

# 复杂动态系统的实际非完全失效故障的可诊断性评估

符方舟<sup>1</sup> 王大轶<sup>2</sup> 李文博<sup>1,3</sup>

**摘要** 针对缺乏有效的非完全失效故障 (Loss of effect, LOE) 可诊断性量化分析方法的现状, 本文提出了一种基于距离相似度的系统非完全失效故障的实际可诊断性评价方法. 通过将状态空间描述的动态系统转换为时间堆栈动态模型, 使故障的可诊断性评估分析问题转化为多元分布的相似度问题. 给出系统非完全失效故障可检测性与可隔离性的相关定义, 并对故障的可诊断性进行量化. 通过求取最小二乘解计算最小巴氏距离, 增大了算法适用范围. 最后, 通过仿真实例验证评价方法的有效性, 并通过所提出的可诊断性评估算法求取非完全失效故障的最大可诊断效能系数.

**关键词** 动态系统, 故障可诊断性, 量化评价, 非完全失效故障, 巴氏距离, 最小二乘解, 效能系数

**引用格式** 符方舟, 王大轶, 李文博. 复杂动态系统的实际非完全失效故障的可诊断性评估. 自动化学报, 2017, 43(11): 1941–1949

**DOI** 10.16383/j.aas.2017.c160393

## Quantitative Evaluation of Actual LOE Fault Diagnosability for Dynamic Systems

FU Fang-Zhou<sup>1</sup> WANG Da-Yi<sup>2</sup> LI Wen-Bo<sup>1,3</sup>

**Abstract** Due to the lack of efficient approaches to quantify actual loss of effect (LOE) fault diagnosability in dynamic systems, a novel presented is presented in this paper. Discrete-time state space models are modified into dynamic models with time window of certain length, and the similarity of different multivariate distributions, instead of fault diagnosability evaluation, is analyzed. The definitions of detectability and isolability of LOE fault are given. Diagnosability performance is quantified by the method based on minimum Bhattacharyya distance. Least-squares method is utilized to enhance applicability of the novel proposed approach. In addition, a simulation example is employed to show the validity of the proposed approach and to analyze maximum effectiveness coefficient of LOE fault in dynamic systems.

**Key words** Dynamic systems, fault diagnosability, quantitative evaluation, loss of effect fault (LOE), Bhattacharyya distance, least squares solution, effectiveness coefficient

**Citation** Fu Fang-Zhou, Wang Da-Yi, Li Wen-Bo. Quantitative evaluation of actual LOE fault diagnosability for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(11): 1941–1949

近二十年来, 国内外学者对系统故障检测和隔离技术的研究取得了巨大的成就<sup>[1–4]</sup>. 作为故障诊断算法设计的重要前提, 故障可诊断性开始引起了学者们的关注. 通过对系统的可诊断性进行评价, 可以得知系统对于不同故障的诊断能力, 并在系统设计阶段, 为提高系统故障诊断能力提供理论指导. 然而, 故障可诊断性评价分析的研究尚处于萌芽阶段. 因此, 进一步研究系统可诊断性具有重要意义.

可诊断性通常可分为可检测性与可隔离性两个

部分. 文献 [5] 给出了可检测性与可隔离性的定义. 可检测性的定义是: 若某个系统故障导致系统输出偏离正常值, 则称故障是可检测的; 对应的, 可隔离性是指: 若两个系统故障导致系统输出发生可区别的改变, 则称两个故障是可隔离的. 由上述定义可以看出, 系统可诊断性是系统的一个特有的性质, 与故障形式、外部干扰没有关系. 然而, 在工程实践中, 系统不可避免地受到外部干扰因素的影响, 不仅如此, 故障的模式与故障的大小会直接地影响到实际系统的诊断难度. 因此, 区别于文献 [5], 给出更适合于实际系统的可诊断性的定义, 可检测性<sup>[6]</sup>: 故障发生的一定时间间隔内, 在扰动存在的情况下可通过系统的输入与输出信息实现故障的检测; 可隔离性是指<sup>[7]</sup>: 针对给定的故障集合, 可基于观测量的不同响应实现故障的隔离.

针对不同的评价结果, 故障可诊断性研究可分为定性评价和定量评价. 可诊断性定性评价主要分析的是故障能否被检测与隔离, 现有的大多数关于可诊断性研究的成果多集中于此<sup>[8–11]</sup>; 对应的, 可诊

收稿日期 2016-05-11 录用日期 2016-08-15  
Manuscript received May 11, 2016; accepted August 15, 2016  
国家自然科学基金项目 (61690215, 61640304), 国家杰出青年科学基金项目 (61525301) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61690215, 61640304) and National Science Funds for Distinguished Young Scholar of China (61525301)

本文责任编辑 胡昌华  
Recommended by Associate Editor HU Chang-Hua  
1. 北京控制工程研究所 北京 100190 2. 北京空间飞行器总体设计部 北京 100190 3. 空间智能控制技术重点实验室 北京 100190  
1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190  
2. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100190 3. Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190

断性定量评价主要分析的是故障的检测和隔离的难度,即“检测与隔离故障需要付出多大的代价?”.其中,可诊断性定量评价更便于设计人员了解系统的薄弱环节,因此更利于指导诊断算法的设计和系统的配置.

根据评价过程中是否考虑干扰的影响,故障可诊断性评价又可分为固有可诊断性评价和实际可诊断性评价.固有故障可诊断性评价的定义为:在评价过程中不考虑干扰因素的影响,仅通过系统的解析模型、输入和输出信息,对可检测性和可隔离性进行分析.不少学者对于系统固有可诊断性进行研究并取得了一定的成果<sup>[12-14]</sup>.实际故障可诊断性评价,就是在固有可诊断性评价的基础上考虑干扰因素的影响.实际上,系统中都会不可避免地受到噪声等干扰的影响,同时,干扰也会直接影响到评价的最终结果.因此,对于工程人员而言,系统的实际故障可诊断性量化评价研究具有更加重要的意义.

近年来,系统故障的实际可诊断性量化评价的研究已经获得了一些成果.文献[15]通过几何学的方法对带有干扰因素的传感器故障问题进行分析,量化了噪声对故障诊断性的影响,并给出了相应的可检测性与可隔离性的判据.文献[16]对包含不确定性的系统的不同残差下的可诊断性进行量化.该方法可以在诊断算法设计的阶段为构建合理残差提供理论指导.文献[17]将一般的离散时间系统模型重构为滑动窗口模型,通过新的模型将加性故障可诊断性量化评价与多元随机分布概率密度之间的距离联系起来.利用多元随机分布概率密度,针对不同的加性故障模式给出了可检测性与可隔离性之间的定义,并通过K-L散度量多元随机分布概率密度之间的距离,最终实现量化评价系统实际可诊断性的目标.文献[18]分析了基于K-L散度量多元随机分布概率密度系统实际故障可诊断性的不足,并利用故障矢量的分布概率以及不同故障矢量之间的余弦相似度,提出了基于方向相似度的系统加性故障的可诊断性量化评价方法.在具体分析卫星姿态确定系统的特点后,文献[19]通过利用方向相似度的原理设计了新的加性故障可诊断性的量化评价方法,有效地解决了K-L散度在卫星姿态确定系统故障可诊断性分析的应用中存在的问题.文献[20]通过对不同故障模式的分析,给出了不同故障模式下系统的加性故障可诊断性的量化方法.综上所述,现有的系统的实际故障可诊断性量化评价方法存在一定的不足:现有的实际系统故障诊断量化评价方法均没有考虑系统非完全失效故障(Loss of effect, LOE)的情况.实际复杂控制系统中的执行器,由于长期处于运转状态,发生故障的概率大大提高,其中最常见的是由于元件耗损及老化引起的非完全失效故障.实际上,系统非完全

失效故障是实际控制系统中一类具有代表性的故障.因此,研究非完全失效故障的可诊断性评价具有工程针对性意义;同时,相对于加性故障,非完全失效故障的可检测性与可隔离性具有特殊的性质,所以研究实际系统的非完全失效故障诊断量化评价方法具有重要的理论意义.

鉴于上述可诊断性评价的意义和现有方法的不足,本文提出了基于距离相似度的故障可诊断性的评价方法,并考虑了不同输入对故障可诊断性评价的影响.首先,将问题转换成数理统计中多元分布的相似度问题,并给出在该相似度判别问题下的系统非完全失效故障的可检测性与可隔离性的定义;接着,根据定义,利用巴氏距离给出实际系统的非完全失效故障的可诊断性量化方法及相关性质;然后,通过数学推导,给出非完全失效故障可检测性与可隔离性的计算方法及算法适用范围;最后,并通过仿真实例验证评价方法的有效性.

## 1 问题描述

考虑如下动态系统的离散状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_u \Sigma u(k) + B_w w(k) \\ y(k) = Cx(k) + D_u \Sigma u(k) + D_v v(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $k \in \mathbf{Z}$ ,  $x(k) \in \mathbf{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbf{R}^m$ ,  $y(k) \in \mathbf{R}^q$  分别为系统的状态向量,输入向量和输出向量,  $w(k) \in \mathbf{R}^l$  和  $v(k) \in \mathbf{R}^t$  为系统的干扰因素,可描述成互不相关的高斯白噪声.矩阵  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $B_u \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbf{R}^{q \times n}$ ,  $D_u \in \mathbf{R}^{q \times m}$ ,  $B_w \in \mathbf{R}^{n \times l}$  和  $D_v \in \mathbf{R}^{q \times t}$  分别为系统相应的系数矩阵;  $\Sigma = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \varepsilon_m \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  表

示非完全失效故障的效能系数矩阵.其中,对于效能系数  $\varepsilon_i \in [0, 1]$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $\varepsilon_i$  越小表示系统剩余效率越低,特别地,当  $\varepsilon_i = 0$  时表示完全失效;相反地,  $\varepsilon_i = 1$  时表示无故障发生.

为了对系统可诊断性进行分析,首先按时间序列对系统(1)进行迭代,取窗口长度为  $s$ ,可得:

$$Lz_s = Hx_s + Ee_s \quad (2)$$

其中,  $z_s \in \mathbf{R}^{(m+q)s}$ ,  $x_s \in \mathbf{R}^{n(s+1)}$  和  $e_s \in \mathbf{R}^{(l+t)s}$  分别为系统的观测、状态和干扰的时间堆栈向量;  $L \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times (m+q)s}$ ,  $H \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times n(s+1)}$  和  $E \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times (l+t)s}$  为相应维数的系数矩阵,具体形式为

$$\begin{aligned}
 x_s &= \begin{bmatrix} x(k-s+1) \\ \vdots \\ x(k+1) \end{bmatrix} \\
 L &= \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & \cdots & 0 & -B_u \Sigma_B & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -B_u \Sigma_B \\ \hline I & \cdots & 0 & -D_u \Sigma_D & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & 0 & \cdots & -D_u \Sigma_D \end{array} \right] \\
 H &= \left[ \begin{array}{cccc|cc} A & -I & 0 & \cdots & 0 & \\ 0 & A & -I & \ddots & \vdots & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \\ 0 & \cdots & 0 & A & -I & \\ \hline C & 0 & 0 & \cdots & 0 & \\ 0 & C & 0 & \ddots & 0 & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \\ 0 & \cdots & 0 & C & 0 & \end{array} \right] \\
 z_s &= \begin{bmatrix} y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}, e_s = \begin{bmatrix} w(k-s+1) \\ \vdots \\ w(k) \\ v(k-s+1) \\ \vdots \\ v(k) \end{bmatrix} \\
 E &= \left[ \begin{array}{ccc|ccc} B_w & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_w & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & D_v & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & D_v \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

其中,  $Lz_s$  为控制系统的动态行为;  $Hx_s$  和  $Ee_s$  分别为系统状态和干扰向量. 式 (2) 是系统 (1) 的动态行为在时间序列  $(t-n+1, t-n+2, \dots, t)$  内的静态表现.

值得注意的是, 式 (2) 将系统的故障输入视为正常输入. 因此, 为了量化故障对正常系统的影响, 将故障与系统正常输入进行分离, 对式 (2) 变换可得:

$$\tilde{L}z_s = Hx_s + F_u u_s + Ee_s \tag{3}$$

其中,  $u_s \in \mathbf{R}^{sm}$  为系统输入的时间堆栈向量,  $\tilde{L} \in$

$\mathbf{R}^{(n+q)s \times (m+q)s}$  和  $F_u \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times sm}$  为相应维数的系数矩阵, 其具体形式如下:

$$\begin{aligned}
 u_s &= \begin{bmatrix} u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix} \\
 F_u &= \left[ \begin{array}{ccc|ccc} B_u(\Sigma - I) & \cdots & 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & & \\ 0 & \cdots & B_u(\Sigma - I) & & & \\ \hline D_u(\Sigma - I) & \cdots & 0 & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & & \\ 0 & \cdots & D_u(\Sigma - I) & & & \\ \hline 0 & \cdots & 0 & -B_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -B_u \\ \hline I & \cdots & 0 & -D_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & 0 & \cdots & -D_u \end{array} \right] \\
 \tilde{L} &= \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & \cdots & 0 & -B_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & -B_u \\ \hline I & \cdots & 0 & -D_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & 0 & \cdots & -D_u \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

可以注意到, 与文献 [18] 中的时间堆栈动态模型不同, 其故障项  $F_u u_s$  受系统输入影响, 同时, 故障的系数矩阵并不固定, 该故障系数矩阵的参数随描述故障程度的效能系数矩阵  $\Sigma$  的变化而改变. 由于  $w$  和  $v$  为不相关的高斯白噪声, 可以得到随机干扰  $e_s$  是均值为 0, 协方差为  $\sigma_e = \Lambda_e$  的正态分布, 即  $e_s \sim N(0, \sigma_e)$ . 根据等价空间变换原理, 对式 (2) 等号两边同时左乘矩阵  $H$  左零空间的正交基  $N_H$ , 即  $N_H H = 0$ , 则可以得到:

$$N_H \tilde{L}z_s = N_H F_u u_s + N_H Ee_s \tag{4}$$

值得注意的是, 对于式 (4) 的任意解  $z_s^0$  和  $e_s^0$ , 均能找到  $x_s^0$  使得式 (2) 成立; 相反地, 如果式 (2) 存在解  $z_s^0, e_s^0$  和  $x_s^0$ , 则  $z_s^0$  和  $e_s^0$  也是式 (4) 的解. 因此, 将式 (2) 改写为式 (4) 并不会造成信息的丢失.

由式 (4) 可以看出, 系统的动态行为  $N_H \tilde{L}z_s$  受故障向量  $N_H F_u u_s$  和干扰向量  $N_H Ee_s$  的影响. 考虑到当时时间序列确定时,  $N_H F_u u_s$  为确定性向量,  $N_H Ee_s$  为服从正态分布的随机向量, 若无故障发生, 则有  $F_u = 0$ , 此时  $N_H \tilde{L}z_s$  服从均值为 0, 方差为  $\sigma_{ne}$  的正态分布, 即  $N_H \tilde{L}z_s \sim N(0, \sigma_{ne})$ , 其中  $\sigma_{ne} = N_H E \Lambda_e E^T N_H^T$  为干扰向量  $N_H Ee_s$  的方差矩阵; 当  $F_u \neq 0$ , 此时有  $N_H \tilde{L}z_s \sim N(N_H F_u u_s, \sigma_{ne})$ .

综上所述, 非完全失效故障  $N_H F_u u_s$  仅对随机分布  $N_H \tilde{L}z_s$  的均值产生影响, 而不影响该分布的方差. 由此, 考虑通过分析有无故障发生以及不同故障

发生的情况下随机分布  $N_H \tilde{L}z_s$  之间的相似度, 量化系统非完全失效故障的检测与隔离难度.

## 2 基于距离相似度的可诊断性评估分析方法

### 2.1 非完全失效故障的可检测性与可隔离性的相关定义

由于非完全失效故障与加性故障表现形式的不同, 分析该类故障时, 已有的可检测性与可隔离性的定义不再适用. 在研究非完全失效故障可诊断性评价方法前, 先给出相关定义.

为了方便地说明问题, 取  $p(\tau; \mu)$  表示一个多元概率密度函数,  $\tau$  为由均值  $\mu$  描述的多元随机变量. 取时间序列

$$\theta = (\theta[t-n+1], \theta[t-n+2], \dots, \theta[t])^T$$

令  $F_u^i u_s^i = \theta_i$  表示发生非完全失效故障  $f_i$  时, 由第  $i$  个输入在时间序列  $\theta_i$  下产生的故障的具体形式. 其中,  $u_s^i$  表示第  $i$  个系统输入的时间堆栈向量,  $F_u^i$  表示输入  $u_s^i$  在矩阵  $F_u^i$  中的对应位置. 相似地,  $\mathcal{Q}_i$  表示发生非完全失效故障  $f_i$  时, 由第  $i$  个输入在所有的时间序列下产生的故障具体形式的集合, 即  $F_u^i u_s^i = \theta_i \in \mathcal{Q}_i$ . 若令  $\tau = N_H \tilde{L}z_s$ , 发生故障  $f_i$  时, 有  $\mu = N_H F_u^i u_s^i$ , 此时均值  $\mu$  由  $F_u^i$  和  $u_s^i$  决定. 至此, 每一个故障都可以由多个多元概率密度函数的集合表示:

$$\mathcal{Z}_i = \{p(N_H Lz_s; N_H \theta_i) | \forall \theta_i \in \mathcal{Q}_i\} \quad (5)$$

其中,  $\mathcal{Z}_i$  表示故障  $f_i$  的所有多元函数概率密度的集合.

由于非完全失效故障描述的是输入的剩余效率, 因此该故障受已知输入的直接影 响. 与已有的诊断评价算法不同, 若存在某个时刻, 使系统第  $i$  个输入  $u_s^i$  为零, 则对应的多元概率密度函数与无故障时的多元概率密度函数相同, 即此时有  $p(N_H \tilde{L}z_s; N_H \theta_i) = p(N_H \tilde{L}z_s; 0)$ . 因此, 实质上  $\mathcal{Z}_i$  为描述包括无故障情况在内的非完全失效故障  $f_i$  的所有多元概率密度函数的集合. 显而易见的, 无故障时系统多元概率密度函数的集合  $\mathcal{Z}_{NF}$  中仅包含一个多元概率密度函数  $p(N_H \tilde{L}z_s; 0)$ . 值得注意的是, 由于不同的失效故障有可能会对系统产生相同的影响, 故不同的集合  $\mathcal{Z}_i$  与  $\mathcal{Z}_j$  有可能存在交集. 为了区分不同时序下的不同故障, 将第  $i$  个输入  $u_s^i$  在特定的时间序列  $\theta$  下, 对应的非完全失效故障的多元概率密度函数表示为

$$p_\theta^i = p(\tau; N_H \theta_i) \quad (6)$$

由式 (5) 和式 (6), 给出系统 (4) 的可隔离性定义.

**定义 1.** 对于系统模型 (4), 在特定时间序列输入下的故障形式  $\theta_i \in \mathcal{Q}_i$ , 当且仅当  $p_\theta^i \notin \mathcal{Z}_j$ , 则称故障  $f_i$  与故障  $f_j$  是可隔离的.

类似地, 给出系统 (4) 的可检测性定义.

**定义 2.** 对于系统模型 (4), 在特定时间序列下的输入  $\theta_i \in \mathcal{Q}_i$ , 当且仅当  $p_\theta^i \notin \mathcal{Z}_{NF}$ , 则称故障  $f_i$  是可检测的.

### 2.2 非完全失效故障的可检测性与可隔离性的量化方法

相似度是反映两个对象之间相似程度的数值度量. 两个对象相似程度与它们之间的相似度成正比, 通常用“距离”来反映相似度. 常用的不同多元分布之间相似程度的量化指标包括: K-L 散度以及巴氏系数等. 其中, 巴氏距离在统计学中常被用于测量两种概率分布的可分离性. 因此, 考虑运用巴氏距离对系统的可诊断性进行评价. 给出巴氏距离的计算公式<sup>[21]</sup>:

$$BD(p, q) = -\ln[BC(p, q)] \quad (7)$$

其中,  $BC(p, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{p(z)q(z)} dz$  表示巴氏系数,  $p$  和  $q$  分别为多元分布  $z_p$  和  $z_q$  的概率密度函数, 且  $0 \leq BD(p, q)$ , 当且仅当  $p = q$  时等号成立. 显然,  $BD(p, q)$  的值越大表示两分布之间的差异越大.

考虑两个不同的故障  $f_i$  和  $f_j$ , 两者在不同的给定时间序列下的故障形式分别为  $F_u^i u_s^i = \theta_i$  和  $F_u^j u_s^j = \theta_j$ , 由式 (6) 可以得到相应的多元概率密度函数  $p_{\theta_i}^i \in \mathcal{Z}_i$  和  $p_{\theta_j}^j \in \mathcal{Z}_j$ , 则由式 (7), 可得失效故障  $f_i$  和  $f_j$  的多元概率密度函数的相似度为

$$BD(p_{\theta_i}^i, p_{\theta_j}^j) \geq 0 \quad (8)$$

当  $p_{\theta_i}^i = p_{\theta_j}^j$  时, 表示故障  $f_i$  和故障  $f_j$  不能隔离,  $BD(p_{\theta_i}^i, p_{\theta_j}^j)$  越大则隔离难度越低.

由式 (8) 可知,  $BD(p_{\theta_i}^i, p_{\theta_j}^j)$  所得的是两个故障在具体时间序列的系统输入下的随机分布的差异. 然而, 由定义 1 可得, 可隔离性更多地是考虑一个具体故障与另一个故障所有形式之间的差异. 基于此, 给出在特定时间序列下的输入  $\theta_i$  下, 失效故障可隔离性的表达式:

$$FI_\theta(f_i, f_j) = \min_{p^j \in \mathcal{Z}_j} [BD(p_{\theta_i}^i, p^j)] \quad (9)$$

其中,  $p_{\theta_i}^i$  由式 (6) 给出, 对任意  $p^j$  均满足  $p^j \in \mathcal{Z}_j$ .  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j)$  越大表示失效故障  $f_i$  和  $f_j$  之间的隔离

难度越低.

由式 (9) 可知, 失效故障  $f_i$  和  $f_j$  之间的可隔离性  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j)$  被量化为一个具体形式的故障对应的多元概率密度函数与另一个具有普遍形式的故障对应的多元概率密度函数的集合的最小巴氏距离. 相对于式 (8),  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j)$  更具有一般性. 同时, 可以给出如下推论.

**推论 1.** 对于系统模型 (4), 在特定时间序列下的故障形式  $\theta_i \in \mathcal{Q}_i$ , 当且仅当  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j) > 0$ , 则称故障  $f_i$  与故障  $f_j$  是可隔离的.

**证明.** 由式 (9) 可知, 当且仅当  $p_{\theta_i}^i \notin \mathcal{Z}_j$  时,  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j) \neq 0$ . 另外, 由定义 1 可知,  $p_{\theta_i}^i \notin \mathcal{Z}_j$  等价于故障  $f_i$  与故障  $f_j$  是可隔离的. 因此, 当且仅当  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j) \neq 0$  时, 故障  $f_i$  与故障  $f_j$  可隔离. 又由式 (8) 和式 (9) 可知  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j) \geq 0$ , 故当且仅当  $FI_{\theta_i}(f_i, f_j) > 0$ , 可隔离故障  $f_i$  与故障  $f_j$ .  $\square$

相似地, 给出在特定时间序列下的故障形式  $\theta_i$  下, 非完全失效故障可检测性的表达式:

$$FD_{\theta_i}(f_i) = \min_{p_{NF} \in \mathcal{Z}_{NF}} [BD(p_{\theta_i}^i, p_{NF})] = BD(p_{\theta_i}^i, p_{NF}) \quad (10)$$

其中,  $p_{\theta_i}^i$  由式 (6) 给出,  $p_{NF}$  表示无故障时  $\tau = N_H \tilde{L} z_s$  的概率密度函数, 且满足  $p_{NF} = p(N_H \tilde{L} z_s; 0) = \mathcal{Z}_{NF}$ .

至此, 给出了一套完整的系统非完全失效故障的可诊断性评价方法. 然而, 由式 (9) 可知, 在分析故障可隔离性时均需要考虑最小值问题, 针对这点, 下节将对具体的计算方法进行分析.

### 3 可检测性与可隔离性的计算与适用性分析

考虑系统模型 (4), 为了简化分析, 不失一般性, 设干扰向量  $N_H E e_s$  的方差矩阵  $\sigma_{ne} = N_H E \Lambda_e E^T N_H^T = I$ . 实际上, 对于系统模型 (4) 中任意的干扰向量  $N_H E e_s$ , 其方差矩阵总能通过线性变换使得满足  $\sigma_{ne} = N_H E \Lambda_e E^T N_H^T = I$  的情况<sup>[17]</sup>. 已知故障  $f_i$  和  $f_j$  在给定的具体时间序列的故障形式为  $F_u^i u_s^i = \theta_i$  和  $F_u^j u_s^j = \theta_j$ , 相应的多元概率密度函数为

$$p_{\theta_i}^i = p(\tau; N_H F_u^i \theta_i) = p(\tau; \mu_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\tau - \mu_i)^T (\tau - \mu_i) \right] \quad (11)$$

$$p_{\theta_j}^j = p(\tau; N_H F_u^j \theta_j) = p(\tau; \mu_j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{d}{2}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\tau - \mu_j)^T (\tau - \mu_j) \right] \quad (12)$$

其中,  $d$  为随机分布  $\tau$  的维数.

将式 (11) 和 (12) 代入式 (7), 得到当两个随机分布的方差矩阵为单位矩阵时的巴氏距离的计算公式为<sup>[21]</sup>

$$BD(p, q) = \frac{1}{8} \|\mu_i - \mu_j\| \quad (13)$$

接下来, 对可隔离性的评价指标进行分析. 由式 (9) 和式 (13), 可以得到:

$$\begin{aligned} FI_{\theta}(f_i, f_j) &= \min_{p^j \in \mathcal{Z}_j} [BD(p_{\theta}^i, p^j)] = \min_{\mu_j} \frac{1}{8} \|\mu_i - \mu_j\|^2 = \\ &= \min_{F_u^j u_s^j} \frac{1}{8} \|N_H (F_u^i u_s^i - F_u^j u_s^j)\|^2 = \\ &= \min_{(\varepsilon_j - 1) u_s^j} \frac{1}{8} \|N_H F_u^i u_s^i - (\varepsilon_j - 1) N_H \tilde{F}_u^j u_s^j\|^2 = \\ &= \frac{1}{8} \|N_H \theta_i - N_H \tilde{F}_u^j \theta_0\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\theta_i = F_u^i u_s^i$  表示发生非完全失效故障  $f_i$  时, 由第  $i$  个输入在时间序列  $\theta_i$  下产生的故障的具体形式;  $\theta_0 = (N_H \tilde{F}_u^j)^\dagger N_H F_u^i u_s^i$  为式 (14) 的最小二乘解, 上标  $\dagger$  表示伪逆,  $\tilde{F}_u^j \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times s}$  表示输入  $u_s^j$  在矩阵  $\tilde{F}_u$  中的对应位置, 且有  $\tilde{F}_u =$

$\begin{bmatrix} B_u^T & \cdots & 0 & D_u^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & B_u^T & 0 & \cdots & D_u^T \end{bmatrix}^T$ . 相似地, 给出故障可检测性的评价指标的具体表达式:

$$FD_{\theta}(f_i) = \frac{1}{8} \|N_H \theta_i\|^2 \quad (15)$$

值得注意的是, 在某些特殊情况下, 会导致该诊断算法不再适用. 例如, 若矩阵零空间的左正交基不存在, 则评价算法失效. 接下来, 将对该评价算法的适用范围进行分析.

对于系数矩阵  $H \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times n(s+1)}$ , 当其满足行数大于列数的条件时, 零空间的左正交基必存在, 相反的, 当矩阵行数小于或等于列数时, 需要进一步对矩阵进行分析, 即满足  $(n+q)s > n(s+1)$  时, 矩阵  $H$  零空间的左正交基必存在, 此时有  $qs > n$ . 显然, 可以通过选择适当的时间窗口长度  $s$  使得该不等式成立. 同时, 与文献 [18] 不同的是, 利用最小二乘解对系统可诊断性进行评估分析, 不需要满足输出个数大于 1 的条件, 即对于  $q \geq 1$  的情况, 所提出的评估分析算法依旧适用. 综上所述, 该评价算法适用于任意维数的系统.

特别地, 对失效故障可检测性评价时, 若在某个时间序列  $\theta_i$  下, 第  $i$  个输入产生的可检测的故障具体形式为  $F_u^i u_s^i = \theta_i$ , 恰好有  $N_H \theta_i = 0$ , 此时虽然有

$F_u^i \neq 0$ , 然而可检测评价结果为零, 则评价算法失效. 无法采用该评估分析算法对动态系统的实际故障可检测性与可隔离性进行量化评价. 因此, 有必要对部分特殊情况进行分析:

1) 考虑  $N_H$  为  $F_u^i$  左零空间正交基的情况. 假设  $N_H F_u^i = 0$ , 由式 (4) 知, 此时齐次方程组  $(F_u^i)^T x = 0$  与  $H^T x = 0$  同解,  $\text{rank}[F_u^i] = \text{rank}[H] = \text{rank} \begin{bmatrix} H & F_u^i \end{bmatrix}$  为齐次方程组同解的充要条件. 又已知  $F_u^i \in \mathbf{R}^{(n+q)s \times s}$ ,  $\text{rank}[F_u^i] \leq s$ , 且

$$\text{rank}[H] = ns + \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{bmatrix} > s, \text{ 与条件}$$

相悖, 齐次方程组  $(F_u^i)^T x = 0$  与  $H^T x = 0$  非同解, 即不存在  $N_H$  与  $F_u^i$  使得  $N_H F_u^i = 0$ .

2) 考虑  $N_H \theta_i = 0, N_H F_u^i \neq 0$ . 若在某个时间序列下, 第  $i$  个输入恒为零或产生的故障的具体形式  $\theta_i$  刚好与矩阵  $N_H$  正交, 均可得到  $N_H \theta_i = 0$ , 导致评价算法失效. 实质上, 由定义 2 可知, 若该故障是可检测的, 则必可通过调整时间窗口长度  $s$  来避免该特殊情况.

综上所述, 所提出的失效故障的可诊断性评价算法具有广泛的适用性. 接下来, 通过仿真算例对该算法的有效性进行分析.

### 4 仿真算例

考虑如下带有非完全失效故障的动态系统的离散状态空间模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_u \Sigma u(k) + B_w w(k) \\ y(k) = Cx(k) + D_u \Sigma u(k) + D_v v(k) \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $k \in \mathbf{Z}$ ,  $x(k)$ ,  $u(k)$ ,  $y(k)$  分别为系统的状态向量, 输入向量和输出向量,  $w(k)$  和  $v(k)$  为系统的干扰因素, 为互不相关的高斯白噪声. 矩阵参数如下所示:

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -0.1 & -0.1 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}, D_u = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, w_1 \sim N(0, 10^{-6})$$

$$w_2 \sim N(0, 10^{-5}), w_3 \sim N(0, 10^{-4}), v_1 \sim N(0, 10^{-4}), v_2 \sim N(0, 10^{-4}).$$

### 4.1 可检测性与可隔离性评价结果分析

考虑时间窗口长度  $s = 5$ , 不失一般性, 设无故障控制输入  $u(k)$  为范数有界的随机信号, 且满足  $\|u(k)\| \leq \sqrt{3}$ . 又令系统发生不完全失效故障时系统的效能系数为  $\varepsilon = 0.8$ , 即  $\Sigma = 0.8I_3$ , 其中  $I_3$  表示维数为 3 的单位矩阵. 则该系统的可检测性与可隔离性的评价结果如表 1 所示.

表 1 给出了在时间序列  $\theta$  的输入下基于距离相似度的可诊断评价结果. 其中,  $NF$  所在列表示在时间序列  $\theta$  的输入下指定故障的可检测性评估分析结果  $FD_\theta(f_i), i = 1, \dots, 3$ ; 其余数值为在时间序列  $\theta$  的输入下对应故障之间的可隔离性评估分析结果  $FI_\theta(f_i, f_j), i, j = 1, \dots, 3$ . 下文表示方法相同.

表 1 系统 (16) 在时间序列  $\theta$  的输入下的可诊断评价结果 ( $\varepsilon = 0.8, s = 5$ )

Table 1 Computed distinguishability of dynamic systems (16) with the given fault time profile  $\theta$  ( $\varepsilon = 0.8, s = 5$ )

$FD_\theta/FI_\theta$	NF	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_1$	155.022	0	84.110	3.0614
$f_2$	274.632	131.22	0	111.20
$f_3$	830.902	6.7403	126.05	0

从表 1 可知, 不同故障的可检测值之间差异较大, 可检测性从高到低的排序为  $f_3 > f_2 > f_1$ . 除此之外, 由式 (9) 及表 1 可知, 对于任意两个故障  $f_i$  和  $f_j$ , 其差异值的结果是不对称的, 即  $FI_\theta(f_i, f_j) \neq FI_\theta(f_j, f_i)$ .

### 4.2 时间窗口长度对可检测性与可隔离性评价影响分析

分别考虑时间窗口长度  $s = 3, 6$ , 输入时序、类型和系统失效故障参数与第 4.1 节相同. 在不同时间窗口长度下, 该系统的可检测性与可隔离性的评价结果如表 2 和表 3 所示.

表 2 系统 (16) 在时间序列  $\theta$  的输入下的可诊断评价结果 ( $s = 3$ )

Table 2 Computed distinguishability of dynamic systems (16) with the given fault time profile  $\theta$  ( $s = 3$ )

$FD_\theta/FI_\theta$	NF	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_1$	130.6592	0	0	0
$f_2$	61.6940	0	0	0
$f_3$	346.1748	0	0	0

从表 1 和表 2 可知, 与时间窗口长度  $s = 5$  所得可隔离性评估分析结果不同的是, 当  $s = 3$  时, 故障  $f_1$ 、故障  $f_2$ 、故障  $f_3$  均无法和其他故障隔离, 该

评价结果的不准确是可用信息过少所导致的; 同时, 对比表 1 和表 3 可以发现, 随着窗口长度的增加, 故障的可检测性与可隔离性的评价结果均有着不同程度的增加, 这表示随着可用的信息的增加, 对故障实现检测和隔离的准确性都得到提升. 然而, 窗口长度的增加同时会加重计算负担, 故在选择窗口长度时, 应均衡考虑故障的准确率与计算量.

表 3 系统 (16) 在时间序列  $\theta$  的输入下的可诊断评价结果 ( $s = 6$ ) ( $\times 10^3$ )

Table 3 Computed distinguishability of dynamic systems (16) with the given fault time profile  $\theta$  ( $s = 6$ ) ( $\times 10^3$ )

$FD_{\theta}/FI_{\theta}$	NF	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_1$	0.3585	0	0.0853	0.0040
$f_2$	0.5403	0.2581	0	0.1489
$f_3$	1.3274	0.0225	0.2751	0

值得注意的是, 与已有的系统故障可诊断性不同, 由于失效故障受输入的直接影响, 因此, 随着时间窗口长度的增加, 其可诊断评价结果并不是严格单调递增的, 相应的, 其评价结果具有总体增长的变化趋势. 时间窗口长度对故障可检测性评价结果的影响如图 1 所示.

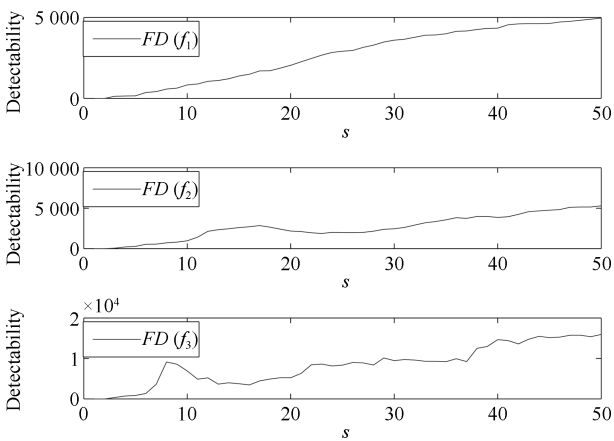


图 1 不同时间窗口长度对系统 (16) 故障可诊断性评价结果的影响

Fig. 1 Curves comparing computed distinguishability of dynamic systems (16) with different window length  $s$

### 4.3 效能系数对可检测性与可隔离性评价影响分析

考虑效能系数  $\varepsilon = 0.5$  的情况. 设时间窗口长度为  $s = 5$ , 输入时序、类型和系统失效故障参数与第 4.1 节相同. 此时, 该系统的可检测性与可隔离性的评价结果如表 4 所示.

对比表 1 和表 4 可以看出, 不同的效能系数导致可诊断评价结果不同. 为分析不同效能系数对可

诊断评价结果的不同, 分别给出故障可检测性与可隔离性的评价结果随效能系数变化的曲线如图 2 和图 3 所示. 由图 1 和图 2 可以看出, 在故障初期, 即  $\varepsilon \in (0.7, 1)$ , 故障可检测性与可隔离性评价结果增长较缓, 表明故障初期诊断难度较大. 随着系统运行时间的不断增加, 效能系数逐渐降低, 故障的可检测性与可隔离性不断升高. 效能系数降低, 直接导致不同故障之间的表现变得更加显著, 因此故障的检测和隔离难度随之降低. 当  $\varepsilon = 0$  时, 可得到在该时序下故障的可检测与可隔离的最大量化评价结果; 相反的, 当  $\varepsilon = 1$  时, 此时系统无故障, 其可检测与可隔离的评价结果均为 0.

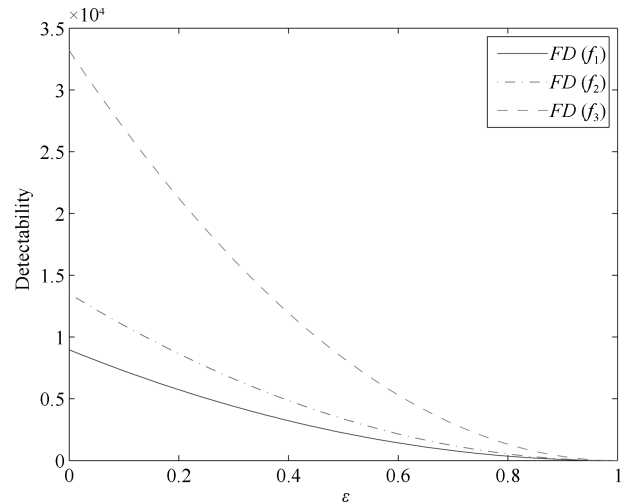


图 2 不同效能系数  $\varepsilon$  对系统 (16) 故障可检测性评价结果的影响

Fig. 2 Curves comparing computed detectability of dynamic systems (16) with different effectiveness coefficient  $\varepsilon$

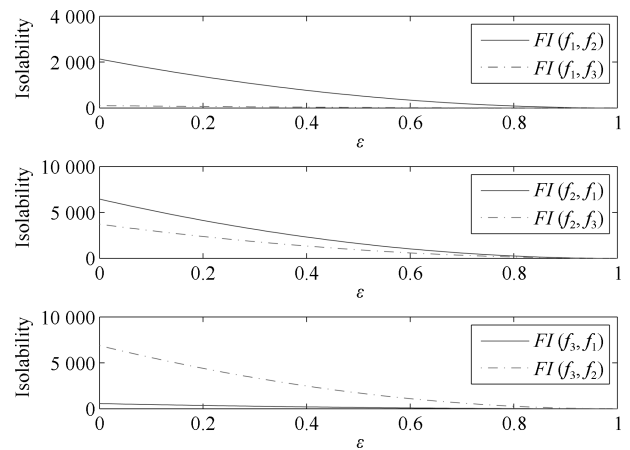


图 3 不同效能系数  $\varepsilon$  对系统 (16) 故障可检测性评价结果的影响

Fig. 3 Curves comparing computed isolability of dynamic systems (16) with different effectiveness coefficient  $\varepsilon$

表 4 系统 (16) 在时间序列  $\theta$  的输入下的可诊断评价结果  
( $\varepsilon = 0.5$ ) ( $\times 10^3$ )

Table 4 Computed distinguishability of dynamic systems (16) with the given fault time profile  $\theta$   
( $\varepsilon = 0.5$ ) ( $\times 10^3$ )

$FD_\theta/FI_\theta$	NF	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_1$	0.9689	0	0.5257	0.0191
$f_2$	1.7164	0.8202	0	0.6950
$f_3$	5.1931	0.0421	0.7878	0

#### 4.4 最大可诊断效能系数的分析

由于不完全效率损失故障严重程度随着时间的推移缓慢加剧, 很难在故障初期对该类故障进行诊断, 只有当故障影响达到一定程度时才能被检测. 接下来, 将对不完全效率损失故障的最小可诊断程度进行分析.

实质上, 由于需要考虑许多不同的因素, 因此很难直接选取最小可诊断参考标准. 然而, 利用所提出的非完全失效故障的诊断性评估方法可以将该问题进行简化. 由第 4.3 节可知, 对于相同时序下的输入, 当执行器完全失效, 即  $\varepsilon = 0$  时, 可得到最大的可检测与可隔离评价值  $FD_\theta^*(f_i) = \max FD_\theta(f_i)$  和  $FI_\theta^*(f_i, f_j) = \max FI_\theta(f_i, f_j)$ , 又令  $p_i \in (0, 1)$ ,  $p_{i,j} \in (0, 1)$ , 则可以选取最大可检测与可隔离参考标准为  $p_i FD_\theta^*(f_i)$  与  $p_{i,j} FI_\theta^*(f_i, f_j)$ , 此时只需要考虑标量  $p_i$  与  $p_{i,j}$  的取值. 假设当非完全失效故障的可检测评价值  $FD_\theta(f_i)$  至少为其对应的最大评价值的 30% 时, 即  $FD_\theta(f_i) \geq 0.3FD_\theta^*(f_i)$ , 则认为故障  $f_i$  是可检测的, 此时有  $p_i = 0.3, i = 1, 2, 3$ ; 类似的, 当非完全失效故障的可隔离评价值至少为其对应的最大评价值的 40% 时, 即  $FI_\theta(f_i, f_j) \geq 0.4FI_\theta^*(f_i, f_j)$ , 则认为故障  $f_i$  与故障  $f_j$  是可隔离的, 此时有  $p_{i,j} = 0.4, i, j = 1, 2, 3$ .

设时间窗口长度为  $s = 5$ , 输入时序、类型和系统失效故障参数与第 4.1 节相同. 据上述假设, 可以求出效能系数的最大值如表 5 所示.

表 5 系统 (16) 在时间序列  $\theta$  的输入下的最大可诊断效能系数 ( $p_i = 0.3, p_{i,j} = 0.4$ )

Table 5 Maximum effectiveness coefficient of dynamic systems (16) with the given fault time profile  $\theta$   
( $p_i = 0.3, p_{i,j} = 0.4$ )

$\varepsilon$	NF	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_1$	0.45	0	0.36	0.36
$f_2$	0.45	0.36	0	0.36
$f_3$	0.45	0.36	0.36	0

由表 5 可知, 对于给定的最小可检测与可隔离

参考标准为  $0.3FD_\theta^*(f_i)$  与  $0.4FI_\theta^*(f_i, f_j)$ , 当效能系数分别满足  $\varepsilon \leq 0.45$  时, 故障  $f_i$  是可检测的; 当  $\varepsilon \leq 0.36$  时, 故障  $f_i$  与故障  $f_j$  是可隔离的. 实质上, 最大可诊断效能系数不随着时间长度  $s$  的变化而改变, 并且可以根据实际情况, 任意地调整  $p_i$  和  $p_{i,j}$  的值, 这使得该方法在具体应用中有足够的灵活性.

## 5 总结

为实现量化系统失效故障实际可诊断能力的目的, 本文提出了一种基于距离相似度的非完全失效故障实际可诊断性量化评价方法, 并得到如下结论:

1) 通过对状态空间描述的动态系统进行转化, 将故障的可诊断性评价问题转化为多元分布问题. 并从多元分布概率密度函数的角度, 给出了系统非完全失效故障可检测性与可隔离性的定义.

2) 根据所得的可诊断性的定义, 给出了基于最小巴氏距离的系统非完全失效故障的实际可诊断性的量化评价方法、相关的表达式及其计算方法, 并给出了所提出诊断性评估分析算法的适用范围.

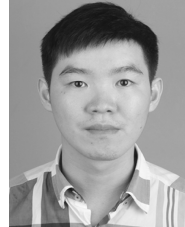
3) 通过具体算例, 验证了所提出诊断性评价方法的有效性, 并通过改变时间窗口长度和效能系数, 分析了不同因素对诊断结果的影响. 特别地, 通过所提出的评价算法, 给出了非完全失效故障的最大可检测效能系数分析方法.

## References

- 1 Wang Y L, Ma G F, Ding S X, Li C J. Subspace aided data-driven design of robust fault detection and isolation systems. *Automatica*, 2011, **47**(11): 2474–2480
- 2 Michail K, Deliparaschos K M, Tzafestas S G, Zolotas A C. AI-based actuator/sensor fault detection with low computational cost for industrial applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, **24**(1): 293–301
- 3 Castillo I, Edgar T F, Dunia R. Nonlinear detection and isolation of multiple faults using residuals modeling. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2013, **53**(13): 5217–5233
- 4 Sadeh J, Bakhshizadeh E, Kazemzadeh R. A new fault location algorithm for radial distribution systems using modal analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2013, **45**(1): 271–278
- 5 Ding S. *Model-based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms, and Tools*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. 69–83
- 6 Del Gobbo D, Napolitano M R. Issues in fault detectability for dynamic systems. In: Proceedings of the 2000 American Control Conference. Chicago, IL, USA: IEEE, 2000. 3203–3207
- 7 Pucel X, Travé-Massuyès L, Pencolé Y. Another point of view on diagnosability. In: Proceedings of the 2008 conference on STAIRS 2008: Proceedings of the Fourth Starting



- AI Researchers' Symposium. Amsterdam, The Netherlands: IOS Press, 2008. 151–162
- 8 Leal R, Aguilar J, Travé-Massuyès L, Camargo E, Rios A. An approach for diagnosability analysis and sensor placement for continuous processes based on evolutionary algorithms and analytical redundancy. *Applied Mathematical Sciences*, 2015, **9**(43): 2125–2146
- 9 Chi G Y, Wang D W, Zhu S Q. An integrated approach for sensor placement in linear dynamic systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**(3): 1056–1079
- 10 Jung D, Khorasgani H, Frisk E, Krysander M, Biswas G. Analysis of fault isolation assumptions when comparing model-based design approaches of diagnosis systems. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, **48**(21): 1289–1296
- 11 Nyberg M. Criteria for detectability and strong detectability of faults in linear systems. *International Journal of Control*, 2002, **75**(7): 490–501
- 12 Roberts C, Dassanayake H P B, Lehrasab N, Goodman C J. Distributed quantitative and qualitative fault diagnosis: railway junction case study. *Control Engineering Practice*, 2002, **10**(4): 419–429
- 13 Travé-Massuyès L, Escobet T, Olive X. Diagnosability analysis based on component-supported analytical redundancy relations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2006, **36**(6): 1146–1160
- 14 Ding S X. Application of factorization and gap metric techniques to fault detection and isolation Part II: gap metric technique aided FDI performance analysis. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, **48**(21): 119–124
- 15 Sharifi R, Langari R. Isolability of faults in sensor fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, **25**(7): 2733–2744
- 16 Khorasgani H, Eriksson D, Biswas G, Frisk E, Krysander M. Off-line robust residual selection using sensitivity analysis. In: Proceedings of the 25th International Workshop on Principles of Diagnosis (DX-14). Graz, Austria, 2014.
- 17 Eriksson D, Frisk E, Krysander M. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models. *Automatica*, 2013, **49**(6): 1591–1600
- 18 Li Wen-Bo, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. Quantitative evaluation of actual fault diagnosability for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2015, **41**(3): 497–507  
(李文博, 王大轶, 刘成瑞. 动态系统实际故障可诊断性的量化评价研究. 自动化学报, 2015, **41**(3): 497–507)
- 19 Li Wen-Bo, Wang Da-Yi, Liu Cheng-Rui. An approach to fault diagnosability analysis of satellite attitude determination systems. *Aerospace Control*, 2014, **32**(6): 50–56  
(李文博, 王大轶, 刘成瑞. 卫星姿态确定系统的故障可诊断性分析方法. 航天控制, 2014, **32**(6): 50–56)
- 20 Jung D, Frisk E, Krysander M. Quantitative isolability analysis of different fault modes. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, **48**(21): 1275–1282
- 21 Xuan Guo-Rong, Chai Pei-Qi. Feature selection based on Bhattacharyya distance. *PR & AI*, 1996, **9**(4): 324–329  
(宣国荣, 柴佩琪. 基于巴氏距离的特征选择. 模式识别与人工智能, 1996, **9**(4): 324–329)



**符方舟** 北京控制工程研究所博士生. 2015 年获得哈尔滨工业大学深圳研究生院硕士学位. 主要研究方向为控制系统的故障诊断, 可诊断性评价.  
E-mail: ffzssg@163.com  
(**FU Fang-Zhou** Ph.D. Candidate at Beijing Institute of Control Engineering. He received his master degree from Harbin Institute of Technology Shenzhen Graduate School in 2015. His research interest covers fault diagnosis and fault diagnosability evaluation.)



**王大轶** 北京空间飞行器总体设计部研究员. 主要研究方向为航天器的自主制导、导航与控制, 故障诊断与容错控制. 本文通信作者.  
E-mail: dayiwang@163.com  
(**WANG Da-Yi** Professor at Beijing Institute of Spacecraft System Engineering. His research interest covers autonomous guidance, navigation and control, fault diagnosis, and tolerant control for spacecrafts. Corresponding author of this paper.)



**李文博** 北京控制工程研究所高级工程师. 2012 年获得哈尔滨工业大学博士学位. 主要研究方向为故障诊断与容错控制, 卫星控制系统的可诊断性评价与设计. E-mail: liwenbo\_bice@163.com  
(**LI Wen-Bo** Senior engineer at Beijing Institute of Control Engineering. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Technology in 2012. His research interest covers fault diagnosis and tolerant control, fault diagnosability evaluation and design for satellite control systems.)