

# 一类船舶直线航迹控制系统全局渐近稳定的充分条件及推论

周 岗<sup>1</sup> 陈永冰<sup>1,2</sup> 姚琼荟<sup>1</sup> 周永余<sup>1</sup> 李文魁<sup>1</sup>

**摘 要** 针对水面船舶直线航迹控制系统的非线性数学模型, 给出了一种使系统关系度为零的特殊重定义输出变量, 并得到了一类状态反馈控制律. 文中引入一种新的 Lyapunov 预选函数, 采用 Lyapunov 直接法研究系统的稳定性问题, 得到了系统全局渐近稳定的充分条件及推论. 数值仿真和模拟试验结果证明了该充分条件的正确性.

**关键词** Lyapunov 函数, 重定义输出变量, 非线性系统, 输入输出线性化, 船舶航迹控制

**中图分类号** TP273; U661.33

## Sufficient Conditions of Global Asymptotic Stability and Deductions for Ship's Straight-line Tracking Control Systems

ZHOU Gang<sup>1</sup> CHEN Yong-Bing<sup>1,2</sup> YAO Qiong-Hui<sup>1</sup>  
ZHOU Yong-Yu<sup>1</sup> LI Wen-Kui<sup>1</sup>

**Abstract** A special redefinition output variable, which makes the relative degree of the system be zero, is presented for the ship's straight-line tracking nonlinear system. At the same time, a class of state feedback control laws are developed. In this paper, through stability analysis based on a novel Lyapunov function and Lyapunov's direct method, the sufficient conditions of global asymptotical stability and the deductions are given. The results of numerical simulation and experiments on a simulator show the validity of the sufficient conditions.

**Key words** Lyapunov functions, redefinition output variable, nonlinear system, input-output linearization, ship's tracking control

### 1 引言

直线航迹控制对船舶操纵系统的要求较低, 是一种常用的航迹控制方式<sup>[1]</sup>. 文献 [2, 3] 在直线航迹控制的工程实践方面作了大量的研究, 但是在稳定性方面只能实现局部渐近稳定, 这在工程实践中是不够的. 近年来, 文献 [4~7] 应用非线性反馈控制、Backstepping 技术以及 Lyapunov 直接法对船舶航迹控制进行研究, 期望获得保证船舶航迹全局稳定的控制效果. 文献 [8, 9] 采用输入输出线性化技术和 Lyapunov 直接法对船舶直线航迹控制的稳定性进行了研究, 针对不同

的重定义输出变量给出了保证闭环系统全局渐近稳定的充分条件.

文献 [8, 9] 的研究表明, 针对船舶直线航迹控制非线性模型, 应用输入输出线性化技术, 采用不同的重定义输出变量会导致系统的关系度 (也称相对阶)  $R$  不同, 针对  $R = 1$ ,  $R = 2$  和  $R = 3$  三种情况, 上述文献已进行了详细的研究.

本文针对关系度  $R = 0$  这种特殊情况进行研究. 为使系统的关系度为零, 可令重定义输出变量为  $z = k_p(\psi + f(y)) + (k_d - \frac{1}{T})r - \frac{\alpha}{T}r^3 + \frac{K}{T}\delta$ , 其中  $k_p$ 、 $k_d$  和连续可导函数  $f(y)$  由设计者选定.

通过引入了一种新的 Lyapunov 预选函数  $V = V_1 + \int_0^{V_2} F(\tau)d\tau$ , 采用 Lyapunov 直接法对闭环系统的稳定性进行分析, 得到了保证航迹控制系统全局渐近稳定的充分条件:

- 1) 当  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y))dy \rightarrow \infty$ ;
- 2) 当  $y \neq 0$  时,  $\sin(f(y))y > 0$ ;
- 3)  $f'(y) > 0$ ;
- 4)  $k_p > 0, k_d > 0$ ;
- 5) 对任意  $y \in \mathbf{R}$ , 均有  $k_d > \sup(Uf'(y))$ .

上述条件中,  $f'(y)$  是  $f(y)$  关于  $y$  的导数, 即  $f'(y) = df(y)/dy$ .

文中指出如果函数  $f(y)$  满足一定前提条件, 则非线性闭环系统全局渐近稳定的条件与系统零解渐近稳定的条件相同, 该特点十分有利于船舶航迹控制器的设计, 因为此时只需考虑其第一次近似线性系统的渐近稳定性.

数值仿真和模拟实验表明, 所给出的充分条件能够保证船舶航迹控制全局渐近稳定. 同时, 由于此充分条件易于达到且得到的控制律较文献 [8, 9] 中讨论的控制律更简单, 因此该结论对工程实践更具有指导意义.

## 2 系统数学模型及控制器设计

### 2.1 系统数学模型

船舶直线航迹控制的非线性数学模型<sup>[8]</sup> 为

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin \psi \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = -\frac{1}{T}r - \frac{\alpha}{T}r^3 + \frac{K}{T}\delta \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $y$  为横偏位移,  $U$  为船舶对地速度,  $\psi$  为航向角,  $r$  为艏摇角速度,  $\delta$  为控制舵角,  $K$ 、 $T$  和  $\alpha$  为船舶运动参数.

### 2.2 控制器设计

针对式 (1) 描述的船舶航迹控制数学模型, 文献 [8, 9] 中已对  $R = 1$ ,  $R = 2$  和  $R = 3$  三种情况进行了研究, 本文仅给出结论.

当重定义输出变量  $z = y$  时, 系统的关系度  $R$  为 3, 得到的控制律为

$$\delta = \frac{T}{KU \cos \psi} (-k_1 y - k_2 U \sin \psi - k_3 r U \cos \psi + U r^2 \sin \psi + U \cos \psi (\frac{1}{T}r + \frac{\alpha}{T}r^3)) \quad (2)$$

由于闭环系统存在多个平衡点, 所以该控制方法不能实现控制系统的全局渐近稳定.

收稿日期 2006-6-9 收修改稿日期 2007-5-11  
 Received June 9, 2006; in revised form May 11, 2007  
 国家自然科学基金 (40376011) 资助  
 Supported by National Natural Science Foundation of China (40376011)  
 1. 海军工程大学电气与信息工程学院导航工程系 武汉 430033 2. 华中科技大学控制科学与工程系 武汉 430074  
 1. Department of Navigation Engineering, College of Electrical and Information Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033 2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074  
 DOI: 10.1360/aas-007-1204

当重定义输出变量  $z = \psi + f(y)$  时, 系统的关系度  $R$  为 2, 得到的控制律为

$$\delta = \frac{T}{K}(-k_1(\psi + f(y)) - (k_2 - \frac{1}{T})r - k_2 f'(y)U \sin \psi - (f''(y)U^2 \sin^2 \psi + f'(y)Ur \cos \psi) + \frac{\alpha}{T}r^3) \quad (3)$$

该闭环系统全局渐近稳定的充分条件为:

- 1) 重定义输出变量  $z$  全局渐近收敛于零;
- 2) 当  $y \neq 0$  时,  $\sin(f(y))y > 0$ ;
- 3) 当  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y))dy \rightarrow \infty$ ;

当重定义输出变量  $z = k(\psi + f(y)) + r$  时, 系统的关系度  $R$  为 1, 得到的控制律为

$$\delta = \frac{T}{K}(-k_1 k(\psi + f(y)) - (k + k_1 - \frac{1}{T})r - k f'(y)U \sin \psi + \frac{\alpha}{T}r^3) \quad (4)$$

该闭环系统全局渐近稳定的充分条件为:

- 1) 重定义输出变量  $z$  全局渐近收敛于零;
- 2) 当  $y \neq 0$  时,  $\sin(f(y))y > 0$ ;
- 3) 当  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y))dy \rightarrow \infty$ ;
- 4) 对任意  $y \in \mathbf{R}$ , 存在  $M > 0$ , 使得  $f'(y) < M$ .

观察控制律式 (2)~(4) 可以发现, 随着关系度  $R$  的降低, 控制律越来越简单, 闭环系统全局渐近稳定的条件越来越严格. 由此可预见, 当关系度继续减少为零时, 控制律将更加简化, 相应的稳定条件将更加严格.

从后面的结论可知, 当关系度为零时, 得到的控制律与部分船舶运动参数的准确值无直接关系, 在工程实践中, 这种简化无疑是有利的.

为使系统的关系度为零, 不妨采用  $z = k_p(\psi + f(y)) + (k_d - \frac{1}{T})r - \frac{\alpha}{T}r^3 + \frac{K}{T}\delta$  作为输出变量. 观察该式可以发现, 不需要采用输入输出线性化技术, 直接令  $z = 0$ , 可得控制律

$$\delta = \frac{T}{K}(-k_p(\psi + f(y)) - (k_d - \frac{1}{T})r + \frac{\alpha}{T}r^3) \quad (5)$$

以下研究控制律 (5) 应满足何条件才能保证船舶直线航迹闭环系统全局渐近稳定.

### 3 稳定性分析

#### 3.1 航迹控制全局渐近稳定的充分条件

在进行稳定性分析之前, 先给出后面的分析中将用到的引理 1 和引理 2.

**引理 1.** 如果一阶连续可导函数  $V \geq 0$ , 且函数  $F(V) \geq 0$  恒成立, 则以下不等式成立

$$\int_0^V F(\tau)d\tau \geq 0$$

**证明.** 根据积分的定义可知引理 1 成立.  $\square$

**注.** 将式  $\int_0^V F(\tau)d\tau$  作为 Lyapunov 预选函数时, 须验证系统在零点时,  $V = 0$ , 且  $\int_0^V F(\tau)d\tau = 0$  成立. 显然当系统在零点时, 如果函数  $F(V)$  有界, 则  $V \rightarrow 0$  时,  $\int_0^V F(\tau)d\tau \rightarrow 0$ ; 否则系统趋近零点时, 如果  $F(V) \rightarrow \infty$ , 则  $\int_0^V F(\tau)d\tau \rightarrow 0$  不恒成立.

**引理 2**<sup>[9]</sup>. 当  $a > 0$  时, 对任意  $x \in \mathbf{R}$  下列不等式成立

$$-ax^2 + bx \leq -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b^2}{2a}$$

针对式 (5) 与式 (1) 构成的闭环系统, 提出定理 1.

**定理 1.** 针对式 (5) 和式 (1) 构成的闭环系统, 其全局渐近稳定的充分条件为:

- 1) 当  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y))dy \rightarrow \infty$ ;
- 2) 当  $y \neq 0$  时,  $\sin(f(y))y > 0$ ;
- 3)  $f'(y) > 0$ ;
- 4)  $k_p > 0, k_d > 0$ ;
- 5) 对任意  $y \in \mathbf{R}$ , 均有  $k_d > \sup(Uf'(y))$ .

**证明.** 将式 (5) 代入式 (1), 得

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin \psi \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = -k_p(\psi + f(y)) - k_d r \end{cases} \quad (6)$$

令  $\xi = \psi + f(y)$ , 式 (6) 变换为

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin(\xi - f(y)) \\ \dot{\xi} = r + f'(y)U \sin \psi \\ \dot{r} = -k_p \xi - k_d r \end{cases} \quad (7)$$

由中值定理可知, 必存在  $\theta \in [-f(y), -f(y) + \xi]$  使下式成立

$$\sin \psi = \sin(\xi - f(y)) = -\sin(f(y)) + \cos \theta \cdot \xi$$

由此可将式 (7) 进一步写为如下形式

$$\begin{cases} \dot{y} = -U \sin(f(y)) + U \cos \theta \cdot \xi \\ \dot{\xi} = r + f'(y)U \sin \psi \\ \dot{r} = -k_p \xi - k_d r \end{cases} \quad (8)$$

对式 (8) 描述的非线性闭环系统, 可应用 Lyapunov 直接法分析系统的全局渐近稳定性. 取 Lyapunov 预选函数为

$$V = V_1 + \int_0^{V_2} F(\tau)d\tau \quad (9)$$

令

$$V_1 = \frac{2k_d k_p}{U} \int_0^y \sin(f(y))dy + (k_d \xi + r)^2 + \frac{k_d^2}{k_p} r^2 + (k_p + k_d^2) \xi^2$$

沿式 (8) 的轨迹对  $V_1$  求时间导数, 并根据引理 2 及定理 1 的条件 3) 和 5) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & (-2k_d k_p \sin^2(f(y)) + 2k_d k_p \sin(f(y)) \cos \theta \cdot \xi) + \\ & (-2k_d k_p \xi^2 + 2k_d^2 f'(y)U \sin \psi \cdot \xi + 2k_d f'(y)U \sin \psi \cdot r - \\ & 2k_p r \xi) + (-2k_d^2 r \xi - \frac{2k_d^3}{k_p} r^2) + (2k_p + 2k_d^2) r \xi + \\ & (2k_p + 2k_d^2) f'(y)U \sin \psi \cdot \xi \\ = & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - k_d k_p (\sin(f(y)) - \cos \theta \cdot \xi)^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & k_d k_p \cos^2 \theta \cdot \xi^2 - 2k_d k_p \xi^2 + (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi - \\
 & \frac{2k_d^3}{k_p} r^2 + 2k_d f'(y) U \sin \psi \cdot r \\
 = & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - k_d k_p \sin^2 \psi - (2 - \cos^2 \theta) k_d k_p \xi^2 + \\
 & (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi - \frac{2k_d^3}{k_p} r^2 + 2k_d f'(y) U \sin \psi \cdot r \\
 \leq & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - k_d k_p \sin^2 \psi - (2 - \cos^2 \theta) k_p k_d \xi^2 + \\
 & (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi - \frac{k_d^3}{k_p} r^2 + \frac{U^2 f'(y)^2 k_p}{k_d} \sin^2 \psi \\
 = & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - \frac{(k_d^2 - U^2 f'(y)^2) k_p}{k_d} \sin^2 \psi - \frac{k_d^3}{k_p} r^2 - \\
 & (2 - \cos^2 \theta) k_p k_d \xi^2 + (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi \\
 \leq & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - (2 - \cos^2 \theta) k_p k_d \xi^2 - \frac{k_d^3}{k_p} r^2 + \\
 & (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi \tag{10}
 \end{aligned}$$

令

$$V_2 = \frac{1}{2} (k_d \sin \psi + r)^2 + \int_0^\psi k_d^2 \sin \psi (1 - \cos \psi) d\psi + \frac{k_p}{2} \xi^2$$

沿式 (8) 的轨迹对  $V_2$  求时间导数可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 = & -k_d k_p \sin \psi \cdot \xi - k_p r \xi - k_d (1 - \cos \psi) r^2 - \\
 & k_d^2 \sin \psi (1 - \cos \psi) r + k_d^2 \sin \psi (1 - \cos \psi) r + k_p r \xi + \\
 & k_p f'(y) U \sin \psi \cdot \xi \\
 = & - (k_d - U f'(y)) k_p \sin \psi \cdot \xi - k_d (1 - \cos \psi) r^2 \tag{11}
 \end{aligned}$$

令

$$F(V_2) = \frac{(2k_p + 4k_d^2) f'(y) U}{(k_d - U f'(y)) k_p}$$

因  $V_2$  是关于时间的函数, 且表达式  $\frac{(2k_p + 4k_d^2) f'(y) U}{(k_d - U f'(y)) k_p}$  也是关于时间的函数, 所以函数关系  $F$  必存在, 由定理 1 的条件 3) ~ 5) 可知  $F(V_2) > 0$  恒成立, 且  $F(V_2)$  有界, 由此可验证系统在零点时,  $V_2 = 0, \int_0^{V_2} F(\tau) d\tau = 0$ . 因此  $\int_0^{V_2} F(\tau) d\tau$  可以作为 Lyapunov 预选函数.

沿式 (8) 的轨迹对式 (9) 中的  $V$  求时间导数, 并根据式 (10) 和式 (11) 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & \dot{V}_1 + F(V_2) \dot{V}_2 \\
 \leq & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - (2 - \cos^2 \theta) k_p k_d \xi^2 - \frac{k_d^3}{k_p} r^2 + (2k_p + \\
 & 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi - (2k_p + 4k_d^2) f'(y) U \sin \psi \cdot \xi - \\
 & \frac{U f'(y) (2k_p + 4k_d^2)}{(k_d - U f'(y)) k_p} (1 - \cos \psi) r^2 \\
 = & -k_d k_p \sin^2(f(y)) - (2 - \cos^2 \theta) k_p k_d \xi^2 - \frac{k_d^3}{k_p} r^2 - \\
 & \frac{U f'(y) (2k_p + 4k_d^2)}{(k_d - U f'(y)) k_p} (1 - \cos \psi) r^2 \tag{12}
 \end{aligned}$$

由于参数  $U > 0, k_p > 0, k_d > 0$ , 并且由定理 1 的条件 2) 可得  $\int_0^y \sin(f(y)) dy > 0$ , 所以除了原点外均有  $V_1 > 0$ , 同

时由定理 1 的条件 3) 和 5) 可知  $F(V_2) > 0$  恒成立, 且  $F(V_2)$  有界, 又  $\int_0^\psi k_d^2 \sin \psi (1 - \cos \psi) d\psi = 2k_d^2 \sin^4(\frac{\psi}{2}) \geq 0$ , 所以  $V_2 > 0$ , 根据引理 1 可知  $\int_0^{V_2} F(\tau) d\tau \geq 0$ , 因此  $V$  正定.

设  $\mathbf{x} = [y \ \xi \ r]^T$ , 因函数  $f(y)$  满足定理 1 的条件 1), 即  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y)) dy \rightarrow \infty$ , 因此所选取的 Lyapunov 函数  $V$  正定, 且当  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$  时,  $V \rightarrow \infty$ .

由式 (12) 知  $\dot{V}$  负定. 因此根据 Lyapunov 稳定性理论, 针对式 (8) 描述的非线性闭环系统可以断言, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $y \rightarrow 0, \xi \rightarrow 0, r \rightarrow 0$ .

又因当  $\xi \rightarrow 0$  时, 有  $\psi \rightarrow -f(y)$ , 再由  $y \rightarrow 0$ , 可得  $\psi \rightarrow -f(0)$ , 由定理 1 的条件 2) 知  $f(0) = 0$ , 所以  $\psi \rightarrow 0$ .

以上分析表明, 若控制律 (5) 满足定理 1 的 5 个条件, 则当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $y \rightarrow 0, \psi \rightarrow 0, r \rightarrow 0$  成立. 即闭环系统的所有状态点全局渐近收敛到零平衡点.  $\square$

### 3.2 相关推论

将控制律写为如下形式

$$\delta = -k'_p(\psi + f(y)) - k'_d \cdot r + \frac{\alpha}{K} r^3 \tag{13}$$

将式 (13) 代入式 (1), 得

$$\begin{cases} \dot{y} = U \sin \psi \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{r} = -\frac{K k'_p}{T} (\psi + f(y)) - (\frac{K k'_d}{T} + \frac{1}{T}) r \end{cases} \tag{14}$$

令  $k_p = \frac{K k'_p}{T}, k_d = (\frac{K k'_d}{T} + \frac{1}{T})$ , 则式 (14) 与式 (8) 具有相同的形式. 当  $K > 0, T > 0$  时, 由  $k'_p > 0, k'_d > 0$  可导出  $k_p > 0$  和  $k_d > 0$  成立, 于是由定理 1 可得推论 1.

**推论 1.** 针对式 (13) 和式 (1) 构成的闭环系统, 其全局渐近稳定的充分条件为:

- 1) 当  $|y| \rightarrow \infty$  时,  $\int_0^y \sin(f(y)) dy \rightarrow \infty$ ;
- 2) 当  $y \neq 0$  时,  $\sin(f(y)) y > 0$ ;
- 3)  $f'(y) > 0$ ;
- 4)  $k'_p > 0, k'_d > 0$  (或  $k'_d > -\frac{1}{K}$ );
- 5) 对任意  $y \in \mathbf{R}$ , 均有  $(\frac{K k'_d}{T} + \frac{1}{T}) > \sup(U f'(y))$ .

虽然推论 1 和定理 1 的条件较第 2.2 节中关系度为 1 和 2 时的充分条件更严格, 但是控制律 (5) 和 (13) 比控制律 (2) ~ (4) 更简单, 并且式 (5) 和式 (13) 与船舶速度无关, 同时推论 1 和定理 1 的条件也易于满足, 所以控制律 (5) 和 (13) 更具有实用价值. 满足定理 1 或推论 1 的函数有无数个, 以下仅给出两个满足该稳定条件的函数.

$$f(y) = \arctan(ky), f(y) = \frac{\pi ky}{2\sqrt{1+k^2y^2}}$$

式中  $k$  为大于零的实数, 由设计者选定.

假设函数  $f(y)$  (如上述函数) 满足以下三个条件 (称为条件 A):

- 1) 函数  $f(y)$  满足定理 1 或推论 1 中的条件 1) ~ 3);
- 2)  $\sup(U f'(y)) = U f'(0)$ ;

3) 函数  $f(y)$  在零附近连续可导, 即

$$\lim_{\|y\| \rightarrow 0} \frac{\|f(y) - f'(y)y\|}{\|y\|} = 0$$

则根据定理 1 和推论 1 的结论可得到以下推论.

**推论 2.** 针对式 (5) 与式 (1) 构成的闭环系统, 当函数  $f(y)$  满足条件 A 时, 系统全局渐近稳定的充分条件与系统零解渐近稳定的条件均为:

- 1)  $k_p > 0, k_d > 0$ ;
- 2)  $k_d > Uf'(0)$ .

**证明.** 当函数  $f(y)$  满足条件 A 时, 由定理 1 可知, 推论 2 中的条件即是系统全局渐近稳定的充分条件. 以下证明该条件也是系统零解渐近稳定的条件.

因函数  $f(y)$  满足条件 A 中的 3), 所以可用 Lyapunov 间接法分析式 (6) 零点的稳定性. 其第一次近似线性系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & U & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_p f'(0) & -k_p & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \psi \\ r \end{bmatrix}$$

其特征方程为

$$s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_p U f'(0) = 0$$

由劳斯判据可知其特征根具有负实部的条件是  $k_p > 0, k_d > 0, k_d > Uf'(0), f'(0) > 0$ .

因  $f'(0) > 0$  已包含在条件 A 中, 所以上述条件与系统全局渐近稳定的充分条件相同. □

由推论 1 的结论, 同理可证明推论 3 成立.

**推论 3.** 针对式 (13) 与式 (1) 构成的闭环系统, 当函数  $f(y)$  满足条件 A 时, 系统全局渐近稳定的充分条件与系统零解渐近稳定的条件均为:

- 1)  $k_p' > 0, k_d' > 0$  (或  $k_d' > -\frac{1}{K}$ );
- 2)  $(\frac{Kk_d'}{T} + \frac{1}{T}) > Uf'(0)$ .

推论 2 和推论 3 表明, 进行控制器的设计时, 在一定的条件下, 针对闭环系统的全局稳定性只需考查其第一次近似线性系统的渐近稳定性. 显然, 该结论十分有利于工程实践.

### 4 数值仿真

以文献 [9] 中采用的船舶为控制对象设计航迹控制器. 其船长  $L$  为 126 m, 船宽  $B$  为 20.8 m, 满载吃水  $d$  为 8 m, 方形系数  $C_b$  为 0.681, 船速  $U$  为 7.7 m/s. 通过计算得  $K = 0.478/s, T = 216s, \alpha = 30$ , 取  $k_p = 0.0015, k_d = 0.054, f(y) = \arctan(0.0012y)$ , 代入式 (5) 得到船舶航迹控制算法为

$$\delta = -0.6778(\psi + \arctan(0.0012y)) - 22.3096r + 2.761r^3$$

取初值  $y_0 = -3000\text{ m}, \psi_0 = 160^\circ$ , 仿真结果见图 1 和图 2.

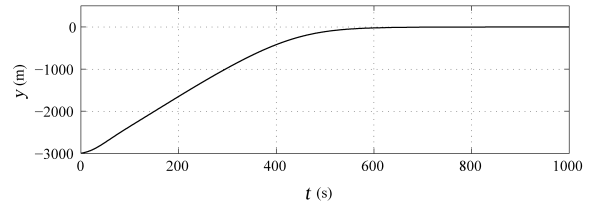


图 1 横偏位移  $y$  历时曲线

Fig. 1 Time response of  $y$

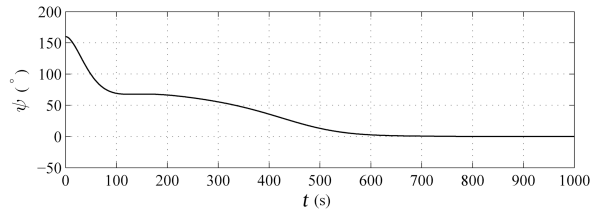
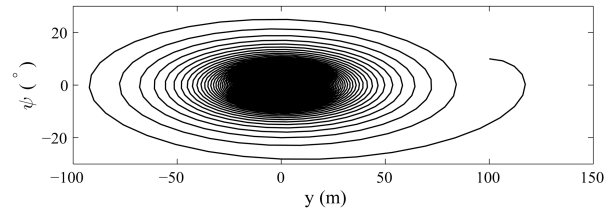


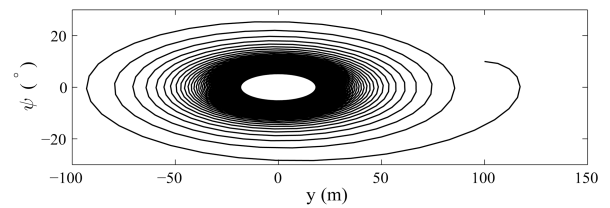
图 2 艏偏角  $\psi$  历时曲线

Fig. 2 Time response of  $\psi$

由推论 2 知, 如果其他参数不变, 当  $f(y) = \arctan(0.00705y)$  时系统不能够渐近稳定, 当  $f(y) = \arctan(0.00695y)$  时系统能够全局渐近稳定, 图 3 给出了两种情况下的相轨迹图. 仿真初值均为  $y_0 = 100\text{ m}, \psi_0 = 10^\circ, r_0 = 0^\circ/s$ , 仿真时间为  $2 \times 10^5\text{ s}$ .



(a)  $f(y) = \arctan(0.00695y)$



(b)  $f(y) = \arctan(0.00705y)$

图 3  $y$  和  $\psi$  的相轨迹图

Fig. 3 State plane trajectories of  $\psi$  and  $y$

### 5 模拟试验

为验证上述充分条件的正确性, 以式 (13) 为基础设计船舶直线航迹控制算法, 采用研制的航迹航向舵模器进行船舶航迹控制的模拟试验, 模拟试验中的所有信号与实船一致. 模拟条件: 航速为 20kn, 初始航向为  $270^\circ$ , 初始经纬度为  $(114^\circ 34'E, 22^\circ 23'N)$ . 如图 4 所示, 船舶在初始偏离设定航线约 4604 m 和偏离设定航迹向  $174.9^\circ$  的条件下, 首先转向并迅速接近航线 W119 至 W115, 然后沿着计划航线 W115 至

## W118 航行.

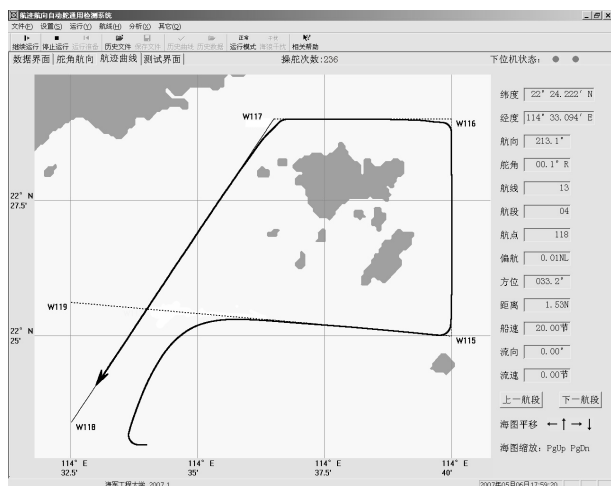


图 4 船舶运动轨迹

Fig. 4 Ship path by the simulation system

模拟试验表明, 依据文中的充分条件设计的控制器可以保证船舶航迹控制系统全局渐近稳定。

## 6 结论

本文针对船舶直线航迹控制器设计及系统全局渐近稳定性问题, 通过重定义关系为零的特殊输出变量, 提出了一类船舶航迹控制律, 并采用 Lyapunov 直接法, 推导了闭环系统全局渐近稳定的充分条件及推论。在设计船舶航迹控制系统时, 该结论具有明显的实践指导意义。

虽然本文给出的控制律已明显简化, 但其表达式中仍然含有某些参数的准确值, 然而在实际的工程实践中该参数是不可能准确得到的。因此, 在接下来的工作中, 我们将继续深入研究船舶运动参数准确值之间无直接关系的航迹控制律及其稳定条件。

## References

- 1 Fossen T I. Recent developments in ship control systems design. In: Proceedings of World Superyacht Review. London, England: 1999. 115~116
- 2 Holzhuetter T, Schultze R. Operating experience with a high precision track controller for commercial ships. *Control Engineering Practice*, 1996, 4(3): 343~350
- 3 Repoulias F, Papadopoulos E. Trajectory planning and tracking control of underactuated AUVs. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain: IEEE, 2005. 1610~1615
- 4 Mazenc F, Pettersen K Y, Nijmeijer H. Global uniform asymptotic stabilization of an underactuated surface vessel. In: Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, Nevada USA: IEEE, 2002. 510~515
- 5 Jiang Z P. Global tracking control of underactuated ships by Lyapunov's direct method. *Automatica*, 2002, 38(2): 301~309
- 6 Do K D, Jiang Z P, Pan J. Robust global stabilization of underactuated ships on a linear course: state and output feedback. *International Journal of Control*, 2003, 76(1): 1~17
- 7 Lefeber E, Pettersen K Y, Nijmeijer H. Tracking control of an underactuated ship. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(1): 52~61
- 8 Zhou Gang, Yao Qiong-Hui, Chen Yong-Bing, Zhou Yong-Yu. Global straight-line tracking control of ships based on input-output linearization. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 117~121  
(周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 周永余. 基于输入输出线性化的船舶全局直线航迹控制. *控制理论与应用*, 2007, 24(1): 117~121)
- 9 Zhou Gang, Yao Qiong-Hui, Chen Yong-Bin, Zhou Yong-Yu, Li Wen-Kui. A study of stability of straight-line tracking control system for underactuated ship. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(4): 378~384  
(周岗, 姚琼荟, 陈永冰, 周永余, 李文魁. 不完全驱动船舶直线航迹控制稳定性研究. *自动化学报*, 2007, 33(4): 378~384)

周岗 海军工程大学导航工程系博士研究生. 主要研究方向为非线性控制理论及其在船舶操纵控制系统中的应用. 本文通信作者.

E-mail: jyzgzst@163.com

(ZHOU Gang Ph. D. candidate in Department of Navigation Engineering at Naval University of Engineering. His research interest covers nonlinear systems control theory and its applications to marine control systems. Corresponding author of this paper.)

陈永冰 海军工程大学导航工程系教授. 主要研究方向为计算机控制与工程应用, 自动控制理论及应用. E-mail: hgcyb@163.com

(CHEN Yong-Bing Professor in Department of Navigation Engineering at Naval University of Engineering. His research interest covers computer control and engineering applications, control theory and its applications.)

姚琼荟 海军工程大学智能工程系教授. 主要研究方向为非线性系统控制理论, 变结构控制理论及应用.

(YAO Qiong-Hui Professor in Department of Intelligent Engineering at Naval University of Engineering. His research interest covers nonlinear systems control theory, variable structure control and its applications.)

周永余 海军工程大学导航工程系副教授. 主要研究方向为计算机控制与工程应用, 自适应控制.

(ZHOU Yong-Yu Associate professor in Department of Navigation Engineering at Naval University of Engineering. His research interest covers computer control and engineering applications, and adaptive control.)

李文魁 海军工程大学导航工程系讲师. 主要研究方向为计算机控制与工程应用,  $H_\infty$  控制.

(LI Wen-Kui Lecturer in Department of Navigation Engineering at Naval University of Engineering. His research interest covers computer control and engineering applications, and  $H_\infty$  control.)