

# 一种基于有限时间稳定的环绕控制器设计

张春燕<sup>1</sup> 戚国庆<sup>1</sup> 李银伢<sup>1</sup> 盛安冬<sup>1</sup>

**摘要** 针对无人机对单目标的环航跟踪问题, 设计了一个能保证无人机在速度有界条件下, 飞行轨迹快速收敛到期望航迹的控制器. 1) 根据无人机运动特性, 设计了一个考虑目标运动状态的控制方案, 并利用 Lyapunov 稳定性定理给出了系统渐近稳定的充分条件. 2) 结合饱和控制和有限时间控制, 得到使无人机相对目标距离在有限时间内收敛到期望值的充分条件. 3) 用数值算例比较验证了所提控制器的有效性.

**关键词** 环航跟踪, Lyapunov 渐近稳定, 饱和控制, 有限时间稳定

**引用格式** 张春燕, 戚国庆, 李银伢, 盛安冬. 一种基于有限时间稳定的环绕控制器设计. 自动化学报, 2018, 44(11): 2056–2067

**DOI** 10.16383/j.aas.2017.c160798

## Standoff Tracking Control With Respect to Moving Target via Finite-time Stabilization

ZHANG Chun-Yan<sup>1</sup> QI Guo-Qing<sup>1</sup> LI Yin-Ya<sup>1</sup> SHENG An-Dong<sup>1</sup>

**Abstract** To realize the standoff tracking with respect to a moving target, this paper presents a controller to enable the unmanned aerial vehicle (UAV) to rapidly track the desired circular path with speed constraint. According to the kinetic characteristics of UAV, a control strategy considering the target motion state is given, and a corresponding sufficient condition ensuring asymptotic stability is derived with the Lyapunov stability theory. Using finite-time and saturated control techniques, a control law is proposed which ensures the relative distance converges to the desired value in a finite time. Simulation results verify the effectiveness of the proposed control law.

**Key words** Standoff tracking, Lyapunov asymptotic stability, saturated control, finite-time stability

**Citation** Zhang Chun-Yan, Qi Guo-Qing, Li Yin-Ya, Sheng An-Dong. Standoff tracking control with respect to moving target via finite-time stabilization. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(11): 2056–2067

在无人机对目标跟踪任务中, 目标主要分为合作目标和非合作目标. 对合作目标跟踪, 无人机如何在速度受限条件下实现在传感器适用范围内环绕目标运动是目标跟踪的研究重点之一; 对非合作目标, 无人机必须保持在目标一定距离外跟踪以减少暴露风险. 这些应用需求导致了近年来环航跟踪方法的快速发展.

环航跟踪指无人机保持一定距离环绕跟踪目标, 即控制器需要实现无人机在以目标为圆心、指定距离为半径的期望航迹上航行. 当前对无人机环航的研究主要包括观测器和控制器的设计. 一些学者采取观测器与控制器相耦合的策略. 针对单传感器跟踪单目标, Deghat 等<sup>[1]</sup> 提出纯方位量测下的目标环

绕跟踪的观测器和控制器的设计方法, 并针对观测器为非完整机器人时进行改进<sup>[2]</sup>, 随后扩展到单传感器对多目标的环航跟踪中<sup>[3]</sup>; 与纯方位量测对应, Shames 等<sup>[4]</sup> 提出在单传感器纯距离量测下的环航跟踪观测器和控制器; Cao<sup>[5]</sup> 等基于距离和距离变化率提出一种环航跟踪控制器, 在此基础上, 张民等<sup>[6]</sup> 提出结构更简洁的控制器, 并扩展到运动目标的跟踪中; Matveev 等<sup>[7]</sup> 基于距离和距离变化率信息, 针对单传感器对多目标环航跟踪提出一种控制器的设计方法; Zhang 等<sup>[8]</sup> 针对单传感器跟踪单目标提出一种基于视觉的观测器, 并分析在存在目标丢失情况下的稳定性; Zhu 等<sup>[9]</sup> 提出一种改进的自适应算法估计目标速度, 并利用 Lyapunov 向量场保证控制器的收敛性.

另一些学者主要研究控制器设计, 前提是已由其他探测设备得到目标的运动状态. Lawrence<sup>[10]</sup> 针对无人机环航跟踪问题, 提出基于 Lyapunov 向量场引导法 (Lyapunov vector field guidance, LVFG) 的环航控制器; Frew 等<sup>[11]</sup> 和 Summers 等<sup>[12]</sup> 针对无人机速度受限提出一种解耦控制结构; Yoon 等<sup>[13]</sup>

收稿日期 2016-12-01 录用日期 2017-04-18  
Manuscript received December 1, 2016; accepted April 18, 2017  
国家自然科学基金 (61871221, 61876024) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61871221, 61876024)  
本文责任编辑 朱纪洪  
Recommended by Associate Editor ZHU Ji-Hong  
1. 南京理工大学自动化学院 南京 210094  
1. College of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094

利用 Backstepping 使无人机在速度受限的情况下完成空间环航跟踪; Wang 等<sup>[14]</sup> 提出一种基于弹性引力和斥力的控制方法; Oh 等<sup>[15]</sup> 为进一步分析目标速度对环航跟踪的影响, 利用微分几何的方法明确指出绕飞中无人机速度与目标运动状态的关系; Shames 等<sup>[16]</sup> 考虑了无人机环航跟踪时的避障问题; 为使无人机更快速地收敛, Chen 等<sup>[17]</sup> 提出一种基于切向量场引导法 (Tangent vector field guidance, TVFG) 的控制方法, 但当无人机在期望距离内时控制方案依然为 Lyapunov 向量场引导法. 多种现代控制策略被应用到环航跟踪研究上, 例如模型预测控制<sup>[18-19]</sup>、自适应滑模控制<sup>[20]</sup>、动态规划<sup>[21]</sup>、路径规划<sup>[22]</sup>、分布式控制<sup>[23]</sup> 等. 另外, Zhu 等针对环航跟踪中无人机输入受限的问题提出 Bang-Bang 控制<sup>[24]</sup> 和饱和控制策略<sup>[25]</sup>.

上述成果提出多种可行的环航控制方案, 给出在这些控制器下无人机对目标环航跟踪进一步的研究成果, 但对上述控制器之间的优缺点对比给出的结论较少. 另外, 关于无人机收敛到期望航迹的问题, 人们总是更希望无人机能在有限时间内到达期望航迹, 有限时间稳定控制器可以保证闭环系统状态在有限时间内收敛到平衡点<sup>[26-31]</sup>, 但工程应用中, 无人机速度普遍会受到限制, 如何保证无人机在这种情况下更快速地收敛是需要研究的课题.

本文针对工程应用中目标速度变化情况, 根据无人机和目标的几何关系, 提出一种考虑目标运动状态的控制方案, 给出一类基于该控制策略可行的控制参数条件. 通过比较这类控制器的优缺点, 提出一种具有快速收敛性、更好抗扰动性的有限时间饱和控制参数条件.

本文结构安排如下: 第 1 节描述研究的问题; 第 2 节给出有限时间控制器的设计方案; 第 3 节给出仿真比较结果; 第 4 节是结论.

本文中,  $\mathbf{R}$  表示实数集,  $\mathbf{R}^+$  表示正实数集,  $\|\cdot\|$  为欧氏范数,  $\text{sgn}(\cdot)$  表示符号函数 ( $\text{sgn}(0) = 0$ ),  $A \setminus B$  表示集合  $\{x|x \in A, x \notin B\}$ .

## 1 问题描述

如图 1 所示, 本文主要考虑固定翼无人机对目标的环航跟踪问题. 例如文献 [8], 假定无人机配有一个低空飞行控制系统, 可接收到速率、角速度指令转化为相应的横滚、俯仰和偏航信息, 同时具有速度保持和定高飞行功能. 因此, 无人机主要针对地面、水面或同一水平面的目标进行环航跟踪, 即只考虑无人机与目标在  $X$ - $Y$  平面下的相对运动状态. 假设已经由其他探测设备得到目标的速度信息, 本文主要研究无人机对目标环航跟踪的飞行控制器设计. 基于工程应用与控制实现要求, 假定无人机的速度

受限, 且满足无人机速率大于目标速率.

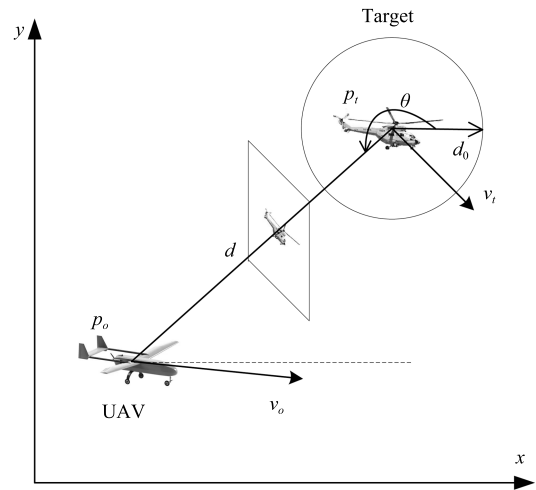


图 1 系统模型

Fig. 1 Model of the system

### 1.1 飞行环绕问题描述和系统模型

由于将无人机视为质点, 以无人机速度为输入设计控制器, 因此在笛卡尔二维坐标系下, 设无人机的运动模型为<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned}\dot{x}_o &= v_o \cos \psi_o \\ \dot{y}_o &= v_o \sin \psi_o \\ \dot{\psi}_o &= \omega_o\end{aligned}\quad (1)$$

其中,  $\mathbf{p}_o = [x_o \ y_o]^T \in \mathbf{R}^2$  指无人机的位置,  $\mathbf{v}_o = [v_o \cos \psi_o \ v_o \sin \psi_o]^T \in \mathbf{R}^2$  表示无人机的速度,  $\psi_o \in [0, 2\pi)$  指无人机的航向,  $v_o \in \mathbf{R}^+$  指无人机的控制输入速率 (米/秒),  $\omega_o \in \mathbf{R}$  指无人机的控制输入角速度 (弧度/秒). 速率限制条件为

$$0 < v_{\min} \leq v_o \leq v_{\max}\quad (2)$$

其中,  $v_{\min}$ ,  $v_{\max}$  分别表示无人机的最大和最小航行速率.

目标的位置和速度由其他探测设备实时探测得到, 因此考虑到目标在笛卡尔二维坐标系下的运动模型为

$$\begin{aligned}\dot{x}_t &= v_t \cos \psi_t \\ \dot{y}_t &= v_t \sin \psi_t \\ \dot{\psi}_t &= \omega_t\end{aligned}\quad (3)$$

其中,  $\mathbf{p}_t = [x_t \ y_t]^T \in \mathbf{R}^2$  表示目标的位置,  $\mathbf{v}_t = [v_t \cos \psi_t \ v_t \sin \psi_t]^T \in \mathbf{R}^2$  表示目标的速度,  $v_t \in \mathbf{R}$  表示目标的速率,  $\psi_t \in [0, 2\pi)$  表示目标的航向,  $\omega_t$  表示目标的角速度. 若  $v_t$  为常值,  $\omega_t = 0$ , 则目标匀速直线运动.

根据环航跟踪的控制要求,对无人机和目标的相对运动和位置建模.在同一笛卡尔坐标系下,定义无人机与目标的相对速度为  $\boldsymbol{\nu}_r$ , 则

$$\boldsymbol{\nu}_r = \boldsymbol{\nu}_o - \boldsymbol{\nu}_t \quad (4)$$

即相对运动模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_o \cos \psi_o - v_t \cos \psi_t \\ v_o \sin \psi_o - v_t \sin \psi_t \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,变量  $[x_r \ y_r]^T \in \mathbf{R}^2$  表示无人机相对于目标的位置.如图 1 所示在极坐标下系统模型 (5) 的输出表示为

$$\begin{bmatrix} d \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_r^2 + y_r^2} \\ \arctan \frac{y_r}{x_r} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $d \in \mathbf{R}^+$  表示无人机与目标之间的相对距离,  $\theta \in [0, 2\pi)$  表示无人机与目标之间的方向角.控制器设计要求距离收敛到期望值,可以表示为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = d_0$$

其中,  $d_0 \in \mathbf{R}^+$  表示无人机和目标的期望距离.

由要求目标速率小于无人机的最大速率得出:

**假设 1.** 相对运动模型 (5) 中,  $0 \leq v_t < v_{\max}$ .

## 1.2 有限时间稳定预备知识

**定义 1**<sup>[26]</sup>. 考虑如下连续系统如下假设:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) \quad (7)$$

其中,  $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}^n$  为一个连续函数,  $\mathbf{D} \subset \mathbf{R}^n$  为原点  $\boldsymbol{x} = 0$  的邻域,由初始状态  $\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}(t_0)$  出发的运动轨迹简记为  $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}(t, t_0, \boldsymbol{x}_0)$ .

若系统 (7) 满足: 1) 在平衡点  $\boldsymbol{x} = 0$  稳定; 2) 有限时间收敛,引入原点的开邻域  $\mathbf{D}_0$  和收敛时间函数  $T(\boldsymbol{x}_0)$ .  $\mathbf{D}_0 \setminus \{0\} \rightarrow (0, \infty)$ , 对任意初始状态  $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbf{D}_0 \setminus \{0\} \subset \mathbf{D}$ , 若存在  $T(\boldsymbol{x}_0) > 0$  使得  $t \in [0, T(\boldsymbol{x}_0)]$  时,  $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{D}_0 \setminus \{0\}$  且  $\lim_{t \rightarrow T(\boldsymbol{x}_0)} \boldsymbol{x}(t) = 0$ ; 当  $t > T(\boldsymbol{x}_0)$  时  $\boldsymbol{x}(t) = 0$ , 则系统 (7) 在平衡点有限时间稳定.

若  $\mathbf{D}_0 = \mathbf{D} = \mathbf{R}^n$ , 称系统 (7) 在平衡点全局有限时间稳定.

**引理 1**<sup>[31]</sup>. 若存在一个连续可微的 Lyapunov 方程  $V(\boldsymbol{x}): \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}$  满足: 1) 对任意  $\boldsymbol{x} \in \mathbf{D}_0 \setminus \{0\} \subset \mathbf{D}$ ,  $V(\boldsymbol{x})$  为正定函数; 2) 存在  $k \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha \in (0, 1)$ , 使得对任意  $\boldsymbol{x} \in \mathbf{D}_0 \setminus \{0\} \subset \mathbf{D}$ ,  $\dot{V}(\boldsymbol{x}) + kV^\alpha(\boldsymbol{x}) \leq 0$ . 则系统在平衡点有限时间稳定. 且收敛时间  $T(\boldsymbol{x}) \leq V^{1-\alpha}(\boldsymbol{x})/(k(1-\alpha))$ .

本文旨在设计一个稳定且有限时间内收敛的无人机飞行控制器, 实现在速度受限条件下对运动目标的环绕跟踪要求.

## 2 飞行控制器设计

首先利用无人机和目标的几何关系设计出合理的控制器, 再利用 Lyapunov 稳定性定理给出可行的控制器参数, 然后利用饱和控制和有限时间稳定性使无人机在满足约束条件的情况下快速实现跟踪要求.

### 2.1 几何模型

定义无人机与目标间的相对运动模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= v_r \cos \psi_r \\ \dot{y}_r &= v_r \sin \psi_r \\ \dot{\psi}_r &= \omega_r \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $v_r \in \mathbf{R}^+$  表示无人机与目标之间的相对速率,  $\psi_r \in [0, 2\pi)$  表示相对航向,  $\omega_r \in \mathbf{R}$  表示相对角速度.

如图 2 所示, 定义  $\phi \in [0, 2\pi)$  表示相对速度与视线之间的角度, 即  $\psi_r = \theta - \phi - \pi$ ;  $\boldsymbol{\beta}(t) \in \mathbf{R}^2$  表示无人机到目标的单位向量,  $\bar{\boldsymbol{\beta}}(t)$  为  $\boldsymbol{\beta}(t)$  的一个单位法向量, 即

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{x_r(t)}{d(t)} \\ -\frac{y_r(t)}{d(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta(t) \\ -\sin \theta(t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{\beta}}(t) = \begin{bmatrix} -\sin \theta(t) \\ \cos \theta(t) \end{bmatrix}$$

**定理 1.** 对给定的无人机速度要求, 只需通过调节角度变量  $\phi$ , 即由相应的无人机的控制速度输入

$$\boldsymbol{u} = v_r \cos \phi \boldsymbol{\beta} + v_r \sin \phi \bar{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\nu}_t \quad (9)$$

其中, 相对速率为

$$v_r = v_t \cos(\theta - \phi - \psi_t) + \sqrt{v_o^2 - v_t^2 \sin^2(\theta - \phi - \psi_t)} \quad (10)$$

达到控制无人机机动完成特定追踪要求的目的.

**注 1.** 由无人机运动模型 (1) 可知, 无人机速度  $\boldsymbol{\nu}_o$  与无人机飞行控制器的控制输入量速率  $v_o$  和角速度  $\omega_o$  存在一一对应关系, 因此以无人机速度作为输入变量  $\boldsymbol{u}$  是合理的.

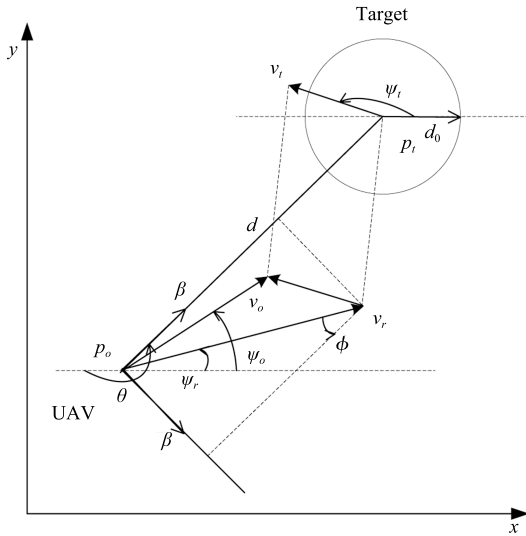


图 2 环航跟踪相对几何模型

Fig.2 Guidance geometry for standoff tracking

**证明.** 由模型 (5) 和模型 (8) 可得

$$\begin{aligned} v_r^2 &= v_o^2 + v_t^2 - 2v_o v_t \cos(\psi_o - \psi_t) \\ \psi_r &= \arctan \frac{v_o \sin \psi_o - v_t \sin \psi_t}{v_o \cos \psi_o - v_t \cos \psi_t} \end{aligned} \quad (11)$$

$n$  维空间中任意向量可以由  $n$  个互不相关向量表示, 如图 2 所示, 相对速度可以表示为

$$\mathbf{v}_r = v_r \cos \phi \boldsymbol{\beta} + v_r \sin \phi \bar{\boldsymbol{\beta}} \quad (12)$$

由式 (12) 和式 (4) 可知, 无人机速度表示为式 (9) 是合理的. 在此情况下, 求解式 (11) 可以得出相对速率为

$$v_r = v_t \cos(\theta - \phi - \psi_t) \pm \sqrt{v_o^2 - v_t^2 \sin^2(\theta - \phi - \psi_t)} \quad (13)$$

根据假设 1, 基于相对速率  $v_r \in \mathbf{R}^+$  考虑, 对于给定的  $\phi$ ,  $v_r$  可由式 (10) 得出. 即由给定的角度变量  $\phi$ , 可得到符合无人机速度约束条件  $v_o \in [v_{\min}, v_{\max}]$  的相对速率  $v_r$  的范围  $[v_{r \min}, v_{r \max}]$ . 同时若无人机速率恒定为  $v_o$ , 可以得到唯一的相对速率  $v_r$ .  $\square$

### 2.2 Lyapunov 渐近稳定控制器

根据上述控制器设计, 进一步考虑如何调节角度变量  $\phi$ , 保证控制器的稳定性.

在无人机的速度为式 (9) 情况下, 相对速度可以转化为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_r \cos \phi}{d} & -\frac{v_r \sin \phi}{d} \\ \frac{v_r \sin \phi}{d} & -\frac{v_r \cos \phi}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} \quad (14)$$

此时, 在极坐标下系统输出 (6) 的导数为

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_r \cos \phi \\ \frac{v_r \sin \phi}{d} \end{bmatrix} \quad (15)$$

定义距离输出误差为实际距离与期望距离的差  $e_d = d - d_0$ , 显然,  $e_d \in (-d_0, \infty)$ , 且

$$\dot{e}_d = -v_r \cos \phi \quad (16)$$

无人机飞行控制器目的可以表示为  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0$ , 因此令  $\phi$  为关于距离误差  $e_d$  的函数. 由图 2, 显然  $\phi \in [0, \pi]$ , 与之对应的  $2\pi - \phi \in [\pi, 2\pi]$  分别表示无人机逆时针环航和顺时针环航, 为方便计算, 令

$$\Phi(e_d) = \cos(\phi(e_d)) \quad (17)$$

其中,  $\phi \in [0, \pi]$ , 即取无人机逆时针环航.

**定理 2.** 在假设 1 下, 若无人机的速度输入为

$$\mathbf{u} = v_r \Phi(e_d) \boldsymbol{\beta}(t) + v_r \sqrt{1 - \Phi^2(e_d)} \bar{\boldsymbol{\beta}}(t) + \mathbf{v}_t \quad (18)$$

其中,  $\Phi(0) = 0$ , 且满足

$$0 \leq \Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) \leq 1, \forall e_d \in (-d_0, \infty) \quad (19)$$

对于给定的  $\Phi(e_d)$ ,  $v_r$  可由式 (10) 得出, 则系统输出 (6) 在平衡点  $e_d = 0$  是渐近稳定的, 即无人机渐近收敛到以目标为圆心,  $d_0$  为半径的期望航迹上.

**证明.** 引入一个新的 Lyapunov 函数

$$V(e_d) = \frac{1}{2} e_d^2 \quad (20)$$

是正定的, 其导数为

$$\dot{V} = -e_d v_r \Phi(e_d) \leq 0 \quad (21)$$

根据 LaSalle 不变集原理<sup>[32]</sup>, 距离误差  $e_d$  收敛到不变集  $e_d = 0, \dot{V} = 0$ , 即  $d = d_0$ .  $\square$

定理 1 给出了考虑目标速度的控制器结构, 定理 2 给出了保证控制器稳定的参数条件. 因此由定理 1 和定理 2 可以设计出考虑目标运动状态且保证无人机收敛到期望航迹的稳定控制器.

**例 1.** 传统的 Lyapunov 向量场引导法 (LVFG) 控制方案<sup>[10]</sup>, 无人机期望速度为

$$\mathbf{u} = \frac{v_o}{d(d^2 + d_0^2)} \begin{bmatrix} (d^2 - d_0^2)x_r + 2dd_0y_r \\ -2dd_0x_r + (d^2 - d_0^2)y_r \end{bmatrix} \quad (22)$$

利用本文所提方法, 考虑目标运动状态, 得到改进的 LVFG 控制方法 (ILVFG). 控制器为式 (18), 其中, 控制参数

$$\Phi(e_d) = \frac{e_d(e_d + 2d_0)}{(e_d + d_0)^2 + d_0^2}$$



且对于给定的无人机期望速率  $v_o$  和控制参数  $\Phi(e_d)$ ,  $v_r$  可由式 (10) 唯一确定.

由  $e_d \in (-d_0, \infty)$ , 可得  $\frac{e_d(e_d+2d_0)}{(e_d+d_0)^2+d_0^2} > 0$ , 因此

$$\Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) = \left| \frac{e_d(e_d+2d_0)}{(e_d+d_0)^2+d_0^2} \right| \geq 0$$

同时又因为

$$\Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) = \left| \frac{e_d(e_d+2d_0)}{(e_d+d_0)^2+d_0^2} \right| < \frac{(e_d+d_0)^2}{(e_d+d_0)^2+d_0^2} < 1$$

所以  $\Phi(e_d)$  符合条件 (19), 由定理 2, 无人机可渐近收敛到期望航迹, 满足跟踪要求.

**例 2.** 文献 [17] 提出切向量场结合 Lyapunov 向量场引导法 (T + LVFG) 的控制方案. 无人机与目标相对距离小于期望距离  $d < d_0$  时, 控制器与文献 [10] 相同, 即式 (22);  $d > d_0$  时, 利用切向量场引导法 (TVFG) 设计飞行控制器, 无人机期望速度为

$$\mathbf{u} = \frac{v_o}{d^2} \begin{bmatrix} \sqrt{d^2 - d_o^2} x_r + d_o y_r \\ -d_o x_r + \sqrt{d^2 - d_o^2} y_r \end{bmatrix} \quad (23)$$

利用本文方法, 对文献 [17] 的方法进行改进 (IT + LVFG). 控制器为式 (18), 其中, 控制参数

$$\Phi(e_d) = \begin{cases} \frac{\sqrt{e_d(e_d+2d_0)}}{e_d+d_0}, & e_d > 0 \\ \frac{e_d(e_d+2d_0)}{(e_d+d_0)^2+d_0^2}, & e_d \leq 0 \end{cases}$$

当  $e_d < 0$  时, 显然  $0 < \Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) < 1$ ; 当  $e_d > 0$  时,  $\Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) > 0$ , 且

$$\Phi(e_d) \operatorname{sgn}(e_d) = \frac{\sqrt{e_d(e_d+2d_0)}}{e_d+d_0} \leq 1$$

因此  $\Phi(e_d)$  满足条件 (19), 无人机可收敛到期望航迹.

### 2.3 有限时间饱和控制器

渐近稳定的系统状态随着时间趋向于平衡点, 但不能保证在有限时间内达到期望值. 本节考虑如何针对控制器 (18) 设计适合的控制参数  $\Phi(e_d)$ , 使相对距离  $d$  在有限时间内收敛到期望距离  $d_0$ , 即  $\lim_{t \rightarrow T(d)} d(t) = d_0$ , 其中  $0 < T < \infty$ .

由定理 2 可知, 无人机速度输入  $\mathbf{u}$  中参数  $\Phi(e_d)$  受约束. 在设计有限时间控制器时用到了不等式缩放<sup>[27]</sup>, 导致控制器中参量幅值偏大. 若直接运用非饱和和有限时间控制器则无法满足参数限制  $|\Phi(e_d)| \leq 1$ ,

因此结合饱和控制设计了参数受限下有限时间饱和控制器 (Finite-time saturated controller, FTSC).

首先考虑非饱和下的有限时间稳定控制器.

**定理 3.** 对系统

$$\dot{e}_d = -v_r \Phi(e_d) \quad (24)$$

其中,  $e_d \in \mathbf{R}$ ,  $v_r \in [v_o - v_t, v_o + v_t]$ ,  $\Phi(0) = 0$ . 若存在  $k \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha = p/q$ ,  $0 < p < q$ , 且  $p, q$  均为奇数, 使得  $\Phi(e_d)$  满足

$$\operatorname{sgn}(e_d) \Phi(e_d) \geq k |e_d|^\alpha, \quad \forall e_d \in \mathbf{R} \quad (25)$$

则系统 (24) 有限时间内收敛到平衡点  $e_d = 0$ .

**证明.** 选取 Lyapunov 方程 (20). 根据  $e_d \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$  的取值分两种情况讨论.

1)  $e_d \in (0, \infty)$

由式 (25) 推出, 此时  $\Phi(e_d) \geq k e_d^\alpha$ . 则 Lyapunov 方程的导数

$$\dot{V} \leq -2^{\frac{\alpha+1}{2}} k (v_o - v_t) V^{\frac{\alpha+1}{2}}$$

其中,  $k \in \mathbf{R}^+$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ . 由于  $2^{\frac{\alpha+1}{2}} k (v_o - v_t) \in \mathbf{R}^+$ ,  $\frac{\alpha+1}{2} \in (\frac{1}{2}, 1)$ , 所以必然存在  $k' \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha' \in (0, 1)$ , 使得对任意  $e_d \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,  $k' V^{\alpha'} + \dot{V} < 0$ .

2)  $e_d \in (-\infty, 0)$

由式 (25) 可知, 此时,  $\Phi(e_d) \leq k e_d^\alpha$ . 则

$$\dot{V} \leq -2^{\frac{\alpha+1}{2}} k (v_o + v_t) V^{\frac{\alpha+1}{2}}$$

其中,  $k \in \mathbf{R}^+$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ . 由于  $2^{\frac{\alpha+1}{2}} k (v_o + v_t) \in \mathbf{R}^+$ ,  $\frac{\alpha+1}{2} \in (\frac{1}{2}, 1)$ , 所以必然存在  $k' \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha' \in (0, 1)$ , 使得对任意  $e_d \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,  $k' V^{\alpha'} + \dot{V} < 0$ .

综上所述, 若  $\Phi(e_d)$  满足条件 (25), 则必然存在  $k' \in \mathbf{R}^+$  和  $\alpha' \in (0, 1)$ , 使得对任意  $e_d \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ,  $k' V^{\alpha'} + \dot{V} < 0$ . 根据引理 1, 系统 (24) 在平衡点  $e_d = 0$  有限时间稳定.  $\square$

显然, 定理 3 中必然存在  $e_d \in (-d_0, \infty) \setminus \{0\}$ , 使得  $|\Phi(e_d)| > 1$ .

利用有限时间稳定性与饱和控制原理相结合, 考虑控制参数受限情况下的有限时间稳定控制器. 设计控制器参数, 如图 3 所示.

$$\Phi(e_d) = \kappa \operatorname{sat}(\Phi'(e_d)) \quad (26)$$

其中,  $\kappa$  为  $(0, 1]$  的任意常数,  $\Phi'(e_d)$  满足条件 (25),  $\operatorname{sat}(\cdot)$  是饱和函数, 定义为

$$\operatorname{sat}(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ \operatorname{sgn}(x), & |x| > 1 \end{cases}$$

**定理 4.** 若无人机输入控制器 (18) 中参数  $\Phi(e_d)$  为式 (26), 则系统输出 (6) 在有限时间内收敛

到平衡点  $e_d = 0$ , 即无人机在一定时间内收敛到距离目标  $d_0$  的航迹上, 实现环航跟踪要求.

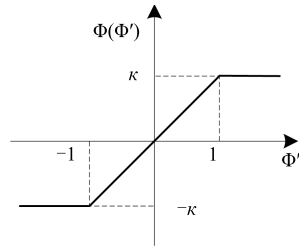


图3 饱和约束下的有限时间稳定控制参数  
Fig.3 Control parameters of finite-time stability subject to saturation

**证明.** 由饱和函数特性, 显然式 (26) 中  $\Phi(e_d)$  符合对任意  $e_d \in (-d_0, \infty)$ ,  $|\Phi(e_d)| \leq 1$ .

首先, 证明控制器参数  $\Phi(e_d)$  在式 (26) 情况下的系统输出稳定性.

由式 (18) 可知, 对任意输出误差  $e_d > 0$ ,  $\Phi'(e_d) > 0$ , 由式 (26), 此时  $\Phi(e_d) > 0$ ; 对任意  $e_d < 0$ ,  $\Phi(e_d) < 0$ ; 且  $e_d = 0$  时  $\Phi(e_d) = 0$ . 以 Lyapunov 函数 (20) 检验其稳定性, 对任意  $e_d \in (-d_0, \infty)$ ,  $\dot{V} \leq 0$ . 因此, 无人机输入控制器 (18) 中参数  $\Phi(e_d)$  满足条件 (26), 系统输出 (6) 在平衡点  $e_d = 0$  稳定.

然后, 证明该系统有限时间收敛, 分为两部分. 系统控制器 (18) 中参数为式 (26) 时, 对任意初始输出误差  $e_d(t_0)$  必然存在时刻  $t_1$ , 使得  $t > t_1$  时,  $e_d(t) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ , 即相对距离收敛到一个范围内; 在该范围内系统状态有限时间内收敛到平衡点, 即必然存在时刻  $t_1 < t_2 < \infty$ , 使得  $t > t_2$  时,  $e_d(t) = 0$ . 其中,  $\Phi'(\varepsilon_1) = -1$ ,  $\Phi'(\varepsilon_2) = 1$ , 且对任意  $e_d(t) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ , 都有  $|\Phi'(e_d)| \leq 1$ .

1) 证明对任意初始相对距离  $e_d(t_0)$ , 必然存在时刻  $t_1 > t_0$ , 使得  $e_d(t_1) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ . 假设上述不成立, 则存在两种情况: 对任意时刻  $t > t_0$ , 都满足  $e_d(t) > \varepsilon_2$ ; 对任意时刻  $t > t_0$ ,  $e_d(t) < \varepsilon_1$ .

a) 假设对任意时刻  $t > t_0$ ,  $e_d(t) > \varepsilon_2$ .

对任意距离误差  $e_d(t) > \varepsilon_2$ , 由不等式 (19) 和式 (26), 可以得出此时控制参数  $\Phi(e_d) = \kappa$ , 输出误差导数满足  $\dot{e}_d \leq -(v_o - v_t)\kappa$ , 则

$$e_d(t) \leq e_d(t_0) - \int_{t_0}^t (v_o - v_t)\kappa dt$$

因此, 对任意距离  $e_d(t_0) > \varepsilon_2$ , 必然存在某一时刻  $t_1 > t_0$ , 使得  $e_d(t_1) < \varepsilon_2$ . 假设不成立.

b) 假设对任意时刻  $t > t_0$ ,  $e_d(t) \leq \varepsilon_1$ .

若  $\varepsilon_1 \geq -d_0$ , 对任意距离  $e_d(t) < \varepsilon_1$ , 由不等式 (19) 和式 (26), 可以得出控制参数  $\Phi(e_d) = -\kappa$ , 输

出误差导数满足  $\dot{e}_d \geq (v_o - v_t)\kappa$ , 则

$$e_d(t) \geq e_d(t_0) + \int_{t_0}^t (v_o - v_t)\kappa dt$$

因此, 对任意距离  $e_d(t_0) < \varepsilon_1$ , 必然存在某一时刻  $t_1 > t_0$ , 使得  $e_d(t_1) \geq \varepsilon_1$ , 假设不成立. 若  $\varepsilon_1 < -d_0$ , 显然对任意时刻  $t > t_0$ , 都有  $e_d(t) > \varepsilon_1$ , 假设不成立.

因此, 对任意初始输出误差  $e_d(t_0)$ , 必然存在时刻  $t_1$ , 使得  $e_d(t_1) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ . 由系统稳定性可知  $t > t_1$  时,  $e_d(t) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ .

2) 证明当无人机与目标相对距离在指定区域时, 必然会在有限时间内收敛到平衡点. 即, 若  $e_d(t_1) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ , 必然存在某一时刻  $t_2$ , 其中,  $t_1 < t_2 < \infty$ , 使得对任意  $t > t_2$ , 都有  $e_d(t) = 0$ .

已知  $t > t_1$  时,  $e_d(t) \in [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ , 根据式 (26), 此时  $\Phi(e_d) = \Phi'(e_d)$ . 因此,  $\text{sgn}(e_d)\Phi(e_d) \geq k|e_d|^\alpha$ , 即满足非饱和约束下的有限时间控制器条件, 由定理 3, 系统必然在有限时间内收敛到平衡点.

上述部分证明了控制器 (18) 中参数  $\Phi(e_d)$  为式 (26) 时, 系统输出 (6) 在平衡点  $e_d = 0$  稳定且有限时间收敛, 由定义 1, 对任意输出误差  $e_d \in (-d_0, \infty)$ , 系统输出在平衡点有限时间稳定.  $\square$

定理 4 给出了系统输出 (6) 有限时间稳定的参数条件. 无人机在指定区域外 ( $|\Phi'(e_d)| = 1$ ,  $|\Phi(e_d)| = \kappa \leq 1$ ) 时, 由饱和控制器控制其收敛到指定区域内 ( $|\Phi'(e_d)| < 1$ ,  $|\Phi(e_d)| < \kappa$ ), 而后化为非饱和有限时间控制器在有限时间内收敛到平衡点.

**注 2.** 令  $T_1$  表示饱和控制器控制无人机的收敛时间 (可能为 0),  $T_2$  表示非饱和有限时间稳定控制器的收敛时间. 则  $T_1, T_2$  大小与初始距离  $d$  (等同于  $e_d$ ) 和  $\kappa, k, \alpha$  相关. 当其他参数相同时, 随着  $\kappa$  增大, 时间  $T_1$  和  $T_2$  均减小, 即收敛更快速; 随着  $k$  增大,  $\varepsilon_1$  增大,  $\varepsilon_2$  减小, 即非饱和有限时间稳定控制器控制范围增大, 因此, 收敛时间  $T_1$  增大,  $T_2$  减小.

**例 3.** 利用定理 4 给出的控制器参数条件 (26), 提出符合要求的有限时间饱和和控制器. 控制器为式 (18), 其中控制参数

$$\Phi(e_d) = \kappa \text{sat}(k_1 e_d^\alpha + k_2 e_d)$$

取  $k_1, k_2 \in \mathbf{R}^+$ ,  $\kappa \in (0, 1]$ ,  $\alpha = p/q$ ,  $0 < p < q$ , 且  $p, q$  均为奇数, 对于给定的无人机期望速率  $v_o$  和控制参数  $\Phi(e_d), v_r$  可由式 (10) 唯一确定.

### 3 仿真结果及分析

通过与文献 [10] 中 Lyapunov 向量场引导法 (LVFG) 控制方案 (例 1) 和文献 [17] 的切向量场结合 Lyapunov 向量场引导法 (T + LVFG) 控制方案

(例 2) 进行比较, 说明本文控制方法的优越性. 为确保仿真实验的公平性, 实验中目标的初始位置为原点, 运动目标的速度均为  $\boldsymbol{v}_t = (2, 2 \cos(0.01\pi t) + 1) \text{ m/s}$ , 即目标轨迹相同; 无人机航行速率保持恒定  $v_o = 10 \text{ m/s}$ , 期望距离为  $d_0 = 100 \text{ m}$ .

1) 验证提出的控制方案的有效性. 将 LVFG、T + LVFG 控制器方法与本文 ILVFG、IT + LVFG (例 1 和例 2 中已给出具体的控制器) 进行比较, 仿真结果如图 4.

图 4(a) 为传统的 LVFG 和本文的 ILVFG 控制方法下的目标和无人机运动轨迹, 图 4(b) 则为 T + LVFG 和 IT + LVFG 控制器, 图 4(c) 为四种控制器下的无人机与目标相对距离. 由图 4(c) 可以看出, 已知目标速度  $\boldsymbol{v}_t$ , 使用不考虑目标速度的 LVFG 和 T + LVFG 方法, 相对距离会收敛到一定范围内, 即  $|\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) - d_0| \leq \epsilon$ , 其中,  $\epsilon$  与  $\gamma = v_t/v_o \in (0, 1)$  相关, 且 T + LVFG 控制器收敛速度快于 LVFG 控制器. 而本文的 ILVFG 和 IT + LVFG 控制方法, 相对距离会收敛期望距离, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} d(t) = d_0$ . 显然, 对于运动目标, ILVFG 和 IT + LVFG 控制方法比传统的 LVFG 和 T + LVFG 控制方法具有明显优越性.

2) 验证提出的有限时间饱和控制器 (FTSC) 的快速响应能力. FTSC (例 3)、ILVFG 和 IT + LVFG 控制方法相比较. 其中 FTSC 中参数为  $\kappa =$

$1, k = 0.1, k_2 = 0.01, \alpha = 7/11$ .

**注 3.** 由于  $d < d_0$  时, IT + LVFG 控制器与 ILVFG 控制器相同, 因此仿真比较中分为无人机与目标初始相对距离大于期望距离  $d(0) > d_0$  和小于期望距离  $d(0) < d_0$  两种情况讨论.  $d(0) < d_0$  时, 只比较了 FTSC 和 IT + LVFG 控制方案下的无人机环航跟踪结果.

对静止目标, 仿真结果如图 5 和图 6 所示. 图 5 和图 6 分别针对  $d(0) > d_0$  和  $d(0) < d_0$  时, 无人机对目标进行的环航跟踪. 图 5(a)~(c) 为不同时刻下 ILVFG 控制方案下的目标和无人机轨迹, 分别为  $t = 20 \text{ s}, t = 50 \text{ s}, t = 150 \text{ s}$ . 图 5(d)~(f) 则为 IT + LVFG 控制方案目标和无人机轨迹, 图 5(g)~(i) 为 FTSC 控制方案, 图 5(j) 为三种情况下的无人机与目标相对距离对比. 如图 5 所示,  $d(0) > d_0$  时, FTSC 和 IT + LVFG 控制方案下的无人机收敛速度明显快于 ILVFG 控制方案. 图 6(a)~(c) 为  $t = 10 \text{ s}, t = 50 \text{ s}, t = 100 \text{ s}$  时 IT + LVFG 控制方案下的目标和无人机轨迹, 图 6(d)~(f) 则为 FTSC 控制方案, 图 6(g) 为两种情况下的相对距离对比. 从图 6 可以看出,  $d(0) < d_0$  时, FTSC 控制方案收敛速度更快. 图 5 和图 6 表明, 对静止目标, 无人机任意初始位置, FTSC 控制方案都能使无人机更快速收敛到期望航迹.

图 7 和图 8 分别为  $d(0) > d_0$  和  $d(0) < d_0$  时,

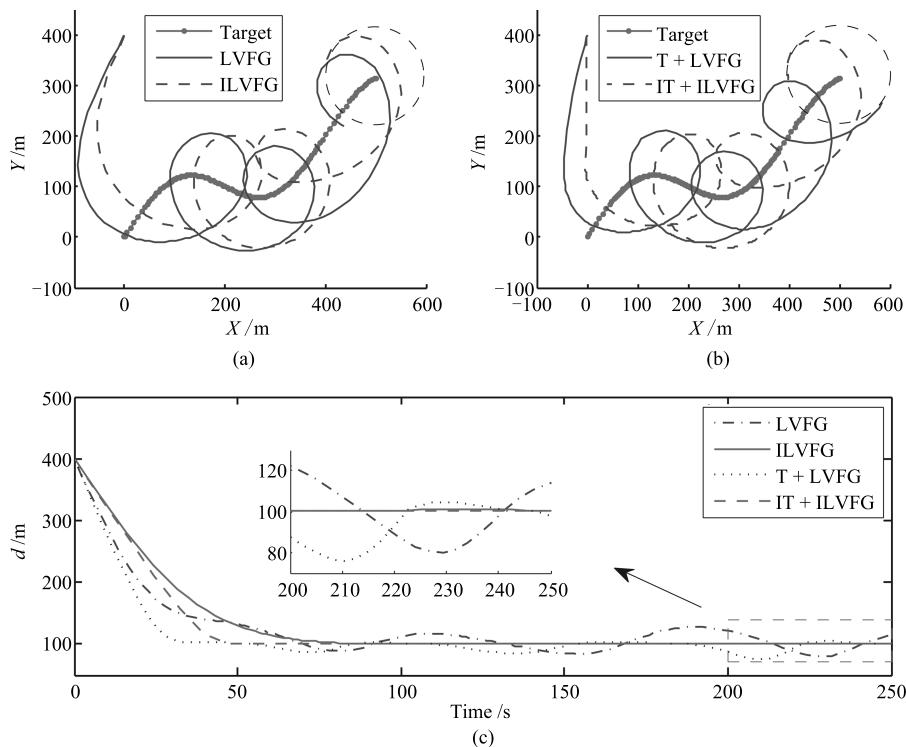
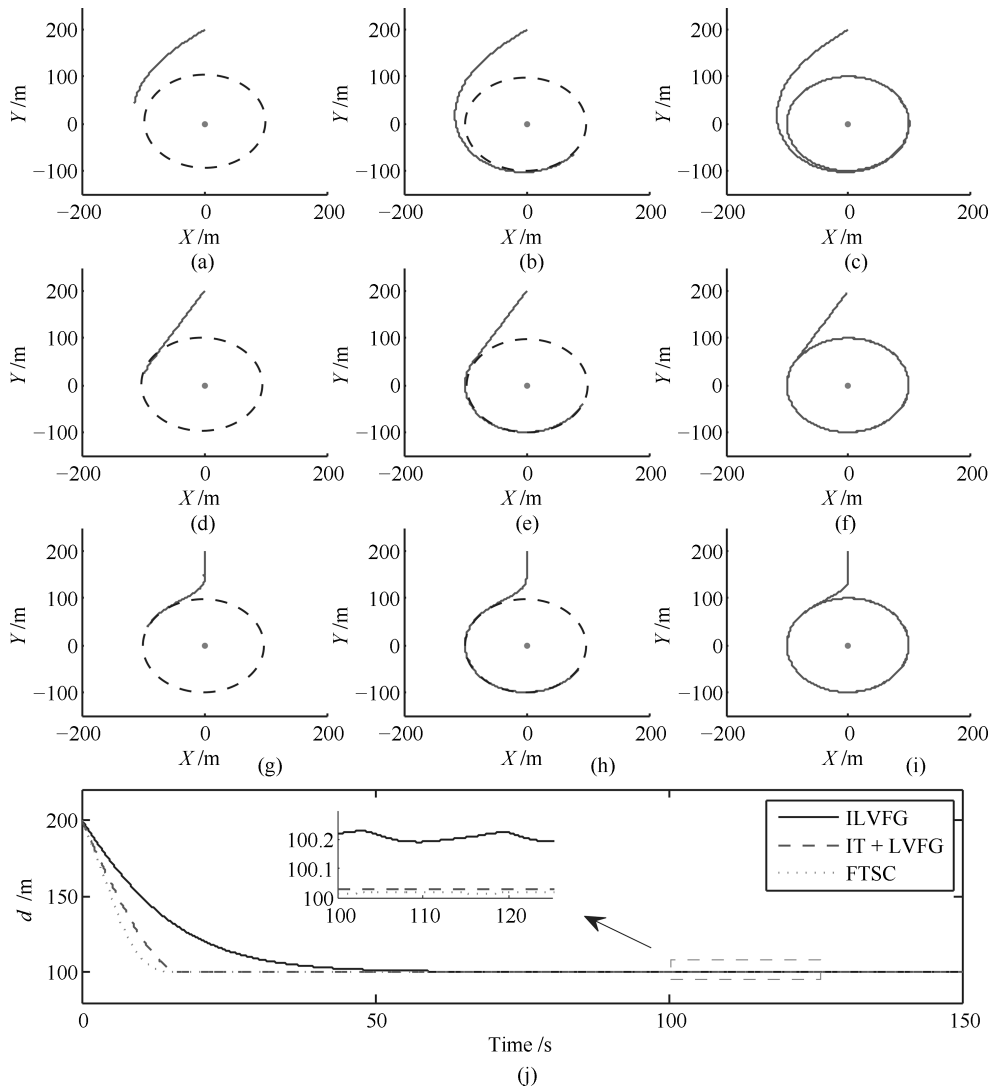


图 4 目标速度对环航跟踪误差的影响

Fig. 4 The influences of the target velocity on the standoff tracking errors

图5  $d(0) > d_0$  时静止目标环航跟踪Fig. 5 Standoff tracking a static target when  $d(0) > d_0$ 

无人机对运动目标的环航跟踪仿真结果. 图 7(a)~(c) 为  $t = 50\text{s}$ ,  $t = 100\text{s}$ ,  $t = 250\text{s}$  不同时刻下 ILVFG 控制方案下的目标和无人机轨迹, 图 7(d)~(f) 则为 IT + LVFG 控制方案目标和无人机轨迹, 图 7(g)~(i) 为 FTSC 控制方案, 图 7(j) 为三种情况下的无人机与目标相对距离对比. 图 8(a)~(c) 为  $t = 10\text{s}$ ,  $t = 50\text{s}$ ,  $t = 100\text{s}$  时 IT + LVFG 控制方案下的目标和无人机轨迹, 图 8(d)~(f) 为 FTSC 控制方案, 图 8(g) 为两种情况下相对距离对比. 图 7 和图 8 表明, 对运动目标, 对比与 ILVFG 和 IT + LVFG 控制方案, FTSC 控制方案能使任意位置的无人机更快速收敛到期望航迹.

3) 验证提出的 FTSC 控制方案不同参数取值对收敛时间的影响. 将 FTSC (例 3) 中不同参数  $\kappa$  相对比, 仿真结果如图 9. 其中,  $k_1 = 0.1$ ,  $k_2 = 0.01$ ,  $\alpha = 7/11$ .

图 9(a)~(d) 分别为  $\kappa = 1/4$ ,  $\kappa = 1/2$ ,  $\kappa = 3/4$ ,  $\kappa = 1$  时的目标轨迹和无人机轨迹, 图 9(e) 为对应的无人机与目标相对距离. 图 9 表明, 收敛速度随  $\kappa$  增大而增大.

#### 4 结论

本文主要研究单无人机对单目标进行环航跟踪的问题. 1) 根据无人机运动特性给出一种控制器, 保证无人机能根据目标运动状态调整自身运动状态, 更稳定地跟踪目标. 2) 根据 Lyapunov 稳定性定理给出渐近稳定的控制器参数条件. 3) 考虑其参数特性, 利用饱和控制结合有限时间控制, 给出显式的条件选择控制器中的参数, 使无人机飞行轨迹快速收敛到期望航迹. 基于环航跟踪系统的广阔应用背景, 下一步考虑与协同控制结合, 运用到多无人机协同跟踪目标中.



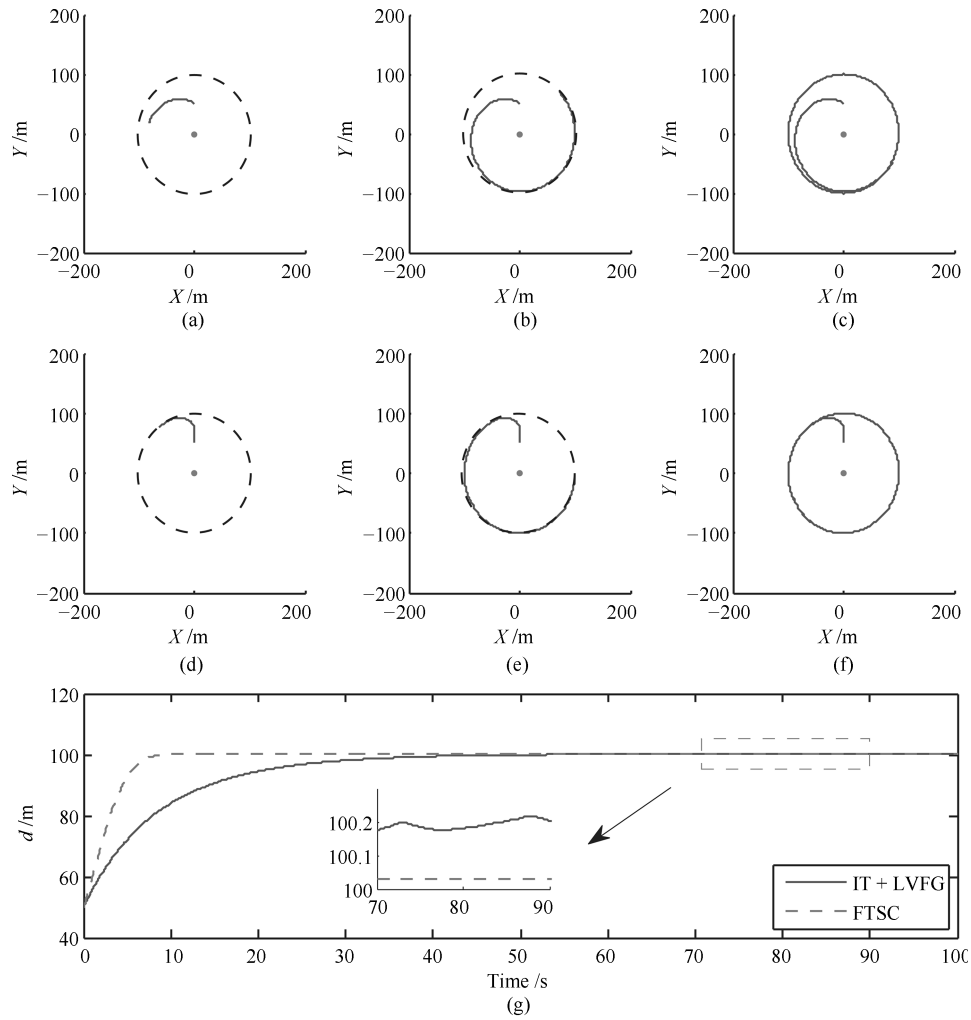
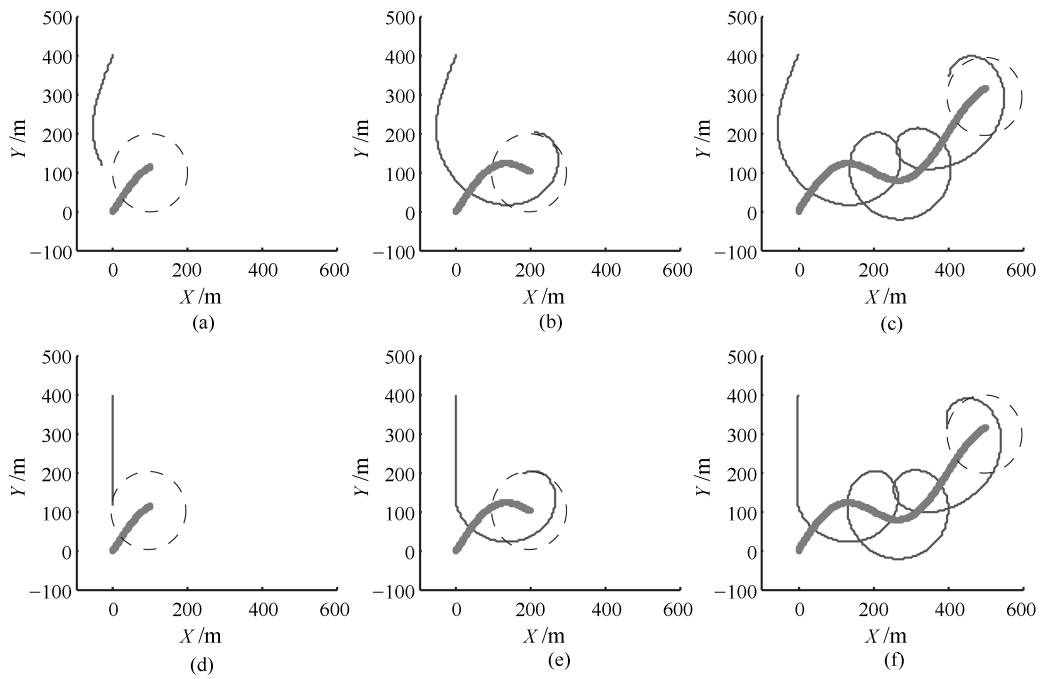


图6  $d(0) < d_0$  时静止目标环航跟踪  
Fig.6 Standoff tracking a static target when  $d(0) < d_0$



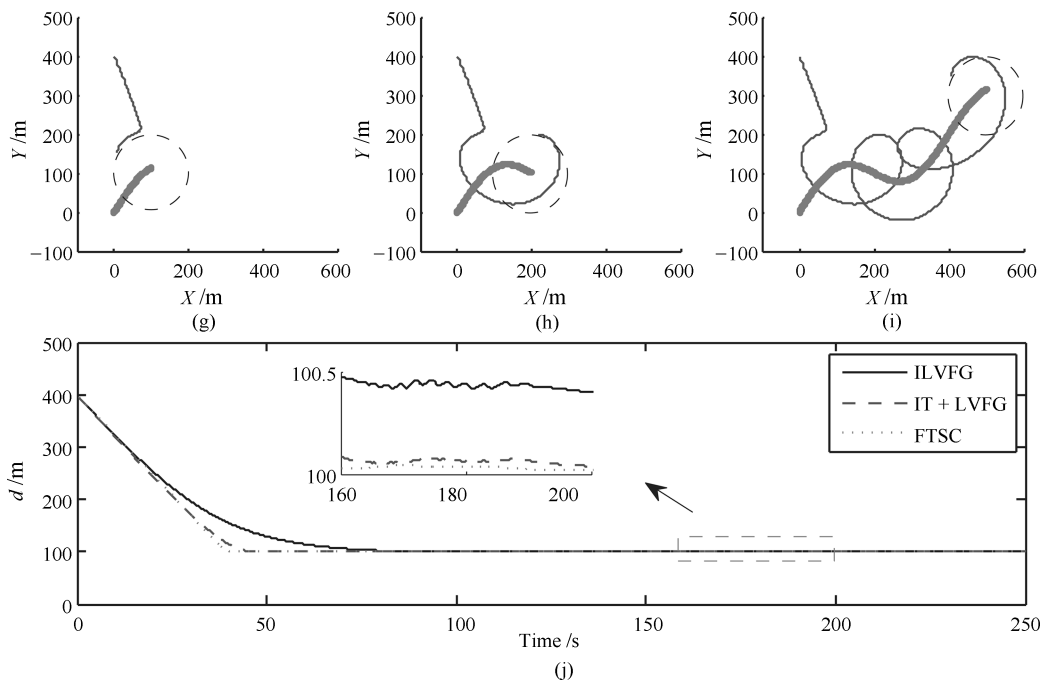


图 7  $d(0) > d_0$  时机动目标环航跟踪

Fig. 7 Standoff tracking a maneuvering target when  $d(0) > d_0$

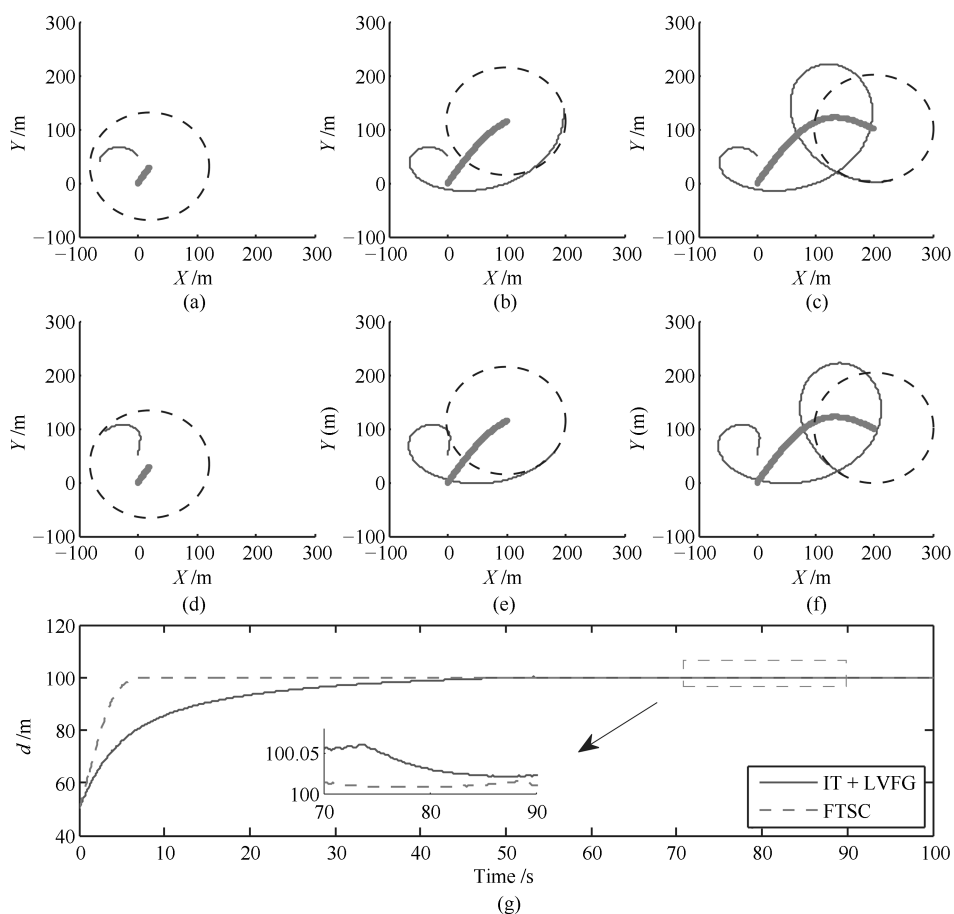


图 8  $d(0) < d_0$  时机动目标环航跟踪

Fig. 8 Standoff tracking a maneuvering target when  $d(0) < d_0$

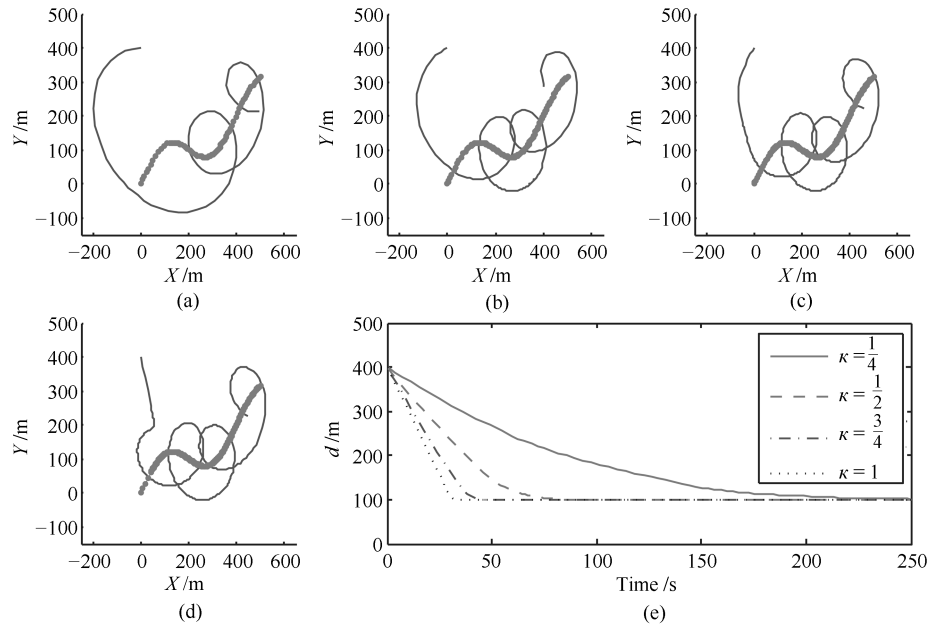


图9  $\kappa$  对无人机环航轨迹和收敛速度的影响

Fig. 9 The influences of  $\kappa$  on the trajectory of UAV and rate of convergence

## References

- 1 Deghat M, Shames I, Anderson B D O, Yu C B. Localization and circumnavigation of a slowly moving target using bearing measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, **59**(8): 2182–2188
- 2 Deghat M, Davis E, See T, Shames I, Anderson B D O, Yu C B. Target localization and circumnavigation by a non-holonomic robot. In: Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Vilamoura, Algarve, Portugal: IEEE, 2012. 1227–1232
- 3 Deghat M, Xia L, Anderson B, Hong Y G. Multi-target localization and circumnavigation by a single agent using bearing measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, **25**(14): 2362–2374
- 4 Shames I, Dasgupta S, Fidan B, Anderson B D O. Circumnavigation using distance measurements under slow drift. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, **57**(4): 889–903
- 5 Cao Y C, Muse J, Casbeer D, Kingston D. Circumnavigation of an unknown target using UAVs with range and range rate measurements. In: Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Firenze, Italy: IEEE, 2013. 3617–3622
- 6 Zhang Min, Tian Peng-Fei, Chen Xin. UAV guidance law for circumnavigating and tracking ground target and its stability proof. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, **37**(11): 3425–3434  
(张民, 田鹏飞, 陈欣. 一种无人机定距盘旋跟踪制导律及稳定性证明. *航空学报*, 2016, **37**(11): 3425–3434)
- 7 Matveev A S, Semakova A A, Savkin A V. Range-only based circumnavigation of a group of moving targets by a non-holonomic mobile robot. *Automatica*, 2016, **65**: 76–89
- 8 Zhang M F, Liu H H T. Vision-based tracking and estimation of ground moving target using unmanned aerial vehicle. In: Proceedings of the 2010 American Control Conference. Baltimore, MD, USA: IEEE, 2010. 6968–6973
- 9 Zhu S Q, Wang D W, Chen Q J. Standoff tracking control of moving target in unknown wind. In: Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, 2009 Held Jointly with the 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China: IEEE, 2009. 776–781
- 10 Lawrence D A. Lyapunov vector fields for UAV flock coordination. In: Proceedings of the 2nd AIAA “Unmanned Unlimited” Conference and Workshop and Exhibit. San Diego, California, USA: AIAA, 2003.
- 11 Frew E W, Lawrence D A, Morris S. Coordinated standoff tracking of moving targets using Lyapunov guidance vector fields. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, **31**(2): 290–306
- 12 Summers T H, Akella M R, Mears M J. Coordinated standoff tracking of moving targets: control laws and information architectures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, **32**(1): 56–69
- 13 Yoon S, Park S, Kim Y. Circular motion guidance law for coordinated standoff tracking of a moving target. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, **49**(4): 2440–2462
- 14 Wang X, Zhang D B, Shen L C, Zhang J W. A virtual force approach for cooperative standoff target tracking using multiple robots. In: Proceedings of the 29th Chinese Control and Decision Conference. Yinchuan, China: IEEE, 2016. 1348–1353
- 15 Oh H, Kim S, Shin H S, White B A, Tsourdos A, Rabbath C A. Rendezvous and standoff target tracking guidance us-

- ing differential geometry. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2013, **69**(1–4): 389–405
- 16 Shames I, Fidan B, Anderson B D O. Close target reconnaissance with guaranteed collision avoidance. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, **21**(16): 1823–1840
- 17 Chen H D, Chang K C, Agate C S. UAV path planning with tangent-plus-Lyapunov vector field guidance and obstacle avoidance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, **49**(2): 840–856
- 18 Kim S, Oh H, Tsourdos A. Nonlinear model predictive coordinated standoff tracking of a moving ground vehicle. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, **36**(2): 557–566
- 19 Oh H, Kim S, Tsourdos A. Road-map-assisted standoff tracking of moving ground vehicle using nonlinear model predictive control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, **51**(2): 975–986
- 20 Oh H, Kim S, Tsourdos A, White B A. Decentralised standoff tracking of moving targets using adaptive sliding mode control for UAVs. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2014, **76**(1): 169–183
- 21 Quintero S A P, Papi F, Klein D J, Chisci L, Hespanha J P. Optimal UAV coordination for target tracking using dynamic programming. In: *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2010. 4541–4546
- 22 Oh H, Turchi D, Kim S, Tsourdos A, Pollini L, White B. Coordinated standoff tracking using path shaping for multiple UAVs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 348–363
- 23 Zheng R H, Lin Z Y, Fu M Y, Sun D. Distributed control for uniform circumnavigation of ring-coupled unicycles. *Automatica*, 2015, **53**: 23–29
- 24 Zhu S Q, Wang D W. Adversarial ground target tracking using UAVs with input constraints. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2012, **65**(1–4): 521–532
- 25 Zhu S Q, Wang D W, Low C B. Ground target tracking using UAV with input constraints. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2013, **69**(1–4): 417–429
- 26 Yang Chen, Cheng Ying-Ying, Du Hai-Bo, Wang Jin-Ping, He Yi-Gang. An adaptive finite-time control algorithm for buck converter systems. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(2): 315–320  
(杨晨, 程盈盈, 都海波, 王金平, 何怡刚. Buck 型变换器自适应有限时间降压控制算法研究. *自动化学报*, 2016, **42**(2): 315–320)
- 27 Ding Shi-Hong, Li Shi-Hua. Global finite-time stabilization of nonlinear integrator systems subject to input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2011, **37**(10): 1222–1231  
(丁世宏, 李世华. 输入饱和下的非线性积分系统的全局有限时间镇定. *自动化学报*, 2011, **37**(10): 1222–1231)
- 28 Zhou Ying-Jiang, Wang Li, Sun Chang-Yin. Global asymptotic and finite-time stability for nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 664–672  
(周映江, 王莉, 孙长银. 一类非线性系统的全局渐近稳定和有限时间镇定. *自动化学报*, 2013, **39**(5): 664–672)
- 29 Li Xue-Bing, Ma Li, Ding Shi-Hong. A new second-order sliding mode control and its application to inverted pendulum. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 193–202  
(李雪冰, 马莉, 丁世宏. 一类新的二阶滑模控制方法及其在倒立摆控制中的应用. *自动化学报*, 2015, **41**(1): 193–202)
- 30 Hong Y G. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems. *Systems and Control Letters*, 2002, **46**(4): 231–236
- 31 Bhat S P, Bernstein D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(5): 678–682
- 32 Khalil H K. *Nonlinear Systems* (3rd edition). New Jersey: Prentice Hall, 2002.



**张春燕** 南京理工大学自动化学院博士研究生. 主要研究方向为目标跟踪.  
E-mail: chunyan.zhang@njust.edu.cn  
(**ZHANG Chun-Yan** Ph.D. candidate at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. Her main research interest is target tracking.)



**戚国庆** 南京理工大学自动化学院副教授. 主要研究方向为随机状态估计, 多传感器数据融合. 本文通信作者.  
E-mail: qiguqing@njust.edu.cn  
(**QI Guo-Qing** Associate professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers stochastic state estimation and multi-sensor information fusion. Corresponding author of this paper.)



**李银佺** 南京理工大学自动化学院副教授. 主要研究方向为非线性估计理论及应用. E-mail: liyinya@njust.edu.cn  
(**LI Yin-Ya** Associate professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers nonlinear estimation theory and application.)



**盛安冬** 南京理工大学自动化学院研究员. 主要研究方向为多源信息融合, 非线性估计理论及应用.  
E-mail: shengandong@njust.edu.cn  
(**SHENG An-Dong** Professor at the College of Automation, Nanjing University of Science and Technology. His research interest covers multi-source information fusion and the nonlinear estimation theory and its application.)