

# 考虑不确定测量和个体差异的非线性随机退化系统 剩余寿命估计

郑建飞<sup>1</sup> 胡昌华<sup>1</sup> 司小胜<sup>1</sup> 张正新<sup>1</sup> 张鑫<sup>1</sup>

**摘要** 剩余寿命估计是预测与健康管理的基礎, 是降低系统运行风险、提高系统安全性与可靠性的有效途径. 针对工程实际中大量存在的非线性随机性退化系统, 现有方法仅单独考虑了不确定测量或系统间个体差异对剩余寿命的影响, 尚未实现同时考虑不确定测量和个体差异的剩余寿命估计. 因此, 本文首先建立了一种基于扩散过程的非线性退化模型, 进一步通过建立的状态空间模型和 Kalman 滤波实现了同时考虑不确定测量和个体差异下的随机退化系统剩余寿命自适应估计, 同时对漂移系数进行自适应估计, 以获取非线性退化系统更加精确的剩余寿命估计. 最后, 将所提方法应用于疲劳裂纹和陀螺仪的监测数据, 结果表明本文方法显著优于仅考虑不确定测量或仅考虑个体差异的寿命估计方法, 具有潜在的工程应用价值.

**关键词** 非线性, 不确定测量, 个体差异, 剩余寿命, 估计

**引用格式** 郑建飞, 胡昌华, 司小胜, 张正新, 张鑫. 考虑不确定测量和个体差异的非线性随机退化系统剩余寿命估计. 自动化学报, 2017, 43(2): 259–270

**DOI** 10.16383/j.aas.2017.c150775

## Remaining Useful Life Estimation for Nonlinear Stochastic Degrading Systems with Uncertain Measurement and Unit-to-unit Variability

ZHENG Jian-Fei<sup>1</sup> HU Chang-Hua<sup>1</sup> SI Xiao-Sheng<sup>1</sup> ZHANG Zheng-Xin<sup>1</sup> ZHANG Xin<sup>1</sup>

**Abstract** Remaining useful life (RUL) estimation is essential for the prognostics and health management of systems, and is the effective path to mitigate system risk and improve the system safety and reliability. For the extensively encountered practical degradation systems with nonlinearity and stochasticity, the current methods to estimate RUL only consider uncertain measurement or unit-to-unit variability, but not both simultaneously. In this paper, a nonlinear degradation model is built based on a nonlinear diffusion degradation process to incorporate the uncertain measurement and unit-to-unit variability into the estimated RUL. By constructing a state-space model and applying Kalman filtering technique, an analytical form of the RUL distribution is derived. In addition, the RUL estimation and drift coefficient efficient can be adaptively updated with the available observations. Finally, two cases study for aluminium alloy in aircraft and gyros are provided to verify the presented method. The results illustrate that the presented method can generate better results than only considering uncertain measurement or unit-to-unit variability, and thus can be potentially applied in practice.

**Key words** Nonlinear, uncertain measurement, unit-to-unit variability, remaining useful life (RUL), estimation

**Citation** Zheng Jian-Fei, Hu Chang-Hua, Si Xiao-Sheng, Zhang Zheng-Xin, Zhang Xin. Remaining useful life estimation for nonlinear stochastic degrading systems with uncertain measurement and unit-to-unit variability. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(2): 259–270

预测与健康管理 (Prognostics and health management, PHM) 技术能够充分利用系统的状态监测信息, 估计系统在生命周期内的可靠性, 并通过维护活动降低系统失效事件发生的风险<sup>[1–5]</sup>. 准确预

测系统剩余寿命是 PHM 的核心和基础, 是能否做出正确维护决策的关键和前提, 只有准确的剩余寿命预测才能够保证系统恰当的维护时机, 进而有效地提高系统的可用性, 减少维修保障费用<sup>[3–6]</sup>. 因此, 剩余寿命预测已成为近十年来可靠性领域研究的热点问题<sup>[3–6]</sup>. 在工程实际中, 由于系统与系统之间的差异、经历的不同环境, 系统的退化与剩余寿命都具有一定的随机性.

随着现代信息采集技术的发展, 获取系统的退化信号变得相对容易. 但在工程实际中, 退化信号一般具有非线性和随机性特征. 例如, 金属疲劳裂纹增

收稿日期 2015-11-23 录用日期 2016-05-23  
Manuscript received November 23, 2015; accepted May 23, 2016  
该论文初稿在第 26 届中国过程控制会议上宣读  
国家自然科学基金 (61174030, 61374126, 61473094, 61573365, 61573366) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (61174030, 61374126, 61473094, 61573365, 61573366)  
本文责任编辑 钟麦英  
Recommended by Associate Editor ZHONG Mai-Ying  
1. 火箭军工程大学控制工程系 西安 710025  
1. Department of Control Engineering, Xi'an Institute of High Technology, Xi'an 710025

长、陀螺仪精度降低和锂电池容量减小等<sup>[7-12]</sup>。因此,对于随机退化系统,要得到其确定的剩余寿命结果是非常困难,甚至是不可能的。

一般情况下,剩余寿命的这种不确定性通过概率密度函数来表示则更为合理,这也是管理决策所需要的。事实上,不确定性测量和系统间的个体差异性广泛存在于系统的退化过程中,导致系统寿命的不确定性。如何将不确定测量和个体差异性的影响融入到剩余寿命分布中,实现对此类非线性随机退化系统更准确的剩余寿命预测,是值得研究的现实问题,且尚未解决。基于退化建模的方法进行剩余寿命估计与传统基于历史寿命数据的方法相比,无论从经济性还是安全性上都表现出更大的优势。Si 等对基于退化建模的剩余寿命估计方法进行了系统而完整的论述<sup>[7]</sup>。然而,现有文献大多考虑线性退化过程的情况,建立线性退化模型进行剩余寿命估计<sup>[10,13-14]</sup>。例如,Wang 等<sup>[13]</sup>利用 Wiener 过程进行退化建模,并通过 Kalman 滤波实现参数的自适应估计,但其采用的是线性退化模型。然而,对于工程实际中大量存在的非线性退化过程,用线性建模方法无法有效地进行跟踪估计。

对此问题,现有研究大多假设存在某些针对退化数据的转换技术(如对数变换、时间尺度变换等),将非线性特征的数据转换为近似线性的数据,再利用线性随机过程进行建模。例如 Park 等<sup>[15]</sup>和 Gebraeel 等<sup>[16-17]</sup>利用对数变换,将指数类退化数据进行线性化,然后通过 Wiener 过程进行退化建模和剩余寿命估计。Wang 等<sup>[18-19]</sup>利用时间尺度变换,将非线性数据变换为线性数据再进行寿命估计。但数据转换技术具有一定的局限性,并不是所有非线性退化过程都可以转换为线性过程,并且转换后的随机项不一定仍然是标准 Brown 运动。另外,Zio 等<sup>[20]</sup>和 Cadini 等<sup>[21]</sup>利用蒙特卡洛方法和粒子滤波方法估计出非线性退化过程的剩余寿命,但此类方法只能得到近似数值解,并不能获取健康管理所需的概率密度函数的解析解。

Si 等<sup>[9]</sup>在随机模型层面,通过对非线性随机模型的时间-空间变换,将非线性随机过程首达固定失效阈值的问题转换为标准 Brown 运动首达时变边界问题,进而得到剩余寿命分布的解析渐近解,并考虑了存在个体差异下的剩余寿命估计,但未考虑不确定测量对剩余寿命估计的影响。Wang 等<sup>[22]</sup>提出了一种对非线性随机退化过程的剩余寿命自适应估计方法,同时考虑了个体差异性,但仍未考虑不确定测量的影响。司小胜等<sup>[23]</sup>虽然考虑了测量误差,但仅是针对参数估计,并未在剩余寿命推导中考虑不确定测量。Feng 等<sup>[24-25]</sup>通过建立状态空间估计模型讨论了不同形式的非线性随机退化过程剩余寿

命估计,并通过 Kalman 滤波技术解决了不确定测量的影响,但均忽略了个体差异对剩余寿命估计的影响。

综上所述,本文针对非线性随机退化系统,提出了一种同时考虑不确定测量和个体差异的非线性退化过程建模和剩余寿命估计方法。首先,建立了基于扩散过程的非线性退化模型,然后推导了同时考虑不确定测量与个体差异下的剩余寿命分布。进一步,利用极大似然估计得到模型参数初值,再通过建立的状态空间模型和 Kalman 滤波技术对漂移系数进行自适应估计。最后通过航天用铝合金疲劳裂纹增长数据和陀螺仪漂移数据对本文所提方法进行了验证。

## 1 非线性退化过程建模

考虑采用扩散过程来建模非线性退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$ ,  $X(t)$  表示  $t$  时刻的退化量,具体表示为

$$X(t) = X(0) + \int_0^t \mu(t; \theta) dt + \sigma_B B(t) \quad (1)$$

其中,退化过程  $X(t)$  是由标准 Brown 运动  $B(t)$  驱动的,  $\mu(t; \theta)$  和  $\sigma_B$  分别表示漂移系数和扩散系数,  $\int_0^t \mu(t; \theta) dt$  是时间  $t$  的非线性函数,用以表征模型的非线性特征,  $\theta$  为未知参数。由于  $\mu(t; \theta)$  是依赖时间的函数,因此本文所研究的退化过程是非时齐的退化过程。另外,当  $\mu(t; \theta) = \theta$  时,则模型刻画的退化过程为线性随机退化过程,即线性模型是本模型的特例。不失一般性,设初始状态  $X(0) = 0$ 。

在工程实践中,退化状态的测量值虽然能够反映潜在状态的退化趋势,但由于存在不可避免的测量误差(一般由于仪器或外部环境噪声干扰引起),测量的退化数据只能部分地反映退化状态,存在一定的不确定性。为描述这种不确定测量的影响,本文仅考虑测量是离散的,在离散时间点  $t_k$  时刻的测量数据可描述为

$$Y(t_k) = X(t_k) + \varepsilon_k \quad (2)$$

其中  $\varepsilon_k$  表示随机测量误差,假设是独立同分布的,且  $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 。由于同类产品中的每个系统在运行过程中可能经受不同形式的扰动,导致退化轨迹不同,因此有必要考虑个体之间的差异。在此,将退化模型中的未知参数  $\theta$  表示为  $\theta = (a, b)$ ,其中  $a$  为随机参数,描述个体差异,  $b$  是确定参数,描述同类系统共性特征。为便于分析,这里假设  $\theta$ ,  $\varepsilon_k$  和  $B(t)$  是独立同分布的。

考虑到系统会经历连续的退化过程,其剩余寿命也随之逐渐减少。当表征退化过程的状态参量

$\{X(t), t \geq 0\}$  首次达到预先设定的失效阈值  $w$  时, 即认为系统失效, 此时系统剩余寿命为 0. 因此, 自然地就可将设备寿命终止的时间定义为随机退化过程首次穿越失效阈值  $w$  的时间. 基于此首达时间的概念<sup>[9-10, 22, 24, 26-28]</sup>, 寿命  $T$  可以定义为

$$T = \inf \{t : X(t) \geq w | X(0) < w\} \quad (3)$$

再根据剩余寿命的定义, 定义系统在当前时刻  $t_k$  的剩余寿命  $L_k$  为

$$L_k = \inf \{l_k > 0 : X(l_k + t_k) \geq w\} \quad (4)$$

由以上定义可知, 基于随机退化过程估计系统剩余寿命的关键在于求解寿命  $T$  的概率密度函数 (Probability density function, PDF)  $f_T(t)$ , 进而估计剩余寿命  $L_k$  的概率分布.

## 2 同时考虑不确定测量和个体差异下的剩余寿命估计

为了获取非线性退化模型剩余寿命分布的近似解析解, 采用文献 [9] 和 [24] 中的假设: 如果潜在退化过程  $\{X(t), t \geq 0\}$  在  $t$  时刻精确达到失效阈值, 则该过程在  $t$  时刻以前超过边界的概率是可忽略的. 基于此假设, 利用如下引理可求解退化过程首达失效阈值时间的概率密度函数.

**引理 1**<sup>[23]</sup>. 对由式 (1) 描述的退化过程, 如果  $\mu(t; \theta)$  是时间  $t$  在  $[0, \infty)$  上的连续函数, 在给定随机参数下, 穿越失效阈值  $w$  的首达时间的概率密度函数可以表示为

$$f_{T|a}(t|a) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \left( \frac{S_B(t)}{t} + \frac{1}{\sigma_B} \mu(t; \theta) \right) \times \exp \left[ -\frac{S_B^2(t)}{2t} \right] \quad (5)$$

其中,  $S_B(t) = (w - \int_0^t \mu(\tau; \theta) d\tau) / \sigma_B$ .

进一步, 当考虑退化系统的个体差异时, 即考虑  $a$  的随机性时, 可通过全概率公式

$$f_T(t) = \int_a f_{T|a}(t|a) p(a) da = E_a[f_{T|a}(t|a)] \quad (6)$$

得到  $f_T(t)$  的表达式,  $p(a)$  为参数  $a$  的概率密度函数.

为了便于比较和验证, 下面考虑一类满足式 (1) 的扩散过程, 令漂移系数  $\mu(t; \theta) = abt^{b-1}$ , 则退化模型可变为

$$X(t) = X(0) + at^b + \sigma_B B(t) \quad (7)$$

这里  $a$  为随机系数刻画系统个体的差异, 且  $a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$ . 基于引理 1 和前述假设, 可得到  $a$  给定

时  $\{X(t), t \geq 0\}$  穿越失效阈值  $w$  的首达时间的概率密度函数为

$$f_{T|a}(t|a) \cong \frac{w - at^b(1-b)}{\sigma_B \sqrt{2\pi t^3}} \exp \left[ \frac{-(w - at^b)^2}{2\sigma_B^2 t} \right] \quad (8)$$

当  $b = 1$  时, 式 (8) 简化为逆高斯分布, 可见此结果是现有基于 Wiener 过程退化模型的一般化推广.

下面考虑在当前时刻  $t_k$  时估计系统剩余寿命的问题. 假设  $t_k$  监测时间点对应的监测退化状态为  $X_k = X(t_k)$ , 则被估计系统剩余寿命的概率密度函数可由如下定理给出.

**定理 1.** 若系统在  $t_k$  时刻的退化状态为  $X_k$ , 则在  $t_k$  时刻估计的剩余寿命的概率密度函数可由下式近似解析给出

$$f_{L_k|X_k, a}(l_k|a, X_k) \cong \frac{w_k - a(\eta(l_k) - bl_k(l_k + t_k)^{b-1})}{\sigma_B \sqrt{2\pi l_k^3}} \times \exp \left[ -\frac{(w_k - a\eta(l_k))^2}{2\sigma_B^2 t} \right] \quad (9)$$

其中  $\eta(l_k) = (l_k + t_k)^b - t_k^b$ ,  $w_k = w - X_k$ .

**证明.** 对于任意时刻  $t \geq t_k$ , 由标准 Brown 运动的马尔科夫性, 退化过程可以表示为  $X(t) = X_k + a(t^b - t_k^b) + \sigma_B B(t - t_k)$ , 此时, 若  $t$  对应退化过程的首达时间, 则差值  $t - t_k$  就对应着  $t_k$  时刻的剩余寿命  $l_k = t - t_k$ , 随机过程  $\{X(t), t \geq t_k\}$  可以变换为

$$X(l_k + t_k) - X(t_k) = a[(l_k + t_k)^b - t_k^b] + \sigma_B B(l_k) \quad (10)$$

因此,  $t_k$  时刻的剩余寿命等于随机过程  $\{R(l_k), l_k \geq 0\}$  首达失效阈值  $w_k = w - X_k$  的时间, 这里

$$R(l_k) = a[(l_k + t_k)^b - t_k^b] + \sigma_B B(l_k) \quad (11)$$

且  $\{R(l_k), l_k \geq 0\}$  满足引理 1 的相关条件. 那么对于  $\{Z(l_k), l_k \geq 0\}$  有  $\mu(l_k; \theta) = ab(l_k + t_k)^{b-1}$ , 基于引理 1, 经过简单推导即可得到式 (9).  $\square$

为了得到同时考虑不确定测量和个体差异下的寿命分布表达式, 首先给出以下引理:

**引理 2**<sup>[9]</sup>. 若  $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $w_1, w_2, A, B \in \mathbf{R}$ ,

$S \in \mathbf{R}^+$ , 则有

$$\begin{aligned} E_Z \left[ (w_1 - AZ) \cdot \exp \left( -\frac{(w_2 - BZ)^2}{2S} \right) \right] = \\ \sqrt{\frac{S}{B^2\sigma^2 + S}} \left( w_1 - A \frac{B\sigma^2 w_2 + \mu S}{B^2\sigma^2 + S} \right) \times \\ \exp \left( -\frac{(w_2 - B\mu)^2}{2(B^2\sigma^2 + S)} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

引理 3<sup>[10]</sup>. 给定当前退化状态  $X_k$ ,  $a$  和  $\mathbf{Y}_{1:k}$ , 有:

$$f_{L_k|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}) = f_{L_k|a, X_k}(l_k|a, X_k) \quad (13)$$

证明.

$$\begin{aligned} f_{L_k|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}) = \\ \frac{d}{dl_k} \Pr(L_k \leq l_k|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}) = \\ \frac{d}{dl_k} \Pr(\sup_{l_k > 0} X(t_k + l_k) \geq \omega|a, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}) = \\ \frac{d}{dl_k} \Pr(\sup_{l_k > 0} X(t_k + l_k) \geq \omega|a, X_k) = \\ f_{L_k|a, X_k}(l_k|a, X_k) \end{aligned} \quad (14)$$

□

下面, 将研究如何同时考虑不确定测量和个体差异下的非线性随机退化过程, 并实现对  $a$  的实时更新, 用以剩余寿命估计.

为融入个体差异并对参数进行更新, 建立对随机参数  $a$  随测量时间的更新机制为  $a_k = a_{k-1}$ , 其中  $a_0 \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$  为初始分布. 那么, 可以基于监测的退化数据实现对  $a$  的后验估计. 为此, 构建同时考虑不确定测量和个体差异的状态空间模型为

$$\begin{cases} X_k = X_{k-1} + a_{k-1}(t_k^b - t_{k-1}^b) + v_k \\ a_k = a_{k-1} \\ Y_k = X_k + \varepsilon_k \end{cases} \quad (15)$$

其中  $\{v_k\}_{k \geq 1}$  和  $\{\varepsilon_k\}_{k \geq 1}$  分别是统计独立的噪声序列, 且  $v_k \sim N(0, \sigma_B^2(t_k - t_{k-1}))$ ,  $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

进一步, 可将系统的潜在退化状态  $X_k$  和随机参数  $a$  视作隐含“状态”, 并通过测量数据  $\mathbf{Y}_{1:k}$  估计. 为应用 Kalman 滤波对退化状态和随机参数进行同时估计, 整理式 (15) 为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_k = A_k \mathbf{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\eta}_k \\ Y_k = \mathbf{C} \mathbf{Z}_k + \varepsilon_k \end{cases} \quad (16)$$

其中  $\mathbf{Z}_k \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_k \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ ,  $A_k \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ ,  $\boldsymbol{\eta}_k \sim N(0, Q_k)$ , 且有  $\mathbf{C} = [1, 0]$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} X_k \\ a_k \end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_k = \begin{bmatrix} v_k \\ 0 \end{bmatrix}, A_k = \begin{bmatrix} 1 & t_k^b - t_{k-1}^b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ Q_k = \begin{bmatrix} \sigma_B^2(t_k - t_{k-1}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

类似的, 定义  $\mathbf{Z}_k$  的期望和方差分别为

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} \\ \hat{a}_{k|k} \end{bmatrix} = E(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k}) \quad (17)$$

$$P_{k|k} = \begin{bmatrix} \kappa_{x,k}^2 & \kappa_{c,k}^2 \\ \kappa_{c,k}^2 & \kappa_{a,k}^2 \end{bmatrix} = \text{cov}(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k}) \quad (18)$$

其中  $\hat{X}_{k|k} = E(X_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ ,  $\hat{a}_{k|k} = E(a_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ ,  $\kappa_{x,k}^2 = \text{var}(X_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ ,  $\kappa_{a,k}^2 = \text{var}(a_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ ,  $\kappa_{c,k}^2 = \text{cov}(X_k, a_k | \mathbf{Y}_{1:k})$ .

进一步, 定义一步估计的期望和协方差为

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \hat{X}_{k|k-1} \\ \hat{a}_{k|k-1} \end{bmatrix} = E(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k-1}) \quad (19)$$

$$P_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \kappa_{x,k|k-1}^2 & \kappa_{c,k|k-1}^2 \\ \kappa_{c,k|k-1}^2 & \kappa_{a,k|k-1}^2 \end{bmatrix} = \text{cov}(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k-1}) \quad (20)$$

根据以上设定, 基于实时获取的退化测量数据, 用 Kalman 滤波方法对由退化状态和随机参数组成的  $\mathbf{Z}_k$  进行联合估计, 过程如下:

状态估计:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} &= A_k \hat{\mathbf{Z}}_{k-1|k-1} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}(k)(Y_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \\ \mathbf{K}(k) &= P_{k|k-1} \mathbf{C}^T [\mathbf{C} P_{k|k-1} \mathbf{C}^T + \sigma_\varepsilon^2]^{-1} \\ P_{k|k-1} &= A_k P_{k-1|k-1} A_k^T + Q_k \end{aligned} \quad (21)$$

协方差更新:

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - \mathbf{K}(k) \mathbf{C} P_{k|k-1} \quad (22)$$

初始值为  $\hat{\mathbf{Z}}_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_a \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{P}_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}$ .

按照 Kalman 滤波的线性高斯本质, 基于  $\mathbf{Y}_{1:k}$  的  $\mathbf{Z}_k$  的后验 PDF 是双高斯分布, 即  $\mathbf{Z}_k \sim N(\hat{\mathbf{Z}}_{k|k}, P_{k|k})$ . 此时  $X_k$  和  $a$  在  $t_k$  时刻的后验估计是相关的, 这与确定性参数的情况明显不同. 根据双高斯变量性质, 有:

$$a_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{a}_{k|k}, \kappa_{a,k}^2) \quad (23)$$

$$X_k | \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\hat{X}_{k|k}, \kappa_{x,k}^2) \quad (24)$$

$$X_k | a_k, \mathbf{Z}_{1:k} \sim N(\mu_{X_k|a,k}, \sigma_{X_k|a,k}^2) \quad (25)$$

其中

$$\mu_{X_k|a,k} = \hat{X}_{k|k} + \frac{\kappa_{c,k}^2}{\kappa_{a,k}^2} (a_k - \hat{a}_{k|k}) \quad (26)$$

$$\sigma_{X_k|a,k}^2 = \kappa_{x,k}^2 - \frac{\kappa_{c,k}^4}{\kappa_{a,k}^2} \quad (27)$$

现在, 回到计算测量不确定和个体差异下的剩余寿命估计的概率密度函数  $f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k})$  的问题. 基于全概率公式, 有

$$\begin{aligned} f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{L_k|z_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | z_k, \mathbf{Y}_{1:k}) p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Y}_{1:k}) d\mathbf{Z}_k = \\ &E_{a_k|\mathbf{Y}_{1:k}} [E_{X_k|a_k, \mathbf{Y}_{1:k}} [f_{L_k|a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}} \times \\ &(l_k | a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k})]] \quad (28) \end{aligned}$$

基于以上结果和引理 2、引理 3, 对  $f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k})$  可得以下结论.

**定理 2.** 根据剩余寿命的定义式 (4), 对于式 (1) 中退化过程, 基于测量数据  $\mathbf{Y}_{1:k}$ , 同时考虑不确定测量和个体差异时, 有式 (29) 成立. 其中  $w_{1,k}, w_{2,k}, A_k, B_k, C_k$  由式 (30) ~ (34) 给出.

**证明.** 首先, 由定理 1 和引理 3 可得

$$\begin{aligned} f_{L_k|\theta_{2,k}, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}) &= \\ f_{L_k|\theta_{2,k}, X_k}(l_k | a_k, X_k) &\cong \\ \frac{w_k - a_k(\eta(l_k) - bl_k(l_k + t_k)^{b-1})}{\sigma_B \sqrt{2\pi l_k^3}} \times \\ \exp \left[ -\frac{(w_k - a_k \eta(l_k))^2}{2\sigma_B^2 t} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

其中  $\eta(l_k) = (l_k + t_k)^b - t_k^b, w_k = w - X_k$ . 进一步, 由于  $X_k | a_k, \mathbf{Y}_{1:k} \sim N(\mu_{X_k|a,k}, \sigma_{X_k|a,k}^2)$ , 可得式 (36), 其中  $w_k^* = w - a_k[(t_k + l_k)^b - t_k^b], \mu_{X_k|a,k}$

$$\begin{aligned} f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | \mathbf{Y}_{1:k}) &= E_{a_k|\mathbf{Y}_{1:k}} [E_{X_k|a_k, \mathbf{Y}_{1:k}} [f_{L_k|a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k})]] \cong \\ \frac{1}{C_k \sqrt{2\pi (B_k^2 \kappa_{a,k}^2 + C_k)}} \left( \omega_{1,k} - \frac{\omega_{2,k} A_k \kappa_{a,k}^2 B_k + C_k A_k \hat{a}_{k|k}}{C_k + B_k^2 \kappa_{a,k}^2} \right) &\times \exp \left[ -\frac{\left( (w - \hat{X}_{k|k} - \eta(l_k) \hat{a}_{k|k}) \right)^2}{2(C_k + B_k^2 \kappa_{a,k}^2)} \right] \quad (29) \end{aligned}$$

$$w_{1,k} = (w - \hat{X}_{k|k} + \frac{\kappa_{c,k}^2}{\kappa_{a,k}^2} \hat{a}_{k|k}) \sigma_B^2 \quad (30)$$

$$w_{2,k} = w - \hat{X}_{k|k} + \frac{\kappa_{c,k}^2}{\kappa_{a,k}^2} \hat{a}_{k|k} \quad (31)$$

$$A_k = \frac{\kappa_{c,k}^2}{\kappa_{a,k}^2} \sigma_B^2 + [(t_k + l_k)^b - t_k^b] \sigma_B^2 + l_k b (t_k + l_k)^{b-1} \sigma_B^2 - b (t_k + l_k)^{b-1} \sigma_{X_k|a,k}^2 \quad (32)$$

$$B_k = (t_k + l_k)^b - t_k^b + \frac{\kappa_{c,k}^2}{\kappa_{a,k}^2} \quad (33)$$

$$C_k = \sigma_{X_k|a,k}^2 + \sigma_B^2 l_k \quad (34)$$

$$\begin{aligned} E_{X_k|a_k, \mathbf{Y}_{1:k}} [f_{L_k|a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k | a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k})] &\cong \\ \frac{1}{\sigma_B \sqrt{2\pi l_k^3}} E_{X_k|a, \mathbf{Y}_{1:k}} \left\{ \left( w_k^* + l_k a b (t_k + l_k)^{b-1} - X_k \right) \times \exp \left[ -\frac{(w_k^* - X_k)^2}{2l_k \sigma_B^2} \right] \right\} &= \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi l_k^2 (\sigma_{X_k|a,k}^2 + \sigma_B^2 l_k)}} \left( w^* + a_k b l_k (l_k + t_k)^{b-1} - \frac{\sigma_{X_k|a,k}^2 w_k^* + \sigma_B^2 l_k \mu_{X_k|a,k}}{\sigma_{X_k|a,k}^2 + \sigma_B^2 l_k} \right) \times \\ \exp \left( -\frac{(w_k^* - \mu_{X_k|a,k})^2}{2(\sigma_{X_k|a,k}^2 + \sigma_B^2 l_k)} \right) \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k|\mathbf{Y}_{1:k}) &= E_{a_k|\mathbf{Y}_{1:k}} [E_{X_k|a_k, \mathbf{Y}_{1:k}} [f_{L_k|a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k}}(l_k|a_k, X_k, \mathbf{Y}_{1:k})]] \cong \\
&E_{a_k|\mathbf{Y}_{1:k}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi l_k^2 C_k}} \left( w_k^* + a_k b l_k (l_k + t_k)^{b-1} - \frac{\sigma_{X_k|a_k}^2 w_k^* + \sigma_B^2 l_k \mu_{X_k|a_k}}{C_k} \right) \times \right. \\
&\exp \left( -\frac{(w_k^* - \mu_{X_k|a_k})^2}{2C_k} \right) \Bigg] = \\
&E_{a_k|\mathbf{Y}_{1:k}} \left[ \frac{\left( [w_k^* + a_k b l_k (l_k + t_k)^{b-1}] C_k - \sigma_{X_k|a_k}^2 w_k^* - \sigma_B^2 l_k (\hat{X}_{k|k} + \kappa_{c,k}^2 \kappa_{a,k}^{-2} (a_k - \hat{a}_{k|k})) \right)}{\sqrt{2\pi l_k^2 C_k^3}} \times \right. \\
&\exp \left( -\frac{(w_k^* - (\hat{X}_{k|k} + \kappa_{c,k}^2 \kappa_{a,k}^{-2} (a_k - \hat{a}_{k|k})))^2}{2C_k} \right) \Bigg] = \\
&\frac{1}{C_k \sqrt{2\pi (B_k^2 \kappa_{a,k}^2 + C_k)}} \left( \omega_{1,k} - \frac{\omega_{2,k} A_k \kappa_{a,k}^2 B_k + C_k A_k \hat{a}_k}{C_k + B_k^2 \kappa_{a,k}^2} \right) \times \exp \left( -\frac{((w - \hat{X}_{k|k} - \eta(l_k) \hat{a}_k))^2}{2(C_k + B_k^2 \kappa_{a,k}^2)} \right)
\end{aligned} \tag{37}$$

和  $\sigma_{X_k|a_k}^2$  已由式 (26) 和 (27) 给出, 且  $\mu_{X_k|a_k}$  是  $a_k$  的函数.

由式 (28) 和  $a_k|\mathbf{Y}_{1:k} \sim N(a_{k|k}^2, \kappa_{a,k}^2)$ , 令  $C_k = \sigma_{X_k|a_k}^2 + \sigma_B^2 l_k$ , 可得式 (37), 其中最后一个等式由引理 2 导出.  $\square$

基于以上结果, 随着新的监测数据的获取, 可利用状态空间模型 (16) 实现剩余寿命估计的自适应更新. 定理 2 将不确定测量和个体差异都融入了剩余寿命的估计中, 并得到解析解, 如  $f_{L_k|\mathbf{Y}_{1:k}}(l_k|\mathbf{Y}_{1:k})$ , 同时参数  $a_{k|k}$  和  $\kappa_{a,k}^2$  通过 Kalman 滤波实现了实时自适应更新, 使得对具体系统的寿命估计更有针对性. 当用状态空间模型 (16) 进行实时估计时, 可采用文献 [9, 26] 中极大似然估计的方法对模型未知参数  $\mu_a, \sigma_a^2, \sigma_\varepsilon^2$  和  $\sigma_B^2$  进行初始化估计.

### 3 实验研究

本节采用文献 [9] 中的实际退化数据验证本文所提方法, 并与文献 [9] 中仅考虑个体差异和文献 [25] 中仅考虑测量误差的剩余寿命估计方法进行比较. 为便于比较不同方法的性能, 采用两种常用的性能测度对不同方法所得结果进行量化比较. 第一种性能测度为 AIC (Akaike information criterion) 准则<sup>[29]</sup>, 用于比较模型对测量数据的拟合程度. 其计算式为

$$\text{AIC} = -2 \max \ell + 2p \tag{38}$$

其中  $\max \ell$  为极大对数似然函数值,  $p$  为模型参数的总数目. AIC 准则在统计和工程实践中主要用于

模型选择, 防止过参数化, 达到模型复杂度和拟合精度之间的平衡, AIC 值越小表明模型性能越好. 此外, 在各监测时间点, 定义损失函数为实际剩余寿命与估计剩余寿命的期望, 即均方误差 (Mean square error, MSE)<sup>[30]</sup>, 具体为

$$\text{MSE}_k = E \left( (L_k - \tilde{L}_k)^2 \right) \tag{39}$$

其中  $\tilde{L}_k$  表示  $t_k$  时刻实际剩余寿命, 在  $t_k$  时刻剩余寿命估计值与实际值之差的期望运算可评估估计的剩余寿命分布, MSE 越小表示估计结果越准确. 进一步可定义总体均方误差 (Total mean square error, TMSE), 为所有测量点剩余寿命估计的 MSE 之和, 表示为

$$\text{TMSE} = \sum_{k=1}^m \text{MSE}_k \tag{40}$$

其中  $m$  为一个测量周期内的所有测量数据数目.

#### 3.1 A2017-T4 铝合金疲劳裂纹退化数据

下面对航空航天领域常用的 A2017-T4 铝合金疲劳裂纹退化数据<sup>[9]</sup> 的研究中, 采用以上两种性能测度评估考虑不同情况下剩余寿命估计的性能. 疲劳裂纹的退化数据主要包括 4 个退化试验在相同旋转周期监测点上退化监测数据, 对每个样本, 其疲劳裂纹的测试时间间隔为每  $0.1 \times 10^5$  个旋转周期, 退化曲线如图 1 所示, 预设失效阈值为 5.6 mm, 详见文献 [9].

表1 3种情况下对疲劳裂纹的估计结果

Table 1 Comparisons of three degradation models with fatigue-crack growth data

	$\mu_a$	$\sigma_a$	$b$	$\sigma_B$	$\sigma_\varepsilon$	log-LF	AIC	TMSE
情况 1	3.9477E-005	8.9347E-006	13.4820	1.8977		-43.1125	94.2250	0.0518
情况 2	4.9223E-005		13.3145	0.5346	0.4907	-37.4882	82.9764	0.0259
情况 3	4.9E-003	1.9582E-004	8.1382	0.0114	0.5121	-28.9682	67.9364	0.0063

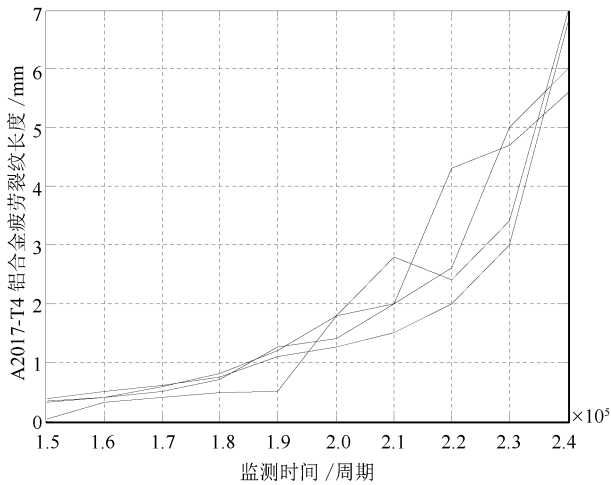


图1 A2017-T4 铝合金疲劳裂纹增长轨迹

Fig. 1 Degradation measurements of fatigue-crack growth

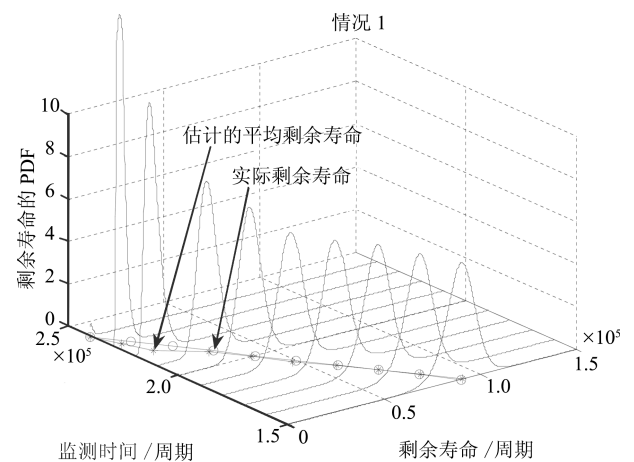
从图1中可以看出, 疲劳裂纹退化数据表现出一定的非线性退化特征, 文献[9]中证明了采用非线性退化模型比用线性退化模型进行剩余寿命估计更具合理性和准确性. 这里, 将文献[9]中仅考虑个体差异的情况定义为情况1, 将文献[25]中仅考虑测量误差的情况定义为情况2, 本文所提方法即同时考虑个体差异和测量误差的情况定义为情况3, 为便于和文献[9]中的结果进行比较, 本文按照文献[9]中选择的第三组疲劳裂纹数据进行分析验证, 主要估计结果如表1所示.

从表1的估计结果可以看出, 3种情况下模型参数 $b$ 均远大于1, 表明了数据的非线性特征. 更为重要的是, 按照从情况1到情况3的顺序可以明显发现, log-LF是逐渐增大的, AIC是逐渐减小的, 同样TMSE也是逐渐减小的, 这3个方面的结果都说明情况3的模型明显优于情况2和情况1的模型. 为进一步比较3种模型的剩余寿命估计效果, 下面具体分析各监测点剩余寿命估计的PDF、期望和MSE.

图2展示了各监测点剩余寿命估计的PDF和期望. 在图2中, 实际剩余寿命用圆圈和直线标注, 而估计的平均剩余寿命用星号和直线标注. 从图2中可以看出, 与情况1和情况2相比, 情况3的PDF曲线围绕实际剩余寿命值表现得更加紧致, 表明情况3下估计剩余寿命的不确定性更小. 另一方面, 对于剩余寿命的期望值, 虽然情况1在 $2.1 \times 10^5$

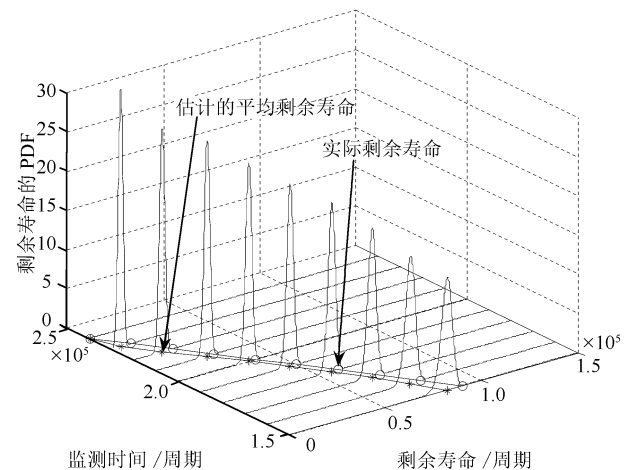
周期之前也表现出不错的效果, 但 $2.1 \times 10^5$ 周期后估计性能下降, 表现出较大的误差, 而情况3的期望估计值比情况2和情况1的更加精确.

为便于比较分析, 图3给出了在 $2.2 \times 10^5$ 周期监测点上3种情况下的剩余寿命PDF. 从图3可明显看出在实际剩余寿命为 $0.2 \times 10^5$ 周期下, 情况3相比于情况1和情况2具有更加优良的性能. 由实际退化数据可知, 退化过程在 $2.1 \times 10^5$ 周期后均表现出更强的非线性, 即退化率较之前明显增大. 这种情况下, 情况1出现较大的估计误差, 而情况2和情况3表现出更优的性能, 这主要是由于情况2通过



(a) 情况1的结果

(a) Results of Case 1



(b) 情况2的结果

(b) Results of Case 2

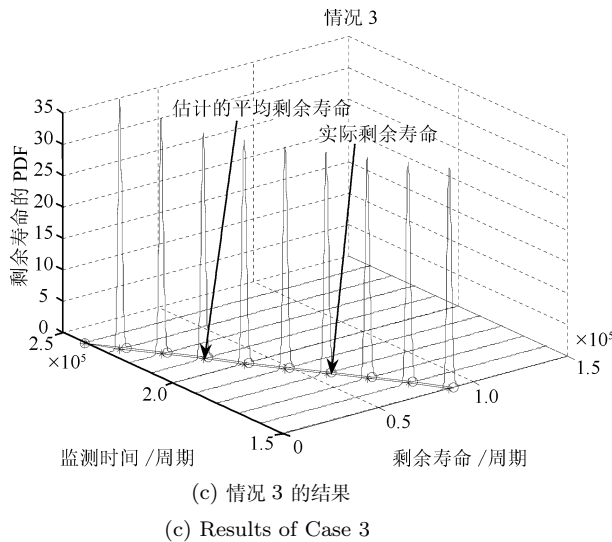


图 2 3 种情况下基于疲劳裂纹数据的剩余寿命估计 PDF 和期望值的比较结果  
Fig. 2 Comparisons of the PDFs and mean of the RULs for three cases with the fatigue crack data

卡尔曼滤波对状态进行实时滤波估计, 而情况 3 同时考虑不确定测量和个体差异, 并通过 Kalman 滤波对状态和参数进行自适应估计, 表现出更加优良的性能. 这种自适应估计的结果如图 4 所示.

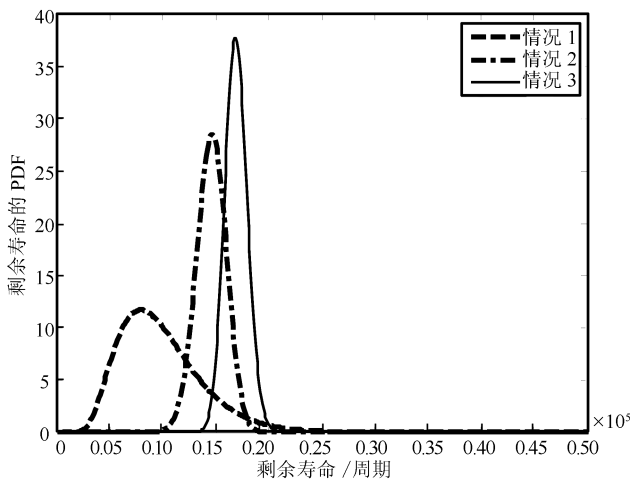


图 3 在第  $2.2 \times 10^5$  周期监测点时 3 种情况下的剩余寿命 PDF  
Fig. 3 PDFs for the three cases at the  $2.2 \times 10^5$  cycle

从图 4 中可以看出,  $a$  的后验均值  $\mu_{a,k|k}$  和后验标准差  $\sigma_{a,k}$  可随着测量信号进行自适应调整. 与前面分析一致,  $\mu_{a,k|k}$  在  $2.1 \times 10^5$  周期后随退化状态能够及时跟踪变化, 而  $\sigma_{a,k}$  随测量数据的积累不断减小, 表明随机参数  $a$  描述的个体差异影响在不断减小, 也就使得估计结果更针对当前被测样本. 这种自适应估计的优点可以有效降低由测试样本较少而

造成的对  $\mu_{a,k|k}$  和  $\sigma_{a,k}$  的估计误差, 这在实际工程中非常重要.

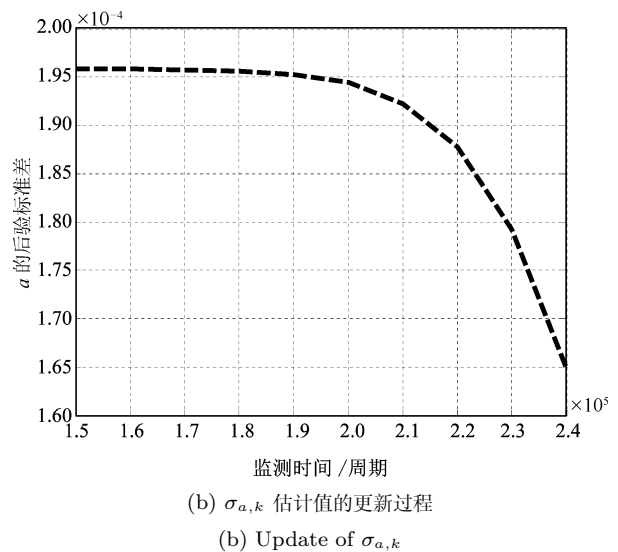
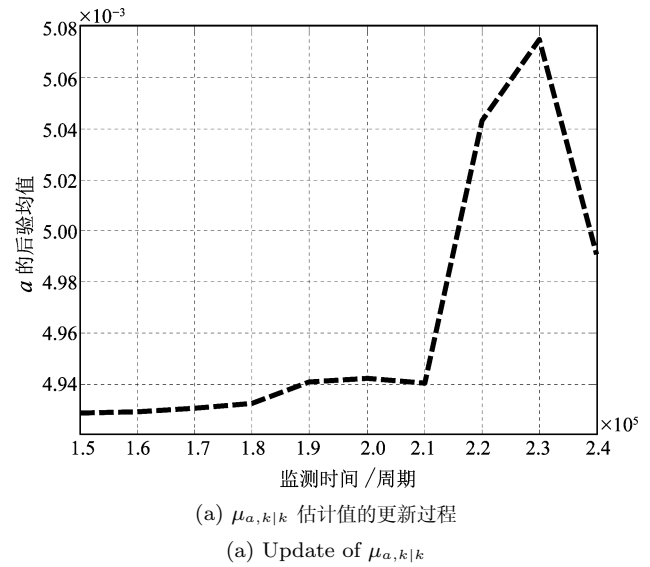


图 4  $\mu_{a,k|k}$  和  $\sigma_{a,k}$  基于第三组测量数据的更新  
Fig. 4 Updates of  $\mu_{a,k|k}$  and  $\sigma_{a,k}$  based on the third set of data

接下来, 从 MSE 的角度对 3 种情况的估计结果进行比较, 如图 5 所示. 由图 5 可见, 与情况 1 和情况 2 相比, 情况 3 下估计的 MSE 在整个退化过程中均保持在相对较小的水平上, 情况 1 和情况 2 都存在较大波动, 这是由于这两种情况没有同时全面考虑不确定测量和个体差异的结果. 相比之下, 情况 3 有效避免了剩余寿命估计的 MSE 出现较大的波动, 表现出良好的稳定性, 具体的各监测点定量的 MSE 值的比较如表 2 所示. 图 5 和表 2 中的结果与前面的分析讨论是一致的, 这进一步支持了本文同时考虑不确定测量和个体差异对非线性随机退化



过程进行剩余寿命估计的必要性, 该方法能显著提高退化建模能力和剩余寿命估计的准确性.

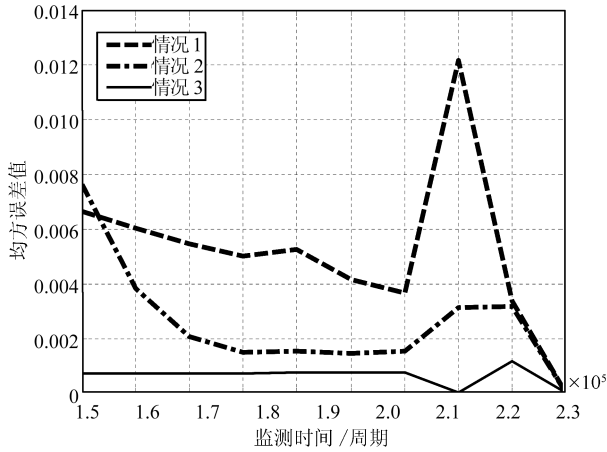


图 5 基于第三组裂纹数据的剩余寿命估计的 MSE 比较结果

Fig. 5 Comparisons for the MSE of the estimated remaining useful life based on the third set of data

### 3.2 惯导系统陀螺仪漂移退化数据

为进一步比较所提方法的有效性, 对广泛应用于航空航天领域的惯导系统陀螺仪的退化数据进行验证, 陀螺漂移退化的监测数据如图 6 所示. 该数据包括 5 个同型号惯导系统陀螺仪漂移退化数据, 获取了每个陀螺仪在 9 个不同监测时间点上的漂移系数数据. 按照文献 [9] 中的实验要求, 设定漂移的阈值为  $0.6^\circ/\text{h}$ , 为便于比较, 这里选择文献 [9] 所采用的第四组数据进行分析验证. 作为比较, 仍将本文提出的方法作为情况 3, 将分别仅考虑个体差异和测量误差的情况作为情况 1 和情况 2. 3 种情况下对陀螺仪的参数估计结果、AIC 值和 TMSE 见表 3.

从表 3 中可以得到与表 1 相似的结论, 3 种情况下模型参数均远大于 1, 表明了数据的非线性特征. 需要说明的是, 情况 3 的 log-LF 和 AIC 明显优于情况 2, 虽然和情况 1 相近, 但情况 3 的 TMSE 值明显优于情况 1 和情况 2. 具体地, 3 种情况下各监测点剩余寿命估计的 MSE 值如图 7 所示, 各状态监测时刻的 MSE 值对比结果如表 4 所示. 由图 7 和表 4 可见, 对于 3 种情况下的 MSE, 情况 1 和情

况 2 不但波动大, 而且各点估计值也较大, 表明估计误差较大, 而情况 3 明显整体相对稳定, 且各点估计值较小, 表明估计精度明显优于情况 2 和情况 1. 这进一步验证了本文提出的同时考虑个体差异和测量不确定性进行剩余寿命估计方法的显著优势.

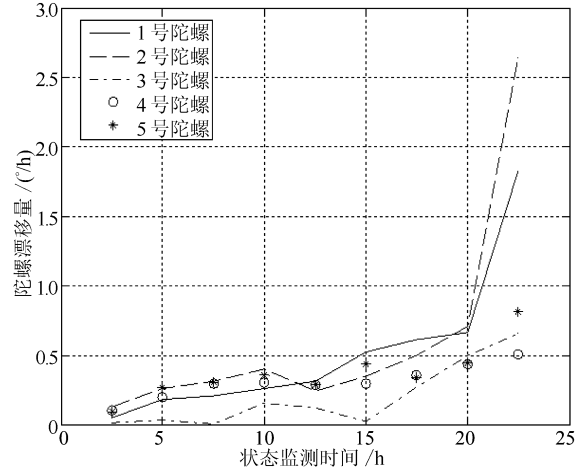


图 6 某型惯导系统陀螺仪漂移退化轨迹

Fig. 6 The degradation path of the inertial navigation gyro

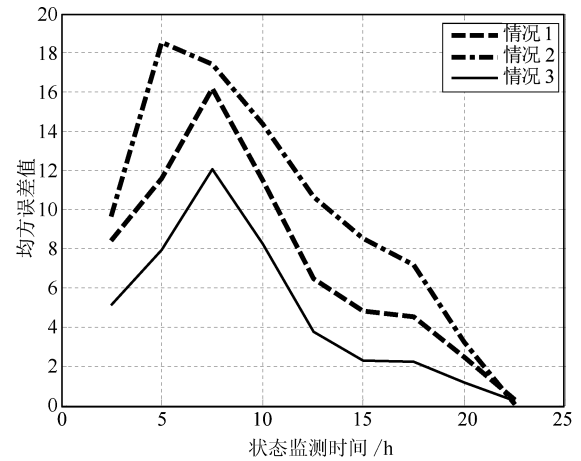


图 7 基于第四组陀螺漂移数据的剩余寿命估计的 MSE 比较结果

Fig. 7 Comparisons for the MSE of the estimated remaining useful life based on the fourth set of gyro data

表 2 3 种情况下各状态监测点疲劳裂纹的 MSE 值

Table 2 MSEs of fatigue-crack growth data condition monitoring points for the three cases

监测点 ( $\times 10^5$ 周期)	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3
情况 1	0.0067	0.0060	0.0055	0.0050	0.0053	0.0042	0.0036	0.0122	0.0034
情况 2	0.8190	0.7444	0.6603	0.5667	0.4653	0.3655	0.2640	0.1459	0.0449
情况 3	0.0076	0.0038	0.0021	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0031	0.0032

表 3 3 种情况下对陀螺仪的估计结果

Table 3 Comparisons of three degradation models with gyros data

	$\mu_a$	$\sigma_a$	$b$	$\sigma_B$	$\sigma_\varepsilon$	log-LF	AIC	TMSE
情况 1	6.6895E-021	6.1544E-021	14.8843	0.0668		27.6830	-47.3360	66.1468
情况 2	1.4625E-013		13.3145	0.1563	0.0400	-2.3983	-3.2034	89.5732
情况 3	5.2151E-026	4.8076E-026	18.6422	0.0646	0.0253	27.9339	-45.8780	42.8521

表 4 3 种情况下各状态监测点陀螺仪的 MSE 值

Table 4 MSEs of gyros data condition monitoring points for the three cases

监测点 (h)	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0
情况 1	8.3907	11.5918	16.1759	11.4570	6.4760	4.8352	4.5324	2.4438
情况 2	9.6285	18.5416	17.4385	14.3918	10.6622	8.5542	7.1531	3.1990
情况 3	5.0858	7.9371	12.0434	8.2163	3.7278	2.2491	2.2328	1.1327

## 4 结论

本文主要研究了同时考虑不确定测量和个体差异下的非线性随机退化系统剩余寿命估计问题. 首先进行非线性退化过程建模, 然后讨论了同时考虑不确定测量和个体差异下的剩余寿命估计方法, 通过实际退化数据在 3 种情况下实验结果比较, 验证了本文提出方法的合理有效性. 主要结论如下:

1) 基于扩散过程建立的非线性退化模型, 不仅适用于非线性退化过程, 而且适用于漂移系数为固定值的线性随机退化过程, 所提出的剩余寿命估计方法也同样适用于线性情况. 因此本文方法具有一定的一般性.

2) 为了实现对退化模型中未知参数的估计, 采用极大似然估计方法估计出模型各参数初值, 通过建立状态空间模型和 Kalman 滤波技术实现了对漂移系数的均值和方差的自适应实时估计.

3) 基于疲劳裂纹数据的实验结果表明, 本文提出的同时考虑不确定测量和个体差异情况下的剩余寿命估计结果, 与仅考虑个体差异或不确定测量的剩余寿命估计相比, 具有更好的建模能力, 更小的不确定性和更准确的估计结果.

4) 如何将同时考虑不确定测量和个体差异的非线性随机退化过程剩余寿命估计结果应用到健康管理中, 以提高维护决策效率是需要进一步研究的内容.

总之, 对非线性随机退化过程而言, 本文提出的同时考虑不确定测量和个体差异的退化建模和剩余寿命估计结果, 显著优于现有仅考虑不确定测量或个体差异情况下的剩余寿命估计结果, 具有潜在的工程实用价值.

## References

- 1 Pecht M G. *Prognostics and Health Management of Electronics*. New Jersey: John Wiley, 2008.
- 2 Sheppard J W, Kaufman M A, Wilmering T J. IEEE standards for prognostics and health management. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2009, **24**(9): 34-41
- 3 Zhou Dong-Hua, Wei Mu-Heng, Si Xiao-Sheng. A survey on anomaly detection, life prediction and maintenance decision for industrial processes. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(6): 711-722  
(周东华, 魏慕恒, 司小胜. 工业过程异常检测、寿命预测与维修决策的研究进展. *自动化学报*, 2013, **39**(6): 711-722)
- 4 Li Xin, Lv Chen, Wang Zi-Li, Tao Xiao-Chuang. Self-adaptive health condition prediction considering dynamic transfer of degradation mode. *Acta Automatica Sinica*, 2014, **40**(9): 1889-1895  
(李鑫, 吕琛, 王自力, 陶小创. 考虑退化模式动态转移的健康状态自适应预测. *自动化学报*, 2014, **40**(9): 1889-1895)
- 5 Hu You-Tao, Hu Chang-Hua, Kong Xiang-Yu, Zhou Zhi-Jie. Real-time lifetime prediction method based on wavelet support vector regression and fuzzy C-means clustering. *Acta Automatica Sinica*, 2012, **38**(3): 331-340  
(胡应涛, 胡昌华, 孔祥玉, 周志杰. 基于 WSVR 和 FCM 聚类的实时寿命预测方法. *自动化学报*, 2012, **38**(3): 331-340)
- 6 Zeng Sheng-Kui, Pecht M G, Wu Ji. Status and perspectives of prognostics and health management technologies. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2005, **26**(5): 626-632  
(曾声奎, Pecht M G, 吴际. 故障预测与健康管理的 (PHM) 技术的现状与发展. *航空学报*, 2005, **26**(5): 626-632)
- 7 Si X S, Wang W B, Hu C H, Zhou D H. Remaining useful life estimation — a review on the statistical data driven approaches. *European Journal of Operational Research*, 2011, **213**(1): 1-14
- 8 Si X S. An adaptive prognostic approach via nonlinear degradation modeling: application to battery data. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, **62**(8): 5082-5096

- 9 Si X S, Wang W B, Hu C H, Zhou D H, Pecht M G. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, **61**(1): 50–67
- 10 Si X S, Wang W B, Hu C H, Zhou D H. Estimating remaining useful life with three-source variability in degradation modeling. *IEEE Transactions on Reliability*, 2014, **63**(1): 167–190
- 11 Vasani A S S, Long B, Pecht M. Diagnostics and prognostics method for analog electronic circuits. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, **60**(11): 5277–5291
- 12 Shahriari M, Farrokhi M. Online state-of-health estimation of VRLA batteries using state of charge. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, **60**(1): 191–202
- 13 Wang W B, Carr M, Xu W J, Kobbacy K. A model for residual life prediction based on Brownian motion with an adaptive drift. *Microelectronics Reliability*, 2011, **51**(2): 285–293
- 14 Batzel T D, Swanson D C. Prognostic health management of aircraft power generators. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, **45**(2): 473–483
- 15 Park C, Padgett W J. Accelerated degradation models for failure based on geometric Brownian motion and Gamma processes. *Lifetime Data Analysis*, 2005, **11**(4): 511–527
- 16 Gebraeel N Z, Lawley M A, Li R, Ryan J K. Residual-life distributions from component degradation signals: a Bayesian approach. *IIE Transactions*, 2005, **37**(6): 543–557
- 17 Kaiser K A, Gebraeel N Z. Predictive maintenance management using sensor-based degradation models. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2009, **39**(4): 840–849
- 18 Wang X. Wiener processes with random effects for degradation data. *Journal of Multivariate Analysis*, 2010, **101**(2): 340–351
- 19 Wang X L, Guo B, Cheng Z J. Residual life estimation based on bivariate Wiener degradation process with time-scale transformations. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2014, **84**(3): 545–563
- 20 Zio E, Peloni G. Particle filtering prognostic estimation of the remaining useful life of nonlinear components. *Reliability Engineering and System Safety*, 2011, **96**(3): 403–409
- 21 Cadini F, Zio E, Avram D. Monte Carlo-based filtering for fatigue crack growth estimation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009, **24**(3): 367–373
- 22 Wang X L, Balakrishnan N, Guo B. Residual life estimation based on a generalized Wiener degradation process. *Reliability Engineering and System Safety*, 2014, **124**: 13–23
- 23 Si Xiao-Sheng, Hu Chang-Hua, Zhou Dong-Hua. Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error. *Acta Automatica Sinica*, 2013, **39**(5): 530–541  
(司小胜, 胡昌华, 周东华. 带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计. 自动化学报, 2013, **39**(5): 530–541)
- 24 Feng L, Wang H L, Si X S, Zou H X. A state-space-based prognostic model for hidden and age-dependent nonlinear degradation process. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2013, **10**(4): 1072–1086
- 25 Feng Lei, Wang Hong-Li, Zhou Zhi-Jie, Si Xiao-Sheng, Zou Hong-Xing. Residual life prediction based on the state space for inertial measurement units. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2014, **54**(4): 508–514  
(冯磊, 王宏力, 周志杰, 司小胜, 邹红星. 基于状态空间的惯性测量组合剩余寿命在线预测. 清华大学学报(自然科学版), 2014, **54**(4): 508–514)
- 26 Peng C Y, Tseng S T. Mis-specification analysis of linear degradation models. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, **58**(3): 444–455
- 27 Aalen O O, Gjessing H K. Understanding the shape of the hazard rate: a process point of view. *Statistical Science*, 2001, **16**(1): 1–22
- 28 Lee M L T, Whitmore G A. Threshold regression for survival analysis: modeling event times by a stochastic process reaching a boundary. *Statistical Science*, 2006, **21**(4): 501–513
- 29 Akaike H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, **19**(6): 716–722
- 30 Carr M J, Wang W B. An approximate algorithm for prognostic modelling using condition monitoring information. *European Journal of Operational Research*, 2011, **211**(1): 90–96



郑建飞 火箭军工程大学控制工程系博士研究生. 主要研究方向为预测与健康  
管理, 可靠性和预测维护.

E-mail: zjf302@126.com

(ZHENG Jian-Fei Ph.D. candidate  
in the Department of Control Engineering,  
Xi'an Institute of High Technology.

His research interest covers prognostics  
and health management, reliability, and predictive maintenance.)

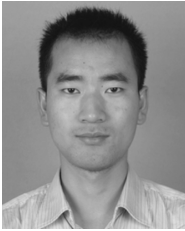


**胡昌华** 火箭军工程大学控制工程系教授. 主要研究方向为故障诊断, 可靠性工程. 本文通信作者.

E-mail: hch6603@263.net

(**HU Chang-Hua** Professor in the Department of Control Engineering, Xi'an Institute of High Technology. His research interest covers fault diagnosis

and reliability engineering. Corresponding author of this paper.)



**司小胜** 火箭军工程大学控制工程系讲师. 主要研究方向为预测与健康管埋, 剩余寿命估计, 可靠性和预测维护.

E-mail: sxs09@mails.tsinghua.edu.cn

(**SI Xiao-Sheng** Lecturer in the Department of Control Engineering, Xi'an Institute of High Technology. His research interest covers prognostics and

health management, remaining useful life estimation, reliability and predictive maintenance.)

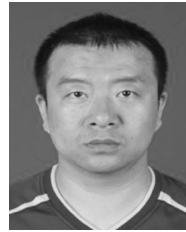


**张正新** 火箭军工程大学控制工程系博士研究生. 主要研究方向为预测与健康管埋, 可靠性估计, 预测维护和寿命估计.

E-mail: zhangzhengxin13@gmail.com

(**ZHANG Zheng-Xin** Ph.D. candidate in the Department of Control Engineering, Xi'an Institute of High Technology. His research interest covers

prognostics and health management, reliability estimation, predictive maintenance, and lifetime estimation.)



**张鑫** 火箭军工程大学控制工程系博士研究生. 主要研究方向为故障诊断技术与寿命预测.

E-mail: 15691867358@163.com

(**ZHANG Xin** Ph.D. candidate in the Department of Control Engineering, Xi'an Institute of High Technology. His research interest covers fault diagnosis

and lifetime prediction.)