

异质相依群体系统的协同一致性追踪

裴惠琴^{1,2} 陈世明¹ 赖强¹ 陈谦¹

摘要 针对具有固定通信拓扑的异质相依群体系统的协同一致性追踪问题,从个体性质不同和子群体拓扑结构不同的角度出发,构建异质系统的相依模型. 为了通过局部信息实现异质相依群体系统的一致性追踪,设计了一类分布式一致性追踪控制协议. 随后,对于固定通信拓扑的情况,给出相应的充分条件确保一致性追踪的实现. 定义了相依个体比例参数 P_r ,并且分析了该参数对群体系统协同一致性追踪的影响. 最后,通过仿真实例说明理论分析的有效性.

关键词 群体系统,相依模型,一致性追踪,分布式控制

引用格式 裴惠琴,陈世明,赖强,陈谦. 异质相依群体系统的协同一致性追踪. 自动化学报, 2018, 44(8): 1528–1536

DOI 10.16383/j.aas.2017.c160852

Cooperative Consensus Tracking of Heterogeneous Interdependent Group Systems

PEI Hui-Qin^{1,2} CHEN Shi-Ming¹ LAI Qiang¹ CHEN Qian¹

Abstract The consensus tracking problem is investigated for heterogeneous interdependent group systems with fixed communication topologies. Firstly, an interdependent model of the heterogeneous system is built from the perspective of individual characteristic difference and sub-group topology structure difference. A class of distributed consensus tracking control protocols are proposed for realizing consensus tracking of heterogeneous interdependent group systems using local information. Then, for fixed communication topologies, some corresponding sufficient conditions are given to ensure the achievement of consensus tracking. Parameter P_r is defined to denote the proportion of interdependent individuals, whose effect on the consensus tracking of group systems is analyzed. Numerical simulations are provided to illustrate the effectiveness of the theoretical result.

Key words Group system, interdependent model, consensus tracking, distributed control

Citation Pei Hui-Qin, Chen Shi-Ming, Lai Qiang, Chen Qian. Cooperative consensus tracking of heterogeneous interdependent group systems. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(8): 1528–1536

群体系统是由大量具有动态演化特征的个体通过局部感知和相互作用形成的一类复杂开放的分布式系统. 一般而言,通过局部信息交互和控制器的设计实现群体系统整体层面上复杂而有序的协同行为. 近年来,报道了关于群体系统分布式协同控制(例如一致性和一致性追踪)方面的大量研究成果^[1–9]. 这方面的研究已经取得了一定的进展,归因于各领域

广泛的应用,例如自动高速公路系统的调度、无人航天器和无人水下机器人的协同控制^[10–11]、卫星编队控制以及移动机器人的分布式最优化控制^[12–13]等.

根据个体性质或功能的相同与否,群体系统可划分为同质群体系统和异质群体系统. 同质群体系统的研究已经取得了大量研究成果,并且广泛得以应用. 客观地说,自然界和工程系统中群体的异质性广泛存在,例如在人类社交群体中,每个个体具有不同的性别、职业、爱好、价值观等;在军演群体中,海、陆、空不同性能和类型军事装备协同作战. Johnson 等^[14]通过实验和仿真研究了存在大量参数不匹配的驱动系统和响应系统,发现仅通过标量信号的耦合作用,就能使这两个异质的系统实现较为理想的同步效果. 在此基础上,针对具有不同动力学特性的异质群体系统,国内外学者从多个角度展开了相关的研究工作^[15–18]. Zheng 等^[18]采用状态变换法提出了一种新颖的协议实现异质群体系统的群一致性. Liu 等^[19]构建了两种固定的一致性算法用于研究由一阶智能体和二阶智能体组成的离散时间异质群体系统的一致性. 基于线性二次型调节器理论, Ma 等^[20]研究了具有最优拓扑的连续时间和

收稿日期 2016-12-29 录用日期 2017-04-21
Manuscript received December 29, 2016; accepted April 21, 2017

国家自然科学基金(61364017, 11662002),江西省重点研发计划项目(20161BBE53008),江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ151168, GJJ150495)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61364017, 11662002), Key Research and Development Program of Jiangxi Province (20161BBE53008), and Scientific Research Program of Jiangxi Provincial Education Department (GJJ151168, GJJ150495)

本文责任编辑 程龙

Recommended by Associate Editor CHENG Long

1. 华东交通大学电气与自动化工程学院 南昌 330013 2. 南昌理工学院电子与信息学院 南昌 330044

1. School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013 2. School of Electronic and Information, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330044

离散时间群体系统的领导-跟随者一致性. Hu 等^[21] 针对合作-竞争网络中异质群体的二阶一致性问题, 提出了一种混杂自适应的牵制控制策略. Liu 等^[22] 提出了一种新颖的一致性算法能够保证具有有向拓扑的异质群体系统一致性的实现. Sun 等^[23] 基于智能体的输出反馈信息, 利用一种分布式自适应一致性追踪协议研究了具有有向拓扑结构和未知动力学的异质群体系统的一致性. Yang 等^[24] 研究了具有切换有向拓扑的一类异质群体系统的分布式自适应输出一致性控制. Wen 等^[25] 为了实现异质群体系统的群一致性, 提出了一类分布式群一致性协议, 并给出了相关定理的证明分析. Zhou 等^[26] 利用高阶有限时间一致性协议研究了异质群体的一致性. Feng 等^[27] 研究了有向通信图中, 一阶智能体和二阶智能体的一致性. Zhu 等^[28] 提出了一种新颖的连续非线性分布式一致性协议用于实现异质群体系统的有限时间一致性.

从上述讨论分析可知, 目前大部分研究工作主要是初步地关注异质群体系统的一致性. 异质群体系统一致追踪方面的研究工作尚未完全展开, 这方面的研究成果相对较少. Rahimi 等^[10] 研究了由无人机群和地面无人车辆组成的异质系统的时变队形控制问题, 设计了一种基于李雅普诺夫理论的分布式控制器, 驱动群体实现蜂拥的同时可以进行实时队形控制. 但是忽略了无人机系统与无人车辆系统之间的演化协同关系. 对于异质群体系统而言, 子群体都是以一种或者多种方式相互依存的, 它们之间存在相依性, 而且这种相依性对于整个群体系统控制效率有重要影响. 一般而言, 异质群体系统中不同个体之间的相依方式可分为一对一、一对多和多对多的方式, 相依关系既是一种契机, 也是导致系统脆弱性并影响系统结构鲁棒性的关键所在^[29]. 本文通过上述已有研究工作分析的启发, 研究带有固定通信拓扑的异质相依群体系统的一致性追踪问题, 该群体系统由一阶子群体和二阶子群体组成. 本文的主要贡献是: 1) 从个体性质不同或子群体拓扑结构不同的角度出发, 构建异质群体系统的相依模型; 2) 对于不同的子群体, 分别提出相应的分布式一致性追踪控制协议, 同时给出保证一致性追踪实现的充分条件; 3) 定义了衡量子群体间相依程度的相依比例值参数.

本文结构如下: 第 1 节是异质相依群体系统协同一致性的问题描述; 第 2 节是主要研究结果的具体阐述, 包括异质群体系统的相依模型, 提出了一类分布式一致性追踪控制协议, 给出了定理和相关的证明以及相依比例参数; 第 3 节通过仿真实例分析进一步评价理论结果的有效性和可行性; 第 4 节对本文内容进行总结.

1 问题描述

群体系统中, 个体之间的信息交换描述为交互图 $G = (V, E, A)$, 其中 $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 是非空顶点集; $E \subseteq V \times V$ 是边集; $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是具有元素 a_{ij} 的加权矩阵, 如果 $(v_i, v_j) \notin E$, 那么 $a_{ij} = 0$, 否则 $a_{ij} > 0$. 边 $e_{ij} = (v_i, v_j) \in E$ 表示点 v_j 可以接收来自点 v_i 的信息. 若 $a_{ij} = a_{ji}$, 该图称为无向图, 反之称为有向图. 对角度矩阵 $D \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 定义为 $D = \text{diag}\{d_i\}$, 其中 $d_i = \sum_{v_j \in V} a_{ij}$. 拉普拉斯矩阵 $L \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 定义为 $L = L(G) = [l_{ij}]$, 即 $L = D - A$, 其中 $l_{ii} = \sum_{p \neq i} a_{ip}$, 并且 $l_{ij} = -a_{ij}, \forall i \neq j$.

引理 1^[30]. 假设 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 且 $x_i \in \mathbf{R}$. 于是系统 $\dot{\mathbf{x}} = -L_n \mathbf{x}$ 能够实现渐近一致性的条件是当且仅当图 G_n 有一棵有向生成树, 其中 G_n 是 n 个智能体的通信拓扑结构图, 并且 L_n 是图 G_n 的 Laplacian 矩阵. 对于 $\forall t \geq 0$, $e^{-L_n t}$ 是具有正对角线元素的随机矩阵. G_n 具有有向生成树的充分必要条件是 $\text{rank}(L_n) = n - 1$. 这种情况下, 存在非负的列向量 $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{R}^n$, 使得当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e^{-L_n t} \rightarrow \mathbf{1}\boldsymbol{\gamma}$, 其中 $\boldsymbol{\gamma}^T L_n = \mathbf{0}^T$, 并且 $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{1} = 1$.

假设异质群体系统由 $b \geq 2$ 个子群体组成, 整个群体系统可描述为 $\{P, E\}$, 其中 $P = \{P_1, \dots, P_i, \dots, P_b\}$, $E = \{E_{1,1}, \dots, E_{i,j}, \dots, E_{b,b}\}$. 其中, P_i 表示子群体 i 的个体集合, $E_{i,i}$ 表示子群体 i 的边集合, 即子群体的内部连接. 当 $i \neq j$ 时, $E_{i,j}$ 表示子群体 i 和子群体 j 之间的边集合, 即子群体的外部连接. 不失一般性, 考虑具有两个子群体的异质群体系统, 由 m 个二阶动力学个体和 $n - m$ 个一阶动力学个体组成. 二阶个体的动力学方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ \dot{v}_i = p(t) + u_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

其中, $x_i, v_i \in \mathbf{R}^N$ 分别表示个体 i 的位置状态和速度状态, $u_i \in \mathbf{R}^N$ 是控制输入, $p(t)$ 是自身动态函数. 一阶个体的动力学方程如下:

$$\dot{x}_i = f(t) + u_i, \quad i = m + 1, m + 2, \dots, n \quad (2)$$

其中, $x_i, u_i \in \mathbf{R}^N$ 分别表示个体 i 的位置状态和控制输入, $f(t)$ 是自身动态函数. 此外, 目标个体的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0 \\ \dot{v}_0 = p(t) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $x_0, v_0 \in \mathbf{R}^N$ 分别表示个体 i 的位置状态和速度状态, $p(t)$ 是自身动态函数. 为了便于分析, 假设群体系统中所有个体是在一维空间中, 即 x_i, v_i, u_i

∈ \mathbf{R} . 但是, 通过 Kronecker 积, 本文研究所得结果都可以扩展应用到 N 维空间之中.

对应于整个群体的二阶动力学个体和一阶动力学个体的划分, 邻接矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} A_s & A_{sf} \\ A_{fs} & A_f \end{bmatrix}$$

其中, $A_f \in \mathbf{R}^{(n-m) \times (n-m)}$, $A_s \in \mathbf{R}^{m \times m}$. 二阶个体的 Laplacian 矩阵定义为 $L_s = D_s - A_s$, D_s 是仅考虑二阶个体的入度对角矩阵. 类似地, $L_f = D_f - A_f$ 是一阶个体的 Laplacian 矩阵. 对于个体 i , $N_{i,s}$ 定义为它的具有二阶动力学的邻居个体集合, $N_{i,f}$ 定义为它的具有一阶动力学的邻居个体集合. 根据这些构造和定义, 整个群体拓扑图的 Laplacian 矩阵可描述为

$$L = \begin{bmatrix} L_s + D_{sf} & -A_{sf} \\ -A_{fs} & L_f + D_{fs} \end{bmatrix}$$

其中,

$$D_{sf} = \text{diag} \left\{ \sum_{v_j \in N_{1,f}} a_{1j}, \dots, \sum_{v_j \in N_{m,f}} a_{mj} \right\}$$

$$D_{fs} = \text{diag} \left\{ \sum_{v_j \in N_{m+1,s}} a_{1j}, \dots, \sum_{v_j \in N_{n,s}} a_{nj} \right\}$$

定义 1. 对于任意初始状态 $x_i(0)$, $x_0(0)$ 和 $v_i(0)$, $v_0(0)$, 异质相依群体系统能够实现一致性追踪. 若

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_0(t)\| = 0, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$$

2 主要研究结果

2.1 相依模型与参数

定义 2. 考虑外部连接 $(s, z) \in E_{i,j}$, 其中 $s \in P_i$, $z \in P_j$, 且 $i \neq j$, s 称为 z 的相依个体, 反之亦然. 在子群体 i 中, 将没有任何相依个体的个体称为独立个体.

定义 3. 异质群体中相依个体之间存在一种关系, 彼此相互依赖、互相产生作用, 并且个体可以独立的发挥它自身的功能并存在, 这种关系称为相依性.

定义 4. 由若干个具有不同动力学性质以及拓扑结构不同的子群体构成异质群体网络拓扑图, 并且子群体之间存在相依性, 这种拓扑图称为异质群体的相依模型.

如图 1(a) 和 1(b) 所示, 展示了两种异质群体系统的相依模型, 这些群体系统是由不同性质和不同拓扑结构的子群体所构成. 异质群体的相依模型可以清楚地描述子群体之间的相依性, 图中平面内实线代表子群体的内部连接线, 即子群体中个体之间的通信关系, 虚线代表子群体的外部连接线, 即子群体之间的相依关系. 在本文中, 我们考虑由两个子群体构成的异质群体系统的模型, 如图 1(a) 所示.

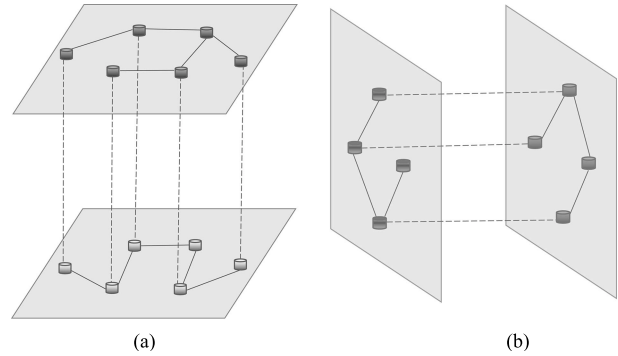


图 1 异质群体系统的相依模型示意图
Fig.1 Interdependent models of heterogeneous group systems

为了研究异质群体系统一致性追踪中不同相依程度对其影响, 引入参数 P_r 表示相依比例. P_r 包括 P_{ri} 和 P_{rj} , 其中 P_{ri} 代表子群体 i 中相依个体数占子群体 i 所有个体数的比例值, P_{rj} 代表子群体 j 中相依个体数占子群体 j 所有个体数的比例值.

$$\begin{cases} P_{ri} = \frac{\#\{s \in P_i | (s, z) \in E_{i,j}\}}{Num_i} \\ P_{rj} = \frac{\#\{z \in P_j | (s, z) \in E_{i,j}\}}{Num_j} \end{cases}$$

其中, $\#\{U\}$ 表示 U 集合的基数, Num_i 和 Num_j 分别表示子群体 i 和子群体 j 的个体总数目.

2.2 异质相依群体系统的一致性追踪

基于第 2.1 节异质群体系统相依模型的构建, 讨论由一阶动力学个体和二阶动力学个体组成的异质相依群体系统的一致追踪. 考虑异质相依群体系统 (1) 和 (2), 提出一类分布式追踪一致性控制协议, 其描述为

$$u_i(t) = k_1 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + k_2 \sum_{j=1, j \neq i}^m a_{ij}(v_j(t) - v_i(t)) - k_3 d_i(x_i(t) - x_0(t) + v_i(t) - v_0(t)),$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

且

$$u_i(t) = k_4 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)),$$

$$i = m + 1, \dots, n \quad (5)$$

其中, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ 分别是位置和速度的耦合系数, $k_3 > 0$, $k_4 > 0$ 是反馈控制系数. a_{ij} 是邻接矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 的第 (i, j) 个元素, d_i 是局部度矩阵 $B \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 的第 (i, i) 个元素. 于是, 异质相依群体系统可以描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ \dot{v}_i = p(t) + k_1 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \\ k_2 \sum_{j=1, j \neq i}^m a_{ij}(v_j(t) - v_i(t)) - \\ k_3 d_i(x_i(t) - x_0(t) + v_i(t) - v_0(t)), \\ i = 1, 2, \dots, m \\ \dot{x}_i = f(t) + k_4 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)), \\ i = m + 1, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

令 $\xi_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $\eta_i(t) = v_i(t) - v_0(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 且 $\xi^1 = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m]^T$, $\eta = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m]^T$, $\xi^2 = [\xi_{m+1}, \xi_{m+2}, \dots, \xi_n]^T$.

由式 (6) 可知

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = \eta_i \\ \dot{\eta}_i = k_1 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(\xi_j(t) - \xi_i(t)) + \\ k_2 \sum_{j=1, j \neq i}^m a_{ij}(\eta_j(t) - \eta_i(t)) - \\ k_3 d_i(\xi_i(t) + \eta_i(t)), \\ i = 1, 2, \dots, m \\ \dot{\xi}_i = k_4 \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(\xi_j(t) - \xi_i(t)), \\ i = m + 1, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

上述误差系统可改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}^1 \\ \dot{\eta} \\ \dot{\xi}^2 \end{bmatrix} = \Xi(t) \begin{bmatrix} \xi^1 \\ \eta \\ \xi^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中,

$$\Xi(t) = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & I_m & 0_{m \times (n-m)} \\ -k_3 B - k_1 \hat{L}_s & -k_3 B - k_2 \hat{L}_s & k_1 A_{sf} \\ k_4 A_{fs} & 0_{(n-m) \times m} & -k_4 \hat{L}_f \end{bmatrix}$$

其中, $\hat{L}_s = L_s + D_{sf}$, $\hat{L}_f = L_f + D_{fs}$.

根据定义 1, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$\xi_i(t) = x_i(t) - x_0(t) \rightarrow 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\eta_i(t) = v_i(t) - v_0(t) \rightarrow 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

表明异质相依群体系统能够实现一致追踪.

定理 1. 假设固定通信拓扑图 G 包含一棵有向生成树, 即群体系统中任意个体至少能够通过某一邻居个体获得通信信息, 那么固定通信拓扑情况下, 异质群体系统 (1) 和 (2) 通过分布式控制协议式 (4) 和 (5) 能够实现群体一致性追踪的充分条件是

$$\left(\frac{k_1}{k_2} - k_3\right) + k_2 \sum_{v_j \in N_{i,f}} a_{ij} \leq 0$$

其中, $k_1 > 0$ 是位置耦合系数, $k_2 > 0$ 是速度耦合系数, $k_3 > 0$ 是反馈控制系数.

证明. 误差系统 (8) 可改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}^1 \\ \dot{\eta} \\ \dot{\xi}^2 \end{bmatrix} = -\tilde{\Xi} \begin{bmatrix} \xi^1 \\ \eta \\ \xi^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,

$$\tilde{\Xi} = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & -I_m & 0_{m \times (n-m)} \\ k_3 B + k_1 \hat{L}_s & k_3 B + k_2 \hat{L}_s & -k_1 A_{sf} \\ -k_4 A_{fs} & 0_{(n-m) \times m} & k_4 \hat{L}_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi^1 \\ \eta \\ \xi^2 \end{bmatrix}$$

为了便于分析, 给出下面的转换式

$$y_i = \xi_i + \frac{k_2}{k_1} \eta_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

令 $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$, 误差系统 (9) 改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}^1 \\ \dot{y} \\ \dot{\xi}^2 \end{bmatrix} = -\hat{\Xi} \begin{bmatrix} \xi^1 \\ y \\ \xi^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中,

$$\widehat{\Xi} = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{k_2}I & -\frac{k_1}{k_2}I & 0 \\ \left(\frac{k_1}{k_2} - k_3\right)B + k_2D_{sf} & \left(k_3 - \frac{k_1}{k_2}\right)B + k_2L_s & -k_2A_{sf} \\ -k_4A_{fs} & 0 & k_4\hat{L}_f \end{bmatrix}$$

由于 $(k_1/k_2 - k_3) + k_2 \sum_{v_j \in N_{i,f}} a_{ij} \leq 0$, 显而易见矩阵 $\widehat{\Xi}$ 的所有对角元素都是非负的, 并且所有非对角元素都是非正的. 与此同时, 注意 $\widehat{\Xi} \mathbf{1}_{n+m} = 0$, $\widehat{\Xi}$ 可视为 $\Gamma(\widehat{\Xi})$ 的有效 Laplacian 矩阵. 通过初等变换, 简化矩阵 $\widehat{\Xi}$, 将第 1 列元素加到第 2 列中, 有

$$\widehat{\Xi} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{k_1}{k_2}I & 0 & 0 \\ \left(\frac{k_1}{k_2} - k_3\right)B + k_2D_{sf} & k_2(L_s + D_{sf}) & -k_2A_{sf} \\ -k_4A_{fs} & -k_4A_{fs} & k_4\hat{L}_f \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式 (11) 中第 1 行元素的 $-k_2/k_1[(k_1/k_2 - k_3)B + k_2D_{sf}]$ 倍加到第 2 行, 并且第 1 行元素的 $(k_2k_4)/k_1A_{fs}$ 倍加到第 3 行, 有

$$\widehat{\Xi} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{k_1}{k_2}I & 0 & 0 \\ 0 & k_2(L_s + D_{sf}) & -k_2A_{sf} \\ 0 & -k_4A_{fs} & k_4\hat{L}_f \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式 (12) 第 1~3 行分别乘以 $k_2/k_1, 1/k_2, 1/k_4$, 可得

$$\widehat{\Xi} \rightarrow \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}$$

$rank(\widehat{\Xi}) = m + rank(L)$. 通过引理 1, 可知当且仅当 $rank(\widehat{\Xi}) = m + n - 1$ 时, $\Gamma(\widehat{\Xi})$ 有一棵有向生成树. 由式 (12) 和引理 1, 当且仅当固定通信拓扑图 G 有一棵有向生成树时, $\Gamma(\widehat{\Xi})$ 有一棵有向生成树. 以至于系统 (10) 可实现渐近地一致性. 假设 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $[\xi^{1T}, y^T, \xi^{2T}] \rightarrow \gamma^T$, 其中 $\gamma = [\gamma, \gamma, \dots, \gamma]_{n+m}^T$ 是常向量. 而且, 由 $\xi_i(t) = x_i(t) - x_0(t), i = 1, 2, \dots, n, \eta_i(t) = v_i(t) - v_0(t), i = 1, 2, \dots, m$ 可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\xi_i(t) = x_i(t) - x_0(t) \rightarrow 0, i = 1, 2, \dots, n; \eta_i(t) = v_i(t) - v_0(t) \rightarrow 0, i = 1, 2, \dots, n$. 对此, 通过控制协议式 (4) 和式 (5), 异质相依群体系统 (1) 和 (2) 的协同一致追踪能够实现. \square

3 仿真实例分析

前面我们建立了异质群体系统的相依模型, 并设计了一类分布式一致性追踪控制协议以实现异质相依群体系统的一致性追踪, 给出了相关定理和分

析证明以及相依比例参数. 本节中, 提供仿真实例进一步说明理论结果的有效性和可行性.

实例 1. 考虑由二阶个体 1, 2, 3 和一阶个体 4, 5, 6 构成的异质相依群体系统, 该系统的通信拓扑图具有一棵生成树, 如图 2 所示. 从图 2 可知, 整个群体系统由子群体 G_I 和子群体 G_{II} 组成, 并且 $P_1 = \{1, 2, 3\}, P_2 = \{4, 5, 6\}$, 其中个体 1, 3, 4, 5 是相依个体, 个体 2, 6 是独立个体, 并且 E_{14}, E_{35} 是子群体的两条外部连接边. 子群体 G_I 和子群体 G_{II} 的相依比例值分别为 $P_{rI} = 2/3, P_{rII} = 2/3$.

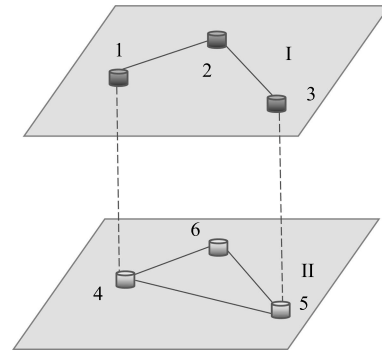


图 2 异质相依群体系统的固定无向拓扑图

Fig. 2 Fixed undirected topology of the heterogeneous interdependent group system

目标个体的加速度为 $p(t) = 0.1t^2 \sin(8t)$, 且 $f(t) = \int p(t)dt$. 对于如图 2 所示的群体拓扑图, 相应 Laplacian 矩阵和局部度矩阵分别为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

任取参数 k_1, k_2, k_3 , 使其满足定理 1 的充分条件, 即

$$\left(\frac{k_1}{k_2} - k_3\right) + k_2 \sum_{v_j \in N_{i,f}} a_{ij} \leq 0$$

这里, 取参数 $k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 9, k_4 = 1$, 所有

个体的初始状态取值为

$$x^T(0) = [2, 3, 5, 6, 7, 4]$$

$$v^T(0) = [1, 1.4, 1.8]$$

$$x_0(0) = 8, v_0(0) = 2.4$$

从仿真结果图 3 可知, 通过控制协议式 (4) 和式 (5), 异质相依群体系统的一致性追踪能够渐近地实现. 图 3(a) 是目标个体的速度信号曲线. 由图 3(b) 和 3(d) 可知, 二阶个体 1, 2, 3 的速度经过一段时间之后逐渐地趋近于相同的数值, 并且完全跟踪上了目标个体的速度信号. 从图 3(c) 结果分析, 当时间 $t = 11.5\text{s}$ 时, 所有个体的位置状态与目标个体的位置状态之间绝对误差基本为零, 换句话说, 无论是一阶个体还是二阶个体最终追踪到目标个体, 并且聚合在一起继续往前运动.

当子群体增加一条外部连接边 E_{26} , 相依个体比例值 P_r 增大, 也就是子群体之间相依程度更为紧

密. 此时, 群体拓扑图对应的 Laplacian 矩阵和局部度矩阵分别为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

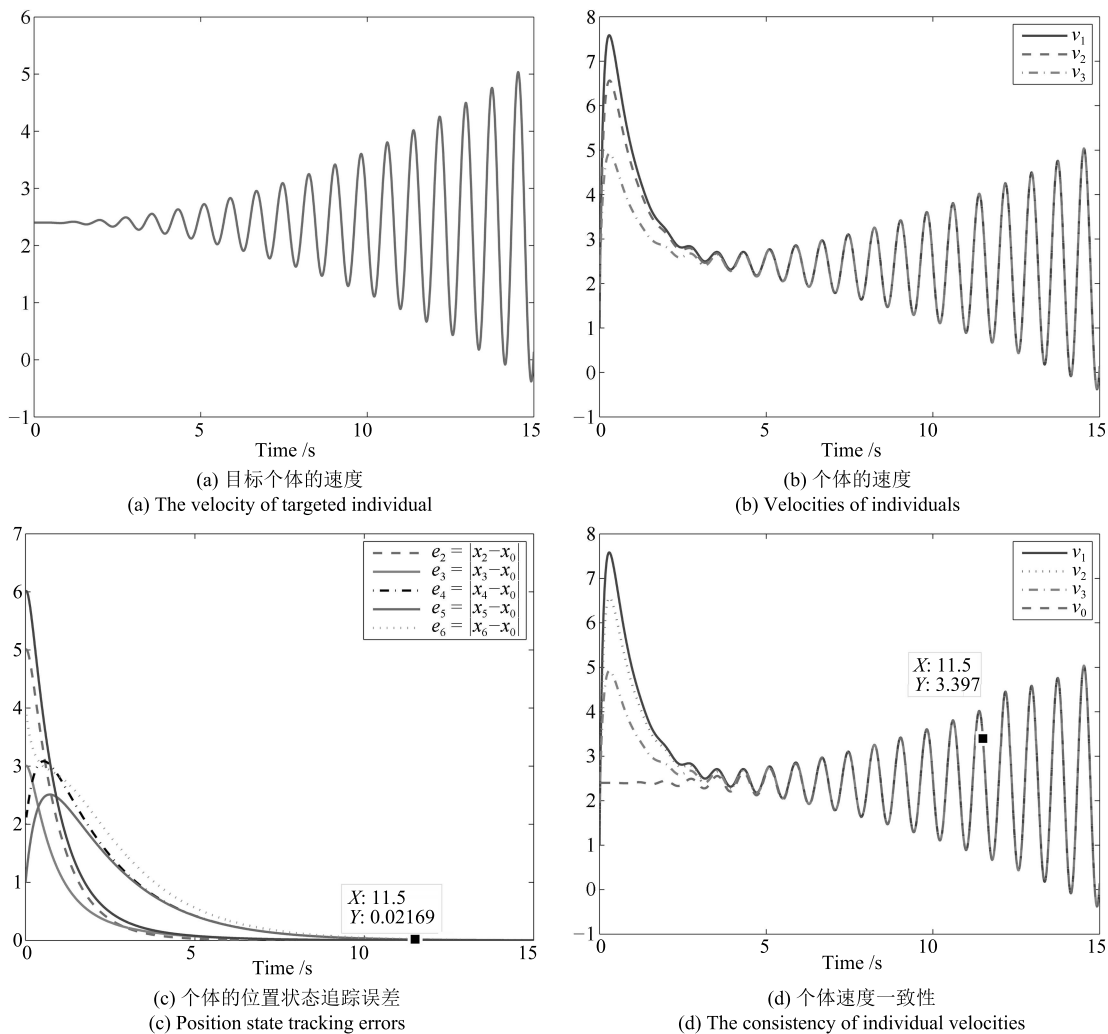


图 3 个体的位置状态追踪误差和速度示意图

Fig. 3 Position state tracking errors and velocities of individuals

子群体的相依比例值分别为 $P_{rI} = 1, P_{rII} = 1$. 从图 4(a) 和 4(b) 结果分析可知, 经过一定时间 ($t = 8.8\text{s}$), 所有个体的位置状态与目标个体位置状态绝对误差趋于零值, 并且二阶个体的速度状态逐渐趋于相同的值与目标个体的速度状态变化趋势保持一致. 与图 3(c) 和 3(d) 对比发现, 增加连接边之后, 目标个体一致性追踪的时间明显地缩短了.

实例 2. 考虑一个异质相依群体系统, 该系统对应的图是有向通信拓扑图, 并且含有一棵有向生成树, 如图 5 所示. 整个群体仍然由二阶个体组成的子群体 G_I 和一阶个体组成的子群体 G_{II} 所构成, 也就是 $P_1 = \{1, 2, 3\}, P_2 = \{4, 5, 6\}$. 这里, 有向拓扑图对应的 Laplacian 矩阵和局部度矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

类似地, 取参数 $k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 9, k_4 = 1$, 满足条件

$$\left(\frac{k_1}{k_2} - k_3\right) + k_2 \sum_{v_j \in N_{i,f}} a_{ij} \leq 0$$

所有个体和目标的位置状态和速度状态取值如下:

$$x^T(0) = [2, 3, 5, 6, 7, 4]$$

$$v^T(0) = [1, 1.4, 1.8]$$

$$x_0(0) = 8, v_0(0) = 2.4$$

从图 6 可以看出, 通过控制协议式 (4) 和式 (5), 异质相依群体系统逐渐地实现了一致性追踪. 由仿真图 6(a) 结果分析, 经过一定时间, 所有个体的位置状态和目标个体的位置状态的绝对误差值基本趋于零值. 由仿真图 6(b) 结果分析, 二阶个体的速度经过一段时间之后趋于一致, 并且能够完全跟踪上目标个体的速度信号状态.

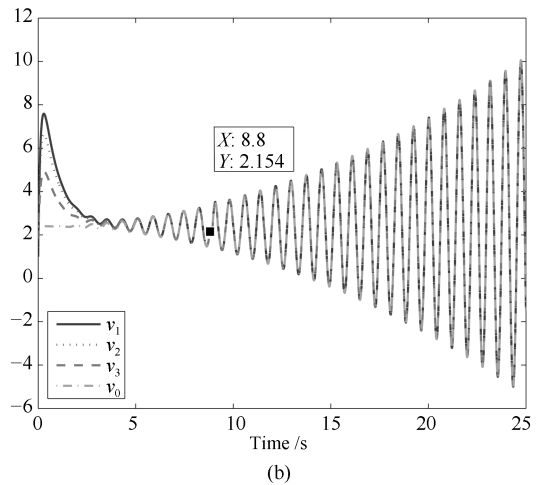
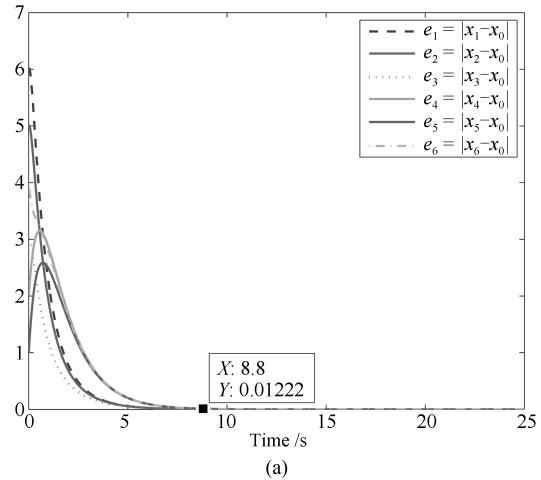


图 4 个体的位置状态追踪误差和速度示意图
Fig. 4 Position state tracking errors and velocities of individuals

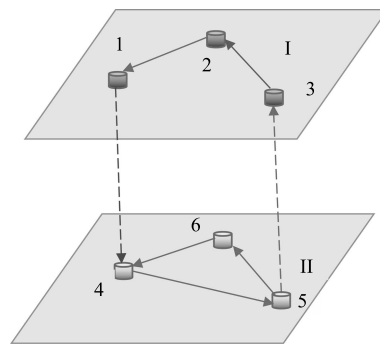


图 5 异质相依群体系统的固定有向拓扑图
Fig. 5 Fixed directed topology of the heterogeneous interdependent group system

4 结论

本文研究了带有固定通信拓扑的异质相依群体系统的一致性追踪问题, 从个体性质不同和子群体间拓扑结构不同的角度, 建立异质群体系统的相依

模型. 为了实现异质相依群体系统的一致性追踪, 设计了一类分布式一致追踪控制协议. 同时, 给出了实现整个异质群体一致性追踪的充分条件. 定义了衡量相依程度的相依比例参数 P_r , 分析了其对协同一致性追踪的影响. 随后, 通过仿真实例验证了理论结果的有效性.

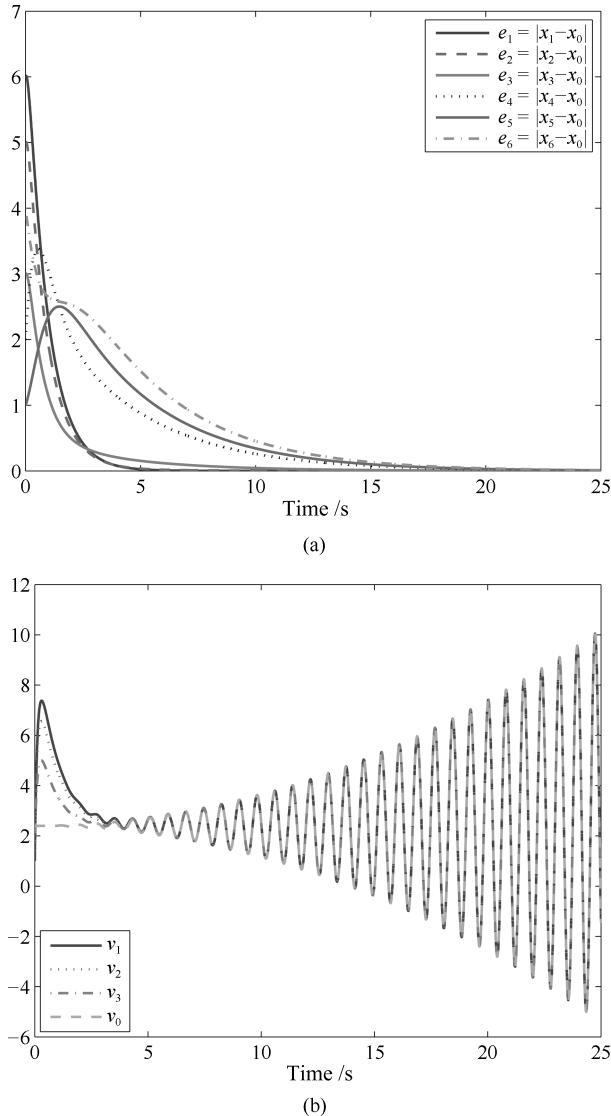


图 6 个体的位置状态追踪误差和速度示意图

Fig. 6 Position state tracking errors and velocities of individuals

References

- 1 You K Y, Li Z K, Xie L H. Consensus condition for linear multi-agent systems over randomly switching topologies. *Automatica*, 2013, **49**(10): 3125–3132
- 2 Liu Z W, Guan Z H, Shen X M, Fang G. Consensus of multi-agent networks with aperiodic sampled communication via impulsive algorithms using position-only measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(10): 2639–2643
- 3 Pei H Q, Chen S M, Lai Q. A local flocking algorithm of multi-agent dynamic systems. *International Journal of Control*, 2015, **88**(11): 2242–2249
- 4 Xu G H, Guan Z H, He D X, Chi M, Wu Y H. Distributed tracking control of second-order multi-agent systems with sampled data. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, **351**(10): 4786–4801
- 5 Zou L, Wang Z D, Gao H J. Observer-based H_∞ control of networked systems with stochastic communication protocol: the finite-horizon case. *Automatica*, 2016, **63**: 366–373
- 6 Meng Z Y, Lin Z L, Ren W. Robust cooperative tracking for multiple non-identical second-order nonlinear systems. *Automatica*, 2013, **49**(8): 2363–2372
- 7 Wu Y Q, Su H Y, Shi P, Shu Z, Wu Z G. Consensus of multi-agent systems using aperiodic sampled-data control. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(9): 2132–2143
- 8 Zhou Feng, Wu Yan-Xuan. Consensus tracking algorithms with directed network. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 180–185
(周峰, 吴炎焜. 基于有向网络的一致性跟踪算法. *自动化学报*, 2015, **41**(1): 180–185)
- 9 Chen Shi-Ming, Hua Yu-Xin, Zhu Zhen-Min, Lai Qiang. Fast flocking algorithm for multi-agent systems by optimizing local interactive topology. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(12): 2092–2099
(陈世明, 化俞新, 祝振敏, 赖强. 邻域交互结构优化的多智能体快速蜂拥控制算法. *自动化学报*, 2015, **41**(12): 2092–2099)
- 10 Rahimi R, Abdollahi F, Naqshi K. Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system. *Robotics and Autonomous Systems*, 2014, **62**(12): 1799–1805
- 11 Chen J, Zhang X, Xin B, Fang H. Coordination between unmanned aerial and ground vehicles: a taxonomy and optimization perspective. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(4): 959–972
- 12 Robin C, Lacroix S. Multi-robot target detection and tracking: taxonomy and survey. *Autonomous Robots*, 2016, **40**(4): 729–760
- 13 Zhang H, Feng G, Yan H C, Chen Q J. Observer-based output feedback event-triggered control for consensus of multi-agent systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(9): 4885–4894
- 14 Johnson G A, Mar D J, Carroll T L, Pecora L M. Synchronization and imposed bifurcations in the presence of large parameter mismatch. *Physical Review Letters*, 1998, **80**(18): 3956–3959
- 15 Pei H Q, Chen S M, Lai Q. Multi-target consensus circle pursuit for multi-agent systems via a distributed multi-flocking method. *International Journal of Systems Science*, 2016, **47**(16): 3741–3748
- 16 Li S B, Feng G, Wang J, Luo X Y, Guan X P. Adaptive control for cooperative linear output regulation of heterogeneous multi-agent systems with periodic switching topology. *IET Control Theory and Applications*, 2015, **9**(1): 34–41

- 17 Ma Q, Xu S Y, Lewis F L, Zhang B Y, Zou Y. Cooperative output regulation of singular heterogeneous multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(6): 1471–1475
- 18 Zheng Y S, Wang L. A novel group consensus protocol for heterogeneous multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2015, **88**(11): 2347–2353
- 19 Liu C L, Liu F. Stationary consensus of heterogeneous multi-agent systems with bounded communication delays. *Automatica*, 2011, **47**(9): 2130–2133
- 20 Ma J Y, Zheng Y S, Wang L. LQR-based optimal topology of leader-following consensus. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(17): 3404–3421
- 21 Hu H X, Xuan Q, Yu W W, Zhang C G, Xie G M. Second-order consensus for heterogeneous multi-agent systems in the cooperation-competition network: a hybrid adaptive and pinning control approach. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2016, **20**: 21–36
- 22 Liu K E, Ji Z J, Xie G M, Wang L. Consensus for heterogeneous multi-agent systems under fixed and switching topologies. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**(9): 3670–3683
- 23 Sun J Y, Geng Z Y, Lv Y Z. Adaptive output feedback consensus tracking for heterogeneous multi-agent systems with unknown dynamics under directed graphs. *Systems and Control Letters*, 2016, **87**: 16–22
- 24 Yang Y, Yue D, Dou C X. Distributed adaptive output consensus control of a class of heterogeneous multi-agent systems under switching directed topologies. *Information Sciences*, 2016, **345**: 294–312
- 25 Wen G G, Huang J, Wang C Y, Chen Z, Peng Z X. Group consensus control for heterogeneous multi-agent systems with fixed and switching topologies. *International Journal of Control*, 2016, **89**(2): 259–269
- 26 Zhou Y J, Yu X H, Sun C Y, Yu W W. Higher order finite-time consensus protocol for heterogeneous multi-agent systems. *International Journal of Control*, 2015, **88**(2): 285–294
- 27 Feng Y Z, Xu S Y, Lewis F L, Zhang B Y. Consensus of heterogeneous first- and second-order multi-agent systems with directed communication topologies. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(3): 362–375
- 28 Zhu Y K, Guan X P, Luo X Y. Finite-time consensus of heterogeneous multi-agent systems. *Chinese Physics B*, 2013, **22**(3): Article No. 038901
- 29 Rinaldi S M, Peerenboom J P, Kelly T K. Identifying, understanding, and analyzing critical infrastructure interdependencies. *IEEE Control Systems*, 2001, **21**(6): 11–25
- 30 Ren W, Beard R W. *Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control: Theory and Applications*. London, UK: Springer-Verlag, 2008.



裴惠琴 华东交通大学电气与自动化工程学院讲师。2017 年于华东交通大学获得控制科学与工程博士学位。主要研究方向为群体动力学与协调控制。

E-mail: peihuiqinx@126.com

(PEI Hui-Qin Lecturer at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. She received her Ph.D. degree in control science and engineering from East China Jiaotong University in 2010. Her research interest covers swarm dynamics and cooperative control.)



陈世明 华东交通大学电气与自动化工程学院教授。2006 年于华中科技大学获得博士学位。主要研究方向为复杂网络理论及应用, 多智能体系统协调控制, PSO 优化算法。本文通信作者。

E-mail: shmchen@ecjtu.jx.cn

(CHEN Shi-Ming Professor at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. He received his Ph. D. degree from Huazhong University of Science and Technology in 2006. His research interest covers complex network theory and application, coordination control of multi-agent systems and particle swarm optimization algorithm. Corresponding author of this paper.)



赖强 华东交通大学电气与自动化工程学院副教授。2014 年于华中科技大学获得博士学位。主要研究方向为复杂网络, 多智能体协同控制, 非线性动力学分析与控制。E-mail: laiqiang87@126.com

(LAI Qiang Associate professor at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong

University. He received his Ph.D. degree from Huazhong University of Science and Technology in 2014. His research interest covers complex network, cooperative control of multi-agent system, analysis and control of nonlinear system.)



陈谦 华东交通大学电气与自动化工程学院硕士研究生。2015 年于山东农业大学获得学士学位。主要研究方向为多智能体系统协同定位。

E-mail: chq0216@foxmail.com

(CHEN Qian Master student at the School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University. He received his bachelor degree from Shandong Agricultural University. His research interest covers cooperative localization of multi-agent systems.)