

# 移动最小二乘法在多功能传感器数据重构中的应用

刘丹<sup>1</sup> 孙金玮<sup>1</sup> 魏国<sup>1</sup> 刘昕<sup>1</sup>

**摘要** 针对传统最小二乘法全局拟合的局限性, 将一种新型的数值算法——移动最小二乘法应用于非线性多功能传感器的信号重构. 通过详细研究插值函数的构造方法及性质, 合理地选取基函数和权函数, 求出试函数的系数, 进而得到信号的重构值. 详细分析了基函数维数、影响域节点数及权函数因子对计算结果的影响, 并对最小二乘法以及移动最小二乘法的数据重构进行了对比, 重构的相对误差分别小于 15.3% 和 1.03%, 结果表明移动最小二乘法更适合非线性曲面拟合, 且适当地增加基函数维数或影响域节点数可以进一步提高数据重构的精度.

**关键词** 最小二乘法, 移动最小二乘, 非线性曲面拟合, 数据重构  
**中图分类号** TP212

## Application of Moving Least Squares to Multi-sensors Data Reconstruction

LIU Dan<sup>1</sup> SUN Jin-Wei<sup>1</sup> WEI Guo<sup>1</sup> LIU Xin<sup>1</sup>

**Abstract** In this paper, a novel numerical solution method, moving least squares (MLS), is employed to solve the problem of nonlinear reconstruction of multi-functional sensor with a view that least squares (LS) are restricted in global regression. Through studying the construction method and characters of interpolated function, basis function and weight function are selected reasonably to obtain the coefficients in trial function, and the reconstructed value of input signals is acquired. This paper presents an analysis of the effects of the parameters in MLS, such as the dimensions of basis function, the number of points in the support domain, and the coefficient of weight function. Comparisons are made between LS and MLS reconstruction data, whose relative errors are smaller than 15.3% and 1.03%, respectively. The results demonstrate that MLS is suitable for nonlinear regression of curves. Additionally, more points in the support domain or higher dimensions of basis function will greatly increase the reconstructed accuracy.

**Key words** Least squares, moving least squares, nonlinear regression of curve, data reconstruction

### 1 引言

近年来, 随着微机械制造工艺的发展, 多功能传感器以其体积小、功耗低、多功能等优势逐渐成为现代传感器发展的主流趋势之一. 应运而生的多功能传感器信号重构算法研究也备受瞩目. 由于重构算法的优劣直接影响传感器的性能, 因此研究一种高效的多元回归算法具有重要的意义<sup>[1, 2]</sup>.

目前, 已有的多功能传感器信号重构方法有: 最小二乘法 (Least squares, LS)、向上查表法<sup>[3, 4]</sup> 和总体最小二乘法 (Total least square, TLS)<sup>[5]</sup>. 最小二乘法以其全局最优而备受青睐, 向上查表法可以在不受病态矩阵影响的情况下实现 3 维变量的重构, 而总体最小二乘法通过考虑传感器输入输出的整体误差进一步提高了重构变量的精确度和稳定性.

上述重构方法主要以最小二乘法为理论基础, 其优点是计算方便, 精度较高, 并且对系统要求较

低, 但由于最小二乘拟合采用的是矩形域正交多项式拟合, 需要在全局范围内对高维重构函数进行拟合, 如果多项式指数过小, 则拟合精度不够; 指数过大, 又会产生过拟合. 因此在拟合之前, 需通过试算来确定多项式的指数. 而对于不同的数学模型, 全特性曲线又不完全类同, 多项式指数亦需随之发生变化, 否则可能会出现过拟合 (或欠拟合) 的情况. 正是最小二乘拟合的这种局限性, 在一定程度上限制了它的应用.

为增强算法的通用性, 本文采用局部近似的方法——移动最小二乘法 (Moving least squares, MLS) 来实现非线性系统的函数拟合. 移动最小二乘法作为一种近似估计算法是由 Shepard 于 1968 年提出, 并最初应用在固体力学领域, 1992 年 Nayroles 等人最早将移动最小二乘法用于无网格法中求解偏微分方程, 并逐渐在该领域内得到广泛应用. MLS 的基本原理是, 首先对全特性曲线在整个求解区域内分区, 然后在不同的区域上用最小二乘拟合, 即采用分区局部拟合, 这对拟合精度将会有较大改善. 与理论值和最小二乘重构结果对比, 结果表明移动最小二乘插值函数通用性强, 精度高, 非常适用于多功能传感器的输入信号重构.

收稿日期 2006-1-10 收修改稿日期 2006-5-25  
Received January 10, 2006; in revised form May 25, 2006  
国家自然科学基金 (60372005) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (60372005)  
1. 哈尔滨工业大学智能测试及信息处理技术研究所 哈尔滨 150001  
1. Institute of Intelligent Testing and Information Processing Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001  
DOI: 10.1360/aas-007-0823

## 2 基本原理

设待求函数  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  在求解域  $\Omega$  内的  $n$  个节点  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  处的函数值已知, 即  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}(x_i)$ . 在求解域  $\Omega$  内待求函数  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  可以近似为<sup>[6,7]</sup>

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m p_i(\mathbf{x})a_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{u}^h(\mathbf{x})$  为重构的近似函数,  $m$  为基函数的个数,  $a_i(\mathbf{x})$  为待定函数,  $\mathbf{a}(\mathbf{x}) = [a_1(\mathbf{x}), a_2(\mathbf{x}), \dots, a_m(\mathbf{x})]^T$ ,  $\mathbf{p}_i(\mathbf{x}) = [p_i(x_1), p_i(x_2), \dots, p_i(x_n)]^T$  为基函数, 且

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} p_1(x_1) & p_2(x_1) & \cdots & p_m(x_1) \\ p_1(x_2) & p_2(x_2) & \cdots & p_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(x_n) & p_2(x_n) & \cdots & p_m(x_n) \end{bmatrix}$$

通常可以选取完备单项式作为基函数. 二维空间中一次、二次和三次基函数分别为

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y], \quad m = 3$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, x^2, xy, y^2], \quad m = 6$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3], \quad m = 10 \quad (2)$$

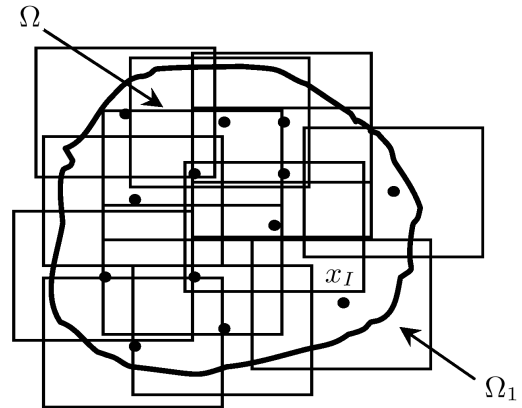
在移动最小二乘近似中, 系数  $a_i(\mathbf{x})$  是通过令近似函数  $\mathbf{u}^h(\mathbf{x})$  在点  $\mathbf{x}$  的邻域  $\Omega_{\mathbf{x}}$  内各节点误差的加权平方和

$$J = \sum_{I=1}^n \omega_I(\mathbf{x}) [\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) - \mathbf{u}(x_I)]^2 = \sum_{I=1}^n \omega_I(\mathbf{x}) \left[ \sum_{i=1}^m p_i(\mathbf{x})a_i(\mathbf{x}) - u_I \right]^2 \quad (3)$$

为最小来确定的, 即

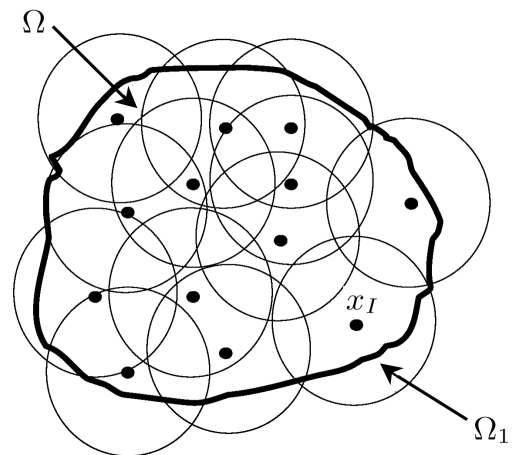
$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a_j(\mathbf{x})} &= 2 \sum_{I=1}^n \omega_I(\mathbf{x}) \left[ \sum_{i=1}^m p_i(x_I)a_i(\mathbf{x}) - u_I \right] p_j(x_I) \\ &= 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $n$  为点  $\mathbf{x}$  的邻域  $\Omega_{\mathbf{x}}$  内所包含的节点数.  $\omega_I(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - x_I)$  称为节点  $x_I$  处的权函数, 它在节点  $x_I$  周围的一个有限区域  $\Omega_I$  中大于零, 而在该区域外为零. 区域  $\Omega_I$  称为权函数  $\omega_I(\mathbf{x})$  的节点  $x_I$  的支撑域或影响域 (如图 1 所示). 权函数的定义表明, 只有在节点  $x_I$  的影响域范围内的节点才对该点的近似函数产生影响.



(a) LS 法支撑域的构造方式

(a) Support domain structures of LS



(b) MLS 法支撑域的构造方式

(b) Support domain structures of MLS

图 1 节点  $x_I$  的支撑域

Fig. 1 Support domain of  $x_I$

$$W(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \omega(\mathbf{x} - x_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega(\mathbf{x} - x_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega(\mathbf{x} - x_n) \end{bmatrix}$$

$\omega_I(\mathbf{x}) = \omega(\mathbf{x} - x_I)$  是具有紧支集特性的权函数;  $u_I$  是节点  $x_I$  的变量值.

对于任意函数  $h(\mathbf{x})$  和  $g(\mathbf{x})$ , 引入记号<sup>[8]</sup>:

$$(h, g) = \sum_{I=1}^n \omega(\mathbf{x} - x_I) h(x_I) g(x_I)$$

则有

$$a_1(\mathbf{x})(p_i, p_1) + a_2(\mathbf{x})(p_i, p_2) + \cdots + a_m(\mathbf{x})(p_i, p_m) = (p_i, u_I) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} (p_1, p_1) & (p_1, p_2) & \cdots & (p_1, p_m) \\ (p_2, p_1) & (p_2, p_2) & \cdots & (p_2, p_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (p_m, p_1) & (p_m, p_2) & \cdots & (p_m, p_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1(\mathbf{x}) \\ a_2(\mathbf{x}) \\ \cdots \\ a_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_1, u_I) \\ (p_2, u_I) \\ \cdots \\ (p_m, u_I) \end{bmatrix}$$

由上面的法方程, 解得  $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ .

令

$$\begin{bmatrix} (p_1, p_1) & (p_1, p_2) & \cdots & (p_1, p_m) \\ (p_2, p_1) & (p_2, p_2) & \cdots & (p_2, p_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (p_m, p_1) & (p_m, p_2) & \cdots & (p_m, p_m) \end{bmatrix} = A$$

$$\begin{bmatrix} (p_1, u_I) \\ (p_2, u_I) \\ \cdots \\ (p_m, u_I) \end{bmatrix} = B\mathbf{u}, \quad \begin{bmatrix} a_1(x) \\ a_2(x) \\ \cdots \\ a_m(x) \end{bmatrix} = \mathbf{a}$$

$$A(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) = B(\mathbf{x})\mathbf{u} \tag{5}$$

$$A(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T W \mathbf{p} = \sum_{I=1}^n \omega_I p(x_I) p^T(x_I)$$

$$B(\mathbf{x}) = \mathbf{p}W =$$

$$[\omega_1(\mathbf{x})\mathbf{p}(x_1), \omega_2(\mathbf{x})\mathbf{p}(x_2), \cdots, \omega_n(\mathbf{x})\mathbf{p}(x_n)]$$

$$\mathbf{u}^T = [u_1, u_2, \cdots, u_n]$$

由式 (5) 解得系数向量  $\mathbf{a}(\mathbf{x})$  后代入式 (1), 得

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \Phi(\mathbf{x})\mathbf{u} \tag{6}$$

式中形函数  $\Phi(\mathbf{x})$  为

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})A^{-1}(\mathbf{x})B(\mathbf{x}) \tag{7}$$

权函数的选取对移动最小二乘近似的特性有很大的影响. 移动最小二乘近似的精度在很大程度上取决于权函数.

为了有效、方便地控制计算的局部和全局特性, 本文选用 Gauss 权函数

$$\omega_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{e^{-r^2\beta^2} - e^{-\beta^2}}{1 - e^{-\beta^2}} & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \tag{8}$$

式中,  $r = d_I/d_{mI}$ ,  $d_I = |\mathbf{x} - x_I|$  是计算点与领域内某一点的距离,  $d_{mI}$  为节点  $x_I$  的影响域半径;  $\beta$  为一因子. 为了保证矩阵  $A(\mathbf{x})$  为非奇异矩阵, 影响域半径  $d_{mI}$  可取为

$$d_{mI} = K \times c_I \tag{9}$$

式中,  $K$  为影响域半径乘子,  $c_I$  为反映节点  $x_I$  附近节点的密度特征参数.

为了保证所有点的定义域中都能包含合适数量的节点数, 需要视情况改变影响域半径  $d_{mI}$  的取值, 即在节点较稀疏的区域, 选择较大的影响域半径, 而在节点较密集的区域, 选择较小的影响域半径<sup>[7]</sup>.

### 3 实验结果与误差分析

利用计算机仿真构造二输入, 二输出的多功能传感器, 其物理模型如图 2 所示.

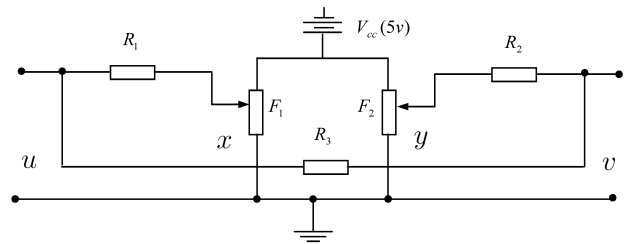


图 2 二输入二输出多功能传感器电路模型

Fig. 2 Circuit model of bidimensional multi-sensor

其中: 输入部分分别为滑动变阻器  $F_1$ 、 $F_2$  下半边电阻占其总电阻的比例  $x$ 、 $y$ ,  $R_{F1} = R_{F2} = 10 \text{ k}\Omega$  输出为  $u$ 、 $v$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ .

根据叠加定理, 得传感器系统方程

$$\begin{cases} u = \frac{5[2x + y + 10xy(2 - x - y)]}{3 + 10[y(1 - y) + x(1 - x)]} \\ v = \frac{5[2y + x + 10xy(2 - x - y)]}{3 + 10[y(1 - y) + x(1 - x)]} \end{cases} \tag{10}$$

首先分别将输入变量  $x \in [0.1, 0.9]$ ,  $y \in [0.1, 0.9]$  的定义域 20 等分, 得到 441 个输入数据对  $(x_k, y_l)$ ,  $k = 1, 2, \cdots, 21$ ,  $l = 1, 2, \cdots, 21$ . 由系统方程求出其理论输出值  $(u_s, v_s)$ ,  $s = 1, 2, \cdots, 441$ , 从而得到对应输入输出的共 441 组样本真值  $(x_s, y_s, u_s, v_s)$ ,  $s = 1, 2, \cdots, 441$ . 再通过移动最小二乘法和理论输出值  $(u_s, v_s)$ ,  $s = 1, 2, \cdots, 441$  重构出传感器的输入信号  $x_{sr}, y_{sr}$ ,  $s = 1, 2, \cdots, 441$ . 通过对比原始输入数据和重构数据可以验证移动最小二乘法在信号重构中的效果.

下面研究权函数因子  $\beta$ 、点  $x_I$  影响域的节点数及基函数的维数  $m$  对数据重构结果的影响.

权函数  $\omega_I(\mathbf{x})$  代表了计算点  $x_I$  在所有计算点中的权重, 而 Gauss 权函数的因子  $\beta$  反映了计算点  $x_I$  影响域内所有节点对  $x_I$  重构值的贡献程度. 如图 3 所示, 离计算点  $x_I$  近的节点对待求函数  $\omega(\mathbf{x})$  在  $\mathbf{u}^h(\mathbf{x})$  的影响越大, 而远的节点几乎没有作用. 但是针对不同的  $\beta$ ,  $x_I$  影响域内同一节点的权重不同,  $\beta$  越大, 其权重越小, 因此对  $x_I$  的取值起决定性作用的点越集中. 可见,  $\beta$  取值较大时, 权函数的区域性较强;  $\beta$  取值较小时, 权函数的全局性较强. 为了平衡 Gauss 权函数的全局和局域特性, 本文选取  $\beta = 4$ .

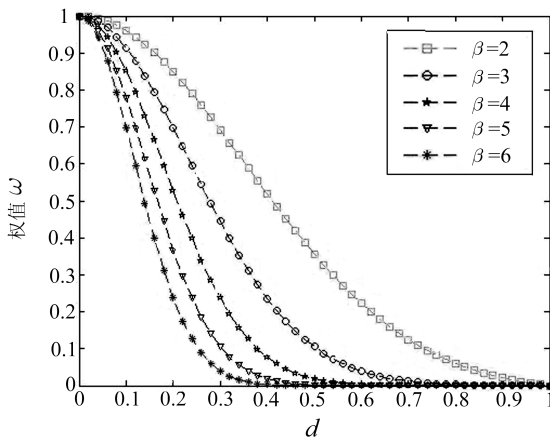


图 3 权函数  $\omega_I(\mathbf{x})$  曲线图

Fig. 3 Curves of weight function  $\omega_I(\mathbf{x})$

点  $x_I$  影响域中的节点数  $n_I$  直接影响重构的结果, 必须慎重选取. 如果节点数过少, 可能会影响计算精度或产生奇异矩阵; 计算点过多, 影响域半径会增大, 使该点的区域特性表现得不明显, 并且降低计算效率. 由于该电路模型的实验数据点均匀分布, 即节点密度参数  $c_I$  为常数, 因此节点数直接取决于影响域半径  $d_m$ . 图 4 所示为当  $d_m = 0.5$  时, 输入数据  $(0.4, 0.8)$  重构结果的权函数分布图. 其中灰色的“•”代表权值为 0 的节点, 黑色的“•”代表权值为 1 的节点, 权值在  $(0, 1)$  之间的点由过渡色表示.

图 5 揭示了基函数维数的选取也影响重构结果的准确性, 图中为选取维数为  $r = 1, 2, 3, 4$  时基函数在实验数据点  $(0.4, 0.1), (0.4, 0.2), \dots, (0.4, 0.9)$  的重构结果与理论值的对比图. 显然, 针对非线性系统, 维数越高, 重构的结果越接近真值, 但是, 这种精确度的提高是以增加计算量和存储空间为代价的. 由于空间复杂度递增的程度并不显著, 下面主要对 LS 法与 MLS 法的时间复杂度作一下对比.

LS 重构算法的计算量集中在表达式  $(A^T A)^{-1} A^T u$  中, 其时间复杂度为  $2n^3 + 2n^2$ ; MLS 法的计算量集中在表达式  $P^T A^{-1} B u$  中, 其时间复杂度为  $(m^2 + m)n^2 + (m^2 + 2m)n + m^3 + m^2$ . 所以当  $(2n + 2)n^2 < (m^2 + m)n^2$  时, MLS 法的计算量较大; 当  $(2n + 2)n^2 > (m^2 + m)n^2$  时, LS 法的计算量较大. 本文实验中选取  $n = 21, m = 10$ , 故 MLS 重构算法的时间复杂度略高.

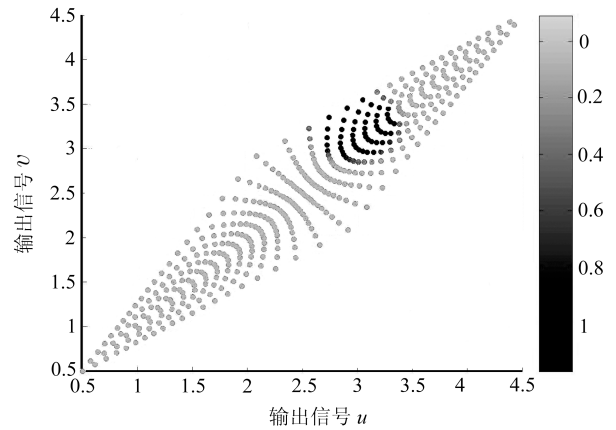


图 4  $d_m = 0.5$  时, 点  $(0.4, 0.8)$  的权函数分布图

Fig. 4 Weight value distribution of the data  $(0.4, 0.8)$  for  $d_m = 0.5$

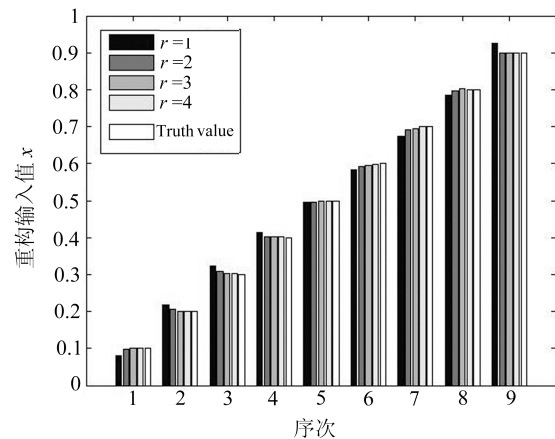


图 5 不同维数的基函数重构结果与理论值的比较

Fig. 5 Comparisons between theoretical values and reconstructed results for basis function of different dimensions

试验选取基函数维数  $r = 3$ , 影响域半径  $d = 0.5$ , 权函数因子  $\beta = 4$ . 由于本试验模型的对称性, 仅绘制输入信号  $x$  的重构结果, 信号  $y$  的重构结果同理可得. 图 6 所示分别是最小二乘与移动最小二乘重构的绝对误差图. 图 6(a) 为最小

二乘法重构的绝对误差图, 由图可知, 重构误差在  $(-0.2, 0.2)$  区间内, 其结果不是非常理想; 图 6(b) 是移动最小二乘的重构误差图, 其最大绝对误差小于 0.006. 可见, 针对此物理模型移动最小二乘法的重构结果远远优于最小二乘法.

为了更具体的说明该法的重构情况, 具有代表性的数据列表如表 1 所示.

由表 1 可知, 最小二乘法重构的最大相对误差为 15.3%, 而移动最小二乘法的重构误差均在 1.03% 以下, 其重构精确度远远高于最小二乘法. 除此之外, 当重构点分布在曲面边缘或节点稀疏的区域时, 移动最小二乘法的重构误差较大, 因此适当增加该点的支撑域半径或细化其节点分布, 都能够明显改善重构的精度.

### 4 结论

移动最小二乘法是一种基于点的近似方法. 它的优点在于把全局近似转化为局部近似以满足收敛性和稳定性的要求, 其已在许多领域取得了很好的成效. 本文尝试将该方法用于多功能传感器信号重构的研究, 详细分析了 Gauss 权函数因子  $\beta$ 、影响域节点数和基函数维数对信号重构的影响, 其中提高网格的细化程度和适当选取基函数维数可以显著提高重构的收敛精度, 通过控制权函数因子  $\beta$  的取值可以实现拟合的全局特性和局部特性的转换. 最后, 本文将最小二乘与移动最小二乘的曲面拟合结果进行了对比, 结果表明移动最小二乘更适合用于非线性多功能传感器的曲面拟合.

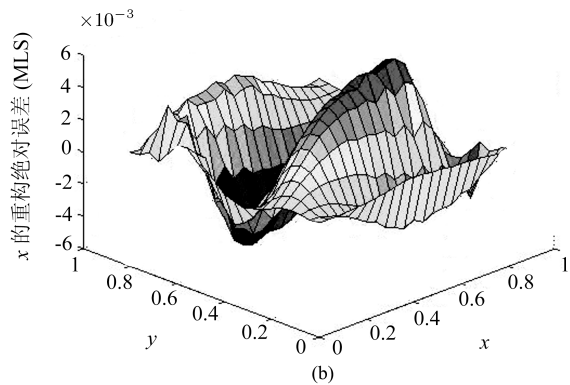
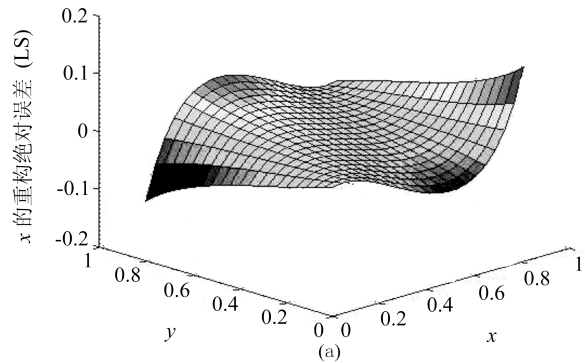


图 6 LS 与 MLS 重构绝对误差对比图

Fig.6 The comparison of reconstructed absolute errors between LS and MLS

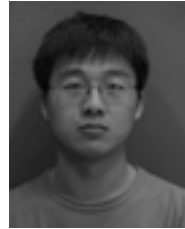
表 1 输入变量  $x$  的 LS 和 MLS 估计法重构误差表

Table 1 The reconstructed error of variable  $x$  with the methods of LS and MLS

组数	输入 $x$ 的理论值	输入 $y$ 的理论值	$x$ 的 LS 重构值	LS 重构绝对误差	LS 相对误差 (%)	$x$ 的 MLS 重构值	MLS 重构绝对误差	MLS 相对误差 (%)
1	0.8600	0.5400	0.8722	$1.22 \times 10^{-2}$	1.42	0.8619	$1.90 \times 10^{-3}$	0.221
2	0.2200	0.1800	0.2174	$2.58 \times 10^{-3}$	1.17	0.2206	$6.46 \times 10^{-4}$	0.294
3	0.5300	0.6100	0.5338	$3.78 \times 10^{-3}$	0.714	0.5300	$1.93 \times 10^{-5}$	0.00365
4	0.1800	0.4200	0.1731	$6.95 \times 10^{-3}$	3.86	0.1790	$9.92 \times 10^{-4}$	0.551
5	0.3000	0.7000	0.3231	$2.31 \times 10^{-2}$	7.71	0.3031	$3.09 \times 10^{-3}$	1.03
6	0.4600	0.2500	0.4316	$2.84 \times 10^{-2}$	6.17	0.4594	$5.70 \times 10^{-4}$	0.124
7	0.6600	0.7800	0.6644	$4.40 \times 10^{-3}$	0.667	0.6587	$1.33 \times 10^{-3}$	0.202
8	0.3500	0.9000	0.4037	$5.37 \times 10^{-2}$	15.3	0.3493	$6.86 \times 10^{-4}$	0.196
9	0.9000	0.9000	0.8917	$8.31 \times 10^{-3}$	0.923	0.9017	$1.74 \times 10^{-3}$	0.193

## References

- 1 Schierbaum K D, Weimer U, Gopel W. Multicomponent gas analysis: an analytical chemistry approach applied to modified  $S_nO_2$  sensors. *Sensors & Actuators B: Chemical*, 1990, **2**(1): 71~78
- 2 Sun J W, Shida K. Multilayer sensing and aggregation approach to environmental perception with one multifunctional sensor. *IEEE Sensors Journal*, 2002, **2**(2): 62~72
- 3 Lessandra F, Daniele M, Andrea T. Application of an optimal look-up table to sensor data processing. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1999, **48**(4): 813~816
- 4 Sun Jin-Wei, Zheng Yun-Gang, Liu Dan. Look-up table based approach to data reconstruction in multi-functional sensing. *Transactions of China Electro Technical Society*, 2004, **19**(4): 76~80  
(孙金玮, 郑云刚, 刘丹. 向上查表法在多功能传感器信号重构中的应用. *电工技术学报*, 2004, **19**(4): 76~80)
- 5 Sun Jin-Wei, Liu Xin. TLS algorithm based study on multi-functional sensor data reconstruction. *Acta Electronica Sinica*, 2004, **32**(3): 391~394  
(孙金玮, 刘昕. 基于总体最小二乘的多功能传感器信号重构方法研究. *电子学报*, 2004, **32**(3): 391~394)
- 6 Breikopf P, Naceur H, Rassineux A, Villon P. Moving least squares response surface approximation: formulation and metal forming applications. *Computers and Structures*, 2005, **83**(17-18): 1411~1428
- 7 Shao Wei-Yun, Zhang Xiong. A new simulation method of complete characteristic curves of reversible pump turbine-moving least squares approximation. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2004, **23**(5): 102~106  
(邵卫云, 张雄. 水泵水轮机全特性曲线的拟合—移动最小二乘近似. *水力发电学报*, 2004, **23**(5): 102~106)
- 8 Chen Mei-Juan, Cheng Yu-Min. The improved moving least-square approximation. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2003, **24**(2): 266~272  
(陈美娟, 程玉民. 改进的移动最小二乘法. *力学季刊*, 2003, **24**(2): 266~272)



刘丹 哈尔滨工业大学博士研究生. 主要研究方向为多传感器及其数据重构. 本文通信作者.

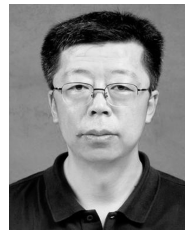
E-mail: liudan@hit.edu.cn

(LIU Dan Ph.D. candidate at Harbin Institute of Technology. His research interest covers multi-sensor system and data reconstruction. Corresponding author of this paper.)



孙金玮 哈尔滨工业大学教授. 主要研究方向为传感器技术, 仪器测量及信号处理. E-mail: jwsun@hit.edu.cn

(SUN Jin-Wei Professor at Harbin Institute of Technology. His research interest covers sensor technology, testing instruments, and signal processing.)



魏国 哈尔滨工业大学自动化测试与控制系副教授. 主要研究方向为测控系统、多功能敏感技术和信号处理.

E-mail: wg\_weiguo@yahoo.com.cn

(WEI Guo Associate professor at Harbin Institute of Technology. His research interest covers test and control system, multi-functional sensitive technology, and signal processing.)



刘昕 哈尔滨工业大学博士研究生. 主要研究为多功能传感器及其信号处理.

E-mail: xinliu@hit.edu.cn

(LIU Xin Ph.D. candidate at Harbin Institute of Technology. His research interest covers multi-functional sensor and its signal processing.)