

# 畸变波形 m 序列动态测试信号建模与 电能量值压缩检测方法

王学伟<sup>1</sup> 王婧<sup>1</sup> 王琳<sup>1</sup> 袁瑞铭<sup>2</sup>

**摘要** 为解决非线性动态负荷条件下, 智能电能表的动态误差测试问题. 本文首先将 m 序列算子作为映射算子, 采用基于信号特性建模的方法, 建立三相畸变波形 m 序列动态测试信号结构化参数模型. 其次根据压缩检测 (Compressed measurement, CM) 理论, 采用系统稳态优化的方法构造最优压缩检测测量矩阵, 实现对动态测试功率信号电能量值的检测. 仿真实验表明, 压缩检测方法可以对畸变波形 m 序列动态测试信号进行电能量值的检测, 检测算法的相对误差优于  $1 \times 10^{-13}$ .

**关键词** 动态测试信号, 畸变测试信号, 结构化参数模型, 电能检测, 压缩检测

**引用格式** 王学伟, 王婧, 王琳, 袁瑞铭. 畸变波形 m 序列动态测试信号建模与电能量值压缩检测方法. 自动化学报, 2018, 44(6): 1053–1061

**DOI** 10.16383/j.aas.2017.c160567

## Distortion Waveform m-sequence Dynamic Test Signal Modeling and Compressive Measurement for Electric Energy

WANG Xue-Wei<sup>1</sup> WANG Jing<sup>1</sup> WANG Lin<sup>1</sup> YUAN Rui-Ming<sup>2</sup>

**Abstract** To solve the problem of dynamic error measurement of smart energy meter under nonlinear dynamic loading conditions, firstly, we consider the m-sequence operator as a mapping operator and establish a structural model of three-phase distortion waveform m-sequence dynamic test signal using the method base on the load features. Then, according to compressive measurement, we construct the optimal measurement matrix by means of system steady-state optimization to realize the electrical energy measurement. Finally, numerical simulations are performed to prove the reliability of the compressed measurement (CM) method, the relative errors of the measurement algorithm being superior to  $1 \times 10^{-13}$ .

**Key words** Dynamic test signal, distortion test signal, structural parametric model, electrical energy measurement, compressive measurement (CM)

**Citation** Wang Xue-Wei, Wang Jing, Wang Lin, Yuan Rui-Ming. Distortion waveform m-sequence dynamic test signal modeling and compressive measurement for electric energy. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(6): 1053–1061

随着大功率电力电子装备的大量应用和智能电网中分布式新能源的引入, 电网中非线性动态负荷 (例如, 电弧炉和高铁等) 与新型电源的电流与功率等信号呈现出非稳态的动态特性. 针对这类复杂随机特性信号条件下智能电能表的动态误差测试问题, 动态测试信号建模和伪随机信号电能量值的检测方法是两个必须解决的关键科学问题.

在测量控制领域的测试信号建模方面, 常用的

确定测试激励信号模型有阶跃信号模型、周期斜坡信号模型和冲激脉冲信号模型. 近年来提出了脉冲压缩编码测试信号<sup>[1]</sup>、多音激励信号<sup>[2]</sup>、chirp 信号<sup>[3]</sup>、高斯脉冲信号<sup>[4]</sup>等多种确定信号模型, 分别用于超声气体流量测量、频域核辨识、宽频控制特性检测和加速度检测等领域. 然而近年来伪随机测试激励信号的建模也引起了测量控制领域的重视, 例如, 徐立军等建立了双通道方波 m 序列的伪随机序列测试信号模型, 解决流量测量两通道的时延误差问题<sup>[5]</sup>.

电网非线性动态负荷电能测试作为测量控制领域的重要分支, 近十年来国外学者的研究主要集中在稳态测试信号建模. 2007 年 Georgakopoulos 等建立了非正弦条件下电压和电流测试信号模型, 用于仿真分析与实验测试电压与电流相位差、谐波与基波之间的初相角对电能表误差的影响<sup>[6]</sup>. 2009 年, Cataliotti 等研究采用非正弦测试信号模型, 仿真

收稿日期 2016-08-04 录用日期 2017-05-25  
Manuscript received August 4, 2016; accepted May 25, 2017  
国家自然科学基金 (51577006) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (51577006)

本文责任编辑 辛景民  
Recommended by Associate Editor XIN Jing-Min  
1. 北京化工大学信息科学与技术学院 北京 100029 2. 国网冀北电力有限公司电力科学研究院 北京 100045  
1. College of Information and Technology, Beijing University of Chemical and Technology, Beijing 100029 2. Power Research Institute, State Grid Jibei Electric Power Company Limited, Beijing 100045

分析了功率因数、谐波次数对电能表误差的影响<sup>[7]</sup>。2012年, Ferrero 等分别建立了负载与电源的谐波信号模型, 仿真分析和实验测试了谐波干扰对电能表不确定度的影响<sup>[8]</sup>。概括之, 已经提出的稳态电压、电流和功率测试信号, 只适用于测试电能表稳态误差, 不能解决电能表动态误差测试问题。

针对智能电能表动态误差测试问题, 近6年来, 国内学者在国际上率先开展了动态测试信号建模与电能表动态误差测试实验研究。2010年陆祖良等建立了正弦包络、梯形包络的动态测试信号模型<sup>[9]</sup>; 同年, 李世松等建立了恒定包络的调相与调频动态测试信号模型<sup>[10]</sup>; 2014年王学伟等建立了OOK动态负荷电流信号的数学模型, 定义了模型的暂态、短时和长时的动态功率模态<sup>[11-12]</sup>。这些动态测试信号模型具有功率波动性, 但是属于确定型周期动态测试信号模型, 然而, 电力动态负荷的重要特性是其具有随机波动性、准周期性和谐波特性, 而且电弧炉和高铁牵引负荷等具有近似于高斯分布的特性<sup>[13-14]</sup>。显然, 已建立的动态测试信号模型不具有以上四种特性, 因而, 研究建立具有随机波动、准周期、谐波和高斯分布四种特性的动态测试信号模型十分必要。

在随机动态信号检测方面, 2010年, Davenport等发展了压缩感知(Compressed sensing, CS)理论, 提出压缩检测(Compressed measurement, CM)理论<sup>[15]</sup>, 采用高斯测量矩阵对信号进行压缩采样, 在高斯白噪声下建立信号的二元假设检测模型, 实现对数字通信信号“0”或“1”的非重构检测识别。2014年, Shafiqul等分析了分布式发电系统的电压相量自相关函数具有稀疏性, 分别提出了间接和直接的CM方法对分布式发电系统进行状态估计, 实验结果表明CM方法可以在低采样率下实现状态估计<sup>[16]</sup>。2015年, Du等采用CM方法检测轴承的振动信号, 提取信号特征, 实现机械故障诊断<sup>[17]</sup>。2015年, Romero等根据光谱的先验知识, 构建循环Toeplitz测量矩阵, 采用CM方法实现宽带频谱感知<sup>[18]</sup>。概括国内外相关研究成果, 目前, CM方法主要应用于检测或识别随机信号特征<sup>[19-24]</sup>, 而不能实现对随机信号量值的准确检测, 国内外的文献中, 还未见随机动态条件下的电能量值检测算法。

针对上述研究现状, 本文研究基于信号特性的建模方法, 建立畸变波形m序列动态测试信号的结构化参数模型; 采用CM理论和系统稳态优化方法构造最优测量矩阵, 解决动态测试功率信号电能量值的准确检测问题。

## 1 畸变波形 m 序列动态测试信号结构化模型

### 1.1 测试信号空间分解

实际电网中, 非线性动态负荷的电压、电流和功

率三类信号都是功率有限信号, 在动态情况下, 电流和功率信号有无数种波形, 将三类信号的每一种波形作为空间中的一个元素  $C_1$ , 定义功率有限函数空间  $C_1$  如下:

**定义 1.**  $C_1$  函数空间

$C_1 = \{f(x) : f(x) \in L^2(R)\}$  为功率有限函数空间, 也称为拓扑函数空间.  $f(x)$  表示电压、电流或功率信号。

在正常条件下, 由于电网电压信号具有稳态特性和周期特性, 定义  $C_1$  空间的周期函数子空间  $C_2$ , 表示电压信号的集合。

**定义 2.**  $C_2$  函数空间

$C_2 = \{f_i(x) : f_i(x) = f_i(x + T), f_i(x) \in L^2(R)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 显然,  $C_2$  空间为确定性周期函数空间,  $C_2 \subset C_1$ 。

在动态负荷条件下, 负荷电流信号具有近似周期的非平稳随机特性, 定义  $C_3$  非平稳随机过程空间, 表示各种动态电流信号的集合。

**定义 3.**  $C_3$  函数空间

$C_3 = \{g(x)f_i(x) : f_i(x) \in L^2(R), |g(x)| > 0\}$ ,  $C_3$  空间为非平稳周期随机过程函数空间,  $C_3 \subset C_1$ 。

本文采用空间算子映射方法, 构造 m 序列映射算子, 将  $C_3$  空间中畸变电流信号和功率信号映射至  $C_4$  空间中的畸变波形 m 序列动态测试电流信号和功率信号。

**定义 4.**  $C_4$  函数空间

$C_4 = \{m(t)f_i(x) : f_i(x) \in L^2(R), |m(t)| > 0\}$ ,  $C_4$  空间为经过 m 序列算子映射后的动态测试信号空间, 为动态测试电流信号和动态测试功率信号的集合,  $C_4 \subset C_3$ 。

根据上述定义, 本文采用基于信号特性建模的方法, 针对非线性动态负荷信号的随机波动性, 准周期性、高斯分布特性和谐波特性, 将信号进行空间分解和建模, 具体过程如图 1 所示。

### 1.2 三相稳态电压、电流信号解析模型

将电网中三相稳态电压与电流表示如下:

$$u_k^s(t) = U_k \left[ \sum_{n=1}^{L_k} A_{kn} \sin(n\omega_1 t + \phi_{kn}) \right] \quad (1)$$

$$i_k^s(t) = I_k \left[ \sum_{n=1}^{L_k} B_{kn} \sin(n\omega_1 t + \varphi_{kn}) \right] \quad (2)$$

其中,  $k = a, b, c$  表示三相,  $U_k$  和  $I_k$  分别表示电压与电流的基波幅度 ( $A_{k1} = B_{k1} = 1$ ),  $A_{kn}$  和  $B_{kn}$  分别表示电压与电流的谐波相对幅度 ( $n \neq 1$ ),  $n\omega_1$  表示基波和谐波的频率,  $\phi_{kn}$  和  $\varphi_{kn}$  分别表示电压与电流的基波和谐波初相位,  $\omega_1 = 2\pi f_1$  表示角频率,

$f_1$  为电压与电流基波频率,  $T = 1/f_1$  为周期.

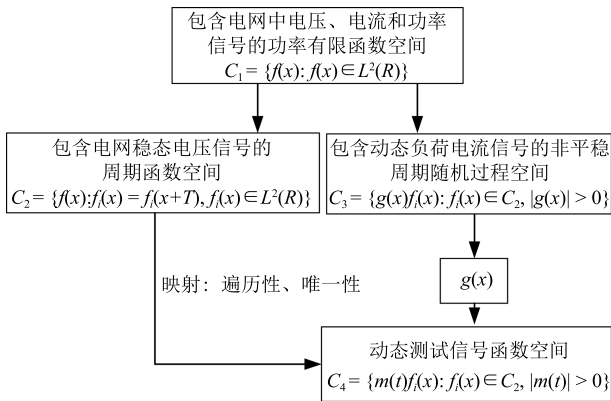


图1 信号的空间分解和建模框图

Fig. 1 Block diagram of signal space explode and modeling

**定义 5.** 任意工频周期窗函数  $g(t)$

当  $t \geq 0$  时, 在任意一个工频周期  $T$  上窗函数  $g(t)$  表示为

$$g(t - k'T) = \begin{cases} 1, & t \in [k'T, (k' + 1)T] \\ 0, & t \notin [k'T, (k' + 1)T] \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $k'$  是大于 0 的整数.

**定义 6.** 以周期  $T$  为单位截短时间, 截短周期电压和电流信号

$$\sin(T_k^u(t, k')) = g(t - k'T) U_k \sum_{n=1}^{L_k} A_{kn} \sin(n\omega_1 t + \phi_{kn}) \quad (4)$$

$$\sin(T_k^i(t, k')) = g(t - k'T) I_k \sum_{n=1}^{L_k} B_{kn} \sin(n\omega_1 t + \varphi_{kn}) \quad (5)$$

整周期截取三相稳态电压和电流信号, 信号的时间序列向量如式 (6) 和式 (7) 所示

$$\mathbf{u}_k^s = [u_k^s(1), u_k^s(2), \dots, u_k^s(N)] = [\sin T_k^u(t, 0), \sin T_k^u(t, 1), \dots, \sin T_k^u(t, N-1)] \quad (6)$$

$$\mathbf{i}_k^s = [i_k^s(1), i_k^s(2), \dots, i_k^s(N)] = [\sin T_k^i(t, 0), \sin T_k^i(t, 1), \dots, \sin T_k^i(t, N-1)] \quad (7)$$

### 1.3 非平稳周期 m 序列算子

在电力系统中, 动态负荷电流和功率信号是近似周期的非平稳随机过程, 具有随机波动、准周期、

高斯分布和谐波四种重要的特性. 因此, 本文基于该四种重要特性, 建立动态测试信号的模型; 而 m 序列伪随机信号也具有伪随机性, 准周期和游程高斯分布的特性<sup>[25]</sup>, 多频正弦信号具有谐波特性; 结合两者的特性, 本文采用 m 序列算子的空间映射方法, 建立动态测试信号的结构化矩阵参数模型, 使模型能够有效地反映实际动态负荷的特性.

m 序列全称为最长线性反馈移位寄存器序列, 该序列周期内可达到最大长度  $N = 2^j - 1$ ,  $j$  为线性移位寄存器的级数. 将 m 序列表示为  $m(r)$ , 根据 m 序列产生原理, 设  $c_q = 1$  或  $0$ ,  $q = 0, 1, \dots, n$  为 m 序列参数. 将  $m(r)$  表示为

$$m(r) = c_1 m(r-1) \oplus c_2 m(r-2) \oplus \dots \oplus$$

$$c_j m(r-j) = \sum_{n=1}^{L_k} c_q m(r-q) \pmod{2} \quad (8)$$

**定义 7.** m 序列向量  $\mathbf{M}$  与算子  $m$

$$\mathbf{M} = [m(1), m(2), \dots, m(N)]$$

$$m = [m(1), m(2), \dots, m(N)] \quad (9)$$

### 1.4 动态测试电流信号、功率信号结构化参数模型

将 m 序列算子作用于稳态电流信号, 得到畸变波形 m 序列动态测试电流信号, 表示如下:

$$\mathbf{i}_k^d = m \mathbf{i}_k^s = \mathbf{M} \odot \mathbf{i}_k^s = [m(1), m(2), \dots, m(r), \dots, m(N)] \odot [i_k^s(1), i_k^s(2), \dots, i_k^s(r), \dots, i_k^s(N)] = [i_k^d(1), i_k^d(2), \dots, i_k^d(r), \dots, i_k^d(N)] \quad (10)$$

其中,

$$i_k^d(r) = m(r) i_k^s(r) = I_k m(r) \times \left[ \sum_{n=1}^{L_k} B_{kn} \sin(n\omega_1(t + (r-1)T) + \varphi_{kn}) \right] \quad (11)$$

式 (10) 和式 (11) 称作三相畸变波形 m 序列动态测试电流信号的结构化参数模型. 式 (11) 中,  $m(r)$  的参数  $C_q$  的取值和长度决定着动态测试电流包络的随机波动快慢, 准周期时间长度和高斯分布特性; 多频正弦信号  $i_k^s(r)$  的参数  $n\omega_1$ ,  $B_{kn}$ ,  $\varphi_{kn}$  分别表示基波和谐波的频率、幅度和相位. 这表明本文建立的结构化参数模型不仅能够有效地反映动态负荷的四种重要特性, 而且具有明确的物理意义.

**定义 8.**  $\mathbf{E}'_{N \times 1} = [1, 1, \dots, 1]^T$  为元素全 1 的列向量.

对  $\mathbf{E}'_{N \times 1}$  向量和式 (10) 中  $\mathbf{i}_k^d$  的向量作点积运算, 得到动态测试电流信号的连续时间解析函数

$$\begin{aligned} i_k^d(t) &= \mathbf{i}_k^d \cdot \mathbf{E}' = i_k^d(1) + i_k^d(2) + \cdots + i_k^d(N) = \\ &= m(1) \sin T_k^i(t, 0) + m(2) \sin T_k^i(t, 1) + \\ &\quad \cdots + m(N) \sin T_k^i(t, N-1) \end{aligned} \quad (12)$$

将式 (6) 三相稳态电压向量和式 (10) 三相动态电流向量分别表示为矩阵形式

$$\mathbf{u}^s = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_a^s \\ \mathbf{u}_b^s \\ \mathbf{u}_c^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a^s(1), u_a^s(2), \cdots, u_a^s(N) \\ u_b^s(1), u_b^s(2), \cdots, u_b^s(N) \\ u_c^s(1), u_c^s(2), \cdots, u_c^s(N) \end{bmatrix} = [u^s(1), u^s(2), \cdots, u^s(N)] \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{u}^s(r) = [u_a^s(r), u_b^s(r), u_c^s(r)]^T$ .

$$\mathbf{i}^d = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a^d \\ \mathbf{i}_b^d \\ \mathbf{i}_c^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a^d(1), i_a^d(2), \cdots, i_a^d(N) \\ i_b^d(1), i_b^d(2), \cdots, i_b^d(N) \\ i_c^d(1), i_c^d(2), \cdots, i_c^d(N) \end{bmatrix} = [i^d(1), i^d(2), \cdots, i^d(N)] \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{i}^d(r) = [i_a^d(r), i_b^d(r), i_c^d(r)]^T$ .

对式 (6) 和式 (10) 向量做 Hardmand 积运算可得三相瞬时动态功率, 用向量形式表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_k^d &= \mathbf{u}_k^s(r) \odot \mathbf{i}_k^d(r) = \\ &= [u_k^s(1)i_k^d(1), u_k^s(2)i_k^d(2), \cdots, u_k^s(N)i_k^d(N)] \end{aligned} \quad (15)$$

再表示成函数矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_a^d \\ \mathbf{p}_b^d \\ \mathbf{p}_c^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_a^s(1)i_a^d(1), u_a^s(2)i_a^d(2), \cdots, u_a^s(N)i_a^d(N) \\ u_b^s(1)i_b^d(1), u_b^s(2)i_b^d(2), \cdots, u_b^s(N)i_b^d(N) \\ u_c^s(1)i_c^d(1), u_c^s(2)i_c^d(2), \cdots, u_c^s(N)i_c^d(N) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式 (16) 称作三相瞬时动态功率的结构化参数模型, 将其表示为物理意义更明晰的三相功率之和形式

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^d(r) &= \mathbf{u}^s(r) \odot \mathbf{i}^d(r) = \\ &= [(\mathbf{u}_a^s(r))^T, (\mathbf{u}_b^s(r))^T, (\mathbf{u}_c^s(r))^T] \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a^d(r) \\ \mathbf{i}_b^d(r) \\ \mathbf{i}_c^d(r) \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{p}_a^d(r) + \mathbf{p}_b^d(r) + \mathbf{p}_c^d(r) \end{aligned} \quad (17)$$

为建立三相瞬时动态功率的函数矩阵与连续时间瞬时动态功率信号的关系, 可由式 (6) 和式 (10) 作点积运算, 得

$$\begin{aligned} p_k^d(t) &= \mathbf{u}_k^s(r)(\mathbf{i}_k^d(r))^T = \\ &= u_k^s(1)i_k^d(1) + u_k^s(2)i_k^d(2) + \cdots + \\ &= u_k^s(N)i_k^d(N) = U_k I_k m(r) \times \\ &= \left[ \sum_{n=1}^{L_k} A_{kn} \sin(n\omega_1(t + (r-1)T) + \phi_{kn}) \right] \times \\ &= \left[ \sum_{n=1}^{L_k} B_{kn} \sin(n\omega_1(t + (r-1)T) + \varphi_{kn}) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $k = a, b, c$  分别给出 A, B 和 C 三相瞬时动态功率测试信号的解析函数表示形式;  $m(r) = 1$ , 表示瞬时功率的导通周期 (有测试功率信号),  $m(r) = 0$ , 表示瞬时功率的关断周期 (无测试功率信号).

### 1.5 基于结构化参数模型的动态测试电流产生方案

根据式 (1), (11), (17) 稳态测试电压信号、动态测试电流信号和动态测试功率信号模型, 本文提出键控方式产生信号的方案如图 2.

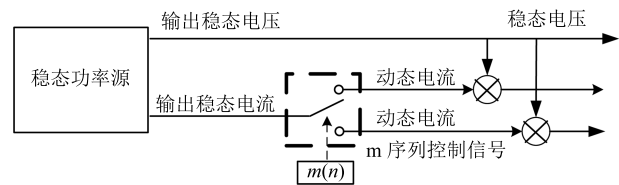


图 2 产生畸变波形  $m$  序列动态测试信号的键控方案

Fig. 2 Key-control scheme of distortion waveform  $m$ -sequence dynamic test signal

图 2 中, 稳态测试电压信号和电流信号由稳态功率源直接产生, 采用  $m$  序列作为键控信号控制可控硅开关的切换, 产生动态测试电流和功率信号.

根据图 2 中提出的键控实现方案, 通过实验给出产生正弦  $m$  序列动态测试信号波形如图 3, 畸变  $m$  序列动态测试信号波形如图 4.

图 3 和图 4 表明, 基于结构化参数模型的动态测试信号键控实现方案可以产生动态测试电流信号; 键控实现方案既具有实现简单的特点, 而且还具有能够保证动态测试功率信号的单个导通周期内功率与稳态功率信号的工频周期内功率相等的突出优点.

## 2 动态测试功率信号电能量值的压缩检测

### 2.1 压缩检测方法思路

传统的 CS 信号处理主要分为三个部分: 1) 信

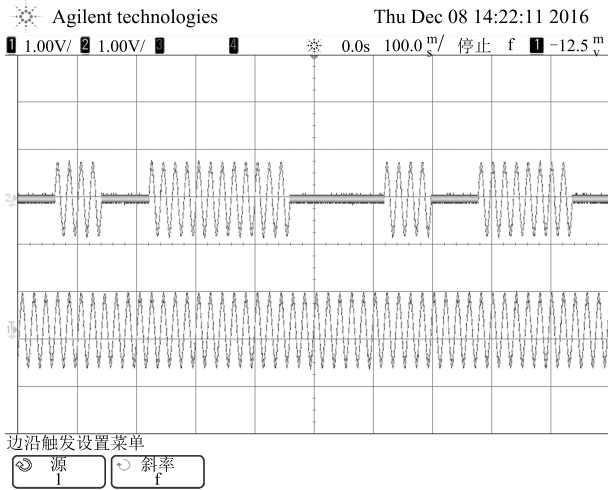


图3 正弦 m 序列动态测试电流信号波形图

Fig. 3 Waveform of sine m-sequence dynamic test current

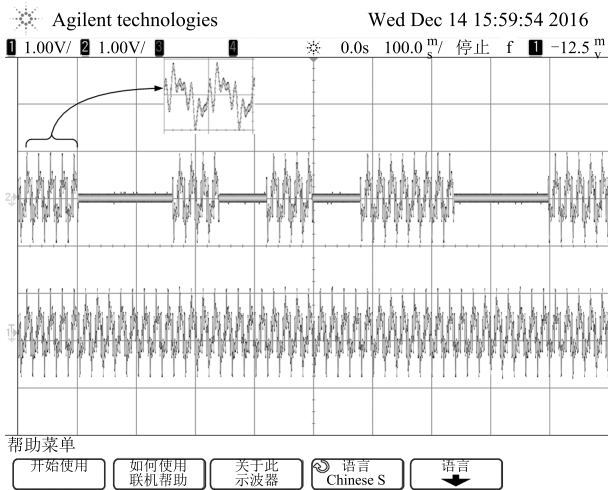


图4 畸变 m 序列动态测试信号波形图

Fig. 4 Waveform of distortion m-sequence dynamic test current

号的稀疏化处理; 2) 测量矩阵降采样; 3) 高概率重构原始信号. 本文在压缩检测过程中, 首先证明了动态测试功率信号在频域具有稀疏的特性, 可满足 CM 检测的条件, 由此建立电能量值压缩检测模型; 然后, 构造一种具有最小检测误差的 CM 测量矩阵, 采用非重构方法直接对动态测试功率信号进行处理, 实现对电能量值的准确检测, 避免了重构原始信号的复杂计算, 解决了动态测试功率信号电能量值的准确检测问题.

## 2.2 动态测试功率信号的稀疏性与压缩检测模型

本文以 A 相动态测试功率信号为例, 分析其稀疏性. 设 A 相稳态电压为

$$u_a^s(t) = U_a \left[ \sum_{n=1}^{L_a} A_{an} \sin(n\omega_1 t + \phi_{an}) \right] \quad (19)$$

A 相动态电流由式 (12) 给出为

$$i_a^d(t) = \sum_{r=1}^N m(r) \sin T_k^i(t, r-1) = \sum_{r=1}^N m(r) g(t - (r-1)T) \times I_a \left[ \sum_{n=1}^{L_a} B_{an} \sin(n\omega_1 t + \varphi_{an}) \right] = m(t) I_a \left[ \sum_{n=1}^{L_a} B_{an} \sin(n\omega_1 t + \varphi_{an}) \right] \quad (20)$$

根据有功功率定义, 每个工频周期的动态功率为

$$p_a^d(t) = \langle u_a^s(t), i_a^d(t) \rangle = \sum_{n=1}^Q U_a I_a m(t) \cos(\phi_{an} - \varphi_{an}) + \sum_{n=1}^M P_n m(t) \cos(n\omega_1 t + \theta_n) = \left[ P_0 + \sum_{n=1}^M P_n \cos(n\omega_1 t + \theta_n) \right] m(t) \quad (21)$$

其中,  $Q = L_a$ ,  $M = 2L_a$ .  $P_n$  与电压、电流谐波次数之差及之和等于  $n$  的系数  $U_{an}$ ,  $I_{an}$  有关.  $\theta_n$  与电压、电流谐波次数之差及之和等于  $n$  的初相角  $\phi_{an}$ ,  $\varphi_{an}$  有关. 对式 (21) 中  $p_a^d(t)$  进行自相关函数分析

$$R_{p^d}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P_a^d(t) P_a^d(t + \tau) dt = \frac{R_m(\tau)}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left[ P_0^2 + \sum_{n=1}^M P_n P_0 \cos(n\omega_1 t + \theta_n) + \sum_{n=1}^M P_n P_0 \cos(n\omega_1(t + \tau) + \theta_n) + \sum_{n=1}^M [P_n^2 \times \cos(n\omega_1 t + \theta_n) \cos(n\omega_1(t + \tau) + \theta_n)] \right] dt = R_m(\tau) P_0^2 + \frac{R_m(\tau)}{T_0} \sum_{n=1}^M \frac{P_n^2}{2} \cos(n\omega_1 \tau) \quad (22)$$

根据功率谱密度与自相关函数的傅里叶变换对关系, 计算动态测试功率信号的功率谱密度函数

$$S_a^d(\omega) = FT [R_{p^d}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{p^d}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$P_0^2 S_m(\omega) + \sum_{n=1}^M \frac{P_n^2}{4T} [S_m(\omega + n\omega_1) + S_m(\omega - n\omega_1)] \quad (23)$$

m 序列的功率谱密度函数为<sup>[25]</sup>

$$S_m(\omega) = \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega T}{2} \right) \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega) \quad (24)$$

其中,  $l$  表示非零整数, 将式 (24) 代入到式 (23) 中, 得到动态测试功率信号功率谱密度函数的最终表示形式

$$S_a^d(\omega) = P_0^2 \left[ \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega T}{2} \right) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega) \right] + \sum_{n=1}^M \frac{P_n^2}{4T} \left[ \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega + n\omega_1 T}{2} \right) \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega + n\omega_1 - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega + n\omega_1) + \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega - n\omega_1 T}{2} \right) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega - n\omega_1 - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega - n\omega_1) \right] \quad (25)$$

由式 (25) 可知, 动态测试信号的功率谱为离散谱, 具有频域的稀疏性, 满足 CM 检测条件. 将三相动态测试功率信号  $p_k^d(t)$  作为 CM 检测的原始信号, 首先将  $p_k^d(t)$  进行离散化, 采样频率为  $f_s = N_s/T$ ,  $N_s$  表示工频周期内的信号采样点数. 通过构造一种 CM 测量矩阵  $\Phi$  对  $p_k^d(t)$  降维采样处理, 得到电能量值  $E_k$ . CM 降维采样测量过程用数学模型表示为

$$E_k = \Phi \cdot [P_k^d]^T, \quad k = a, b, c \quad (26)$$

其中,  $\Phi = [\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(N \times N_s)]$ ,  $P_k^d = [p_k^d(1), p_k^d(2), \dots, p_k^d(N \times N_s)]$ . 式 (26) 的物理意义是信号  $P_k^d$  通过一个线性系统.

### 2.3 结构化压缩感知测量矩阵的构造

为了构造电能量值的 CM 测量矩阵, 本节采用系统稳态优化的方法, 以最小检测误差为目标函数, 构建 CM 电能量值检测的最优测量矩阵.

从系统角度, 式 (26) 压缩检测模型的内积运算可以转换为卷积运算, 因此, 可得电能量值测量算法为

$$E_k = h * P_k^d \quad (27)$$

其中,  $h = [h(r')]_{1 \times N \times N_s}$ . 对式 (27) 进行傅里叶变换, 得电能量值测量算法频域形式

$$E(\omega) = p_k^d(\omega) H(\omega) \quad (28)$$

其中,  $H(\omega) = FT[h(r')]$ ,  $p_k^d(\omega) = FT[p_k^d(r')]$ . 当 A 相动态功率信号通过系统  $h$  后, 输出信号的功率谱密度为

$$S_p(\omega) = S_a^d(\omega) H(\omega) H^*(\omega) \quad (29)$$

根据稳态优化算法, 确定优化变量为  $H(\omega)$ , 系统测量误差的频域目标函数和约束条件如下:

$$J(\omega) = P_0^2 S_m(\omega) H(\omega) H^*(\omega) - S_a^d(\omega) H(\omega) H^*(\omega) = 0$$

s.t.  $E(\omega) \geq 0$  (30)

解式 (30) 可得

$$J(\omega) = \sum_{n=1}^M \frac{P_n^2}{4T} \left[ \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega + n\omega_1 T}{2} \right) \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega + n\omega_1 - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega + n\omega_1) + \frac{N+1}{N^2} S a^2 \left( \frac{\omega - n\omega_1 T}{2} \right) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta \left( \omega - n\omega_1 - \frac{\omega_1 l}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \delta(\omega - n\omega_1) \right] |H(\omega)|^2 = 0 \quad (31)$$

其中, m 序列的长度  $N$  为奇数,  $(l/N) \neq 0.5$ . 为了保证式 (31) 成立,  $H(\omega)$  应为离散谱函数, 因此,  $H(\omega)$  具有如下形式的通解:

$$H(\omega) = C' 2\pi \delta(\omega) + C'' \delta(\omega + (l' + 0.5)\omega_1) \quad (32)$$

其中,  $l'$  为整数. 取  $l' = 0$ , 得到  $H(\omega)$  的表达式为

$$H(\omega) = C' 2\pi \delta(\omega) + C'' \delta(\omega + 0.5\omega_1) \quad (33)$$

对  $H(\omega)$  进行傅里叶逆变换, 得到时域表达式.

$$h(t) = C' + C'' e^{-j0.5\omega_1 t} \quad (34)$$

其中,  $C'$ ,  $C''$  均为常数, 将其离散化, 得  $h = [h(1), h(2), \dots, h(r'), \dots, h(N \times N_s)]$ . 根据上述  $h$  与  $\Phi$  的关系, 得到

$$\Phi = [\phi(1), \phi(2), \dots, \phi(r'), \dots, \phi(N \times N_s)] = [h(N \times N_s), h(N \times N_s - 1), \dots, h(N \times N_s - r'), \dots, h(1)] \quad (35)$$

其中,  $\Phi$  为具有最小检测误差的 CM 检测最优测量矩阵.

### 3 仿真实验与算例分析

本文通过 MATLAB 仿真实验, 验证 CM 压缩检测方法对动态测试功率信号电能量值的测量准确性.

仿真过程中的采样频率  $f_s = 6 \text{ kHz}$ . 稳态的多频电流和电压信号所包含的谐波分别来自文献 [26] 和 IEC62052-11 标准中的尖顶波和多个过电流零点谐波, 三种波形的谐波成分由表 1~3 给出.

表 1 文献 [26] 中电流和电压信号谐波成分

Table 1 Steady current and voltage signal harmonic components in [26]

谐波	电流幅值 (%)	电压幅值 (%)
1	100	100
3	10	10
5	2.6	4.0
7	1.9	3.2
9	0.5	2.8

表 2 IEC62052-11 中尖顶波谐波成分

Table 2 Harmonic components of peaked waveform in standard IEC62052-11

谐波	电流幅值 (%)	相位	电压幅值 (%)	相位
1	100	0	100	0
3	3.8	0	30	180
5	2.4	180	18	0
7	1.7	0	14	180
11	1.1	0	9	180
13	0.8	180	5	0

表 3 IEC62052-11 中多个过电流零点谐波成分

Table 3 Harmonic components of multiple zero crossing current waveform in standard IEC62052-11

谐波	电流幅值 (%)	相位	电压幅值 (%)	相位
1	100	0	100	0
3	0	0	$5 \pm 1$	$90 \pm 2$
5	0	0	$18 \pm 2$	$-160 \pm 2$
7	0	0	$10 \pm 2$	$110 \pm 2$
11	0	0	$66 \pm 3$	$130 \pm 2$
13	0	0	$50 \pm 3$	$50 \pm 2$

仿真产生的畸变 m 序列动态测试电流信号和功率信号如图 5 所示 (仅给出表 3 中多个过电流零点谐波波形).

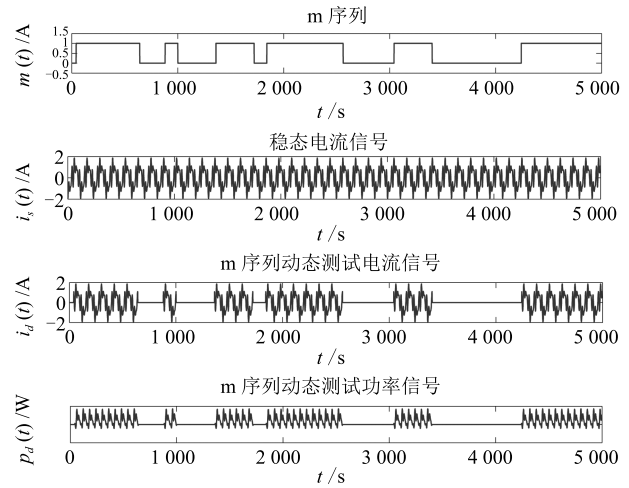


图 5 畸变波形 m 序列动态测试信号实验仿真图

Fig. 5 Simulation of distortion waveform m-sequence dynamic test signal

根据式 (27), (34) 和 (35) 给出的电能量值压缩检测算法, 在基波功率因数为 1, 0.5, 0.8, m 序列长度为 255, 511, 1023, 2047, 以及表 1~3 不同谐波条件下, 分别对电能量值压缩检测算法的相对误差进行分析. 同时给出了仅含基波时电能量值压缩检测算法的相对误差. 分析结果如图 6 和图 7 所示.

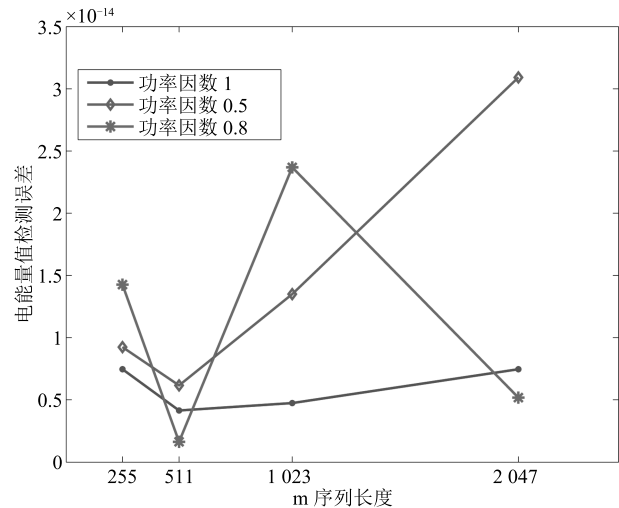


图 6 基波成分下电能量值的 CM 检测误差

Fig. 6 CM measurement error of electrical energy with fundamental component

由图 6 和图 7 可以看出, 在不同 m 序列长度、不同功率因数和多种谐波成分的影响下, 对于畸变波形 m 序列动态测试功率信号, 采用 CM 方法检测

其电能量值的算法相对误差优于  $1 \times 10^{-13}$ 。对比已有的稳态电能检测算法<sup>[12, 27]</sup>, CM 电能量值检测算法具有较高的准确度。

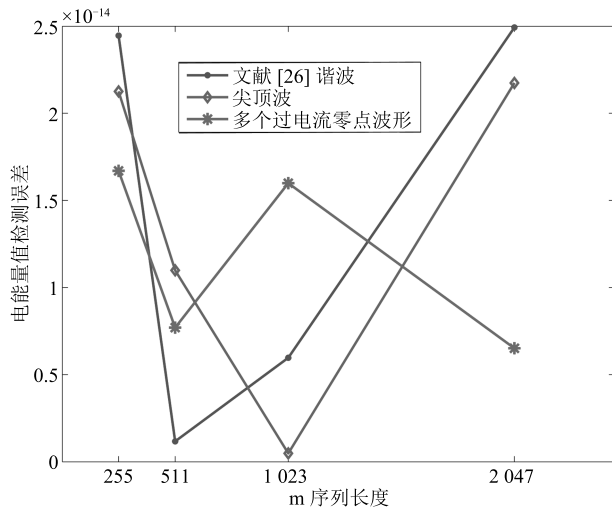


图 7 三种谐波成分下的电能量值 CM 检测误差

Fig. 7 CM measurement error of electrical energy with fundamental and harmonic components

## 4 结论

根据电网中实际负荷信号的四种重要特性, 本文采用伪随机序列算子映射与基于信号特性建模的方法, 提出了三相畸变波形  $m$  序列动态测试信号的结构化参数模型, 揭示了模型参数与实际负荷信号特性的联系. 提出了基于上述结构化参数模型的动态测试信号的键控实现方案, 既实现简单, 还能够保证具有动态测试功率信号的单个导通周期内功率与稳态功率信号的工频周期内功率相等的突出优点; 实验证明了该方案的正确性。

采用稳态优化方法构造 CM 测量矩阵, 提出了畸变波形  $m$  序列动态测试功率信号电能量值的压缩检测模型和算法, 压缩检测算法的准确度优于  $1 \times 10^{-13}$ , 解决了随机动态电能量值的准确检测问题。

今后, 将进一步研究压缩感知伪随机动态测试信号模型和压缩感知匹配滤波信号检测模型, 实现对模型与测试方法的优化。

## References

- 1 Pu Cheng. Research on Ultrasonic Gas Flow Metering with Pulse Compression Coded Excitations [Ph. D. dissertation], Tianjin University, China, 2010.  
(蒲诚. 脉冲压缩编码激励超声气体流量测量研究 [博士学位论文], 天津大学, 中国, 2010.)
- 2 Han Hai-Tao, Ma Hong-Guang, Han Kun, Zheng Geng-Le. Multitone stimulus signal design for identifying Volterra frequency domain kernels. *Chinese Journal of Engineering Design*, 2012, **19**(2): 123–127

- (韩海涛, 马红光, 韩琨, 郑耿乐. 关于 Volterra 频域核辨识的多音激励信号设计. *工程设计学报*, 2012, **19**(2): 123–127)
- 3 Liu Zhong-Po, Lv Xi-Lin, Wang Dong, Wu Jian-Zhong. Stiffness optimization of nonlinear energy sink and shaking table test. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, **32**(20): 77–84  
(刘中坡, 吕西林, 王栋, 乌建中. 非线性能量阱刚度优化计算与振动台试验. *振动与冲击*, 2012, **32**(20): 77–84)
- 4 Sun Qiao, Wang Jian-Lin, Hu Hong-Bo, Bai Jie. Primary low g shock acceleration calibration using laser interferometry. *Acta Metrologica Sinica*, 2015, **36**(2): 145–148  
(孙桥, 王建林, 胡红波, 白杰. 低 g 值冲击加速度的激光绝对法校准. *计量学报*, 2015, **36**(2): 145–148)
- 5 Xu L J, Li X M. Dual-channel pseudorandom sequence generator with precise time delay between its two channels. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2008, **57**(12): 2880–2884
- 6 Georgakopoulos D, Wright P S. Exercising the dynamic range of active power meters under nonsinusoidal conditions. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2007, **56**(2): 369–372
- 7 Cataliotti A, Cosentino V, Lipari A, Nuccio S. Metrological characterization and operating principle identification of static meters for reactive energy: an experimental approach under nonsinusoidal test conditions. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2009, **58**(5): 1427–1435
- 8 Ferrero A, Prioli M, Salicone S. A metrological comparison between different methods for harmonic pollution metering. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2012, **61**(11): 2972–2981
- 9 Lu Zu-Liang, Wang Lei, Li Min. Discussion for evaluation of dynamic measurement function of electrical energy meter. *Electrical Measurement and Instrumentation*, 2010, **47**(4): 1–4  
(陆祖良, 王磊, 李敏. 对电能表动态测量功能评价的讨论. *电测与仪表*, 2010, **47**(4): 1–4)
- 10 Li Shi-Song, Zhao Wei. A method for dynamic measurement capabilities evaluation of smart meter based on DDS signal generator. *Electrical Measurement and Instrumentation*, 2010, **47**(10): 1–5  
(李世松, 赵伟. 基于 DDS 信号发生器的智能电表动态测量功能评估方法初探. *电测与仪表*, 2010, **47**(10): 1–5)
- 11 Wang Xue-Wei, Jia Xiao-Lu, Wang Lin, Lu Yi-Biao, Sun Yang. Experimental research for dynamic error characteristic of electrical energy meter. *Journal of Electrical Measurement and Instrumentation*, 2013, **50**(12): 1–4  
(王学伟, 贾晓璐, 王琳, 陆以彪, 孙洋. 电能表动态误差特性实验研究. *电测与仪表*, 2013, **50**(12): 1–4)
- 12 Wang Xue-Wei, Wen Li-Li, Jia Xiao-Lu, Wang Lin, Wang Qiu-Yue, Yuan Rui-Ming, Zhou Li-Xia. OOK driven dynamic error measurement of smart energy meter. *Journal of Electric Power Automation Equipment*, 2014, **34**(9): 143–147  
(王学伟, 温丽丽, 贾晓璐, 王琳, 王秋月, 袁瑞铭, 周丽霞. 智能电能表动态误差的 OOK 激励测试方法. *电力自动化设备*, 2014, **34**(9): 143–147)
- 13 Petersen H M, Koch R G, Swart P H, Van Heerden R. Modelling arc furnace flicker and investigating compensation techniques. In: Proceedings of the 13th IEEE Industry Applications Conference. Orlando, USA: IEEE, 1995. 1733–1740



- 14 Kang Jie. Probability Distribution Model of Electrified Railway, Straction Load [Master thesis], Southwest Jiaotong University, China, 2008.  
(康婕. 电气化铁路牵引负荷的概率分布模型及其应用 [硕士学位论文], 西南交通大学, 中国, 2008.)
- 15 Davenport M A, Boufounos P T, Wakin M B, Baraniuk R G. Signal processing with compressive measurements. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, **4**(2): 445–460
- 16 Shafiu Alam S M, Natarajan B, Pahwa A. Distribution grid state estimation from compressed measurements. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, **5**(4): 1631–1642
- 17 Du Z H, Chen X F, Zhang H, Miao H H, Guo Y J, Yang B Y. Feature identification with compressive measurements for machine fault diagnosis. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2016, **65**(5): 977–987
- 18 Romero D, Leus G. Wideband spectrum sensing from compressed measurements using spectral prior information. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, **61**(24): 6232–6246
- 19 Jing Nan, Bi Wei-Hong, Hu Zheng-Ping, Wang Lin. A survey on dynamic compressed sensing. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(1): 22–37  
(荆楠, 毕卫红, 胡正平, 王林. 动态压缩感知综述. 自动化学报, 2015, **41**(1): 22–37)
- 20 Ramirez A, Arguello H, Arce G R, Sadler B M. Spectral image classification from optimal coded-aperture compressive measurements. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, **52**(6): 3299–3309
- 21 Atia G K. Change detection with compressive measurements. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, **22**(2): 182–186
- 22 Zahedi R, Krakow L W, Chong E K P, Pezeshki A. Adaptive compressive measurement design using approximate dynamic programming. In: Proceedings of the 2013 American Control Conference. Washington DC, USA: IEEE, 2013. 2442–2447
- 23 Fang Biao, Huang Gao-Ming, Gao Jun. A multichannel blind compressed sensing framework for linear frequency modulated wideband radar signals. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 591–600  
(方标, 黄高明, 高俊. LFM 宽带雷达信号的多通道盲压缩感知模型研究. 自动化学报, 2015, **41**(3): 591–600)
- 24 Wu Fei-Yun, Zhou Yue-Hai, Tong Feng. A fast sparse signal recovery algorithm based on approximate  $l_0$  norm and hybrid optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(10): 2145–2150  
(伍飞云, 周跃海, 童峰. 基于似零范数和混合优化的压缩感知信号快速重构算法. 自动化学报, 2014, **40**(10): 2145–2150)
- 25 Lin Ke-Xiang, Wang Yi-Fei. *The Principle and Application of Pseudorandom Code*. Beijing: Posts and Telecommunications Press, 1978. 135–162  
(林可祥, 汪一飞. 伪随机码的原理与应用. 北京: 人民邮电出版社, 1978. 135–162)
- 26 Bernieri A, Ferrigno L, Laracca M, Landi C. Efficiency of active electrical power consumption in the presence of harmonic pollution: a sensitive analysis. In: Proceedings of the 2010 Instrumentation and Measurement Technology Conference. Austin, Texas, USA: IEEE, 2010. 1447–1452

- 27 Zheng Jian-Zhong, Lu Zu-Liang, Li Min. Experimental research for dynamic characteristic of electrical energy meter. *Electrical Measurement and Instrumentation*, 2011, **48**(3): 1–7  
(郑建中, 陆祖良, 李敏. 电能表动态特性实验研究. 电测与仪表, 2011, **48**(3): 1–7)



**王学伟** 北京化工大学信息科学与技术学院教授. 2002 年获得哈尔滨理工大学博士学位. 主要研究方向为小波变换信号处理, 压缩感知信号处理, 电参量与功率电能测量理论, 电能质量分析理论. 本文通信作者.

E-mail: wangxw@mail.buct.edu.cn

(**WANG Xue-Wei** Professor at the

College of Information and Technology, Beijing University of Chemical Technology. He received his Ph. D. degree from Harbin University of Science and Technology in 2002. His research interest covers wavelet transform signal processing, compressive sensing signal processing, electrical parameters and power measurement theory, and power quality analysis theory. Corresponding author of this paper.)



**王婧** 北京化工大学信息科学与技术学院博士研究生. 主要研究方向为信号处理, 电能表动态特性分析.

E-mail: wangjing\_doraemon@163.com

(**WANG Jing** Ph.D. candidate at the College of Information and Technology, Beijing University of Chemical Technology. Her research interest covers

signal processing and analysis of dynamic characteristics of electrical energy.)



**王琳** 北京化工大学机电工程学院副教授. 主要研究方向为硬件电路设计与研制.

E-mail: wanglin@mail.buct.edu.cn

(**WANG Lin** Associate professor at the College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Chemical Technology. Her research interest covers hardware circuit design and development.)



**袁瑞铭** 博士, 国网冀北电力有限公司电力科学研究院高级工程师. 2004 年获得哈尔滨工程大学博士学位. 主要研究方向为电测量, 用电信息采集, 智能用电. E-mail: ydollars@sina.com

(**YUAN Rui-Ming** Ph.D., senior engineer at the Power Research Institute Metrology Center of State Grid

Jibe Electric Power Company Limited. He received his Ph. D. degree from Harbin Engineering University in 2004. His research interest covers energy metering, electricity collection, and smart electricity.)