

# 随机供应中断和退货环境下库存的应急控制

娄山佐<sup>1</sup> 田新诚<sup>1</sup>

**摘要** 随机供应中断和退货环境下库存变化,失去传统上的单调性,呈现复杂的随机波动状态,从而,极大地增加了控制难度.为解决系统库存的短缺和超储问题,本文提出一个应急控制(包括应急采购和应急处理)策略.在库存水平的动态变化表示为 Lévy 过程条件下,利用连续时间 Markov 链、更新过程和鞅理论,构建了系统期望折扣总利润模型,并设计了交叉熵法确定最优控制策略.仿真结果表明,中断强度和类型及退货批次和批量,对最优应急处理水平和应急采购量均有较大影响.而退货类型仅影响最优应急处理水平,对最优应急采购量影响较小.

**关键词** 库存, 应急控制, 中断, 退货, Lévy 过程

**引用格式** 娄山佐, 田新诚. 随机供应中断和退货环境下库存的应急控制. 自动化学报, 2015, 41(1): 94–103

**DOI** 10.16383/j.aas.2015.c140140

## Contingent Control of Inventory under Stochastic Supply Disruptions and Returns

LOU Shan-Zuo<sup>1</sup> TIAN Xin-Cheng<sup>1</sup>

**Abstract** The evolution of the inventory level under stochastic supply disruptions and returns no longer varies monotonically but fluctuates stochastically, which makes it very difficult to control the inventory level. In order to solve the inventory shortage and overstock problems, a contingent control (including contingent sourcing and contingent disposal) policy is proposed in this paper. Under the condition that the inventory level process is expressed as a Lévy process, the expected total discounted profit model is derived by utilizing continuous-time Markov chain, renewal process and martingale theorems. Subsequently, the cross-entropy method is designed to obtain the optimal control policy. Numerical results show that the intensity and the types of disruptions, as well as the arrival rates and the batch sizes of returns are critical determinants of the optimal contingent disposal level and contingent sourcing size. However, the types of returns have big impacts on the optimal contingent disposal level, but little impacts on the optimal contingent sourcing size.

**Key words** Inventory, contingent control, disruption, return, Lévy process

**Citation** Lou Shan-Zuo, Tian Xin-Cheng. Contingent control of inventory under stochastic supply disruptions and returns. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 94–103

随着社会经济和经济发展,我国零售业目前面临着一些新挑战.一方面,受公共卫生事件(如SAS)、自然灾害(如暴风雪灾)及日常运行的突发事件(如交通堵塞)等影响,企业的供应经常发生中断.如受上述事件对供需双方物流配送的影响,我国零售企业的缺货率为10%,每年畅销商品因未能及时补充上架销售的损失达830亿元<sup>[1]</sup>.另一方面,许多企业还时常面临用户的退货.据统计,一般零售企业的退货率为5%~10%<sup>[2]</sup>,而电子商务零售商的

退货率较高,如2012年唯品会的退货率就达到18%~20%<sup>[3]</sup>.供应中断和退货的存在,不但影响企业与顾客的关系,降低顾客对品牌的忠诚度,而且还极大地增加了企业的费用.

如何缓解供应中断和退货的影响,近年来,人们进行了大量的研究,取得了丰硕成果.但遗憾的是,这些成果均针对供应中断或退货单个方面.为了对它们能有全面的了解,这里分别给予综述.

自Parlar等<sup>[4]</sup>率先基于经济订货批量模型,研究中断环境下订货问题以来,库存已成为防御中断最常用的手段<sup>[5]</sup>.除此之外,人们还结合诸如应急采购、多源订货<sup>[6]</sup>、增强设施保护<sup>[7]</sup>和利用替代产品<sup>[8]</sup>等策略.以下仅给出与本文有关的应急采购研究成果.在假设主供应商发生中断、零售商可从应急(或备用)供应商订货条件下,Tomlin<sup>[9]</sup>研究了多源订货、库存防御和应急采购策略对缓解中断的效果.随后,Tomlin<sup>[10]</sup>又分析了供应商、产品和企业自身9种关键属性,对转移需求、应急采购和多源订货构成

收稿日期 2014-03-11 录用日期 2014-07-31  
Manuscript received March 11, 2014; accepted July 31, 2014  
国家高技术研究发展计划(863计划)(2012AA041307), 国家科技重大专项(2010ZX04001-161), “泰山学者”建设工程专项经费资助  
Supported by National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2012AA041307), National Science and Technology Major Project (2010ZX04001-161), and Research Fund for the Taishan Scholar Project of Shandong Province of China  
本文责任编辑 王红卫  
Recommended by Associate Editor WANG Hong-Wei  
1. 山东大学控制科学与工程学院 济南 250061  
1. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061

的 12 种中断防御策略的影响. Chen 等<sup>[11]</sup> 还将 Tomlin<sup>[9]</sup> 的成果推广到随机需求环境. Fang 等<sup>[12]</sup> 又对比了单源、多源和应急采购策略防御中断的性能. Zhou 等<sup>[13]</sup> 还具体针对一个可能发生故障和一个无故障的运输设施, 给出最优的运输方案. 另外, 鉴于应急供应商补货费用较高, Qi<sup>[14]</sup> 又研究了实施应急采购前, 给予主供应商一个中断恢复时间库存问题.

至于随机退货, 有报废到期退货 (End-of-life returns)、使用到期退货 (End-of-use returns)、商业退货 (Commercial returns) 和可重用组件 (Reusable components) 等类型<sup>[15]</sup>. 限于篇幅, 下面仅给出与本文有关商业退货的研究成果. 商业退货的存在, 主要有两个原因: 1) 电子商务虚拟销售模式, 容易造成用户期望不满足而退货<sup>[16]</sup>; 2) 许多企业将退货策略, 作为保持和增进用户忠诚度的工具<sup>[17]</sup>. 然而, 退货在数量和时间上的不确定性, 不但会产生大量费用, 而且还会超出存储空间限制. 为此, Flapper 等<sup>[18]</sup> 利用退货预测信息, 进行库存控制. Chen 等<sup>[19]</sup> 和 Zhu<sup>[20]</sup> 将产品定价和库存相结合, 以平衡退货和库存. Shulman 等<sup>[21]</sup> 还通过向用户收取费用, 缓解退货对库存的影响. 与上述不同, Yao 等<sup>[22]</sup> 将退货作为可控因素, 给出最优订货策略. 另外, 在采用布朗运动描述库存过程基础上, Karakayali 等<sup>[23]</sup> 和 Berman 等<sup>[24]</sup> 分别研究退货可处理和订单可取消库存问题; Yao<sup>[25]</sup> 利用脉冲控制法和 Cadenillas 等<sup>[26]</sup> 应用漂移控制法, 分析控制库存在某一区间和趋近给定目标值问题. Kella 等<sup>[27]</sup> 更是将库存变化表示为扩散过程和复合 Poisson 过程组合, 构建了不同清除策略下库存模型.

总之, 针对供应中断或退货单个方面, 已有很多研究成果. 当系统同时包含这两个方面时, 由于中断造成库存短缺和退货超出存储空间限制发生的时间和数量均为随机的, 在它们的作用下库存水平呈现非平稳的随机波动状态, 从而导致模型的构建非常困难, 所以, 到目前为止, 还没检索到有关供应中断和退货环境下库存问题的研究成果.

为解决该问题, 本文提出一个应急控制策略, 即当供应中断引发库存短缺时, 实施应急采购策略; 当退货超出存储空间限制时, 应急处理多余的退货. 其目标是, 在满足用户需求条件下, 确定出利润最大的控制策略. 为此, 我们利用 Lévy 过程和鞅理论, 主要研究系统期望折扣总利润模型的构建, 并设计求解最优策略算法. 最后, 通过分析关键因素对系统的影响, 给出该环境下有关结论和库存管理启示.

## 1 问题的描述

零售商销售某种产品, 同时, 允许用户不满意

可退货. 根据以往销售数据统计, 单位时间用户的平均需求为  $\mu$ . 退货到达为复合 Poisson 过程  $Y(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} S_n$ , 这里,  $N(t)$  为参数是  $\lambda$  的 Poisson 过程, 表示到时间  $t$  退货到达批次;  $S_1, S_2, \dots$  为独立参数是  $\nu$  的指数分布随机变量序列, 表示每批退货数量. 假设退回的产品没有缺陷, 经检查和重新包装等处理后, 直接进入库存, 与新产品一样用于满足未来用户需求.

该零售商通常以较低费用从某一供应商 (下称主供应商) 处订货. 由于受多种因素影响, 主供应商经常无法按时供货, 即发生供应中断. 为保障用户的需求, 零售商拟实施应急采购策略, 从其他供应商 (下称次供应商, 这总是可行的, 如零售商从现货市场批发产品) 处以较高价格订货. 其具体流程如下: 当库存水平到达 0 时, 零售商向主供应商订货. 若主供应商处于供应状态, 则库存即刻补充到最大存储水平  $C$  (这主要是由于现实中退货不是连续发生的, 故它造成库存超出水平  $C$  为小概率事件, 并且, 充分利用存储空间, 零售商经常会获得更大收益); 若主供应商处于中断状态, 则零售商从次供应商处订货. 考虑到次供应商较高的订货费用, 以及主供应商中断的暂时性, 零售商的应急订货量  $Q$  满足  $Q < C$ . 假设主、次供应商的提前期均为 0. 在主供应商中断结束前, 若库存水平又到达 0, 此情况下零售商重复向次供应商订货, 直到主供应商中断结束, 将库存补充到水平  $C$  为止. 另外, 在系统运行期间, 若到达退货偶尔导致库存超出存储水平  $C$  的限制, 则零售商将超出的退货应急处理 (故  $C$  又可视为应急处理水平), 如打折销售或转运到其他分店, 处理时间可忽略不计. 确定  $C$  和  $Q$ , 在满足用户需求条件下, 使零售商的期望折扣总利润最大.

## 2 模型的构建和求解

### 2.1 模型的构建

按照中断问题研究习惯, 假设主供应商供应和中断状态的持续时间, 分别服从独立的参数为  $\gamma$  和  $\theta$  的指数分布. 则其运行情况, 可采用 2 个状态的连续时间 Markov 链  $J(t)$  描述.

$$J(t) = \begin{cases} 0, & \text{主供应商处于供应状态} \\ 1, & \text{主供应商处于中断状态} \end{cases}$$

根据随机过程理论, 主供应商从供应状态开始, 在时间  $t$ , 它处于供应和中断状态的概率分别为

$$p_{0,0}(t) = \frac{\theta}{\gamma + \theta} + \frac{\gamma}{\gamma + \theta} e^{-(\gamma + \theta)t} \quad (1)$$

$$p_{0,1}(t) = \frac{\gamma}{\gamma + \theta} - \frac{\gamma}{\gamma + \theta} e^{-(\gamma + \theta)t} \quad (2)$$

另由问题的描述知,若选择主供应商补货完成,即库存位于水平  $C$  时作为起始点,则到下次补货前,库存水平的变化过程可表示为  $U(t) = \min\{C - V(t), C\}$ , 这里,  $V(t) = \mu t - Y(t)$ . 为方便问题求解,我们分析它对应的剩余库存空间过程  $X(t) = C - U(t)$ . 显然,  $X(t)$  是一个无正跳跃的 Lévy 过程. 因超出水平  $C$  的退货被处理了,故剩余库存空间过程可表示为在 0 点反射的 Lévy 过程  $W = (W(t))_{t \geq 0}$ , 这里,  $W(t) = V(t) + L(t)$ , 其中,  $L(t) = -\min_{0 \leq \eta \leq t} [V(\eta) \wedge 0]$  为局部时间过程.

根据 Lévy 过程强 Markov 性, 二维过程  $(J, W)$  是 Markov 过程, 且  $W$  还是一个更新过程. 更新点可选  $W$  和  $J$  均为 0 (即主供应商补货完成时) 对应的点. 循环周期  $T$  就是相邻更新点间的时间. 过程  $W$  从更新点出发首次到达水平  $C$  时, 根据主供应商的状态, 循环有两种情况: 1) 若主供应商为供应状态, 则由它补货, 本次循环完成; 2) 若主供应商为中断状态, 则由次供应商补货, 然后, 过程  $W$  从水平  $\bar{Q} = C - Q$  开始运行. 在主供应商中断结束前, 若又到达水平  $C$ , 则次供应商再次补货后, 过程  $W$  独立于过去从水平  $\bar{Q}$  重新开始. 如此随机重复运行, 直到主供应商中断结束, 将零售商库存补充到水平  $C$  后, 本次循环才完成. 图 1 和 2 分别给出两种情况下  $U(t)$  和对应  $W(t)$  的典型样本路径.

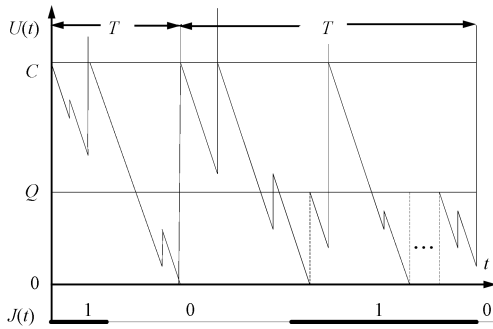


图 1 两种情况下  $U(t)$  的典型样本路径

Fig. 1 A typical sample path of  $U(t)$  in two cases

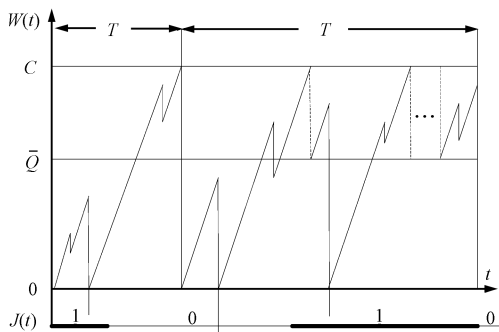


图 2 两种情况下  $W(t)$  的典型样本路径

Fig. 2 A typical sample path of  $W(t)$  in two cases

据图 2 知,若定义过程  $W$  从水平  $\bar{Q}$  开始后,次供应商相邻两次补货为一个子循环,那么,一次循环中可能内嵌多个子循环.

为此,定义停时:

$$\tau_0 = \inf\{t > 0 : W(t) = C\}$$

针对内嵌子循环,定义停时:

$$\tau_1 = \inf\{t > \tau_0 : W(t) = C\} - \tau_0$$

⋮

$$\tau_n = \inf\left\{t > \sum_{i=0}^{n-1} \tau_i : W(t) = C\right\} - \sum_{i=0}^{n-1} \tau_i$$

若  $c_n$  表示第  $n$  个子循环主供应商中断持续的时间. 则由指数分布无记忆性知,  $c_n$  服从参数为  $\theta$  的指数分布. 另据 Lévy 过程的强 Markov 性知, 随机变量序列  $(\tau_n)_{n \geq 1}$  和  $(c_n)_{n \geq 1}$  为独立同分布的且相互间也独立.

定义  $z_n = \min\{\tau_n, c_n\}$ . 则内嵌子循环数和时间分别为

$$N = \min\{n \in \{1, \dots\} : z_n = c_n\}$$

和

$$\bar{T} = z_1 + z_2 + \dots + z_N$$

且一次循环的时间为  $T = \tau_0 + \bar{T}1_{\{J(\tau_0)=1\}}$ .

下面基于更新报酬定理, 根据一次循环库存运行情况, 构建系统期望折扣总利润模型, 包括期望折扣销售收入, 以及退货、补货、库存和处理费用函数.

1) 销售收入函数: 假设单位产品销售价格为  $p$ . 由于用户需求均得到满足, 那么,  $\mu dt$  就是时间  $[t, t + dt]$  内产品的销售量, 故该函数为

$$FR = \frac{pE_0 \int_0^T e^{-\beta t} \mu dt}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} = \frac{p\mu}{\beta}$$

这里,  $\beta$  为折扣系数,  $E_x[\cdot] = E[\cdot | W(0) = x]$ , 下同.

2) 退货费用函数: 若单位退货费用 (包括产品的成本, 以及进行检查、换包装和重新入库等费用) 为  $\vartheta$ . 因  $E[dY(t)] = dE[Y(t)] = (\lambda/\nu)dt$ , 故该函数为

$$CR = \frac{\vartheta E_0 \int_0^T e^{-\beta t} dY(t)}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} = \frac{\vartheta \lambda}{\nu \beta}$$

3) 补货费用函数: 设主供应商的固定和单位补货费用分别为  $K_1$  和  $k_1$ ; 次供应商的固定和单位补货费用分别为  $K_2$  和  $k_2$ , 且满足  $K_1 < K_2$  和  $k_1 < k_2$ . 库存首次到达水平 0 时, 主供应商若为供应状态, 则补货费用是  $K_1 + k_1 C$ ; 若为中断状态, 则补货费用是  $K_2 + k_2 \bar{Q} + \bar{K}$ , 这里,  $\bar{K}$  为待定函数, 表示内嵌子循环的期望折扣补货费用, 故该函数为

$$CO = \frac{(K_1 + k_1 C)E_0[e^{-\beta \tau_0} 1_{\{J(\tau_0)=0\}}]}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} +$$

$$\frac{(K_2 + k_2 Q + \bar{K})E_0[e^{-\beta\tau_0} 1_{\{J(\tau_0)=1\}}]}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} =$$

$$\frac{(K_1 + k_1 C)\phi_0(\beta) + (K_2 + k_2 Q + \bar{K})\phi_1(\beta)}{1 - \Gamma(\beta)}$$

这里,  $\Gamma(\beta) = E_0[e^{-\beta T}]$ ,  $\phi_0(\beta) = E_0[e^{-\beta\tau_0} 1_{\{J(\tau_0)=0\}}]$

$$\phi_1(\beta) = E_0[e^{-\beta\tau_0} 1_{\{J(\tau_0)=1\}}]$$

4) 库存费用函数: 若单位时间内单位产品的库存费用为  $h$ , 则  $hdt$  表示在时间  $[t, t + dt]$  内单位产品的库存费用, 那么, 该费用为

$$CI = \frac{hE_0 \int_0^T e^{-\beta t} (C - W(t)) dt}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} = \frac{hC}{\beta} - \frac{hH(\beta)}{1 - \Gamma(\beta)}$$

这里,  $H(\beta) = E_0 \int_0^T e^{-\beta t} W(t) dt$ .

5) 处理费用函数: 若  $\pi$  为单位退货处理费用, 则  $\pi dL(t)$  为时间  $[t, t + dt]$  内处理退货的费用, 故该函数为

$$CS = \frac{\pi E_0 \int_0^T e^{-\beta t} dL(t)}{1 - E_0[e^{-\beta T}]} = \frac{\pi \Pi(\beta)}{1 - \Gamma(\beta)}$$

这里,  $\Pi(\beta) = E_0 \int_0^T e^{-\beta t} dL(t)$ .

因此, 零售商的期望折扣总利润为

$$F(C, Q) = FR - CR - CO - CI - CS$$

显然, 为得到最优控制策略  $C$  和  $Q$ , 需要先确定上述模型中包含的函数:  $\phi_0(\beta)$ ,  $\phi_1(\beta)$ ,  $H(\beta)$ ,  $\Pi(\beta)$ ,  $\bar{K}$  和  $\Gamma(\beta)$ .

若定义,  $\Phi(\alpha, \beta) = E_0 \int_0^T e^{\alpha W(t) - \beta t} dt$ , 则  $H(\beta)$  与  $\Phi(\alpha, \beta)$  有如下关系:  $H(\beta) = \left. \frac{d}{d\alpha} [\Phi(\alpha, \beta)] \right|_{\alpha=0}$ . 为简化表述, 我们主要给出  $\Phi(\alpha, \beta)$  的具体表达形式.

## 2.2 模型中有关函数的确定

下面分三部分确定上述函数. 因循环中内嵌子循环, 故求解过程中需要较多辅助函数. 为便于分析和阅读, 将这些辅助函数分别以引理形式给出.

### 2.2.1 确定 $\phi_0(\beta)$ 和 $\phi_1(\beta)$

为方便应用, 利用引理 1, 先给出在子循环时间  $\tau_1$ , 对应与补货时间、退货处理和库存有关函数. 然后, 推广给出在循环时间  $\tau_0$  对应的函数. 最后, 利用上述结果, 给出  $\phi_0(\beta)$  和  $\phi_1(\beta)$  的具体形式.

**引理 1.** 定义  $\Gamma_1(\beta) = E_{\bar{Q}}[e^{-\beta\tau_1}]$ ,  $\Pi_1(\beta) = E_{\bar{Q}} \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t)$  和  $\Phi_1(\alpha, \beta) = E_{\bar{Q}} \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt$ , 则它们的具体形式为

$$\Gamma_1(\beta) = \frac{\alpha_1(\beta)e^{\alpha_2(\beta)\bar{Q}} - \alpha_2(\beta)e^{\alpha_1(\beta)\bar{Q}}}{\alpha_1(\beta)e^{\alpha_2(\beta)C} - \alpha_2(\beta)e^{\alpha_1(\beta)C}} \quad (3)$$

$$\Pi_1(\beta) = \frac{e^{\alpha_1(\beta)C + \alpha_2(\beta)\bar{Q}} - e^{\alpha_1(\beta)\bar{Q} + \alpha_2(\beta)C}}{\alpha_1(\beta)e^{\alpha_2(\beta)C} - \alpha_2(\beta)e^{\alpha_1(\beta)C}} \quad (4)$$

$$\Phi_1(\alpha, \beta) = \frac{e^{\alpha C} \Gamma_1(\beta) - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha \Pi_1(\beta)}{\varphi(\alpha) - \beta} \quad (5)$$

这里,  $\alpha_1(\beta)$  和  $\alpha_2(\beta)$  为常数, 其值在证明中给出.

**证明.** 利用 Kella-Whitt 鞅<sup>[28]</sup>

$$M(t) = (\varphi(\alpha) - \beta) \int_0^t e^{\alpha W(s) - \beta s} ds + e^{\alpha W(0)} - e^{\alpha W(t) - \beta t} + \alpha \int_0^t e^{-\beta s} dL(s) \quad (6)$$

对停时  $\tau_1$  应用最优抽样定理, 有  $E_{\bar{Q}}[M(0)] = E_{\bar{Q}}[M(\tau_1)]$ , 化简得:

$$\begin{aligned} (\varphi(\alpha) - \beta) E_{\bar{Q}} \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt = \\ E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\tau_1) - \beta \tau_1}] - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha E_{\bar{Q}} \int_0^{\tau_1} e^{-\beta t} dL(t) = \\ e^{\alpha C} \Gamma_1(\beta) - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha \Pi_1(\beta) \end{aligned} \quad (7)$$

这里, Lévy 指数  $\varphi(\alpha) = \log Ee^{\alpha V(1)} = \mu\alpha - \lambda\alpha / (\nu + \alpha)$ . 令  $\varphi(\alpha) - \beta = 0$ , 可得两根如下:

$$\alpha_1(\beta) = \frac{[\lambda + \beta - \mu\nu + \sqrt{(\lambda + \beta - \mu\nu)^2 + 4\beta\mu\nu}]}{2\mu}$$

$$\alpha_2(\beta) = \frac{[\lambda + \beta - \mu\nu - \sqrt{(\lambda + \beta - \mu\nu)^2 + 4\beta\mu\nu}]}{2\mu}$$

将式 (7) 中的  $\alpha$  分别取  $\alpha_1(\beta)$  和  $\alpha_2(\beta)$ , 左边等于 0, 故有:

$$e^{\alpha_1(\beta)C} \Gamma_1(\beta) - \alpha_1(\beta) \Pi_1(\beta) = e^{\alpha_1(\beta)\bar{Q}} \quad (8)$$

$$e^{\alpha_2(\beta)C} \Gamma_1(\beta) - \alpha_2(\beta) \Pi_1(\beta) = e^{\alpha_2(\beta)\bar{Q}} \quad (9)$$

求解式 (8) 和 (9), 即得式 (3) 和 (4).

在此基础上, 将式 (7) 两边同除  $\varphi(\alpha) - \beta$ , 即得式 (5).  $\square$

利用式 (6) 对停时  $\tau_0$  应用最优抽样定理, 同理, 可得到在  $\tau_0$  对应与补货时间、退货处理和库存有关函数分别为

$$\Gamma_0(\beta) = E_0[e^{-\beta\tau_0}] = \frac{\alpha_1(\beta) - \alpha_2(\beta)}{\alpha_1(\beta)e^{\alpha_2(\beta)C} - \alpha_2(\beta)e^{\alpha_1(\beta)C}} \quad (10)$$

$$\Pi_0(\beta) = E_0 \int_0^{\tau_0} e^{-\beta t} dL(t) = \frac{e^{\alpha_1(\beta)C} - e^{\alpha_2(\beta)C}}{\alpha_1(\beta)e^{\alpha_2(\beta)C} - \alpha_2(\beta)e^{\alpha_1(\beta)C}} \quad (11)$$

$$\Phi_0(\alpha, \beta) = E_0 \int_0^{\tau_0} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt = \frac{e^{\alpha C} \Gamma_0(\beta) - 1 - \alpha \Pi_0(\beta)}{\varphi(\alpha) - \beta} \quad (12)$$

最后, 根据式 (1) 和 (10) 得:

$$\begin{aligned} \phi_0(\beta) &= \\ E_0[E_0[e^{-\beta\tau_0} 1_{\{J(\tau_0)=0\}}|\tau_0]] &= E_0[e^{\beta\tau_0} p_{0,0}(\tau_0)] = \\ \frac{\theta}{\gamma+\theta} \Gamma_0(\beta) + \frac{\gamma}{\gamma+\theta} \Gamma_0(\bar{\beta}) & \quad (13) \end{aligned}$$

这里,  $\bar{\beta} = \gamma + \theta + \beta$ .  $\Gamma_0(\bar{\beta})$  用  $\bar{\beta}$  取代式 (10) 中  $\beta$  得到.

同理, 据式 (2) 和 (10) 得:

$$\phi_1(\beta) = \frac{\gamma}{\gamma+\theta} \Gamma_0(\beta) - \frac{\gamma}{\gamma+\theta} \Gamma_0(\bar{\beta}) \quad (14)$$

### 2.2.2 确定 $H(\beta)$ 和 $\Pi(\beta)$

为应用更新过程理论, 确定子循环有关函数. 在引理 1 基础上, 引理 2 给出在子循环首次补货时间  $z_1 = \min\{\tau_1, c_1\}$ , 对应与退货处理和库存有关函数.

**引理 2.** 定义  $\Pi_2(\beta) = E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{-\beta t} dL(t)$  和  $\Phi_2(\alpha, \beta) = E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt$ , 则它们的具体形式为

$$\Pi_2(\beta) = \frac{e^{\alpha_1(\beta)C} \Gamma_1(\hat{\beta}) + \theta \Phi_1(\alpha_1(\beta), \hat{\beta}) - e^{\alpha_1(\beta)\bar{Q}}}{\alpha_1(\beta)} \quad (15)$$

$$\Phi_2(\alpha, \beta) = \frac{e^{\alpha C} \Gamma_1(\hat{\beta}) + \theta \Phi_1(\alpha, \hat{\beta}) - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha \Pi_2(\beta)}{\varphi(\alpha) - \beta} \quad (16)$$

这里,  $\hat{\beta} = \theta + \beta$ .

**证明.** 再次利用 Kella-Whitt 鞅, 对停时  $z_1$  应用最优抽样定理得:

$$\begin{aligned} (\varphi(\alpha) - \beta) E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt &= \\ E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(z_1) - \beta z_1}] - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{-\beta t} dL(t) &= \\ E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\tau_1) - \beta \tau_1} 1_{\{\tau_1 < c_1\}}] + E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(c_1) - \beta c_1} 1_{\{c_1 < \tau_1\}}] - & \\ e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha \Pi_2(\beta) = & \\ e^{\alpha C} \Gamma_1(\hat{\beta}) + \theta \Phi_1(\alpha, \hat{\beta}) - e^{\alpha \bar{Q}} - \alpha \Pi_2(\beta) & \quad (17) \end{aligned}$$

式 (17) 中最后的等式是据下列两式得到的. 因  $c_1$  服从参数为  $\theta$  的指数分布, 故有:

$$\begin{aligned} E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} 1_{\{\tau_1 < c_1\}}] &= E_{\bar{Q}}[E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} 1_{\{\tau_1 < c_1\}}|\tau_1]] = \\ E_{\bar{Q}}[e^{-(\beta+\theta)\tau_1}] &= \Gamma_1(\hat{\beta}) \quad (18) \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(c_1) - \beta c_1} 1_{\{c_1 < \tau_1\}}] &= \theta E_{\bar{Q}} \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W(t) - (\beta+\theta)t} dt = \\ \theta \Phi_1(\alpha, \hat{\beta}) & \quad (19) \end{aligned}$$

这里,  $\Gamma_1(\hat{\beta})$  和  $\Phi_1(\alpha, \hat{\beta})$  可据引理 1 给出的式 (3) 和 (5), 令  $\beta$  等于  $\hat{\beta}$  得到.

将式 (17) 中的  $\alpha$  取  $\alpha_1(\beta)$ , 左边等于 0, 故有

$$\begin{aligned} e^{\alpha_1(\beta)C} \Gamma_1(\hat{\beta}) + \theta \Phi_1(\alpha_1(\beta), \hat{\beta}) - & \\ e^{\alpha_1(\beta)\bar{Q}} - \alpha_1(\beta) \Pi_2(\beta) &= 0 \quad (20) \end{aligned}$$

化简式 (20), 可得式 (15).

在此基础上, 将式 (17) 两边同除  $\varphi(\alpha) - \beta$ , 即得式 (16).  $\square$

下面利用上述结果, 先确定  $H(\beta)$ .

首先, 根据子循环为更新过程, 构建方程如下:

$$\begin{aligned} E_{\bar{Q}} \int_0^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt &= \\ E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt + E_{\bar{Q}}[1_{\{\tau_1 < c_1\}}] \int_{\tau_1}^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt &= \\ E_{\bar{Q}} \int_0^{z_1} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt + & \\ E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} 1_{\{\tau_1 < c_1\}}] \cdot E_{\bar{Q}} \int_0^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt & \quad (21) \end{aligned}$$

将式 (16) 和 (18) 代入式 (21), 可求得:

$$E_{\bar{Q}} \int_0^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt = \frac{\Phi_2(\alpha, \beta)}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \quad (22)$$

其次, 根据过程  $W$  在循环首次到达  $C$  时主供应商的状态, 可得:

$$\begin{aligned} \Phi(\alpha, \beta) &= E_0 \int_0^{\tau_0} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt + \\ E_0[1_{\{J(\tau_0)=1\}}] \int_{\tau_0}^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt &= \\ E_0 \int_0^{\tau_0} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt + & \\ \phi_1(\beta) E_{\bar{Q}} \int_0^{\bar{T}} e^{\alpha W(t) - \beta t} dt & \quad (23) \end{aligned}$$

将式 (12) 和 (22) 代入式 (23), 求得:

$$\Phi(\alpha, \beta) = \Phi_0(\alpha, \beta) + \frac{\phi_1(\beta)}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \Phi_2(\alpha, \beta) \quad (24)$$

最后, 根据  $H(\beta)$  和  $\Phi(\alpha, \beta)$  的关系, 求得:

$$\begin{aligned} H(\beta) &= \\ \frac{d}{d\alpha} [\Phi_0(\alpha, \beta)] \Big|_{\alpha=0} + \frac{\phi_1(\beta)}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \frac{d}{d\alpha} [\Phi_2(\alpha, \beta)] \Big|_{\alpha=0} & \quad (25) \end{aligned}$$

这里,  $\Phi_0(\alpha, \beta)$  和  $\Phi_2(\alpha, \beta)$  关于  $\alpha$  的导数很容易求解, 但结果冗长, 考虑到空间限制, 在此省略.

至于  $\Pi(\beta)$ , 依据式 (21) 和 (23) 的构建原理, 按同样方法, 易得:

$$\Pi(\beta) = \Pi_0(\beta) + \frac{\phi_1(\beta)}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \Pi_2(\beta) \quad (26)$$

### 2.2.3 确定 $\Gamma(\beta)$ 和 $\bar{K}$

要确定子循环的期望补货费用  $\bar{K}$ , 需先求得子循环结束时主供应商的补货量, 其值又等于补货前剩余库存空间水平  $W(\bar{T}-)$ . 由于  $W(\bar{T}-)$  和子循环时间  $\bar{T}$  均为随机的, 下面先利用引理 3, 给出它们联合分布 Laplace-Stieltjes 变换  $E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}}]$  的具体形式.

**引理 3.**  $\bar{T}$  和  $W(\bar{T}-)$  的 Laplace-Stieltjes 变换

$$E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}}] = \frac{\theta \Phi_1(\alpha, \hat{\beta})}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \quad (27)$$

**证明.** 利用全概率公式有

$$\begin{aligned} E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}}] &= \\ & \sum_{n=1}^{\infty} E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}} \mathbf{1}_{\{N=n\}}] = \\ & \sum_{n=1}^{\infty} E_{\bar{Q}}[e^{-\beta(\tau_1 + \dots + \tau_{n-1})} \mathbf{1}_{\{\tau_1 < c_1, \dots, \tau_{n-1} < c_{n-1}\}}] \times \\ & E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta c_n} \mathbf{1}_{\{\tau_n > c_n\}}] = \\ & E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(c_1) - \beta c_1} \mathbf{1}_{\{\tau_1 > c_1\}}] \times \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \{E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} \mathbf{1}_{\{\tau_1 < c_1\}}]\}^{n-1} = \\ & \frac{E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(c_1) - \beta c_1} \mathbf{1}_{\{\tau_1 > c_1\}}]}{1 - E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} \mathbf{1}_{\{\tau_1 < c_1\}}]} \quad (28) \end{aligned}$$

上述推导是基于: 1)  $(\tau_n)_{n \geq 1}$  和  $(c_n)_{n \geq 1}$  是独立同分布的且相互间独立; 2) 据过程  $W$  的强 Markov 性, 在给定  $W(0) = \bar{Q}$ 、 $N = n$  和  $c_n < \tau_n$  条件下,  $W(\bar{T}-)$  与  $c_n$  的联合条件分布, 与  $W(0) = \bar{Q}$  和  $c_1 < \tau_1$  条件下,  $W(c_1)$  与  $c_1$  的联合条件分布相同.

最后, 将式 (18) 和 (19) 代入式 (28), 即得式 (27).  $\square$

利用上述结果, 易得:

$$\begin{aligned} E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \bar{T}}] &= E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}}]_{\alpha=0} = \\ & \frac{\theta \Phi_1(0, \hat{\beta})}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} = \frac{\theta}{\hat{\beta}} \quad (29) \end{aligned}$$

故据过程  $W$  首次到达  $C$  时主供应商状态得:

$$\begin{aligned} \Gamma(\beta) &= E_0[e^{-\beta T} \mathbf{1}_{\{J(c_0)=0\}}] + E_0[e^{-\beta T} \mathbf{1}_{\{J(c_0)=1\}}] = \\ & \phi_0(\beta) + \phi_1(\beta) E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \bar{T}}] = \\ & \phi_0(\beta) + \phi_1(\beta) \frac{\theta}{\hat{\beta}} \quad (30) \end{aligned}$$

至于  $\bar{K}$ , 可据补货供应商不同, 分  $\bar{K}_1$  和  $\bar{K}_2$  两部分求解.

1)  $\bar{K}_1$  为次供应商的期望补货费用. 据子循环为更新过程, 可构建方程如下:

$$\bar{K}_1 = (K_2 + k_2 Q + \bar{K}_1) E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \tau_1} \mathbf{1}_{\{\tau_1 < c_1\}}] \quad (31)$$

将式 (18) 代入式 (31), 化简得:

$$\bar{K}_1 = \frac{(K_2 + k_2 Q) \Gamma_1(\hat{\beta})}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \quad (32)$$

2)  $\bar{K}_2$  为主供应商的期望补货费用. 因子循环结束时, 主供应商的补货量为  $W(\bar{T}-)$ , 故利用式 (27) 和 (29), 可得:

$$\begin{aligned} \bar{K}_2 &= E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \bar{T}} (K_1 + k_1 W(\bar{T}-))] = \\ & K_1 E_{\bar{Q}}[e^{-\beta \bar{T}}] + k_1 \frac{d}{d\alpha} \{E_{\bar{Q}}[e^{\alpha W(\bar{T}-) - \beta \bar{T}}]\}_{\alpha=0} = \\ & \frac{\theta K_1}{\hat{\beta}} + \frac{\theta k_1}{1 - \Gamma_1(\hat{\beta})} \frac{d}{d\alpha} [\Phi_1(\alpha, \hat{\beta})]_{\alpha=0} \quad (33) \end{aligned}$$

这里,  $\Phi_1(\alpha, \hat{\beta})$  关于  $\alpha$  的导数很容易求解. 由于前面相同的原因, 省略其结果.

最后, 据式 (32) 和 (33), 可求得:

$$\bar{K} = \bar{K}_1 + \bar{K}_2 \quad (34)$$

至此, 确定出总利润模型中包含的全部函数, 即式 (13)、(14)、(25)、(26)、(30) 和 (34).

### 2.3 模型的求解

利用上面得到的函数, 构建最优利润模型:

$$\max F(C, Q) = FR - CS - CR - CI - CO$$

$$\text{s. t. } Q < C$$

易证, 目标函数是一个分数函数, 其分子为决策变量  $C$  和  $Q$  的非线性指数函数; 分母为决策变量  $C$  的非线性指数函数. 所以, 该模型是带约束条件复杂的非线性优化问题, 利用传统的优化方法很难求解.

交叉熵法是解决连续多极值优化问题的较新方法, 已成功应用于许多领域. 它主要有两个步骤: 1) 从一个给定的概率密度函数 (这里取正态分布密度函数) 中随机抽取数据样本; 2) 基于最优性能的样本子集, 更新密度函数的参数. 本文针对模型的特

点, 首先, 基于罚函数思想, 将约束条件集成到目标函数中, 从而将模型化为无约束问题. 其次, 为避免抽样分布过早退化, 导致搜索陷入局部最优解, 在寻优过程中, 将得到解的更新值进行修正. 另外, 考虑到罚函数是高度非线性函数, 很可能包含较多的极值点. 所以, 修正参数  $\varpi$  和迭代终止阈值  $\varepsilon$  均取较小值. 这里,  $\varpi$  取 0.9,  $\varepsilon$  取  $10^{-6}$ .

下面给出第  $m$  次迭代  $C$  和  $Q$  抽样分布均值和方差的更新及修正公式, 具体步骤可参阅文献 [29]. 均值和方差更新公式:

$$\hat{u}_{k,m} = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} 1_{\{F_{i,m} \geq \chi_m\}} x_{i,m}^k}{\sum_{i=1}^{\Omega} 1_{\{F_{i,m} \geq \chi_m\}}}$$

$$\hat{\sigma}_{k,m}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega} 1_{\{F_{i,m} \geq \chi_m\}} (x_{i,m}^k - \hat{u}_{k,m})^2}{\sum_{i=1}^{\Omega} 1_{\{F_{i,m} \geq \chi_m\}}}, \quad k = 1, 2$$

均值和方差更新值修正公式

$$u_{k,m} = \varpi \hat{u}_{k,m} + (1 - \varpi) u_{k,m-1}$$

$$\sigma_{k,m}^2 = \varpi \hat{\sigma}_{k,m}^2 + (1 - \varpi) \sigma_{k,m-1}^2, \quad k = 1, 2$$

当抽样分布的最大方差  $\max(\sigma_{k,m}^2)$  小于  $\varepsilon$  时,  $k = 1, 2$ , 则  $u_{k,m}$  即可视为最优解  $\{C^*, Q^*\}$ .

### 3 仿真实验及结果分析

实验目的是分析供应中断、退货和关键参数, 对最优控制策略  $C^*$  和  $Q^*$  及总利润  $F^*$  的影响. 因无标准数据可供使用, 下面给出实验采用参数的基本值:  $\mu = 9, p = 15, \lambda = 1.2, \nu = 0.4, \gamma = 0.2, \theta = 0.15, h = 0.8, \pi = 4, K_1 = 10, K_2 = 25, k_1 = 1, k_2 = 2.5, \vartheta = 3, \beta = 0.15$ .

#### 3.1 供应中断的影响分析

在其他参数取基本值条件下, 图 3 给出供应和中断时间参数  $\gamma$  和  $\theta$  变化, 对应系统的最优结果.

首先, 针对  $\gamma$  和  $\theta$  变化, 进行影响分析. 借鉴排队理论, 用平均中断时间  $1/\theta$  和供应时间  $1/\gamma$  之比, 即  $\zeta = \gamma/\theta$ , 表示主供应商的中断强度. 据图 3 知,  $C^*$  和  $Q^*$  随  $\gamma$  的增大而增加, 随  $\theta$  的增大而减小, 而  $F^*$  恰好相反, 即,  $C^*$  和  $Q^*$  是  $\zeta$  的增函数, 而  $F^*$  是  $\zeta$  的减函数. 这符合人们的预期, 其理由是, 据可靠性与中断强度关系  $\frac{1/\gamma}{1/\gamma+1/\theta} = \frac{1}{1+\zeta}$  知, 随  $\zeta$  的增大, 主供应商可靠性降低了. 为满足用户需求, 零售商增加了从主、次供应商的订货量  $C^*$  和  $Q^*$ , 由此引起库存费用的增大, 从而导致利润  $F^*$  的减少.

其次, 针对不同中断类型进行影响分析. 对固定的  $\zeta$ , 中断又可分为频率低、持续时间长和频率高、持续时间短两种类型. 为便于用图 3 说明, 取  $\zeta$  等于 1, 即选  $\gamma$  和  $\theta$  平面上从点 (0.05, 0.05) 沿直线到点 (0.4, 0.4) 上的数据, 其对应中断类型从频率低持续时间长逐渐转为频率高持续时间短, 此情况下,  $C^*$  趋于增大, 而  $Q^*$  和  $F^*$  均逐渐减小. 究其原因, 据式 (2) 知,  $p_{0,1}(t)$  与  $\gamma + \theta$  成正比. 因此, 随上述类型变化, 零售商订货时主供应商为中断的概率不断提高, 故  $C^*$  逐渐增大; 而  $Q^*$  与主供应商的平均中断时间  $1/\theta$  成正比, 故上述类型变化, 导致  $Q^*$  逐渐降低. 另因增大  $C^*$  比降低  $Q^*$  引起更大库存费用变化, 故利润  $F^*$  逐渐减小.

文献 [9, 14] 在供应中断环境下得到如下结论: 当中断从频率高、持续时间短趋于频率低、持续时间长时, 最优防御策略从主要依靠库存防御逐渐转为主要依靠应急采购防御. 据图 3 知, 随上述中断类型变化, 主供应商的最大存储水平  $C^*$  逐渐减小, 而应急采购量  $Q^*$  趋于增大. 由此可见, 本文在供应中断和退货环境下得到了同样结论. 然而, 由于  $C^*$  减小会导致退货处理概率增大, 所以, 这里存储水平  $C^*$  下降的幅度比供应中断环境下的要小.

#### 3.2 退货的影响分析

在其他参数取基本值条件下, 图 4 给出退货分布参数  $\lambda$  和  $\nu$  变化, 对应系统的最优结果.

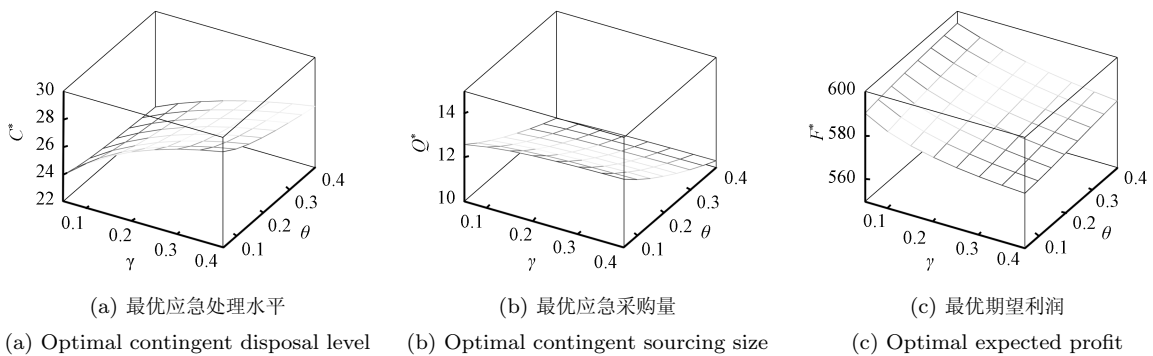


图 3  $\gamma$  和  $\theta$  变化对应的最优库存策略和利润  
Fig. 3 Optimal inventory policy and profit for varying  $\gamma$  and  $\theta$

首先, 针对退货批次  $\lambda$  和批量  $1/\nu$  变化, 分别进行影响分析. 据图 4 知, 当  $1/\nu$  固定时, 随  $\lambda$  增大,  $C^*$ 、 $Q^*$  和  $F^*$  均逐渐降低; 当  $\lambda$  固定时, 随  $1/\nu$  减小,  $C^*$  逐渐降低, 而  $Q^*$  和  $F^*$  趋于增大. 其原因是, 当批量  $1/\nu$  固定时, 随批次  $\lambda$  增大退货逐渐增多, 故零售商从主、次供应商的订购量  $C^*$  和  $Q^*$  趋于减小. 但因库存费用的减少不抵退货费用的增加, 从而导致  $F^*$  逐渐下降. 当批次  $\lambda$  固定时, 随批量  $1/\nu$  减小, 退货引发处理的概率减小了, 故零售商降低了应急处理水平  $C^*$ . 另外, 批量  $1/\nu$  减小引起退货量减少, 一方面降低了退货费用, 从而增大了  $F^*$ ; 另一方面为确保用户需求, 零售商适当增加了应急采购量  $Q^*$ .

其次, 针对不同退货类型, 进行影响分析. 利用图 4, 选取单位时间平均退货量  $\lambda/\nu$  为 1, 即选位于  $\lambda$  和  $\nu$  平面上从点 (0.2, 0.2) 到点 (1.6, 1.6) 直线上的数据, 它对应退货类型从批次小、批量大逐渐转为批次大、批量小. 在此过程中,  $C^*$  趋于降低,  $F^*$  逐渐增大, 而  $Q^*$  变化不大. 究其原因, 随上述类型

变化, 退货引起处理的概率减小了, 故零售商降低了应急处理水平  $C^*$ , 由此减少了库存费用, 从而增加了利润  $F^*$ . 另外, 由于系统在子循环运行过程中库存水平较低, 从而退货引发处理的概率较低, 所以, 退货类型变化, 对应急采购量  $Q^*$  影响很小.

### 3.3 系统参数的灵敏度分析

首先, 针对主、次供应商固定补货费用  $K_1$  和  $K_2$  变化, 进行影响分析. 为便于说明, 定义  $K_2/K_1 = B$ . 在其他参数为基本值条件下, 图 5 给出  $B$  分别取 2、3 和 4, 系统最优的结果.

据图 5 知, 正如人们期望的, 当  $B$  固定时, 随  $K_1$  的增大,  $K_2$  也随之增大, 利润  $F^*$  逐渐降低. 另外, 为减轻  $K_1$  和  $K_2$  增大带来的影响, 零售商增加了从主、次供应商的订货量  $C^*$  和  $Q^*$ . 当  $K_1$  固定时, 随  $B$  的增加,  $K_2$  成倍增大, 由此导致利润  $F^*$  下降更大. 为缓解  $K_2$  增大造成应急采购费用的大幅增加, 零售商通过提高订货量  $C^*$  和  $Q^*$ , 以达到降低应急采购频率的目的.

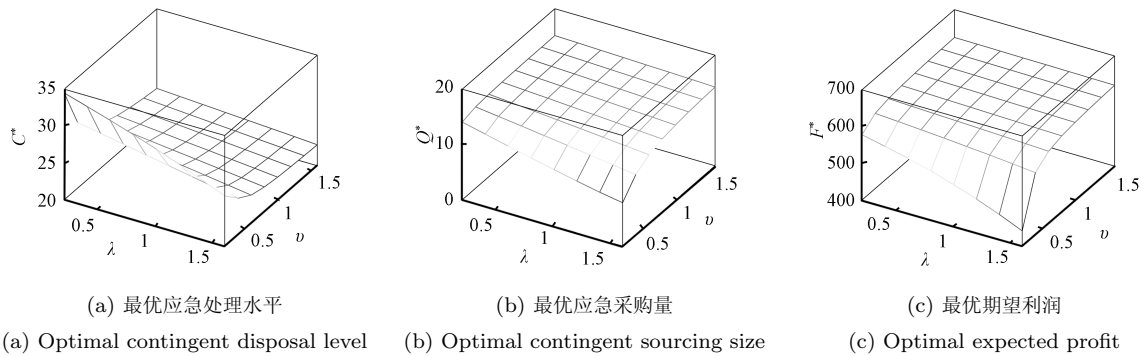


图 4  $\lambda$  和  $\nu$  变化对应的最优库存策略和利润

Fig. 4 Optimal inventory policy and profit for varying  $\lambda$  and  $\nu$

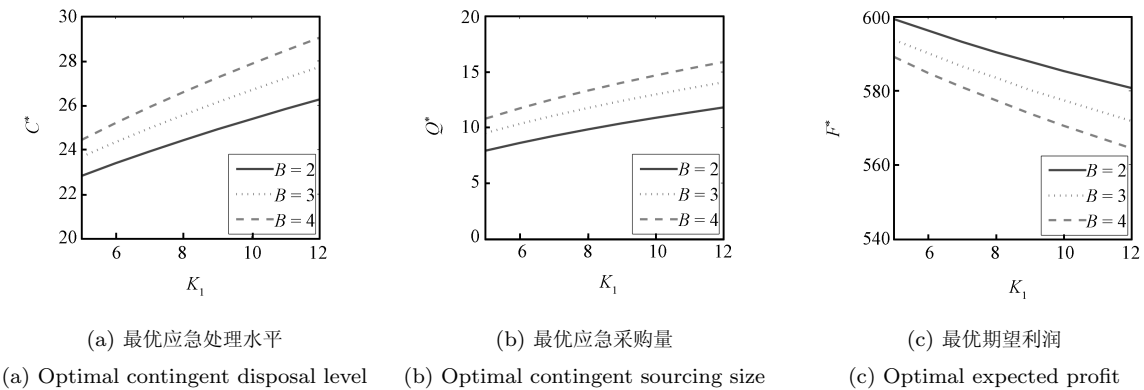
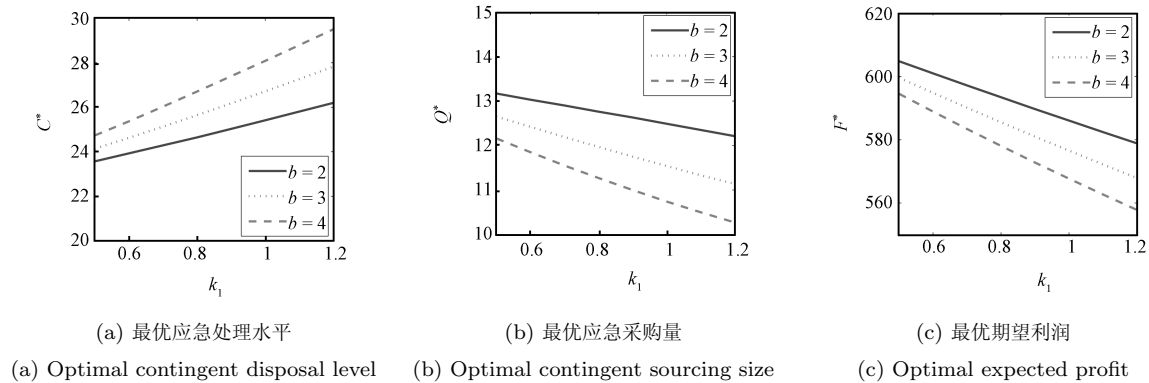


图 5  $K_1$  和  $B$  变化对应的最优库存策略和利润

Fig. 5 Optimal inventory policy and profit for varying  $K_1$  and  $B$



图 6  $k_1$  和  $b$  变化对应的最优库存策略和利润Fig. 6 Optimal inventory policy and profit for varying  $k_1$  and  $b$ 

其次, 针对主、次供应商单位补货费用  $k_1$  和  $k_2$  变化, 进行影响分析. 按同样方法, 定义  $k_2/k_1 = b$ . 在其他参数为基本值条件下, 图 6 给出  $b$  分别取 2、3 和 4, 系统最优的结果.

据图 6 知, 与  $K_1$  和  $B$  相比,  $k_1$  和  $b$  对  $C^*$  和  $F^*$  的影响趋势相同, 而对  $Q^*$  的影响趋势相反. 原因是, 当  $b$  固定时, 随  $k_1$  增大,  $k_2$  增加更明显. 为满足用户需求, 且避免  $k_2$  增大带来应急补货费用大量增加, 零售商采取增加主供应商订货量  $C^*$ , 以降低应急采购量  $Q^*$  的策略. 当  $k_1$  固定时, 增大  $b$  引起  $k_2$  成倍增加, 故  $C^*$  和  $Q^*$  变化得更加显著.  $k_1$  和  $b$  变化对  $F^*$  的影响比较直观, 在此, 省略其结果.

最后, 销售价格  $p$  和退货费用  $\vartheta$ , 仅与系统利润有关, 对控制策略无影响. 需求率  $\mu$ 、库存费  $h$  和处理费  $\pi$  对系统的影响, 符合人们的预期, 即当  $\mu$  增加时,  $C^*$ 、 $Q^*$  和  $F^*$  均增大;  $h$  增加时,  $C^*$ 、 $Q^*$  和  $F^*$  均减小. 而  $\pi$  的增加, 引起  $C^*$  增大、 $F^*$  减小和  $Q^*$  几乎不变 (因系统在子循环运行过程中退货处理概率较小). 考虑到空间限制, 省略其结果.

## 4 结论

为解决供应中断和退货造成的库存短缺和超储问题, 本文从库存管理实际出发, 提出了一个应急控制策略, 即利用应急采购策略, 防御供应中断造成库存的短缺; 采用应急处理策略, 缓解退货超出存储空间限制. 在用 Lévy 过程描述库存水平动态变化基础上, 通过将主供应商的供应过程表示为 2 个状态的连续时间 Markov 链, 并利用更新过程理论及 Kella-Whitt 鞅, 分别研究了期望折扣收入, 以及库存、退货、补货和处理费用模型的构建, 据此得到期望折扣总利润模型, 这也是本文创新之处. 因它是带约束条件的非线性优化模型, 传统优化技术很难求解, 又设计了交叉熵法, 给出模型的最优解.

利用仿真实验, 得到新环境下有关结论和管理

启示如下: 1) 系统最优控制策略和利润, 不但与中断强度大小有关, 而且还与中断类型有关; 在中断强度给定条件下, 当中断趋于频率低、持续时间长时, 系统库存防御的作用减弱 (即最优存储水平减小), 而应急采购防御的作用增强 (即应急采购量增大). 2) 退货批量和批次的变化, 对最优控制策略和利润均产生影响; 而退货类型的变化, 主要影响应急处理水平和利润, 对应急采购量影响很小. 3) 供应中断和退货相互交织、共同对系统发挥作用. 除此之外, 关键参数也对系统产生较大的影响, 如主、次供应商的补货费用相差越大, 则对最优控制策略和利润影响就越显著.

在此基础上, 还可拓展研究: 1) 次供应商提前期为随机条件下的应急控制库存问题; 2) 为降低超储概率, 除最大存储水平  $C$  和应急订货量  $Q$  外, 还可考虑在模型中增加一个主供应商补货水平  $R$  ( $Q < R < C$ ) 作为决策变量. 通过进一步研究, 以期更好地解决该问题.

## References

- How to reduce the retail shortage rate [Online], available: <http://www.chinawuliu.com.cn>, August 6, 2014 (如何降低零售业的缺货率 [在线], 下载地址: <http://www.chinawuliu.com.cn>, August 6, 2014)
- Reverse logistics and electronic commerce [Online], available: <http://www.56products.com>, August 6, 2014 (逆向物流与电子商务 [在线], 下载地址: <http://www.56products.com>, August 6, 2014)
- To cope with high return rates vipshop contrarian price logistics [Online], available: <http://www.chinawuliu.com.cn>, August 6, 2014 (应对高退货率唯品会逆势提价物流 [在线], 下载地址: <http://www.chinawuliu.com.cn>, August 6, 2014)
- Parlar M, Berkin D. Future supply uncertainty in EOQ models. *Naval Research Logistics*, 1991, **38**(1): 107–121
- Lou Shan-Zuo, Wu Yao-Hua, Lv Wen. Study on inventory control under stochastic disruptions. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(7): 999–1006 (娄山佐, 吴耀华, 吕文. 随机中断环境下的库存控制研究. *自动化学报*, 2010, **36**(7): 999–1006)

- 6 Li J, Wang S Y, Cheng T C E. Competition and cooperation in a single-retailer two-supplier supply chain with supply disruption. *International Journal of Production Economics*, 2010, **124**(1): 137–150
- 7 Qin X W, Liu X, Tang L X. A two-stage stochastic mixed-integer program for the capacitated logistics fortification planning under accidental disruptions. *Computers and Industrial Engineering*, 2013, **65**(4): 614–623
- 8 Lu M S, Huang S M, Shen Z J M. Product substitution and dual sourcing under random supply failures. *Transportation Research Part B*, 2011, **45**(8): 1251–1265
- 9 Tomlin B. On the value of mitigation and contingency strategies for managing supply chain disruption risks. *Management Science*, 2006, **52**(5): 639–657
- 10 Tomlin B. Disruption-management strategies for short life-cycle products. *Naval Research Logistics*, 2009, **56**(4): 318–347
- 11 Chen J L, Zhao X B, Zhou Y. A periodic-review inventory system with a capacitated backup supplier for mitigating supply disruptions. *European Journal of Operational Research*, 2012, **219**(2): 312–323
- 12 Fang J R, Zhao L, Fransoo J C, Woensel T V. Sourcing strategies in supply risk management: an approximate dynamic programming approach. *Computers and Operations Research*, 2013, **40**(5): 1371–1382
- 13 Zhou S X, Chao X L, Lee C Y. Optimal transportation policies for production/inventory systems with an unreliable and a reliable carrier. *Journal of Global Optimization*, 2009, **44**(2): 251–271
- 14 Qi L. A continuous-review inventory model with random disruptions at the primary supplier. *European Journal of Operational Research*, 2013, **225**(1): 59–74
- 15 Östlin J, Sundin E, Björkman M. Importance of closed-loop supply chain relationships for product remanufacturing. *International Journal of Production Economics*, 2008, **115**(2): 336–348
- 16 Rogers D S, Lambert D M, Croxton K, García-Dastugue S J. The returns management process. *International Journal of Logistics Management*, 2002, **13**(2): 1–18
- 17 Trager I. Not so many happy returns. *Interactive Week*, 2000, **7**(11): 44–45
- 18 Flapper S D P, Gayon J P, Vercraene S. Control of a production-inventory system with returns under imperfect advance return information. *European Journal of Operational Research*, 2012, **218**(2): 392–400
- 19 Chen J, Bell P C. Coordinating a decentralized supply chain with customer returns and price-dependent stochastic demand using a buyback policy. *European Journal of Operational Research*, 2011, **212**(2): 293–300
- 20 Zhu S X. Joint pricing and inventory replenishment decisions with returns and expediting. *European Journal of Operational Research*, 2012, **216**(1): 105–112
- 21 Shulman J D, Coughlan A T, Savaskan R C. Managing consumer returns in a competitive environment. *Management Science*, 2011, **57**(2): 347–362
- 22 Yao Z, Liu K, Leung S C H, Lai K K. Single period stochastic inventory problems with ordering or returns policies. *Computers and Industrial Engineering*, 2011, **61**(2): 242–253
- 23 Karakayali I, Akçali E, Çetinkaya S, Üster H. Capacitated replenishment and disposal planning for multiple products with resalable returns. *Annals of Operations Research*, 2013, **203**(1): 325–350
- 24 Berman O, Perry D, Stadjje W. An  $(s, r, S)$  diffusion inventory model with exponential lead time and order cancellations. *Stochastic Models*, 2008, **24**(2): 191–211
- 25 Yao D C. Optimal policy for Brownian inventory models with general convex inventory cost. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2013, **29**(1): 187–200
- 26 Cadenillas A, Lakner P, Pinedo M. Optimal control of a mean-reverting inventory. *Operations Research*, 2010, **58**(6): 1697–1710
- 27 Kella O, Perry D, Stadjje W. A stochastic clearing model with a Brownian and a compound Poisson component. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2003, **17**(1): 1–22
- 28 Asmussen S. *Applied Probability and Queues*. New York: Springer, 2003. 255–260
- 29 Kroese D P, Porotsky S, Rubinstein R Y. The cross-entropy method for continuous multi-extremal optimization. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2006, **8**(3): 383–407



**娄山佐** 山东大学控制科学与工程学院副教授。主要研究方向为复杂系统建模与仿真, 库存控制, 优化算法。本文通信作者。E-mail: Lshanzuo@163.com

(**LOU Shan-Zuo** Associate professor at the School of Control Science and Engineering, Shandong University. His research interest covers modeling simulation of complex systems, inventory control, and optimization algorithm. Corresponding author of this paper.)



**田新诚** 山东大学控制科学与工程学院教授。主要研究方向为运动控制, 机电一体化, 智能控制和优化。

E-mail: txch@sdu.edu.cn  
(**TIAN Xin-Cheng** Professor at the School of Control Science and Engineering, Shandong University. His research interest covers motion control, mechatronics, intelligent control and optimization.)