3.78	429.74	7	0.5	15	219.00	27.00	62.95	418.30
3	0.3	20	375.88	135.10	66.37	407.22	7	0.3	20	311.18	28.03	117.58	372.49
4	0.5	15	509.68	349.63	359.37	769.16	8	0.5	15	184.58	36.74	52.13	396.55
4	0.3	20	866.85	558.40	577.86	677.04	8	0.3	20	289.44	39.20	78.93	356.50

其他参数取基本值条件下, 针对每组实验数据, 表 4 给出库存费 h 和短缺费 π 变化, 对应的最优结果.

对比表 2 和表 4 知, 与人们期望相同, 增大 h , 引起 q_1^* 、 q_2^* 和 s^* 减小; 而增大 π , 又造成 q_1^* 、 q_2^* 和 s^* 增加. 但作用的主要对象不同. 因 S_1 的补货费用较低, 零售商从其订货量较多, 故增大 h , 造成 q_1^* 较大幅度减少; 而增大 π , 主要影响短缺费用, 故 s^* 有较大幅度的增加. 但它们增大均导致 TC^* 增加.

最后, 因退货为不可控的, 故退货费 δ 变化, 仅与 TC^* 有关, 对 q_1^* 、 q_2^* 和 s^* 无影响. 需求率 μ 、退货批次 λ 和批量 $1/v$ 对系统的影响, 符合人们的预期, 即当 μ 增大时, q_1^* 、 q_2^* 、 s^* 和 TC^* 均增加; 当 λ 或 $1/v$ 增大时, q_1^* 、 q_2^* 和 s^* 均减小, 而 TC^* 增加 (因退货费 δ 大于库存费 h). 考虑空间限制, 省略其计算结果.

6 结论

供应中断和退货环境下库存控制问题, 因包含多个随机因素 (如供应和中断的持续时间及退货的批次和批量), 致使利用传统建模方法很难解决, 从而造成该问题在理论上缺乏深入研究.

在将库存水平变化表示为跳跃-扩散过程条件下, 利用水平穿越理论和鞅方法, 研究了双源采购库存控制模型的构建, 这也是本文的创新之处. 在此基础上, 得到新环境下有关库存控制结论如下: 1) 系统最优控制策略和费用, 不但与供应商可靠性有关, 而且还与中断类型有关. 2) 当单位产品短缺费用较高时, 双源采购优于单源采购, 尤其是, 当两个供应商的可靠性低或中断类型均为频率低持续时间长时. 3) 除供应中断外, 供应商的差异性及关键参数, 均会对最优控制策略和系统费用产生较大影响.

还可拓展研究如下: 1) 本文假设中断是独立的, 但有时并非如此, 如暴风雪灾会导致两供应商同时中断. 因此, 研究中中断相关情况下双源采购问题更有实际意义; 2) 本文假设需求和退货参数是固定的, 实际中它们很可能变化, 如顾客得知零售商供应中断

时, 会增加需求和减少退货. 因此, 研究这些参数与中断状态相关环境下库存问题更有使用价值. 通过深入研究, 以期更好解决该问题.

References

- How to reduce the retail shortage rate [Online], available: <http://www.chinawuliu.com.cn>, May 6, 2016. (如何降低零售业的缺货率 [Online], 下载地址: <http://www.chinawuliu.com.cn>, May 6, 2016.)
- To cope with high return rates vipshop contrarian price logistics [Online], available: <http://www.chinawuliu.com.cn>, May 6, 2016. (应对高退货率唯品会逆势提价物流 [Online], 下载地址: <http://www.chinawuliu.com.cn>, May 6, 2016.)
- Snyder L V, Atan Z, Peng P, Rong Y, Schmitt A J, Sinssoyal B. OR/MS models for supply chain disruptions: a review. *IIE Transactions*, 2016, **48**(2): 89–109
- Gerchak Y, Parlar M. Yield randomness, cost tradeoffs, and diversification in the EOQ model. *Naval Research Logistics*, 1990, **37**(3): 341–354
- Tomlin B. On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply chain disruption risks. *Management Science*, 2006, **52**(5): 639–657
- Qi L, Lee K. Supply chain risk mitigations with expedited shipping. *Omega*, 2015, **57**(12): 98–113
- Tian Jun, Zhang Hai-Qing, Wang Ying-Luo. Emergency supplies purchasing model based on capacity option contract with dual purchasing sources. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2013, **33**(9): 2212–2219 (田军, 张海青, 汪应洛. 基于能力期权契约的双源应急物资采购模型. 系统工程理论与实践, 2013, **33**(9): 2212–2219)
- Silbermayr L, Minner S. A multiple sourcing inventory model under disruption risk. *International Journal of Production Economics*, 2014, **149**(1): 37–46
- Zhu S X. Analysis of dual sourcing strategies under supply disruptions. *International Journal of Production Economics*, 2015, **170**(1): 191–203
- Silbermayr L, Minner S. Dual sourcing under disruption risk and cost improvement through learning. *European Journal of Operational Research*, 2016, **250**(1): 226–238

- 11 Parlar M, Perry D. Inventory models of future supply uncertainty with single and multiple suppliers. *Naval Research Logistics*, 1996, **43**(2): 191–210
- 12 Gürler Ü, Parlar M. An inventory problem with two randomly available suppliers. *Operations Research*, 1997, **45**(6): 904–918
- 13 Harrison J M, Sellke T M, Taylor A J. Impulse control of Brownian motion. *Mathematics of Operations Research*, 1983, **8**(3): 454–466
- 14 Dai J G, Yao D C. Brownian inventory models with convex holding cost, Part 1: average-optimal controls. *Stochastic Systems*, 2013, **3**(2): 442–499
- 15 Yao D C, Chao X L, Wu J C. Optimal control policy for a Brownian inventory system with concave ordering cost. *Journal of Applied Probability*, 2015, **52**(4): 909–925
- 16 Benkherouf L, Bensoussan A. Optimality of an (s, S) policy with compound Poisson and diffusion demands: a quasi-variational inequalities approach. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2009, **48**(2): 756–762
- 17 Li X D, Tang D, Wang Y J, Yang X W. Optimal processing rate and buffer size of a jump-diffusion processing system. *Annals of Operations Research*, 2014, **217**(1): 319–335
- 18 Song Chun-Yue, Li Ping. Numerical solution for optimal production control of unreliable production systems with diffusion terms. *Control Theory & Applications*, 2009, **26**(7): 709–714
(宋春跃, 李平. 含扩散项不可靠生产系统最优生产控制的数值求解. 控制理论与应用, 2009, **26**(7): 709–714)
- 19 Muthuraman K, Seshadri S, Wu Q. Inventory management with stochastic lead times. *Mathematics of Operations Research*, 2015, **40**(2): 302–327
- 20 Lou Shan-Zuo, Tian Xin-Cheng. Modeling and control for inventory with stochastic supply disruptions and returns. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(11): 2436–2444
(娄山佐, 田新诚. 随机供应中断和退货环境下库存问题的建模与控制. 自动化学报, 2014, **40**(11): 2436–2444)
- 21 Lou Shan-Zuo, Tian Xin-Cheng. Contingent control of inventory under stochastic supply disruptions and returns. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 94–103
(娄山佐, 田新诚. 随机供应中断和退货环境下库存的应急控制. 自动化学报, 2015, **41**(1): 94–103)
- 22 Kella O, Boxma O. Useful martingales for stochastic storage processes with Lévy-type input. *Journal of Applied Probability*, 2013, **50**(2): 439–449
- 23 Brill P H. *Level Crossing Methods in Stochastic Models*. New York, USA: Springer, 2008. 48–110



娄山佐 山东大学控制科学与工程学院副教授. 主要研究方向为复杂系统建模与仿真, 库存控制, 优化算法. 本文通信作者.

E-mail: Lshanzuo@163.com

(**LOU Shan-Zuo** Associate professor at the School of Control Science and Engineering, Shandong University. His

research interest covers modeling simulation of complex systems, inventory control, and optimization algorithm. Corresponding author of this paper.)



田新诚 山东大学控制科学与工程学院教授. 主要研究方向为运动控制, 机电一体化, 智能控制和优化.

E-mail: txch@sdu.edu.cn

(**TIAN Xin-Cheng** Professor at the School of Control Science and Engineering, Shandong University. His research interest covers motion control, mecha-

tronics, intelligent control and optimization.)



吴颖颖 山东大学控制科学与工程学院讲师. 主要研究方向为自动拣选系统调度优化, 物流系统规划、设计和仿真.

E-mail: Sophia.wu@sdu.edu.cn

(**WU Ying-Ying** Lecturer at the School of Control Science and Engineering, Shandong University. Her research interest covers scheduling optimization of automatic picking system, logistics system planning, design and simulation.)