

加速度空间中基于线性规划的移动机器人路径规划方法

祖迪^{1,2} 韩建达¹ 谈大龙¹

摘要 针对动态不确定环境下移动机器人的路径规划问题, 提出了加速度空间中一种基于线性规划 (Linear programming, LP) 的方法. 在机器人的加速度空间中利用相对信息, 把机器人路径规划这一非线性问题, 描述成满足一组线性约束同时使目标函数极小的线性规划问题, 嵌入基于线性规划方法的规划器, 得到一条满足性能要求的最优路径. 仿真试验验证了算法的实用性及有效性, 与势场引导进化计算的方法 (Artificial potential guided evolution algorithm, APEA) 相比更优化, 更实时.

关键词 路径规划, 线性规划, 移动机器人, 动态环境

中图分类号 TP24

LP-based Path Planning Method in Acceleration Space for Mobile Robot

ZU Di^{1,2} HAN Jian-Da¹ TAN Da-Long¹

Abstract A linear programming (LP) based method in the acceleration space is proposed for the path planning of the mobile robot in the dynamic and uncertain environment. By using the relative information, the path planning of the mobile robot in the dynamic environment is described as minimizing an objective function subject to a set of linear inequalities that are easily embedded into the LP path planner. Simulations are carried out and the results show that the proposed method is more efficient and more convergent than the artificial potential guided evolution algorithm (APEA).

Key words Path planning, linear programming, mobile robot, dynamic environment

1 引言

存在多移动障碍物的动态复杂环境下移动机器人的路径规划问题是当今机器人领域的一个热点. 它主要包括轨迹最优化、算法实时性等方面的问题.

目前大多数规划方法都是基于位置信息的零阶规划^[1~5], 即在某一规划时间段认为障碍物是静止的. 但是, 对于移动障碍物, 此种假设并不合理. 文献 [6, 7] 提出了基于速度障碍物的一阶算法, 利用机器人与障碍物的相对速度信息, 在机器人的速度空间中进行避障, 并嵌入基于 A* 算法的迭代规划器中, 从而得到一条满足优化目标的路径. 由于 A* 算法的高复杂性, 不具备动态环境路径规划的实时性, 且搜索依赖于全局信息, 实际情况下这种信息不方便测得, 因此, 把 A* 算法作为优化环节的规划器是不合理的. 文献 [8, 9] 也提出了一种基于相对速度的避障方法, 与文献 [6, 7] 不同的是所规划的是小车的加速度及角速度, 但这种方法没有考虑路径优化.

线性规划 (Linear programming, LP) 作为一种通用的优化方法, 具有很强的建模能力和强大的商业软件包支持^[10, 11]. 用 LP 方法解决动态环境下

的路径规划问题, 可以很容易地把车体动力学、运动学以及环境不确定性等约束考虑进去, 得到一条关于目标函数最优且满足所有约束条件的最优路径. 由于 LP 方法要求目标函数和约束均为线性, 对于动态规划问题中的非线性约束及目标函数, 不能直接求解. 因此线性化成为 LP 方法求解动态规划的主要问题. 文献 [12, 13] 提出了一种混合整数线性规划法, 讨论了 LP 在路径规划问题上的复杂性问题, 但依旧很难用于存在多个不规则移动障碍物的情况.

基于以上分析及 LP 方法的特点, 本文提出了加速度空间中基于 LP 的一阶路径规划方法. 利用小车和障碍物及目标间的相对信息, 在加速度空间中把避障、车体约束及目标函数均表示成线性形式, 嵌入到 LP 优化器中, 从而得到一条满足约束条件且使目标函数极小的最优路径. 在障碍物边缘可测或可估计的前提下, 本方法对任意形状障碍物均适用, 且算法的复杂度不随其形状的变化而增加^[12, 13].

2 加速度空间中基于相对信息的避障和目标追踪

本文以下面的动态不确定环境下的路径规划问题为例进行研究: 给定小车追踪动态目标, 求一条满足所有约束条件且能避开所有障碍物的使目标函数最优的路径. 本文中只研究二维环境中单车单目标的路径规划. 设车与目标及障碍物当前时刻的相对位置和相对速度可测或可估计, 下一时刻以及之后的信息均未知. 因此, 对于这种信息有限的动态规划问题, 建立了基于当前已知信息的一步最优规划算法. 若当前

收稿日期 2006-8-30 收修改稿日期 2007-3-6
Received August 30, 2006; in revised form March 6, 2007
国家自然科学基金 (60434030) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (60434030)

1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学重点实验室 沈阳 110016
2. 中国科学院研究生院 北京 100039
1. Robotics Laboratory, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016 2. Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039
DOI: 10.1360/aas-007-1036

时刻为 t_0 , 规划周期为 Δt , 假设所有已知信息在 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 上保持不变, 则在此时间段上求解小车的最优路径. 这里, 小车被看作一个质点, 同时根据一定的膨胀算法^[6], 对目标和障碍物进行了相应的膨胀. 如图 1 所示, 设 (X, Y) 为全局坐标系, 小车以速度 \mathbf{v}_A 、方向角 α 在此坐标系下运动. 以小车为原点, \mathbf{v}_A 方向为 X 轴, 建立小车坐标系. 图中 O 处为一不规则障碍物, 在 (X, Y) 坐标下速度为 \mathbf{v}_O , 方向角为 β_O . 如图 2 所示, G 处为一不规则形状目标, 其全局坐标系下速度为 \mathbf{v}_G , 方向角为 β_G .

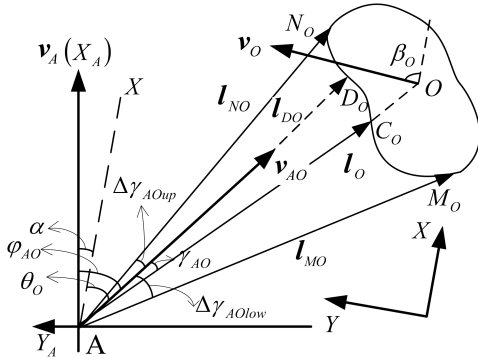


图 1 加速度空间中基于相对信息的避障

Fig.1 Relative information based avoidance in the acceleration space

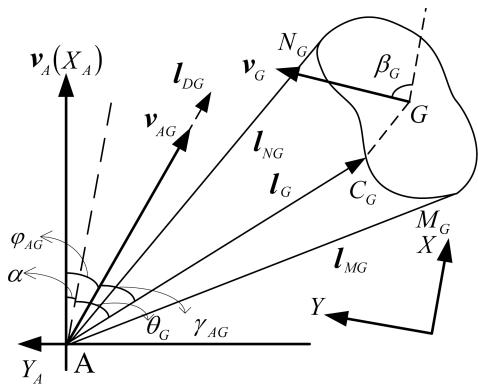


图 2 加速度空间中基于相对信息的目标追踪

Fig.2 Relative information based target pursuit in the acceleration space

定义

$$\mathbf{v}_{AO} = \mathbf{v}_A - \mathbf{v}_O \quad (1)$$

为车与障碍物的相对速度. \mathbf{l}_{MO} 和 \mathbf{l}_{NO} 是小车与障碍物两侧切线方向的射线; \mathbf{l}_{DO} 是以小车为起点, \mathbf{v}_{AO} 方向上的射线; \mathbf{l}_O 是以小车为起点, 到障碍物几何中心方向的射线; θ_O 为 \mathbf{l}_O 与 X 轴正方向夹角; γ_{AO} 为 \mathbf{v}_{AO} 与 \mathbf{l}_O 之间的夹角. 定义

$$\mathbf{v}_{AG} = \mathbf{v}_A - \mathbf{v}_G \quad (2)$$

为车与障碍物的相对速度. \mathbf{l}_{MG} 和 \mathbf{l}_{NG} 是小车与目标两侧切线方向的射线; \mathbf{l}_{DG} 是以小车为起点, \mathbf{v}_{AG} 方向上的射线; \mathbf{l}_G 是以小车为起点, 到目标上目标点的射线; θ_G 为 \mathbf{l}_G 与 X 轴正方向夹角; γ_{AG} 为 \mathbf{v}_{AG} 与 \mathbf{l}_G 之间的夹角. 规定所有角在 $[-\pi, \pi]$ 之间, 且所有向量的模用与之对应的标量符号来表示, 如 v_A 表示 \mathbf{v}_A 的模.

2.1 加速度空间中基于相对速度的避障方法

首先给出以下两个定义:

1) 碰撞区: 所有引起小车与障碍物碰撞的 \mathbf{v}_{AO} .

$$CC_{AO} = \{\mathbf{v}_{AO} \mid \mathbf{l}_{DO} \cap O \neq \emptyset\} \quad (3)$$

2) 避障角: 使小车避开障碍物, \mathbf{v}_{AO} 所要旋转的角度. $\Delta\gamma_{AOup}$ 和 $\Delta\gamma_{AOlow}$ 分别代表 \mathbf{v}_{AO} 由当前位置到 \mathbf{l}_{NO} 和 \mathbf{l}_{MO} 方向旋转的角度. 设逆时针方向为正, 且 $\Delta\gamma_{AOup} \geq \Delta\gamma_{AOlow}$.

假设 t_0 时刻小车需要避开 n 个障碍物, $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 为这 n 个障碍物的索引集合, φ_{AO} 为 \mathbf{v}_A 和 \mathbf{v}_{AO} 间的夹角, Δv_A 和 $\Delta\alpha$ 分别为 Δt 时间段小车绝对速度大小及方向角的变化量. 作为一步动态规划, 以下所有都在离散时间区间 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 上讨论. 整个动态规划过程以追到目标作为结束, 重复此规划算法.

命题 1. 若小车在时间区间 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 内要避免开某一障碍物 $O_i, i \in N$, 则 \mathbf{v}_{AO} 在此段时间内应偏离碰撞区, 即如下不等式之一成立

$$-\pi \leq \dot{\gamma}_{AOi}\Delta t \leq \Delta\gamma_{AOilow} \quad (4)$$

$$\Delta\gamma_{AOiup} \leq \dot{\gamma}_{AOi}\Delta t \leq \pi \quad (5)$$

若在很短的时间段 Δt 上障碍物的速度 \mathbf{v}_O 保持恒定, 则 $\Delta\gamma_{AOi} = \dot{\gamma}_{AOi}\Delta t$ 可由下式求得^[8]

$$\Delta\gamma_{AOi} = -\frac{\sin \varphi_{AOi}}{v_{AOi}} \Delta v_A + \frac{\cos \varphi_{AOi}}{v_{AOi}} v_A \Delta\alpha - \Delta\theta_{O_i} \quad (6)$$

其中 $\Delta\theta_{O_i} = \frac{v_{AOi} \sin \gamma_{AOi}}{l_{O_i}} \Delta t$ 为已知数, 且 l_{O_i} 为小车与障碍物在 \mathbf{l}_{O_i} 方向上的距离. 由此, 避开障碍物 O_i 的加速度空间为式 (7)(见下页).

由图 1 可知, 命题 1 可以很直观地得到, 因此无需证明. 由式 (6) 可以看出避障角由 $(\Delta v_A, v_A \Delta\alpha)$ 确定. 因此, 余下的问题就是在所有加速度空间 ASO_i 的交集中寻找一条满足某些性能指标的 $(\Delta v_A, v_A \Delta\alpha)$. 对于给定的时间段 Δt , $(\Delta v_A, v_A \Delta\alpha)$ 由小车的加速度和角速度 $(\dot{v}_A, \dot{\alpha})$ 唯一确定. 由命题 1 可知, 以上动态避障问题已被描述成一组关于 $(\Delta v_A, v_A \Delta\alpha)$ 的线性不等式, 从而可以直接作为 LP 的约束条件嵌入到基于 LP 的最优规划器中. 此外, 由式 (4) 和 (5) 可知, 避障条件只由

避障区域的张角大小决定, 与障碍物的形状无关. 因此, 此方法适用于包括凹形在内的任意形状障碍物, 从而解决了文献 [12, 13] 中 LP 规划方法的局限性.

2.2 加速度空间中基于相对速度的目标追踪方法

目标追踪可以看成是避障的逆过程. 首先给出两个关于目标追踪问题的定义:

1) **追踪区**: 所有使小车追上目标 v_{AG} 的集合.

$$CC_{AG} = \{v_{AG} \mid l_{DG} \cap G \neq \emptyset\} \quad (8)$$

2) **追踪角**: 使小车追上目标 v_{AG} 所要旋转的角度. $\Delta\gamma_{AGup}$ 和 $\Delta\gamma_{AGlow}$ 分别代表 v_{AG} 由当前位置到 l_{NG} 和 l_{MG} 方向旋转的角度. 设逆时针方向为正, 且 $\Delta\gamma_{AGup} \geq \Delta\gamma_{AGlow}$.

目标追踪过程可通过调整相对速度 v_{AG} 来实现. 图 2 中, φ_{AG} 为 v_A 和 v_{AG} 间的夹角, 则可以得到如下命题.

命题 2. 若小车在某一有限时间段 Δt 内追上目标 G , 则 v_{AG} 应在其追踪区内, 即如下不等式成立

$$\Delta\gamma_{AGlow} \leq \dot{\gamma}_{AG}\Delta t \leq \Delta\gamma_{AGup} \quad (9)$$

其中追踪角 $\Delta\gamma_{AG} = \dot{\gamma}_{AG}\Delta t$ 可由下式解得

$$\Delta\gamma_{AG} = -\frac{\sin\varphi_{AG}}{v_{AG}}\Delta v_A + \frac{\cos\varphi_{AG}}{v_{AG}}v_A\Delta\alpha - \Delta\theta_G \quad (10)$$

其中 $\Delta\theta_G = \frac{v_{AG}\sin\gamma_{AG}}{l_G}\Delta t$, 且 l_G 为小车与目标点的距离.

目标追踪的加速度空间表示为式 (11).

3 目标函数的优化

本文中的目标函数主要是针对目标追踪问题而确定的. 要使小车以最短的时间最终追上目标, 需要对 v_{AG} 的大小和方向进行调整.

3.1 追踪收敛性的优化

目标追踪收敛性的优化是依据命题 2 通过调整 v_{AG} 的方向来实现的. 如图 2 所示, 若 C_G 为小车与目标的期望碰撞点, 则希望 v_{AG} 始终指向 C_G , 即如

下目标函数极小:

$$J_{G1} = \left| \gamma_{AG} + \frac{\sin\varphi_{AG}}{v_{AG}}\Delta v_A - \frac{\cos\varphi_{AG}}{v_{AG}}v_A\Delta\alpha + \Delta\theta_G \right| \quad (12)$$

设实数变量 $z \geq 0$, 令

$$J_{G1} = z \quad (13)$$

则极小化式 (12) 中的绝对值函数等价于极小化 z , 同时满足不等式^[13]

$$\begin{aligned} -z &\leq \gamma_{AG} + \frac{\sin\varphi_{AG}}{v_{AG}}\Delta v_A - \\ &\frac{\cos\varphi_{AG}}{v_{AG}}v_A\Delta\alpha + \Delta\theta_G \leq z \end{aligned} \quad (14)$$

由此, 以上绝对值形式的目标函数被转换成线性形式, 可直接由 LP 求解.

3.2 追踪时间的优化

关于追踪时间的优化给出如下定理:

定理 1. 假设小车与目标的相对速度已经指向追踪点, 则当小车在此方向上以最大相对加速度行驶时, 追踪时间最小, 即在 Δt 时间内小车速度的变化量 $\Delta v_{AG} \rightarrow \Delta v_{AGmax}$ 时, 追踪时间最小, 且

$$\Delta v_{AG} = \cos\varphi_{AG}\Delta v_A + v_A\sin\varphi_{AG}\Delta\alpha \quad (15)$$

其中 Δv_{AGmax} 为 Δv_{AG} 的最大值.

证明. 当 $\Delta v_{AG} \rightarrow \Delta v_{AGmax}$ 时, 小车将以最大能力追逐目标, 从而使得追踪时间最小.

设

$$f = v_{AG}^2 = v_A^2 + v_G^2 - 2v_Av_G\cos(\alpha - \beta_G) \quad (16)$$

则

$$\frac{\partial f}{\partial v_A} = 2v_A - 2v_G\cos(\alpha - \beta_G) \quad (17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = 2v_Av_G\sin(\alpha - \beta_G) \quad (18)$$

$$ASO_i = \left\{ (\Delta v_A, v_A\Delta\alpha) \left| \begin{aligned} &-\pi \leq -\frac{\sin\varphi_{AOi}}{v_{AOi}}\Delta v_A + \frac{\cos\varphi_{AOi}}{v_{AOi}}v_A\Delta\alpha - \Delta\theta_{O_i} \leq \Delta\gamma_{AOilow} \\ &\text{or } \Delta\gamma_{AOiup} \leq -\frac{\sin\varphi_{AOi}}{v_{AOi}}\Delta v_A + \frac{\cos\varphi_{AOi}}{v_{AOi}}v_A\Delta\alpha - \Delta\theta_{O_i} \leq \pi \end{aligned} \right. \right\} \quad (7)$$

$$ASG = \left\{ (\Delta v_A, v_A\Delta\alpha) \left| \Delta\gamma_{AGlow} \leq -\frac{\sin\varphi_{AG}}{v_{AG}}\Delta v_A + \frac{\cos\varphi_{AG}}{v_{AG}}v_A\Delta\alpha - \Delta\theta_G \leq \Delta\gamma_{AGup} \right. \right\} \quad (11)$$

由式 (16)~(18) 得

$$df = 2[v_A - v_G \cos(\alpha - \beta_G)]dv_A + 2v_A v_G \sin(\alpha - \beta_G)d\alpha \quad (19)$$

把式 (16) 微分得

$$dv_{AG} = \frac{1}{\sqrt{f}}df = \frac{2[v_A - v_G \cos(\alpha - \beta_G)]dv_A + 2v_A v_G \sin(\alpha - \beta_G)d\alpha}{\sqrt{v_A^2 + v_G^2 - 2v_A v_G \cos(\alpha - \beta_G)}} \quad (20)$$

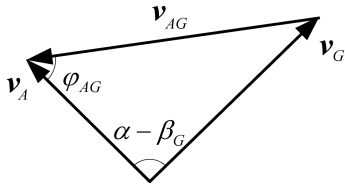


图 3 v_A 、 v_A 和 v_{AG} 之间的关系

Fig. 3 Relationship between v_A , v_A , and v_{AG}

由图 3 可知

$$v_G \sin(\alpha - \beta_G) = v_{AG} \sin \varphi_{AG} \quad (21)$$

$$v_A - v_G \cos(\alpha - \beta_G) = v_{AG} \cos \varphi_{AG} \quad (22)$$

$$v_A^2 + v_G^2 - 2v_A v_G \cos(\alpha - \beta_G) = v_{AG}^2 \quad (23)$$

把式 (21)~(23) 代入式 (20) 得

$$dv_{AG} = \cos \varphi_{AG} dv_A + v_A \sin \varphi_{AG} d\alpha \quad (24)$$

则在很短时间 Δt 内式 (15) 成立。□

由式 (10) 和 (15) 知

$$\Delta v_A^2 + (v_A \Delta \alpha)^2 = v_{AG}^2 (\Delta \gamma_{AG} + \Delta \theta_G)^2 + \Delta v_{AG}^2 \quad (25)$$

把 Δv_A 和 $\Delta \alpha$ 的最大值代入式 (25), 得

$$\Delta v_{AG \max} = \sqrt{\Delta v_{A \max}^2 + (v_{A \max} \Delta \alpha_{\max})^2 - v_{AG}^2 (\Delta \gamma_{AG} + \Delta \theta_G)^2} \quad (26)$$

由此得出时间最小的目标函数

$$J_{G2} = \frac{\Delta v_{AG \max}}{v_{AG}} - \frac{\cos \varphi_{AG}}{v_{AG}} \Delta v_A - \frac{v_A \sin \varphi_{AG}}{v_{AG}} \Delta \alpha \quad (27)$$

由于 $\Delta v_{AG \max}$ 为 Δv_{AG} 的最大值, 很明显 $J_{G2} \geq 0$ 。

由以上分析可知, 若使小车以最短时间追上目标, 则需找出一组 $(\Delta v_A, v_A \Delta \alpha)$, 使目标函数

$$J_{LP} = \omega_1 J_{G1} + \omega_2 J_{G2} \quad (28)$$

极小。其中 $\omega_1 \geq 0$ 和 $\omega_2 \geq 0$ 为 J_{G1} 和 J_{G2} 的权值。

4 LP 最优规划器的设计

LP 是一种解决受限最优问题的优化方法。本文针对动态环境下的路径规划问题, 设计了基于当前已知信息的一步规划器, 即仅给出小车下一步的动作, 然后循环此过程, 直到追上目标为止。

极小化: 目标函数

满足: 1) 动态环境中避障及目标追踪约束;
2) 车体运动学及动力学约束。

4.1 车体约束

除了避障和目标追踪的约束, 小车本身还存在动力学和运动学约束。小车的动力学约束为

$$\Delta v_{A \min} \leq \Delta v_A \leq \Delta v_{A \max} \quad (29)$$

其中 $\Delta v_{A \max}$ 和 $\Delta v_{A \min}$ 分别为 Δt 时间内车速变化的最大和最小值。小车的运动学约束包括

$$\Delta \alpha_{\min} \leq \Delta \alpha \leq \Delta \alpha_{\max} \quad (30)$$

$$v_{A \min} \leq v_A + \Delta v_A \leq v_{A \max} \quad (31)$$

其中 $\Delta \alpha_{\max}$ 和 $\Delta \alpha_{\min}$ 分别为 Δt 时间内小车方向角变化的最大及最小值, $v_{A \max}$ 和 $v_{A \min}$ 分别为车速的最大及最小值。

由式 (29) 和 (31) 得

$$\max(\Delta v_{A \min}, v_{A \min} - v_A) \leq \Delta v_A \leq \min(\Delta v_{A \max}, v_{A \max} - v_A) \quad (32)$$

以上约束使相对速度的可转动角度 $\Delta \gamma_{AOi}$ 存在最大值 $\Delta \gamma_{AOi \max}$ 。由式 (6) 可知

$$\Delta \gamma_{AOi \max} = \begin{cases} -\frac{\sin \varphi_{AOi}}{v_{AOi}} \Delta v_{A \max} + \\ \frac{\cos \varphi_{AOi}}{v_{AOi}} v_A \Delta \alpha_{\max} - \Delta \theta_{O_i} \end{cases} \quad (33)$$

如下页图 4 所示, 当障碍物很大或小车离障碍物很近时, $\Delta \gamma_{AOi \uparrow}$ 和 $\Delta \gamma_{AOi \downarrow}$ 将超出以上范围, 即 $|\Delta \gamma_{AOi \uparrow}| \geq |\Delta \gamma_{AOi \max}|$ 或 $|\Delta \gamma_{AOi \downarrow}| \geq |\Delta \gamma_{AOi \max}|$ 。此时, 小车在一步内不能完全避开障碍物, 但并不意味小车在此时间内一定碰上障碍物。当小车的碰撞时间 $\frac{l_{DO}}{v_{AO}} > \Delta t$ 时, 将采取如下策略 (逆时针方向为正):

1) $\Delta \gamma_{AOi \uparrow}$ 和 $\Delta \gamma_{AOi \downarrow}$ 均超限。

a) 若 $\Delta \gamma_{AOi \uparrow} \Delta \gamma_{AOi \downarrow} > 0$, 如图 4(a) 所示。由于 v_{AOi} 远离碰撞区且在一步之内不会进入碰撞区, 因此障碍物被忽略。

b) 若 $\Delta \gamma_{AOi \uparrow} \Delta \gamma_{AOi \downarrow} < 0$, 即 v_{AOi} 在碰撞区之内且在一步之内两方向的旋转均不能使其脱离碰撞区, 如图 4(b) 所示。此时采取如下 try-best 策略,

若 $|\Delta\gamma_{AOiup}| \leq |\Delta\gamma_{AOilow}|$, 则

$$(\Delta\gamma_{AOiup}, \Delta\gamma_{AOilow}) = (\Delta\gamma_{AOimax}, \Delta\gamma_{AOilow}) \quad (34)$$

若 $|\Delta\gamma_{AOiup}| > |\Delta\gamma_{AOilow}|$, 则

$$(\Delta\gamma_{AOiup}, \Delta\gamma_{AOilow}) = (\Delta\gamma_{AOiup}, -\Delta\gamma_{AOimax}) \quad (35)$$

2) $\Delta\gamma_{AOiup}$ 和 $\Delta\gamma_{AOilow}$ 之一超限.

a) 若 $\Delta\gamma_{AOiup}$ 超限 (如图 4(c)), 则从 l_{MO} 方向逃离碰撞区, 即只利用式 (4) 避障.

b) 若 $\Delta\gamma_{AOilow}$ 超限 (如图 4(d)), 则从 l_{NO} 方向逃离碰撞区, 即只利用式 (5) 避障.

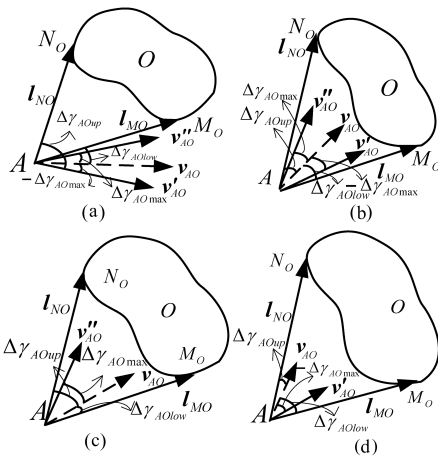


图 4 障碍物较大时的超限情况 (v'_{AO} 和 v''_{AO} 分别为 v_{AO} 顺时针和逆时针旋转最大角之后的速度)

Fig. 4 Avoidance angle beyond the limitation (v'_{AO} and v''_{AO} are v_{AO} after the maximum clock-wise and anti-clock-wise rotation)

4.2 不确定性

这里的不确定性主要指测量或估计误差. 把膨胀后障碍物的半径扩大到考虑这种误差的安全半径. 由于每一时间段中障碍物的分布均不同, 因此每一规划周期中每一障碍物都具有不同的安全半径.

4.3 加速度空间中基于相对信息的 LP 方法

针对动态环境下的路径规划问题, 下面将给出加速度空间中基于相对信息的 LP 规划方法, 以得到小车下一步的最优动作 $(\Delta v_A, v_A \Delta\alpha)$. 由上述分析已得到目标函数及各约束的线性形式, 其中避障约束 (4) 和 (5) 是“或”的关系, 而 LP 要求所有约束为“与”的关系, 对于这一问题作出如下转换:

设 t_0 时刻发现 m 个障碍物, 其中 n 个为 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 时间段上需要躲避的. $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 为其编号的集合, $\{1, 2, 3, \dots, 2^n\}$ 为 N 的所有子集的编号集合. 对于 $j \in \{1, 2, 3, \dots, 2^n\}$, 设 N_j 为 N 的一个子集, $N'_j = N - N_j$ 为 N_j 的补集, 则 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 上的 LP 规划器可描述成:

For $j = 1$ to 2^n , do

Minimizing $J_j = \omega_1 J_{G1} + \omega_2 J_{G2}$

Subjecting to

$$\begin{cases} \gamma_{AG} + \frac{\sin \varphi_{AG}}{v_{AG}} \Delta v_A - \frac{\cos \varphi_{AG}}{v_{AG}} v_A \Delta\alpha + \Delta\theta_G \leq z \\ \gamma_{AG} + \frac{\sin \varphi_{AG}}{v_{AG}} \Delta v_A - \frac{\cos \varphi_{AG}}{v_{AG}} v_A \Delta\alpha + \Delta\theta_G \geq -z \\ z \geq 0 \\ \Delta\alpha_{\min} \leq \Delta\alpha \leq \Delta\alpha_{\max} \\ \Delta v_A \geq \max(\Delta v_{A \min}, v_{A \min} - v_A) \\ \Delta v_A \leq \min(\Delta v_{A \max}, v_{A \max} - v_A) \\ \Delta\gamma_{AOi} \leq \Delta\gamma_{AOilow} & i \in N_j \\ \Delta\gamma_{AOi} \geq -\pi & i \in N_j \\ \Delta\gamma_{AOi} \geq \Delta\gamma_{AOiup} & i \in N'_j \\ \Delta\gamma_{AOi} \leq \pi & i \in N'_j \end{cases}$$

End of loop

其中 $\Delta\gamma_{AOi}$ 由式 (6) 给出.

由以上过程可知, 算法的复杂度为 2^n , n 为 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 时间段上需要同时考虑的障碍物个数. 若这 n 个障碍物的运动速度、与小车的远近程度等差异很大, 则同时避开它们并不合理. 文献 [9] 根据需要避开的障碍物的紧迫程度把它们分成不同的风险度等级. 具有相同风险度等级的障碍物在一次 LP 优化中同时避开. 不同风险度等级按照由高到低依次避开. 通常情况下, 在同一风险度等级中需要同时避开的障碍物数目并不大, 即一次 LP 规划中需要同时考虑的障碍物个数较少. 因此, 在 n 不是很大的情况下, 以上算法的复杂度并不大. 下面的仿真结果表明, 当 $n = 3$ 时, 算法的运算时间为 3.3 ms, 完全可以满足系统实时性的要求.

5 仿真结果

在以下仿真中, 算法被应用于有三个移动障碍物存在的动态规划问题. 由前面的分析可知, 对于任意形状的障碍物只要边缘信息已知, 算法均适用. 这里为仿真简便, 目标和障碍物均被表示成圆形. 假设当前时刻小车与目标和障碍物的相对位置、相对速度及小车自身速度已知, 下一时刻及其后的信息在当前时刻未知. 给出如下两方面的仿真.

5.1 算法实时性及有效性的验证

为了说明算法的有效性, 这里给出三个具有不同大小和速度的障碍物 (如图 5). 仿真参数如下

$$\begin{aligned} \Delta v_{A \max} &= 2 \text{ cm/s}^2; \Delta v_{A \min} = -2 \text{ cm/s}^2; \\ v_{A \max} &= 99 \text{ cm/s}; v_{A \min} = 0 \text{ cm/s}; \\ v_{A-x-0} &= 65 \text{ cm/s}; v_{A-y-0} = 0 \text{ cm/s}; \\ \Delta\alpha_{\max} &= 0.5 \text{ rad/s}; \Delta\alpha_{\min} = -0.5 \text{ rad/s}; \\ r_{O1} &= 100 \text{ cm}; r_{O2} = 50 \text{ cm}; r_{O3} = 70 \text{ cm}; \\ r_G &= 50 \text{ cm}; \end{aligned}$$

其中 r_{O1} 、 r_{O2} 和 r_{O3} 分别代表三个障碍物所占据的不安全区域的半径, r_G 为目标半径, v_{A-x-0} 和 v_{A-y-0} 为小车的初速度.

算法用 C 语言编程，内嵌 LP 求解函数 QSOpt^[11]，运行于配置为 Pentium IV/2.40GHz CPU 的 Windows 操作系统中。算法的平均耗时约为 3.3 ms (20 000 次运算的平均值)。仿真结果如图 5 所示。其中 S 和 E 分别为目标和障碍物的起始及终止点， S 和 E 之间连线上的细线圆为小车避开障碍物瞬间障碍物的位置，实线为小车所走的轨迹。由图可知，小车成功地避开了障碍物且最终追上了目标。由于不安全区域已经充分考虑了环境中各种不确定及不安全因素，因此按照优化目标，小车选择了刚好避开不安全区域，贴近其边缘行驶的路径。

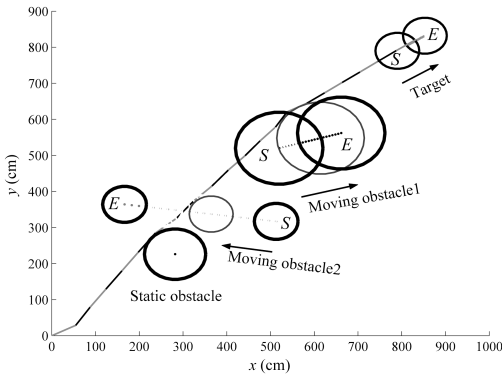


图 5 加速度空间 LP 方法的仿真规划过程

Fig. 5 Simulation on the path planning program using the proposed LP based on the relative velocity

5.2 与 APEA 方法的性能比较

进化算法 (Evolutionary algorithm, EA) 是解决路径归化问题的一类典型方法^[3,4]。其原理是在一定的时间和空间范围内随机搜索到一条满足性能指标的最优路径。单纯 EA 方法随机搜索有盲目性，搜索效率很低，有限搜索空间内的收敛性较差。因此，文献 [5] 中提出了一种势场引导 EA (Artificial potential guided evolutionary algorithm, APEA) 的方法，使 EA 的搜索集中在势场方向附近，从而提高了 EA 的搜索效率。虽然这种方法的性能较单纯 EA 有了很大的改进，但未从根本上解决 EA 在搜索时间和收敛性等方面的问题。这里，分别用 APEA 方法与所提出的 LP 方法在同一环境进行仿真，对各方面的性能做比较。不失一般性，目标及障碍物半径为： $r_{O1} = r_{O2} = r_{O3} = r_G = 50$ cm，其它仿真参数同 5.1 节。

图 6 给出了 LP 方法的规划结果。由于 APEA 方法是基于随机搜索原理的，每一次搜索的路径不尽相同，因此无法给出唯一的搜索结果。图 7 为种群数 40、变异 20 次时的一次搜索成功的情况，其中扇形阴影区为搜索空间中的备选路径，黑色实线为所选路径。这里对 1 到 50 间每一变异次数做了 50 次随机试验，计算出如下各性能指标的平均值进行对

比。如图 8 所示 (见下页)，细曲线为 APEA 搜索结果，粗直线为 LP 规划结果。对于同一问题 LP 方法的规划结果是唯一的，而 APEA 的规划结果根据种群大小及变异次数的不同而变化。仿真结果分析如下：

1) 收敛性 (图 8 (a))：指小车成功追上目标的次数。随着变异次数的增加，APEA 的收敛性增强，当变异次数达到 16 时，算法才基本收敛。而对于所提出的 LP 方法，只要所有约束条件能同时满足，则必能得到一条收敛的最优路径，即算法始终收敛。

2) 追踪步数 (图 8 (b))：指小车追上目标所走的步数，LP 方法比 APEA 减少了 7~8 步。

3) 路径长度 (图 8 (c))：指小车追上目标所走的总的路径长度，LP 方法比 APEA 降低了 120~200 cm (16 代以后进行比较)。

4) 与障碍物的最小距离 (图 8 (d))：指小车追踪过程中与任意障碍物的最小距离。LP 方法减少了 APEA 方法中因为努力远离障碍物而偏离目标的路程。事实上两种方法采取了不同的避障策略。LP 除了障碍物本身的大小，还事先考虑到了测量和环境的不确定因素，因此，是选择不安全区域边缘进行避障的。这种避障方法在充分保证安全性的同时，尽量节省了避障偏离度；而 APEA 方法则只按照障碍物本身的大小进行避障，因此其必须选择尽量远离障碍物的策略。

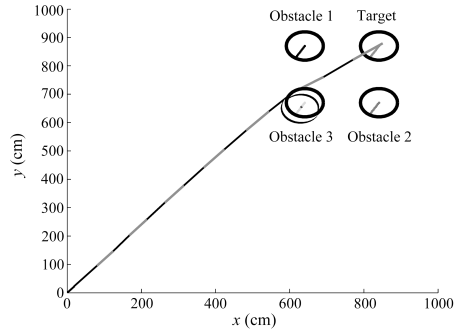


图 6 加速度空间 LP 方法规划结果

Fig. 6 Path planning results of the proposed LP

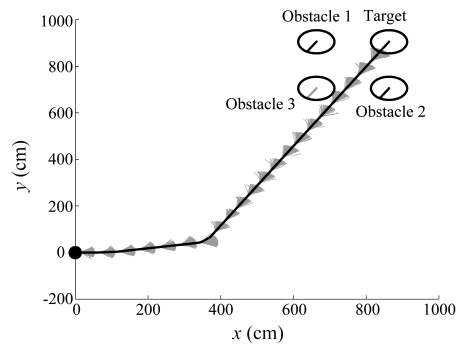


图 7 APEA 方法规划结果

Fig. 7 Path planning results of the APEA

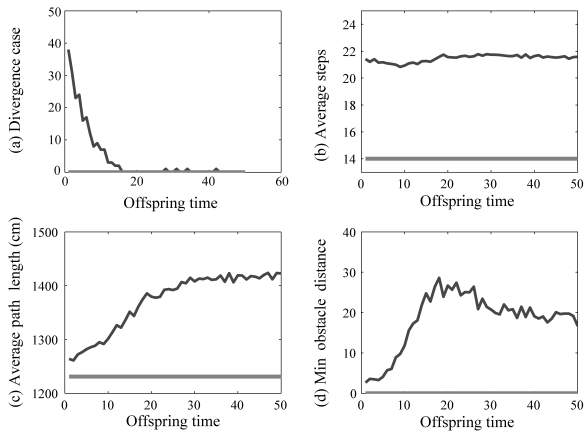


图 8 LP 方法与 APEA 方法的性能比较

Fig. 8 Comparison between LP and APEA

6 结论

本文针对移动机器人的动态规划问题提出了一种加速度空间中基于相对信息的 LP 规划方法. 在加速度空间中利用相对信息线性地描述了动态规划问题, 给出了避障及目标追踪的必要条件, 进而解决了 LP 方法用于动态规划的线性化及实时性等方面问题. 仿真结果证明, 与 APEA 方法进行比较, 该方法在收敛性、优化性、实时性以及其它衡量能量损失的性能方面都有明显的优势.

References

- 1 Kavradi L, Kolountzakis M, Latombe J. Analysis of probabilistic roadmaps for path planning. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, **14**(1): 166~171
- 2 Xiao J, Michalewicz Z, Zhang L, Trojanowski K. Adaptive evolutionary planner/navigator for mobile robots. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, **1**(1): 18~28
- 3 Capozzi B, Vagners J. Evolving semi autonomous vehicles. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Canada: AIAA, 2001
- 4 Rathbum D, Capozzi B. Evolutionary approaches to path planning through uncertain environments. In: Proceedings of AIAA Unmanned Aerospace Vehicles, Systems, Technologies and Operations Conference and Workshop. USA: AIAA, 2002
- 5 Han J D, Campbell M. Artificial potential guided evolutionary path plan for target pursuit and obstacle avoidance. In: Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. USA: AIAA, 2003
- 6 Fiorini P, Shiller Z. Motion planning in dynamic environments using the relative velocity paradigm. *IEEE International Journal of Robotics Research*, 1998, **17**(7): 760~772
- 7 Large F, Laugier C, Shiller Z. Navigation among moving obstacles using the NLVO: principles and applications to intelligent vehicles. *Autonomous Robots*, 2005, **19**(2): 159~171

- 8 Zhang F, Tan D L. Obstacle avoidance for mobile robots based on relative coordinates. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal. IEEE, 2003. 612~621
- 9 Zhang F, Tan D L, Wu Z W. Multiple obstacles avoidance for mobile robot in unstructured environments. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics, Automation and Mechatronics. IEEE, 2004. 141~146
- 10 Cplex [Online], available: <http://www.ilog.com/products/cplex>, March 6, 2007
- 11 Qsopt [Online], available: <http://www2.isye.gatech.edu/wcook/qsopt/index.html>, July 26, 2006
- 12 Earl M G, D'Andrea R. Modeling and control of a multi agent system using mixed integer linear programming. In: Proceedings of IEEE International Conference on Decision and Control. IEEE, 2002. 107~111
- 13 Earl M G, D'Andrea R. Iterative MILP methods for vehicle control problems. *IEEE Transactions on Robotics*, 2005, **21**(6): 1158~1167



祖迪 中国科学院沈阳自动化研究所博士研究生. 主要研究方向为机器人控制, 自主规划及智能发育方法. 本文通信作者. E-mail: zudi@sia.cn

(**ZU Di** Ph.D. candidate at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. Her research interest covers robot control, autonomous planning methods, and mental development. Corresponding author of this paper.)



韩建达 中国科学院机器人学重点实验室研究员. 主要研究方向为基于传感器的机器人鲁棒控制系统设计, 多机器人系统和智能控制系统设计. E-mail: jdhan@sia.cn

(**HAN Jian-Da** Professor at the Robotics Laboratory, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers sensor based robot robust control system design, multi-robot system and intelligent control system design.)



谈大龙 中国科学院沈阳自动化研究所研究员. 主要研究方向为机器人智能控制、多机器人系统、可重构机器人加工系统. E-mail: dlTan@sia.cn

(**TAN Da-Long** Professor at Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences. His research interest covers intelligent control, multi-robot system, and reconfigurable robot machining system.)